

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет»

ФИЗИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

ДЛЯ СТУДЕНТОВ-ЗАОЧНИКОВ
ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

В трех частях

ЧАСТЬ 2

**ЭЛЕКТРОСТАТИКА,
ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК,
МАГНИТНОЕ ПОЛЕ,
КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ**

Новополоцк 2006

УДК 53 (075.8)

Одобрены и рекомендованы к изданию
методической комиссией машиностроительного факультета

Кафедра физики

Составители:

В.А. Груздев, д-р техн. наук, профессор
Г.А. Дубченко, ст. преподаватель
Г.М. Макаренко, канд. техн. наук, профессор

Рецензенты:

С.А. Вабищевич, канд. физ.-мат. наук, доцент
Л.И. Прокопович, канд. физ.-мат. наук, доцент

ПРЕДИСЛОВИЕ

Развитие технического прогресса тесно связано с задачей подготовки высококвалифицированных научно-технических кадров. Одним из условий дальнейшего прогресса всех отраслей народного хозяйства является ускоренное внедрение в производство новейших достижений науки. Решение этой задачи требует повышения уровня преподавания в вузах как специальных, так и общественных дисциплин. Необходимым условием успешного обучения студентов является, с одной стороны, возможно более полное использование имеющихся учебно-методических пособий, с другой – создание новых.

Вузы располагают довольно удачными сборниками задач по общей физике, рассчитанными в основном на студентов дневных и вечерних факультетов. Однако ощущается недостаток в подборе задач для контрольных работ для студентов заочной формы обучения.

Предлагаемое пособие предназначено для самостоятельной работы студентов-заочников. Это обусловило композиционное построение пособия: приводятся основные законы, уравнения и формулы, решения типовых задач и задачи для самостоятельного решения, которые выбираются по таблице вариантов.

Авторы надеются, что такой подход будет способствовать развитию у студентов необходимых навыков решения физических задач, проведения вычислений и оформления расчетов.

1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. За время изучения курса общей физики студент-заочник должен представить в учебное заведение в зависимости от специальности от двух до четырех контрольных работ.

2. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблицам вариантов в соответствии с шифром студента по предпоследней и последней цифре.

3. Контрольные работы нужно выполнять в школьной тетради, на обложке которой приводятся сведения по образцу (см. прил. 1).

4. Условия задач в контрольной работе надо переписать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставлять поля.

5. В конце контрольной работы указать, каким учебником или учебным пособием студент пользовался при изучении физики (название учебника, автор, год издания). Это делается для того, чтобы рецензент в случае необходимости мог указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы.

6. Высылать на рецензию следует одновременно не более одной работы. Во избежание одних и тех же ошибок очередную работу следует высылать только после получения рецензии на предыдущую.

7. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, решения которых оказались неверными. Повторную работу необходимо представить вместе с незачтенной.

8. Зачтенные контрольные работы предъявляются экзаменатору. Студент должен быть готов во время экзамена дать пояснения по существу решения задач, входящих в контрольные работы.

9. Решения задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями; в тех случаях, когда это возможно, дать чертеж, выполненный с помощью чертежных принадлежностей.

10. Решать задачу надо в общем виде, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.

11. После получения расчетной формулы для проверки правильности ее следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин обозначения единиц этих величин, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.

12. Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу следует выражать только в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения однородных величин, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.

13. При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3,52 \cdot 10^3$, вместо 0,00129 записать $1,29 \cdot 10^{-3}$ и т.п.

14. Вычисления по расчетной формуле надо производить с соблюдением правил приближенных вычислений. Как правило, окончательный ответ следует записывать с тремя значащими цифрами. Это относится и к случаю, когда результат получен с применением калькулятора.

Раздел 3. Стационарное электрическое поле

3.1. Электростатическое поле в вакууме. Электрический заряд. Дискретность заряда. Закон сохранения заряда. Закон Кулона. Электрическое поле, напряженность поля. Принцип суперпозиции. Поле электрического диполя. Поток вектора напряженности. Теорема Гаусса для электро-

статического поля в вакууме. Применение теоремы Гаусса к расчету полей. Работа сил электростатического поля. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля. Потенциал. Связь напряженности электростатического поля с потенциалом. Эквипотенциальные поверхности.

3.2. Электрическое поле в веществе. Свободные и связанные заряды в диэлектриках. Типы диэлектриков. Диполь в однородном и неоднородном электрических полях. Поляризация диэлектриков. Виды поляризации. Поляризованность. Диэлектрическая восприимчивость и ее зависимость от температуры. Поляризационные заряды на поверхности и внутри диэлектрика. Теорема Гаусса для электрического поля в диэлектрике. Электрическое смещение. Диэлектрическая проницаемость среды. Условия на границе раздела двух диэлектрических сред. Сегнетоэлектрики. Электреты. Поле внутри проводника и вблизи его поверхности. Распределение зарядов в проводнике. Электростатическая защита. Генератор Ван-дер-Граафа.

3.3. Энергия электрического поля. Электрическая емкость проводников и конденсаторов. Емкость уединенного проводника. Взаимная емкость двух проводников. Конденсаторы и их соединение. Энергия системы зарядов. Энергия заряженного проводника. Энергия заряженного конденсатора. Плотность энергии электростатического поля. Работа и энергия поляризации.

3.4. Постоянный электрический ток. Характеристики и условия существования постоянного электрического тока. Закон Ома в локальной и интегральной формах. Сторонние силы. Закон Ома для неоднородного участка цепи. Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа. Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца в интегральной и локальной формах. Классическая теория электропроводности металлов и ее опытное обоснование. Вывод законов Ома, Джоуля – Ленца, Видемана-Франца на основе классических представлений. Затруднения классической электронной теории электропроводности металлов. Границы применимости закона Ома. Ток в газах и электролитах. Плазма. Дебаевский радиус экранирования.

Раздел 4. Электромагнетизм

4.1. Магнитное поле в вакууме. Взаимодействие токов. Магнитное поле. Вектор магнитной индукции. Поле движущегося заряда. Закон Био-Савара-Лапласа. Принцип суперпозиции. Примеры расчета магнитных полей. Циркуляция вектора магнитной индукции. Магнитное поле тороида и длинного соленоида. Магнитный поток. Теорема Гаусса.

4.2. Действие магнитного поля на проводники с током и движущиеся заряды. Сила Ампера. Контур с током в магнитном поле. Магнитный момент. Момент сил, действующих на контур в однородном поле. Работа перемещения проводника и контура в магнитном поле. Взаимодействие контура с неоднородным полем. Сила Лоренца. Движение заряженной частицы в магнитном и электрическом полях. Принцип действия циклических ускорителей заряженных частиц, масс-спектрометров. Эффект Холла. МГД-генератор. ЭДС при движении проводников в магнитном поле.

4.3. Магнитное поле в веществе. Магнитные моменты атомов. Орбитальный и спиновый моменты. Магнитомеханические явления. Намагниченность. Микро- и макротоки. Теорема о циркуляции напряженности магнитного поля. Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость среды. Элементарная теория диа- и парамагнетизма. Ферромагнетики. Опыты Столетова. Кривая намагничивания. Магнитный гистерезис. Точка Кюри. Спиновая природа ферромагнетизма. Домены. Условия на границе раздела двух сред. Магнитные цепи.

4.4. Явление электромагнитной индукции. Энергия магнитного поля. Опыты Фарадея. Закон электромагнитной индукции. Вихревое электрическое поле. Токи Фуко. Явление самоиндукции. Индуктивность. Скин-эффект. Переходные процессы в электрической цепи при подключении и отключении источника. Явление взаимной индукции. Энергия контура с током. Энергия магнитного поля. Плотность энергии магнитного поля.

Раздел 5. Механические колебания и волны

5.1. Механические колебания. Кинематический закон гармонических колебаний. Сложение одинаково направленных колебаний методом векторных диаграмм и комплексных амплитуд, сложение взаимно-перпендикулярных колебаний. Дифференциальное уравнение колебаний. Период незатухающих колебаний пружинного, физического, крутильного маятников. Превращение энергии при гармонических колебаниях. Кинематический закон и характеристики затухающих колебаний. Вынужденные колебания. Явление резонанса.

5.2. Механические волны. Упругие силы, закон Гука для сплошной среды. Энергия упруго деформированного тела. Распространение колебаний в упругой среде. Уравнение волны. Волновое уравнение. Скорость распространения волн в твердых телах, жидкостях и газах. Волновой перенос энергии и его характеристики: поток, плотность потока, интенсивность. Интерференция и дифракция волн. Стоячие волны. Звук и ультразвук. Эффект Доплера. Дисперсия волн. Волновой пакет. Групповая скорость.

Раздел 6. Электромагнитные колебания и волны

6.1. Электромагнитные колебания. Квазистационарные токи. Свободные колебания в контуре без активного сопротивления. Свободные затухающие колебания. Логарифмический декремент затухания. Добротность. Вынужденные электрические колебания. Векторная диаграмма. Резонанс напряжений. Мощность в цепи переменного тока.

6.2. Электромагнитное поле. Ток смещения, уравнения Максвелла. Относительный характер электрической и магнитной составляющих электромагнитного поля. Волновое уравнение. Плоская электромагнитная волна. Основные свойства электромагнитных волн. опыты Герца, Лебедева, Попова. Энергия электромагнитных волн. Поток энергии. Вектор Умова – Пойнтинга. Излучение диполя. Эффект Доплера. Шкала электромагнитных волн.

2. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ ПО РАЗДЕЛАМ КУРСА ФИЗИКИ

2.1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Закон сохранения заряда в замкнутой системе:

$$\sum_i q_i = \text{const}.$$

Закон Кулона:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \text{ (в вакууме)}, \quad F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{\epsilon r^2} \text{ (в среде)},$$

где F – сила взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2 ; r – расстояние между зарядами; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная; ϵ – диэлектрическая проницаемость среды.

Напряженность электростатического поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0},$$

где \vec{F} – сила, действующая на точечный положительный заряд q_0 , помещенный в данную точку поля.

Напряженность электростатического поля точечного заряда q на расстоянии r от заряда

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}.$$

Поток вектора напряженности электрического поля $d\Phi_E = \vec{E}d\vec{S} = E_n dS$ (сквозь площадку dS), $\Phi_E = \int_S \vec{E}d\vec{S} = \int_S E_n dS$ (сквозь поверхность S),

$\Phi_E = \oint_S \vec{E}d\vec{S} = \oint_S E_n dS$ (сквозь замкнутую поверхность S), где $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$ – вектор, модуль которого равен dS , а направление совпадает с нормалью \vec{n} к площадке; E_n – проекция вектора \vec{E} на нормаль \vec{n} к площадке dS .

Принцип суперпозиции электростатических полей

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i,$$

где \vec{E}_i – напряженность поля, создаваемого зарядом q_i .

Плотность зарядов (линейная, поверхностная, объемная):

$$\tau = \frac{dq}{dl}, \quad \sigma = \frac{dq}{dS}, \quad \rho = \frac{dq}{dV}.$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме:

– в случае дискретного распределения зарядов

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i;$$

– в случае непрерывного распределения зарядов

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV,$$

где $\sum_{i=1}^n q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой

поверхности S ; n – число зарядов; ρ – объемная плотность зарядов.

Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной бесконечной плоскостью

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда.

Напряженность поля, создаваемого двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями,

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда.

Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной сферической поверхностью радиусом R с общим зарядом q на расстоянии r от центра сферы,

$$E = 0 \text{ при } r < R \text{ (внутри сферы);}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \text{ при } r \geq R \text{ (вне сферы).}$$

Напряженность поля, создаваемого объемно заряженным шаром радиусом R с общим зарядом q на расстоянии r от центра шара,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^3} r \text{ при } r \leq R \text{ (внутри шара);}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \text{ при } r \geq R \text{ (вне шара).}$$

Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженным бесконечным цилиндром радиусом R на расстоянии r от оси цилиндра,

$$E = 0 \text{ при } r < R \text{ (внутри цилиндра);}$$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r} \text{ при } r \geq R \text{ (вне цилиндра),}$$

где τ – линейная плотность заряда.

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль замкнутого контура

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \oint_L E_l dl = 0,$$

где E_l – проекция вектора \vec{E} на направление элементарного перемещения $d\vec{l}$. Интегрирование производится по любому замкнутому пути L .

Потенциальная энергия заряда q_0 в поле заряда q на расстоянии r от него

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r}.$$

Потенциал электростатического поля

$$\varphi = \frac{U}{q_0}, \quad \varphi = \frac{A_\infty}{q_0},$$

где q_0 – точечный положительный заряд, помещенный в данную точку поля; U – потенциальная энергия заряда q_0 ; A_∞ – работа перемещения заряда q_0 из данной точки поля за его пределы.

Потенциал электростатического поля точечного заряда на расстоянии r от заряда

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}.$$

Связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi, \quad \vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right),$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы координатных осей. Знак «минус» определяется тем, что вектор \vec{E} поля направлен в сторону убывания потенциала.

В случае поля, обладающего центральной или осевой симметрией,

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

Работа, совершаемая силами электрического поля при перемещении заряда q_0 из точки 1 в точку 2,

$$A_{12} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2), \quad A_{12} = q_0 \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = q_0 \int_1^2 E_l dl,$$

где E_l – проекция вектора \vec{E} на направление элементарного перемещения $d\vec{l}$.

Разность потенциалов между двумя точками 1 и 2 в электростатическом поле

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q_0} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = \int_1^2 E_l dl,$$

где A_{12} – работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда q_0 из точки 1 в точку 2; E_l – проекция вектора \vec{E} на направление элементарного перемещения $d\vec{l}$; интегрирование производится вдоль любой линии, соединяющей начальную и конечную точки, так как работа сил электростатического поля не зависит от траектории перемещения.

Разность потенциалов между точками, находящимися на расстоянии x_1 и x_2 от равномерно заряженной бесконечной плоскости,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x_2 - x_1),$$

где σ – поверхностная плотность заряда.

Разность потенциалов между бесконечными разноименно заряженными плоскостями, расстояние между которыми равно d ,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d.$$

Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от центра равномерно заряженной сферической поверхности (объемно заряженного шара) радиусом R с общим зарядом q , причем $r_1 > R, r_2 > R, r_2 > r_1$,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от центра объемно заряженного шара радиусом R с общим зарядом q , причем $r_1 < R, r_2 < R, r_2 > r_1$,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^3} dr = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R^3} (r_2^2 - r_1^2).$$

Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от оси равномерно заряженного с линейной плотностью τ бесконечного цилиндра радиусом R , причем $r_1 > R, r_2 > R, r_2 > r_1$,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Поляризованность диэлектрика

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_i}{V},$$

где V – объем диэлектрика; \vec{p}_i – дипольный момент i -ой молекулы.

Связь между поляризованностью диэлектрика и напряженностью электростатического поля:

$$\vec{P} = \chi\epsilon_0\vec{E},$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость вещества; ϵ_0 – электрическая постоянная.

Связь диэлектрической проницаемости ϵ с диэлектрической восприимчивостью χ :

$$\epsilon = 1 + \chi.$$

Связь между напряженностью E поля в диэлектрике и напряженностью E_0 внешнего поля:

$$E = E_0 - \frac{P}{\epsilon_0}, \quad E = \frac{E_0}{\epsilon},$$

где P – поляризованность, ϵ – диэлектрическая проницаемость.

Связь между векторами электрического смещения \vec{D} , напряженности электростатического поля \vec{E} и поляризованности \vec{P} :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}.$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^n q_i,$$

где $\sum_{i=1}^n q_i$ – алгебраическая сумма заключенных внутри замкнутой поверхности S свободных электрических зарядов; D_n – проекция вектора \vec{D} на нормаль \vec{n} к площадке $d\vec{S}$, $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$ – вектор, модуль которого равен dS , а направление совпадает с нормалью \vec{n} к площадке.

Условия на границе раздела диэлектрических сред (проницаемость которых ε_1 и ε_2) при отсутствии на границе свободных зарядов:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \quad D_{1n} = D_{2n}, \quad \frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}, \quad \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1},$$

где E_τ , D_τ и E_n , D_n – тангенциальные и нормальные составляющие векторов \vec{E} и \vec{D} соответственно.

Напряженность электростатического поля у поверхности проводника

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon},$$

где σ – поверхностная плотность зарядов, ε – диэлектрическая проницаемость среды, окружающей проводник.

Емкость уединенного проводника

$$C = \frac{q}{\varphi},$$

где q – заряд, сообщенный проводнику; φ – потенциал проводника.

Емкость шара радиусом R

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R.$$

Емкость конденсатора

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2},$$

где q – заряд, накопленный в конденсаторе; $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов между его пластинами.

Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d},$$

где S – площадь каждой пластины конденсатора; d – расстояние между пластинами.

Емкость сферического конденсатора

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1},$$

где r_1 и r_2 – радиусы концентрических сфер.

Емкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\ln(r_2 / r_1)},$$

где l – длина пластин конденсатора; r_1 и r_2 – радиусы полых коаксиальных цилиндров.

Энергия уединенного заряженного проводника

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C},$$

где C , q , φ – емкость, заряд и потенциал проводника соответственно.

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C},$$

где q – заряд конденсатора, C – его емкость, $\Delta\varphi$ – разность потенциалов между пластинами.

Сила притяжения между двумя разноименно заряженными обкладками конденсатора

$$|F| = \frac{q^2}{2\epsilon_0\epsilon S} = \frac{\sigma^2 S}{2\epsilon_0\epsilon} = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2 S}{2},$$

где q – заряд конденсатора; σ – поверхностная плотность заряда; S – площадь пластины конденсатора; E – напряженность электростатического поля; ϵ_0 – электрическая постоянная; ϵ – диэлектрическая проницаемость.

Энергия электростатического поля плоского конденсатора

$$W = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} Sd = \frac{\epsilon_0 \epsilon S U^2}{2d} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} V,$$

где S – площадь сечения одной пластины; U – разность потенциалов между пластинами; $V = Sd$ – объем конденсатора.

Объемная плотность энергии электростатического поля

$$\omega = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2},$$

где E – напряженность электростатического поля; D – электрическое смещение.

2.2. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Сила тока

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Плотность тока в проводнике

$$j = \frac{I}{S}, \quad \vec{j} = ne \langle \vec{v} \rangle,$$

где S – площадь поперечного сечения проводника; $\langle \vec{v} \rangle$ – средняя скорость упорядоченного движения зарядов в проводнике; n – концентрация зарядов.

Электродвижущая сила, действующая в цепи,

$$\epsilon = \frac{A_{СТ.}}{q_0},$$

где $A_{СТ.}$ – работа сторонних сил; q_0 – единичный положительный заряд;

$$\epsilon = \oint_2 \vec{E}_{СТ.} d\vec{\ell} \text{ (замкнутая цепь),}$$

$$\epsilon_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{СТ.} d\vec{\ell} \text{ (участок цепи 1 – 2),}$$

где $E_{СТ.}$ – напряженность поля сторонних сил.

Разность потенциалов между двумя точками цепи

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{\ell} = \int_1^2 E_{\ell} d\ell,$$

где \vec{E} – напряженность электростатического поля; E_{ℓ} – проекция вектора \vec{E} на направление элементарного перемещения $d\vec{\ell}$.

Напряжение на участке 1 – 2 цепи

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12},$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов между точками цепи; ε_{12} – ЭДС, действующая на участке 1 – 2 цепи.

Сопротивление однородного линейного проводника, проводимость G проводника и удельная электрическая проводимость γ вещества проводника:

$$R = \rho \frac{\ell}{S}, \quad G = \frac{1}{R}, \quad \gamma = \frac{1}{\rho},$$

где ρ – удельное электрическое сопротивление; S – площадь поперечного сечения проводника; ℓ – его длина.

Закон Ома:

$$I = \frac{U}{R} \text{ (для однородного участка цепи);}$$

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}}{R} \text{ (для неоднородного участка цепи);}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \text{ (для замкнутой цепи),}$$

где U – напряжение на участке цепи; R – сопротивление цепи (участка цепи); $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка цепи; ε_{12} – ЭДС источников тока, входящих в участок; ε – ЭДС всех источников тока в цепи.

Зависимость удельного сопротивления ρ и сопротивления R от температуры:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \quad R = R_0(1 + \alpha t),$$

где ρ и ρ_0 , R и R_0 – соответственно удельное сопротивление и сопротивление проводника при t и 0 °С; α – температурный коэффициент сопротивления, для чистых металлов (при не очень низкой температуре) близкий к $\frac{1}{273} K^{-1}$.

Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E},$$

где \vec{j} – плотность тока; \vec{E} – напряженность электростатического поля; γ – удельная электрическая проводимость вещества проводника.

Работа тока

$$dA = Udq = IUdt = I^2 Rdt = \frac{U^2}{R} dt,$$

где U – напряжение, приложенное к концам однородного проводника; I – сила тока в проводнике; R – сопротивление проводника; dq – заряд, переносимый через сечение проводника за промежуток времени dt .

Мощность тока

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R},$$

где U – напряжение, приложенное к концам однородного проводника; I – сила тока в проводнике; R – его сопротивление.

Закон Джоуля – Ленца:

$$dQ = IUdt = I^2 Rdt,$$

где dQ – количество теплоты, выделяющееся в участке цепи за промежуток времени dt ; U – напряжение, приложенное к концам участка цепи; I – сила тока в цепи; R – сопротивление участка.

Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме:

$$\omega = jE = \gamma E^2,$$

где ω – удельная тепловая мощность тока; j – плотность тока; E – напряженность электростатического поля; γ – удельная электрическая проводимость вещества.

Правила Кирхгофа:

$$\sum_k I_k = 0, \quad \sum_i I_i R_i = \sum_k \varepsilon_k.$$

Контактная разность потенциалов на границе двух металлов 1 и 2:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2},$$

где A_1, A_2 – работы выхода свободных электронов из металлов; k – постоянная Больцмана; n_1, n_2 – концентрации свободных электронов в металлах.

Термоэлектродвижущая сила в цепи из разнородных проводников, контакты между которыми имеют различные температуры,

$$\varepsilon_T = \frac{k}{e}(T_1 - T_2) \ln \frac{n_1}{n_2},$$

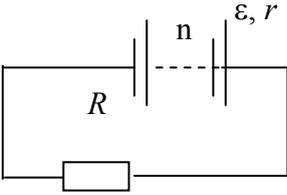
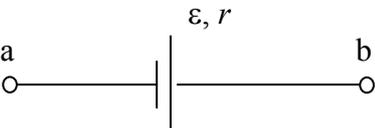
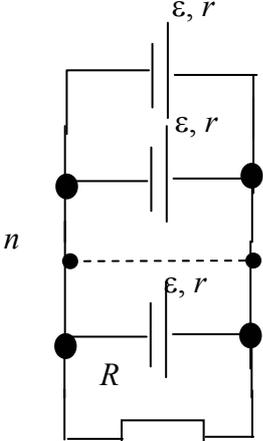
где k – постоянная Больцмана; e – элементарный заряд; $(T_1 - T_2)$ – разность температур спаев.

Формула Ричардсона – Дешмана:

$$j_{нас} = CT^2 e^{-A/(kT)},$$

где $j_{нас}$ – плотность тока насыщения термоэлектронной эмиссии; C – постоянная, теоретически одинаковая для всех металлов; A – работа выхода электрона из металла.

Соединение n одинаковых элементов (источников тока) электрической цепи постоянного тока:

Схема электрической цепи	Закон Ома
	$I = \frac{n\varepsilon}{R + nr};$
	$I = \frac{\varepsilon - U_{ab}}{r};$
	$I = \frac{\varepsilon}{R + \frac{r}{n}},$

где r – внутреннее сопротивление каждого источника; R – внешнее сопротивление цепи; ε – ЭДС источника.

Законы электролиза Фарадея

Первый закон:

$$m = kq,$$

где m – масса вещества, выделившегося на электроде при прохождении через электролит электрического заряда q ; k – электрохимический эквивалент вещества.

Второй закон:

$$k = M / (FZ),$$

где F – постоянная Фарадея ($F = 96,5$ кКл/моль); M – молярная масса ионов данного вещества; Z – валентность ионов.

Объединенный закон:

$$m = \frac{1}{F} \frac{M}{Z} q = \frac{1}{F} \frac{M}{Z} It,$$

где I – сила тока, проходящего через электролит; t – время, в течение которого проходил ток.

Подвижность ионов:

$$b = \langle v \rangle / E,$$

где $\langle v \rangle$ – средняя скорость упорядоченного движения ионов; E – напряженность электрического поля.

Закон Ома в дифференциальной форме для электролитов и газов при самостоятельном разряде в области, далекой от насыщения:

$$j = qn(b_+ + b_-)E,$$

где q – заряд иона; n – концентрация ионов; b_+ и b_- – подвижности соответственно положительных и отрицательных ионов.

2.3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Механический момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле,

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}],$$

где \vec{B} – магнитная индукция; \vec{p}_m – магнитный момент контура с током;

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

где S – площадь контура с током; \vec{n} – единичный вектор нормали к поверхности контура; I – сила тока.

Связь магнитной индукции \vec{B} и напряженности \vec{H} магнитного поля:

$$\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H},$$

где μ_0 – магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость среды.

Закон Био – Савара – Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \frac{I \left[d\vec{l}, \vec{r} \right]}{r^3},$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция поля, создаваемая элементом длины $d\vec{l}$ проводника с током I ; \vec{r} – радиус-вектор, проведенный от $d\vec{l}$ к точке, в которой определяется магнитная индукция.

Модуль вектора $d\vec{B}$

$$dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \frac{I \cdot dl \cdot \sin\alpha}{r^2},$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{r} .

Принцип суперпозиции (наложения) магнитных полей:

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i,$$

где \vec{B} – магнитная индукция результирующего поля; \vec{B}_i – магнитные индукции складываемых полей.

Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током,

$$B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \frac{2I}{R},$$

где R – расстояние от оси проводника.

Магнитная индукция в центре кругового проводника с током

$$B = \mu_0\mu \frac{I}{2R},$$

где R – радиус кривизны проводника.

Закон Ампера:

$$d\vec{F} = I \left[d\vec{l}, \vec{B} \right],$$

где $d\vec{F}$ – сила, действующая на элемент длины $d\vec{l}$ проводника с током I , помещенный в магнитное поле с индукцией \vec{B} .

Модуль силы Ампера

$$dF = I \cdot B \cdot dl \cdot \sin \alpha,$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{B} .

Сила взаимодействия двух прямых бесконечных прямолинейных параллельных проводников с токами I_1 и I_2

$$dF = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl,$$

где R – расстояние между проводниками; dl – отрезок проводника.

Магнитная индукция поля точечного заряда Q , свободно движущегося с нерелятивистской скоростью \vec{v} ,

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3},$$

где \vec{r} – радиус-вектор, проведенный от заряда к данной точке поля.

Модуль магнитной индукции

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Qv}{r^2} \sin \alpha,$$

где α – угол между векторами \vec{v} и \vec{r} .

Сила Лоренца

$$\vec{F} = Q[\vec{v}, \vec{B}],$$

где \vec{F} – сила, действующая на заряд Q , движущийся в магнитном поле со скоростью \vec{v} .

Формула Лоренца:

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q[\vec{v}, \vec{B}],$$

где \vec{F} – результирующая сила, действующая на движущийся заряд Q , если на него действуют электрическое поле напряженностью \vec{E} и магнитное поле индукцией \vec{B} .

Холловская поперечная разность потенциалов

$$\Delta\varphi = R \frac{IB}{d},$$

где B – магнитная индукция; I – сила тока; d – толщина пластинки; $R = \frac{1}{en}$ – постоянная Холла (n – концентрация электронов).

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора \vec{B}):

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k,$$

где μ_0 – магнитная постоянная; $d\vec{l}$ – вектор элементарной длины контура, по направлению совпадающий с обходом контура; $B_l = B \cos \alpha$ – составляющая вектора \vec{B} в направлении касательной к контуру L произвольной формы (с учетом выбранного направления обхода); α – угол между векторами \vec{B} и $d\vec{l}$; $\sum_{k=1}^n I_k$ – алгебраическая сумма токов, охватываемых контуром.

Магнитная индукция поля внутри соленоида (в вакууме), имеющего N витков,

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l},$$

где l – длина соленоида.

Магнитная индукция поля внутри тороида (в вакууме)

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r},$$

где r – радиус линии магнитной индукции внутри тороида.

Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) через площадку dS

$$d\Phi_B = \vec{B} d\vec{S} = B_n dS,$$

где $d\vec{S} = dS \vec{n}$ – вектор, модуль которого равен dS , направление совпадает с нормалью \vec{n} к площадке; B_n – проекция вектора \vec{B} на направление нормали к площадке.

Поток вектора магнитной индукции сквозь произвольную поверхность S

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS.$$

Потокоцепление (полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида)

$$\Phi = \mu_0 \mu \frac{N^2 I}{l} S,$$

где μ – магнитная проницаемость среды.

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

$$dA = Id\Phi,$$

где $d\Phi$ – магнитный поток, пересеченный движущимся проводником.

Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле

$$dA = Id\Phi',$$

где $d\Phi'$ – изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.

Закон Фарадея:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где ε_i – ЭДС индукции.

ЭДС индукции, возникающая в рамке площадью S при вращении рамки с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией B ,

$$\varepsilon_i = BS\omega \sin \omega t,$$

где ωt – мгновенное значение угла между вектором \vec{B} и вектором нормали \vec{n} к плоскости рамки.

Магнитный поток, создаваемый током I в контуре с индуктивностью L ,

$$\Phi = L \cdot I.$$

ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt},$$

где L – индуктивность контура.

Индуктивность соленоида

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l},$$

где N – число витков соленоида; l – его длина.

Сила тока соответственно при размыкании и замыкании цепи

$$I = I_0 e^{-t/\tau} \quad \text{и} \quad I = I_0 (1 - e^{-t/\tau}),$$

где $\tau = L/R$ – время релаксации (L – индуктивность; R – сопротивление).

ЭДС взаимной индукции (ЭДС, индуцируемая изменением силы тока в соседнем контуре)

$$\varepsilon_i = -L_{12} \frac{dI}{dt},$$

где L_{12} – взаимная индуктивность контуров.

Взаимная индуктивность двух катушек (с числом витков N_1 и N_2), намотанных на общий тороидальный сердечник,

$$L_{12} = L_{21} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S,$$

где μ – магнитная проницаемость сердечника; l – длина сердечника по средней линии; S – площадь сердечника.

Коэффициент трансформации

$$K = \frac{N_2}{N_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{I_1}{I_2},$$

где N , ε , I – соответственно число витков, ЭДС и сила тока в обмотках трансформатора.

Энергия магнитного поля, создаваемого током в замкнутом контуре, по которому течет ток I ,

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Объемная плотность энергии однородного магнитного поля длинного соленоида

$$\omega = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}.$$

2.4. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Уравнение гармонических колебаний

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где x – смещение колеблющейся величины от положения равновесия; A – амплитуда колебаний; $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$ – круговая (циклическая) частота;

$\nu = 1/T$ – частота; T – период колебаний; φ_0 – начальная фаза; $\omega t + \varphi_0$ – фаза колебаний в момент t .

Круговая частота колебаний

$$\omega = 2\pi\nu \text{ или } \omega = \frac{2\pi}{T},$$

где ν и T – частота и период колебаний.

Скорость точки, совершающей гармонические колебания,

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi/2).$$

Ускорение при гармоническом колебании

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi).$$

Амплитуда A результирующего колебания, получающегося *при сложении двух гармонических колебаний* одинакового направления и одинаковой частоты,

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Начальная фаза результирующего колебания:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2},$$

где A_1 и A_2 – амплитуды двух складываемых колебаний; φ_1 и φ_2 – начальные фазы колебаний.

Частота биений, возникающих при сложении двух колебаний, происходящих по одной прямой с различными, но близкими по значению частотами ν_1 и ν_2 ,

$$\nu = \nu_1 - \nu_2.$$

Уравнение траектории точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях с амплитудами A_1 и A_2 и начальными фазами φ_1 и φ_2 ,

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Если начальные фазы φ_1 и φ_2 составляющих колебаний одинаковы, уравнение траектории примет вид:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1,$$

т.е. точка движется по эллипсу.

Дифференциальное уравнение гармонических колебаний материальной точки:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx, \quad \text{или} \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0,$$

где m – масса точки; k – коэффициент квазиупругой силы ($k = m\omega^2$).

Полная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания,

$$E = W_k + W_n = \frac{mA^2\omega^2}{2} = \frac{kA^2}{2}.$$

Период колебаний тела, подвешенного на пружине (пружинный маятник),

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

где m – масса пружинного маятника; k – жесткость пружины.

Формула справедлива для упругих колебаний в пределах, в которых выполняется закон Гука (при малой массе пружины в сравнении с массой тела).

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l – длина маятника; g – ускорение свободного падения.

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mga}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}},$$

где J – момент инерции маятника относительно оси колебаний; a – расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника; $L = J/(ma)$ – приведенная длина физического маятника.

Приведенные формулы являются точными для случая бесконечно малых амплитуд. При конечных амплитудах эти формулы дают лишь приближенные результаты. При амплитудах $\sim 3^\circ$ погрешность в значении периода не превышает 1 %.

Период крутильных колебаний тела, подвешенного на упругой нити,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{k}},$$

где J – момент инерции тела относительно оси, совпадающей с упругой нитью; k – жесткость упругой нити, равная отношению упругого момента, возникающего при закручивании нити, к углу, на который нить закручивается.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r\frac{dx}{dt} \quad \text{или} \quad \frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2x = 0,$$

где $\delta = \frac{r}{2m}$ – коэффициент затухания; $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ – собственная частота той же колебательной системы; r – коэффициент сопротивления.

Уравнение затухающих колебаний (решение дифференциального уравнения):

$$x = A(t)\cos(\omega t + \varphi),$$

где $A(t)$ – амплитуда затухающих колебаний в момент t ; ω – их круговая частота.

Круговая частота затухающих колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}.$$

Зависимость амплитуды затухающих колебаний от времени

$$A(t) = A_0e^{-\delta t},$$

где A_0 – амплитуда колебаний в момент $t = 0$.

Логарифмический декремент затухания

$$\Theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N},$$

где δ – коэффициент затухания; T – период затухающих колебаний; τ – время релаксации; N_e – число колебаний, совершаемых за время уменьше-

ния амплитуды в e раз; $A(t)$ и $A(t+T)$ – амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t, \quad m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r \frac{dx}{dt} + F_0 \cos \omega t,$$

где $F_0 \cos \omega t$ – внешняя периодическая сила, действующая на колеблющуюся материальную точку и вызывающая вынужденные колебания; F_0 – амплитуда вынуждающей силы.

Амплитуда вынужденных колебаний

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}},$$

ω_0 – собственная частота той же колебательной системы; ω – частота внешней вынуждающей силы.

Резонансная частота и резонансная амплитуда

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}, \quad A_{рез} = \frac{F_0/m}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}.$$

2.5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Формула Томсона, устанавливающая связь между периодом T собственных колебаний в контуре индуктивностью L и электроемкостью C (активное сопротивление $R = 0$),

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний заряда в контуре и его решение:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0; \quad q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

где q_m – амплитуда колебаний заряда; $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – собственная частота контура.

Сила тока в колебательном контуре и напряжение на конденсаторе в случае гармонических электромагнитных колебаний:

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) = I_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

где $I_m = \omega_0 q_m$ – амплитуда силы тока; $U_m = \frac{q_m}{C}$ – амплитуда напряжения; ω_0 – собственная частота контура.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний в контуре и его решение:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\delta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0, \quad q = q_m e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi),$$

где $(q_m e^{-\delta t})$ – амплитуда затухающих колебаний заряда конденсатора;

q_m – начальная амплитуда; частота $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$.

Добротность колебательного контура с активным сопротивлением R , индуктивностью L и электроемкостью контура C

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Дифференциальное уравнение вынужденных электромагнитных колебаний и его решение:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\delta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t, \quad q = q_m \cos(\omega t - \alpha),$$

где $q_m = \frac{U_m}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$; α – сдвиг по фазе между зарядом и приложенным напряжением $U = U_m \cos \omega t$; R , L , C – соответственно активное сопротивление, индуктивность и электроемкость колебательного контура.

Резонансная частота и резонансная амплитуда заряда в случае электрического резонанса:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}, \quad (q_m)_{рез} = \frac{\frac{U_m}{L}}{2\delta \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}},$$

где ω_0 – собственная частота контура; δ – коэффициент затухания; R, L, C – соответственно активное сопротивление, индуктивность и емкость колебательного контура; U_m – амплитуда внешнего приложенного напряжения.

Резонансная частота и резонансная амплитуда *силы тока* в случае электрического резонанса:

$$\omega_{рез} = \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}, \quad (I_m)_{рез} = \frac{U_m}{R},$$

где ω_0 – собственная частота контура; R, L, C – соответственно активное сопротивление, индуктивность и емкость колебательного контура; U_m – амплитуда внешнего приложенного напряжения.

2.6. УПРУГИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Упругие волны

Связь длины волны λ с периодом T и частотой ν колебаний:

$$\lambda = \nu T; \quad \nu = \lambda \nu,$$

где ν – скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость).

Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси x :

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где $\xi(x, t)$ – смещение точек среды с координатой x в момент времени t ; A – амплитуда волны; ω – циклическая (круговая) частота; $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\nu T} = \frac{\omega}{\nu}$ – волновое число (λ – длина волны; ν – фазовая скорость; T – период колебаний); φ_0 – начальная фаза колебаний.

Связь между разностью фаз $\Delta\varphi$ и разностью хода Δ :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta.$$

Условия максимума и минимума амплитуды при интерференции волн:

$$\Delta_{\max} = \pm 2m \frac{\lambda}{2}; \quad \Delta_{\min} = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2},$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$

Фазовая v и групповая u скорости, а также связь между ними:

$$v = \frac{\omega}{k}; \quad u = \frac{d\omega}{dk}; \quad u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}.$$

Уравнение стоячей волны:

$$\xi(x, t) = 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t = 2A \cos kx \cdot \cos \omega t.$$

Координаты пучностей и узлов:

$$x_{II} = \pm m \frac{\lambda}{2}; \quad x_y = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2},$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$.

Уровень интенсивности звука

$$L = \lg \frac{I}{I_0},$$

где I – интенсивность звука; I_0 – интенсивность звука на пороге слышимости ($I_0 = 1$ пВт/м²).

Скорость распространения звуковых волн в газах

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}},$$

где R – молярная газовая постоянная; M – молярная масса газа; $\gamma = C_p/C_v$ – отношение молярных теплоемкостей газа при постоянных давлении и объеме; T – термодинамическая температура.

Эффект Доплера в акустике:

$$v = \frac{(v \pm v_{np})v_0}{v \mp v_{ист}},$$

где v – частота звука, воспринимаемая движущимся приемником; v_0 – частота звука, посылаемая источником; v_{np} – скорость движения приемника; $v_{ист}$ – скорость движения источника; v – скорость распространения звука. Верхний знак берется, если при движении источника или приемника происходит их сближение, нижний знак – в случае их взаимного удаления.

Электромагнитные волны

Фазовая скорость распространения электромагнитных волн в среде

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}},$$

где $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ – скорость распространения света в вакууме; ε_0 и μ_0 –

соответственно электрическая и магнитная постоянные; ε и μ – соответственно электрическая и магнитная проницаемости среды.

Связь между мгновенными значениями напряженностей электрического (E) и магнитного (H) полей электромагнитной волны:

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot E = \sqrt{\mu_0 \mu} \cdot H,$$

где E и H – мгновенные значения напряженностей соответственно электрического и магнитного полей волны.

Уравнения плоской электромагнитной волны:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi);$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

где \vec{E}_0 и \vec{H}_0 – амплитуды напряженностей соответственно электрического и магнитного полей волны; ω – круговая частота; $k = \omega/v$ – волновое число; φ – начальные фазы колебаний в точках с координатой $x = 0$.

Объемная плотность энергии электромагнитного поля

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}.$$

Плотность потока электромагнитной энергии – вектор Умова – Пойнтинга

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}],$$

где \vec{E} – вектор напряженности электрического поля электромагнитной волны; \vec{H} – вектор напряженности магнитного поля электромагнитной волны.

3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Два точечных заряда $q_1 = 1$ нКл и $q_2 = -2$ нКл находятся в воздухе на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить напряженность \vec{E} и потенциал φ поля, создаваемого этими зарядами в точках: A – удаленной от заряда q_1 на расстояние $r_1 = 9$ см и от заряда q_2 на расстояние $r_2 = 7$ см; B и C – находящихся на прямой, проходящей через заряды q_1 и q_2 и расположенных: точка B на расстоянии $r_3 = 4$ см от заряда q_2 к заряду q_1 , точка C на расстоянии $r_4 = 4$ см от заряда q_1 и 14 см от заряда q_2 .

Решение. Согласно принципу суперпозиции электрических полей, каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому напряженность \vec{E} электрического поля в искомой точке может быть найдена как геометрическая сумма напряженностей \vec{E}_1 и \vec{E}_2 полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Напряженность электрического поля, создаваемого в воздухе ($\epsilon = 1$) точечным зарядом,

$$E = \frac{|q|}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Для точки A : напряженности электрического поля, создаваемые в точке A зарядами q_1 и q_2 ,

$$E_1 = \frac{|q_1|}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}; \quad E_2 = \frac{|q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}.$$

Вектор \vec{E}_1 (рис. 1) направлен по силовой линии от заряда q_1 , так как этот заряд положителен; вектор \vec{E}_2 направлен также по силовой линии, но к заряду q_2 , так как этот заряд отрицателен.

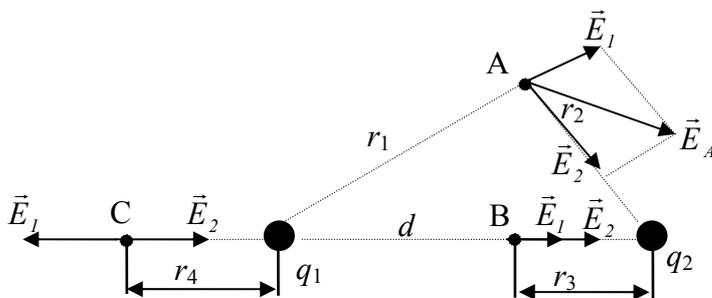


Рис. 1

Модуль вектора \vec{E} найдем по теореме косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha}, \quad (1)$$

где α – угол между векторами \vec{E}_1 и \vec{E}_2 , который может быть найден из треугольника со сторонами r_1 , r_2 и d :

$$\cos \alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}.$$

В данном случае во избежание громоздких записей удобно значение $\cos \alpha$ вычислить отдельно:

$$\cos \alpha = \frac{(0,1)^2 - (0,09)^2 - (0,07)^2}{2 \cdot 0,09 \cdot 0,07} = -0,238.$$

Подставляя выражения для \vec{E}_1 и \vec{E}_2 в равенство (1) и вынося общий множитель $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ за знак корня, получаем

$$E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + 2 \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r_1^2 r_2^2} \cos \alpha}.$$

Произведем вычисления:

$$\begin{aligned} E_A &= \frac{1}{4\pi/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)} \sqrt{\frac{(10^{-9})^2}{(0,09)^4} + \frac{(2 \cdot 10^{-9})^2}{(0,07)^4} + 2 \frac{10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{(0,09)^2 \cdot (0,07)^2} (-0,238)} \text{ В/м} = \\ &= 3,58 \cdot 10^3 \text{ В/м} = 3,58 \text{ кВ/м}. \end{aligned}$$

В соответствии с принципом суперпозиции электрических полей потенциал ϕ результирующего поля, создаваемого двумя зарядами q_1 и q_2 , равен алгебраической сумме потенциалов:

$$\phi = \phi_1 + \phi_2.$$

Потенциал электрического поля, создаваемого в вакууме точечным зарядом q на расстоянии r от него, выражается формулой

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

В нашем случае для точки A имеем:

$$\varphi_A = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2}.$$

Произведем вычисления:

$$\varphi_A = \frac{1}{4\pi/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)} \left(\frac{10^{-9}}{0,09} + \frac{-2 \cdot 10^{-9}}{0,07} \right) \text{ В} = -157 \text{ В}.$$

Для точки B :

В точке B векторы \vec{E}_1 и \vec{E}_2 напряженности поля, создаваемые зарядами q_1 и q_2 , направлены в одну сторону – слева направо (примем это направление за положительное). Поэтому вектор результирующей напряженности направлен в ту же сторону и численно равен их сумме:

$$E_B = E_1 + E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{(d-r_3)^2} + \frac{q_2}{r_3^2} \right);$$

$$E_B = \frac{1}{4\pi/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)} \left(\frac{10^{-9}}{(0,06)^2} + \frac{2 \cdot 10^{-9}}{(0,04)^2} \right) \text{ В/м} = 1,37 \cdot 10^4 \text{ В/м}.$$

Потенциал $\varphi_B = \varphi_1 + \varphi_2$.

$$\varphi_B = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0(d-r_3)} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_3};$$

$$\varphi_B = \frac{1}{4\pi/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)} \left(\frac{10^{-9}}{0,06} + \frac{-2 \cdot 10^{-9}}{0,04} \right) \text{ В} = 300 \text{ В}.$$

Для точки C :

В точке C направления векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 противоположны, поэтому

$$E_C = -E_1 + E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{-q_1}{r_4^2} + \frac{q_2}{(d+r_4)^2} \right);$$

$$E_C = \frac{1}{4\pi/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)} \left(\frac{-10^{-9}}{(0,04)^2} + \frac{2 \cdot 10^{-9}}{(0,14)^2} \right) \text{ В/м} = -4,7 \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

Потенциал $\varphi_C = \varphi_1 + \varphi_2$.

$$\varphi_C = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_4} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 (d + r_4)};$$

$$\varphi_C = \frac{1}{4\pi / (4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)} \left(\frac{10^{-9}}{0,04} + \frac{-2 \cdot 10^{-9}}{0,14} \right) \text{В} = 96 \text{ В}.$$

Задача 2. Две концентрические проводящие сферы радиусами $R_1 = 6$ см и $R_2 = 10$ см несут соответственно заряды $q_1 = 1$ мКл и $q_2 = -0,5$ мКл (рис. 2). Найти напряженность E поля в точках, отстоящих от центра сфер на расстояниях $r_1 = 5$ см, $r_2 = 9$ см, $r_3 = 15$ см. Построить график $E(r)$.

Решение. Точки, в которых требуется найти напряженность электрического поля, лежат в трех областях: области I ($r_1 < R_1$), области II ($R_1 < r_2 < R_2$), области III ($r_3 > R_2$).

1. Для определения напряженности E_1 в области I проведем гауссову поверхность S_1 радиусом r_1 и воспользуемся теоремой Остроградского – Гаусса:

$$\oint_{S_1} E_n dS = 0$$

(так как суммарный заряд, находящийся внутри гауссовой поверхности, равен нулю).

Из соображений симметрии $E_n = E_1 = \text{const}$. Следовательно, $E_1 \oint_{S_1} dS = 0$

и E_1 (напряженность поля в области I) во всех точках, удовлетворяющих условию $r_1 < R_1$, будет равна нулю.

2. В области II проведем гауссову поверхность радиусом r_2 . В этом случае $\oint_{S_2} E_n dS = \frac{q_1}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{q_1}{\varepsilon_0}$, так как $\varepsilon = 1$ для воздуха.

$$\text{Или } ES_2 = \frac{q_1}{\varepsilon_0}.$$

Обозначив напряженность E для области II через E_2 , получим

$$E_2 = \frac{q_1}{\varepsilon_0 S_2},$$

где $S_2 = 4\pi r_2^2$ – площадь гауссовой поверхности.

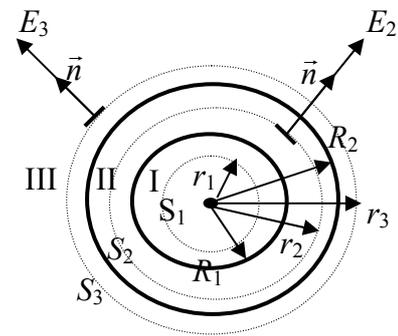


Рис. 2

Тогда $E_2 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}$; $E_2 = \frac{10^{-9}}{4\pi/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)(0,09)^2}$ В/м = 1,11 кВ/м.

3. В области III гауссова поверхность проводится радиусом r_3 . Обозначим напряженность E области III через E_3 и учтем, что в этом случае гауссова поверхность охватывает обе сферы и, следовательно, суммарный заряд будет равен $q_1 + q_2$. Тогда $E_3 = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r_3^2}$.

Учитывая, что $q_2 < q_1$, это выражение можно переписать в виде

$$E_3 = \frac{q_1 - |q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_3^2}; \quad E_3 = 9 \cdot 10^9 \frac{(1 - 0,5) \cdot 10^{-9}}{(0,15)^2} \text{ В/м} = 200 \text{ В/м.}$$

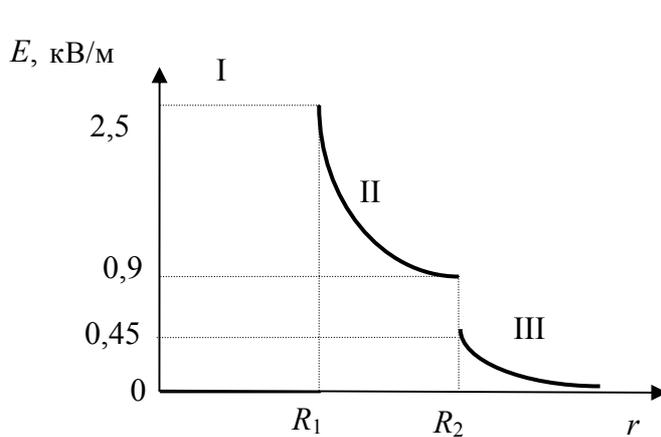


Рис. 3

Построим график $E(r)$ (рис. 3). В области I ($r_1 < R_1$) $E = 0$. В области II ($R_1 \leq r < R_2$) $E_2(r)$ изменяется по закону $1/r^2$. В точке $r = R_1$ напряженность

$$E_2(R_1) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} = 2,5 \text{ кВ/м.}$$

В точке $r = R_2$ (r стремится к R_2 слева)

$$E_2(R_2) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_2^2} = 0,9 \text{ кВ/м.}$$

В области III ($r > R_2$) $E_3(r)$ изменяется по закону $1/r^2$, причем в точке $r = R_2$ (r стремится к R_2 справа) $E_3(R_2) = \frac{(q_1 - |q_2|)}{4\pi\epsilon_0 R_2^2} = 0,45 \text{ кВ/м.}$

Таким образом, функция $E(r)$ в точках $r = R_1, r = R_2$ терпит разрыв.

Задача 3. Определить напряженность поля между двумя бесконечными пластинами и вне их, если площадь каждой пластины S , их заряды q_1 и $q_2 < q_1$. Рассмотреть также случай, когда заряд второй пластины отрицательный.

Решение. В любой точке пространства (между пластинами и вне их), согласно принципу суперпозиции, $\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$. Поэтому $\vec{E}_A = \vec{E}'_1 + \vec{E}'_2$,

$\vec{E}_B = \vec{E}_1 + \vec{E}_2'$, $\vec{E}_C = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, где \vec{E}_1 и \vec{E}_1' , \vec{E}_2 и \vec{E}_2' – напряженности полей первой и второй пластины справа и слева от них (рис. 4).

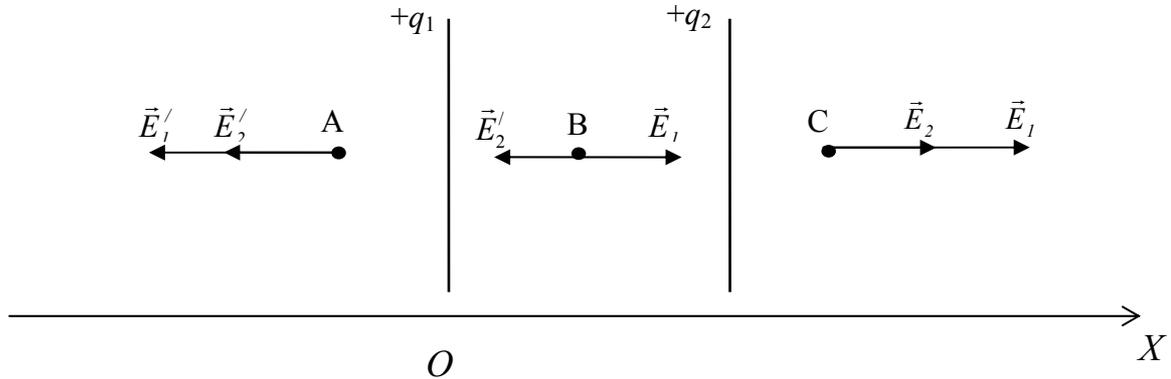


Рис. 4

Направим координатную ось Ox перпендикулярно пластинам. Проецируя векторы напряженностей на эту ось, получим: $E_A = - (E_1' + E_2')$, $E_B = E_1 - E_2'$, $E_C = E_1 + E_2$. Поскольку размеры пластин велики по сравнению с расстояниями до рассматриваемых точек, то

$$E_1 = E_1' = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0\epsilon} = \frac{q_1}{2\epsilon_0\epsilon S};$$

$$E_2 = E_2' = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0\epsilon} = \frac{q_2}{2\epsilon_0\epsilon S}.$$

Следовательно, для первого случая

$$E_A = \frac{-q_1 + q_2}{2\epsilon_0\epsilon S}; \quad E_B = \frac{q_1 - q_2}{2\epsilon_0\epsilon S}; \quad E_C = \frac{q_1 + q_2}{2\epsilon_0\epsilon S}.$$

Когда заряд второй пластины отрицательный (рис. 5), напряженность поля между пластинами $E_B = \frac{q_1 + q_2}{2\epsilon_0\epsilon S}$, вне пластин $E = \pm \frac{q_1 - q_2}{2\epsilon_0\epsilon S}$.

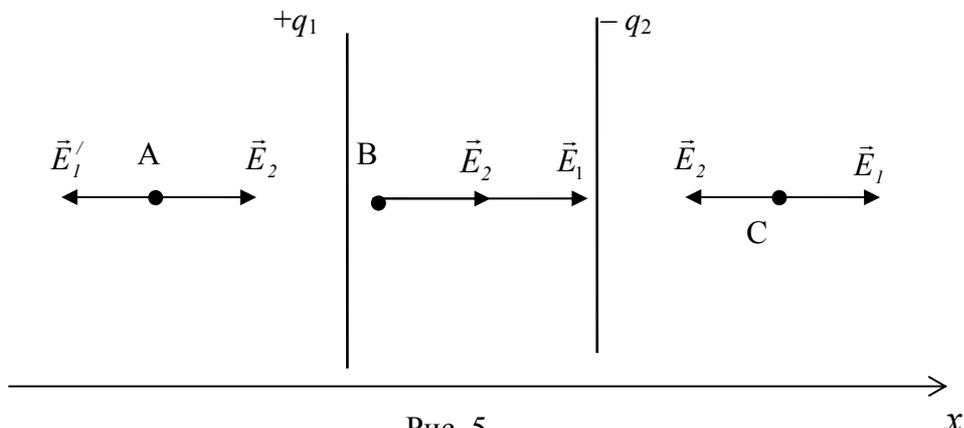


Рис. 5

На рис. 6, 7 представлены графики изменения напряженности поля вдоль прямой, соединяющей центры пластин.

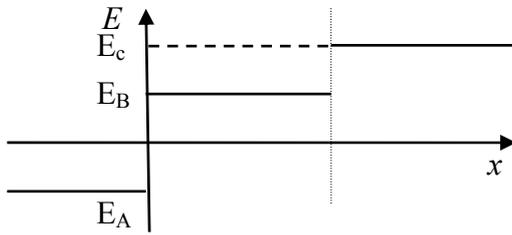


Рис. 6

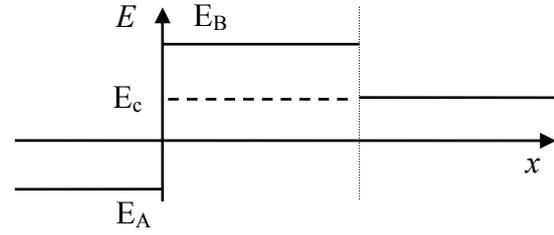


Рис. 7

Задача 4. На тонком стержне длиной ℓ равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Найти потенциал φ , созданный распределенным зарядом в точке A , расположенной на оси стержня и удаленной от его ближайшего конца на расстояние ℓ .

Решение. Выделим на стержне малый участок длиной dx . На этом участке будет сосредоточен заряд $dq = \tau dx$, который можно считать точечным. Потенциал $d\varphi$, создаваемый этим точечным зарядом в точке A (рис. 8), можно определить по формуле

$$d\varphi = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 x} = \frac{\tau dx}{4\pi\epsilon_0 x}.$$

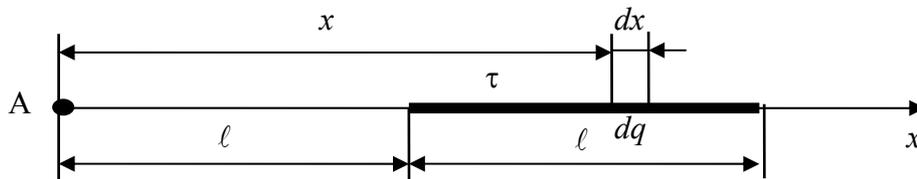


Рис. 8

Согласно принципу суперпозиции электрических полей, потенциал электрического поля, создаваемого заряженным стержнем в точке A , найдем интегрированием этого выражения.

$$\varphi = \int_{\ell}^{2\ell} \frac{\tau dx}{4\pi\epsilon_0 x} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \int_{\ell}^{2\ell} \frac{dx}{x} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln x \Big|_{\ell}^{2\ell} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln 2;$$

$$\varphi = \frac{10 \cdot 10^{-9}}{4\pi / (4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)} \cdot 0,693 \text{ В} = 9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot 0,693 \text{ В} = 62,4 \text{ В}.$$

Задача 5. Найти напряженность E и потенциал φ в центре полукольца радиусом $R = 5$ см, по которому равномерно распределен заряд $q = 3 \cdot 10^{-9}$ Кл.

Решение. Для определения напряженности \vec{E} и потенциала φ в центре полукольца воспользуемся принципом суперпозиции.

Разделим полукольцо на малые элементы дуги $d\ell$ так, чтобы заряд $dq = \tau \cdot d\ell = \frac{q}{\pi R} d\ell$ каждой точки дуги можно было считать точечным.

Выберем два произвольных симметрично расположенных относительно $00'$ элемента дуги (рис. 9). Напряженности электрического поля в точке O , создаваемые выбранными элементами, $d\vec{E}_1$ и $d\vec{E}_2$. Согласно принципу суперпозиции $d\vec{E} = d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2$. Из соображений симметрии следует, что алгебраическая сумма проекций напряженностей поля выбранных элементов на ось Oy равна нулю. Результирующее поле направлено вдоль оси Ox :

$$dE = dE_x = dE_1 \cdot \cos \alpha = \frac{dq}{4\pi^2 \epsilon_0 R^2} \cos \alpha = \frac{q \cdot \cos \alpha}{4\pi^2 \epsilon_0 R^3} d\ell.$$

$$\text{Так как } d\ell = R d\alpha, \text{ то } dE = \frac{q \cdot \cos \alpha}{4\pi^2 \epsilon_0 R^2} d\alpha.$$

Положение точечного заряда dq на полукольце определяется углом α . Поэтому угол α выбираем в качестве переменной интегрирования:

$$E = E_x = \frac{q}{4\pi^2 \epsilon_0 R^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \alpha d\alpha = \frac{q}{2\pi^2 \epsilon_0 R^2};$$

$$E = \frac{3 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot (3,14)^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (0,05)^2} = 6,88 \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

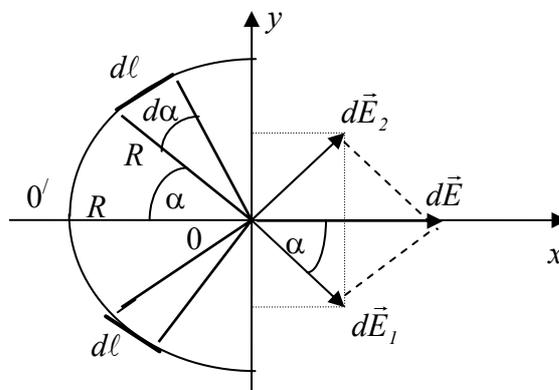


Рис. 9

Потенциал φ в центре полукольца определяется алгебраической суммой потенциалов электрического поля $d\varphi$ элементарных зарядов (согласно принципу суперпозиции).

Учитывая, что $d\varphi$ точечного заряда $d\varphi = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{q dl}{4\pi^2 \epsilon_0 R^2}$, где

$dq = \frac{q dl}{\pi R}$, определяем φ :

$$\varphi = \int_0^{\pi R} d\varphi = \frac{q}{4\pi^2 \epsilon_0 R^2} \int_0^{\pi R} dl = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 R}; \quad \varphi = \frac{3 \cdot 10^{-9}}{4\pi / (4\pi \cdot 9 \cdot 10^9) 0,05} = 5,39 \cdot 10^2 \text{ В.}$$

Задача 6. Находящиеся в вакууме два параллельных тонких кольца, радиусы которых $r = 5$ см, имеют общую ось. Расстояние между их центрами $d = 12$ см. На первом кольце равномерно распределен заряд $q_1 = 82$ мкКл, на втором – заряд $q_2 = 60$ мкКл. Определить работу, необходимую для перемещения заряда $q_3 = 3$ нКл из центра одного кольца в центр другого.

Решение. Заряды на кольцах не являются точечными, поэтому непосредственно нельзя использовать для вычисления потенциала формулу

$W_n = k \frac{qq_0}{\epsilon r}$, так как работа при перемещении заряда зависит от разности потенциалов точек начала и конца перемещения (в нашем случае это центры колец). Для решения задачи вычислим потенциалы этих точек φ_{01} и φ_{02} .

Условно разделим каждое из колец на n равных частей, тогда заряд каждой части можно считать точечным:

$$q'_1 = \frac{q_1}{n} \text{ и } q'_2 = \frac{q_2}{n}.$$

Потенциал, образованный точечным зарядом q'_1 в центре первого кольца O_1 , $\varphi'_1 = k \frac{q_1}{\epsilon r}$. Весь заряд q_1 образует в центре первого кольца потенциал φ_1 , равный алгебраической сумме потенциалов n точечных зарядов, или

$$\varphi_1 = \varphi'_1 \cdot n = k \frac{q_1}{\epsilon r} n = k \frac{q_1}{\epsilon r}.$$

Рассуждая подобным образом, найдем потенциал в центре первого кольца O_1 , образованный зарядом q_2 . Так как $\ell = \sqrt{d^2 + r^2}$, то

$\varphi_2 = k \frac{q_2}{\varepsilon \sqrt{d^2 + r^2}}$. Потенциал электрического поля в центре первого кольца, образованный зарядами q_1 и q_2 ,

$$\varphi_{01} = k \frac{q_1}{\varepsilon r} + k \frac{q_2}{\varepsilon \sqrt{d^2 + r^2}}.$$

Повторяя все рассуждения, найдем выражение для потенциала в центре второго кольца O_2 :

$$\varphi_{02} = k \frac{q_2}{\varepsilon r} + k \frac{q_1}{\varepsilon \sqrt{d^2 + r^2}}.$$

Работа, совершаемая при перемещении заряда q из точки O_1 в точку O_2

$$A = q(\varphi_{01} - \varphi_{02}) = k \frac{q}{\varepsilon} (q_1 - q_2) \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\sqrt{d^2 + r^2}} \right) \approx 7,3 \text{ мкДж.}$$

Задача 7. Напряжение на пластинах конденсатора $U = 1$ кВ, расстояние между ними $d = 1$ см. Определить, при каком положении пластин и каком заряде пылинки массой $m = 10^{-12}$ кг она будет находиться в равновесии между пластинами. Как изменится положение пылинки, если сдвигать и раздвигать пластины? Как нужно изменить разность потенциалов, чтобы пылинка падала с ускорением $a = 0,5 g$; поднималась с ускорением $a = g$?

Решение. Равновесие возможно лишь при горизонтальном расположении пластин, когда верхняя пластина заряжена отрицательно, если $q > 0$. Поле однородно, поэтому $E = \text{const}$, и на пылинку вертикально вверх действует сила $\vec{F} = q\vec{E}$, равная по модулю силе тяжести mg пылинки: $mg = q \frac{U}{d}$.

Если конденсатор отсоединен от источника тока, то при увеличении d в n раз во столько же раз уменьшается емкость и увеличивается разность потенциалов ($q = \text{const}$), так что $\frac{d}{U} = \text{const}$, и положение пылинки не изменится.

Если конденсатор соединен с источником тока, то $U = \text{const}$. Тогда при увеличении d напряженность уменьшается, так как с возрастанием d уменьшается емкость и заряд на пластинах. Поэтому $\vec{F} = q\vec{E}$ уменьшается, и пылинка будет двигаться вниз. Уравнение движения в проекции на ось Oy будет иметь вид $mg - qE = ma_1$. Для падения с ускорением $a_1 = 0,5 g$ приложим силу $mg - q \frac{\Delta U_1}{d} = ma_1$; откуда $\Delta U_1 = \frac{mgd}{q} \left(1 - \frac{a_1}{g} \right) = 0,5 \text{ кВ}$.

Для подъема пылинки вверх с ускорением $a_2 = g$ следует приложить силу

$$q \frac{\Delta U_2}{d} - mg = ma_2; \text{ откуда } \Delta U_2 = \frac{mgd}{q} \left(1 + \frac{a_2}{g} \right) = \text{кВ}.$$

Задача 8. Шару емкостью 1 мкФ сообщили заряд 30 мкКл, а шару емкостью 2 мкФ – заряд 90 мкКл. Как распределятся заряды между шарами, если их соединить проволокой? На сколько изменится заряд каждого шара и чему будет равен потенциал шаров?

Решение. Когда шары соединили проволокой, они образовали один проводник с общим потенциалом $\varphi = \varphi_1 = \varphi_2$ и общим зарядом $q = q_1 + q_2$. Потенциалы каждого шара можно представить так:

$$\varphi_1 = \frac{q'_1}{c_1}; \quad \varphi_2 = \frac{q'_2}{c_2} = \frac{(q - q'_1)}{c_2}.$$

Поскольку $\varphi_1 = \varphi_2$; то $\frac{q'_1}{c_1} = \frac{q - q'_1}{c_2}$. Решив это уравнение относительно

q'_1 , получим $q'_1 = \frac{qc_1}{c_1 + c_2}$. Заряд $q'_2 = q - q'_1$. После подстановки численных

значений получим $q_1 = 40$ мкКл, $q'_2 = 80$ мкКл. Следовательно, заряд первого шара увеличится на $q'_1 - q = 10$ мкКл.

Изменение заряда второго шара равно $q'_2 - q_2 = 10$ мкКл, то есть второй шар отдал часть своего заряда первому.

Потенциал первого шара $\varphi_1 = \frac{q'_1}{c_1} = 40$ В. Так как потенциал шаров одинаков, то $\varphi_2 = 40$ В.

Задача 9. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы переместить заряд q_0 из точки C в точку B в поле двух точечных зарядов q_1 и q_2 (рис. 10)? Расстояния a, d, ℓ известны.

Решение. Так как электрическое поле неподвижных зарядов потенциально, то работа по перемещению заряда q_0 из точки C в точку B не

будет зависеть от формы траектории, по которой перемещают частицу, и равна разности энергий заряда q_0 в конечной и начальной точках пути:

$$A = W_B - W_C.$$

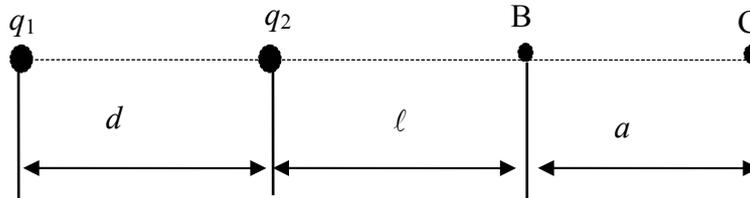


Рис. 10

Энергия заряда q_0 в поле двух точечных зарядов равна

$$W = q_0(\varphi_1 + \varphi_2),$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы электрического поля зарядов q_1 и q_2 соответственно в точке расположения заряда q_0 . Так как потенциал точечного заряда

q в произвольной точке определяется как $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$,

то энергия заряда q_0 в точке C

$$W_C = q_0 \left(\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0(d+l+a)} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0(l+a)} \right),$$

где первое слагаемое соответствует потенциалу электрического поля, создаваемого зарядом q_1 , а второе – зарядом q_2 .

Аналогично для точки B

$$W_e = q_0 \left(\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0(d+l)} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 l} \right).$$

Следовательно, искомая работа

$$A = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{d+l} + \frac{q_2}{l} - \frac{q_1}{d+l+a} - \frac{q_2}{l+a} \right) = \frac{q_0 a}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{(d+l)(d+l+a)} + \frac{q_2}{l(l+a)} \right).$$

Задача 10. Небольшой шарик массой m , имеющий заряд q , вращается в горизонтальной плоскости на непроводящей нити длиной ℓ (рис. 11). Определить период обращения шарика, если в центре окружности, описываемой шариком при вращении, расположен точечный заряд q . При вращении нить образует с вертикалью угол α .

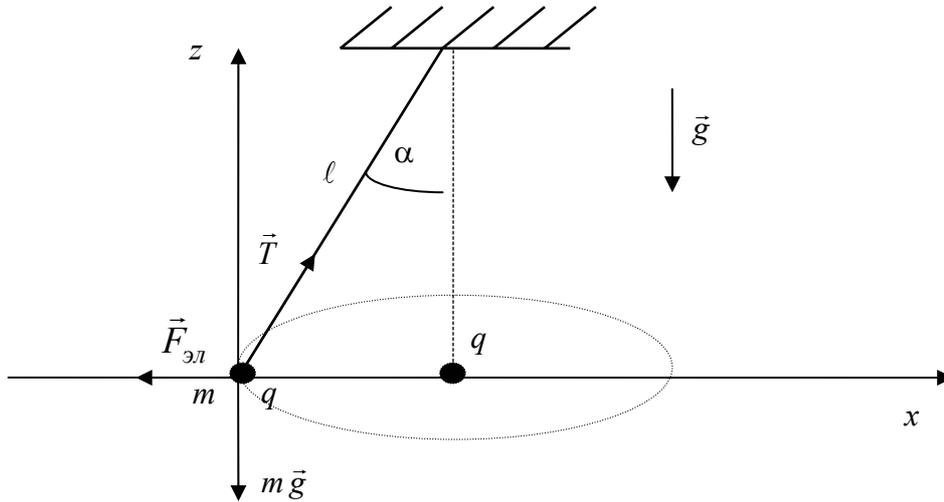


Рис. 11

Решение. На шарик в произвольный момент движения будут действовать три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити \vec{T} и сила взаимодействия между зарядами $\vec{F}_{эл}$, направленные так, как показано на рисунке, причем $F_{эл} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, где $r = \ell \sin \alpha$ – радиус окружности, описываемой шариком. Запишем уравнение движения шарика на ось Ox , направленную по нормали к траектории тела, и ось Oz , перпендикулярную плоскости вращения.

$$Ox: \quad \frac{mv^2}{r} = T \sin \alpha - F_{эл}.$$

$$Oz: \quad 0 = T \cos \alpha - mg.$$

С учетом выражений для радиуса окружности r и значения силы $F_{эл}$ получим

$$\frac{mv^2}{\ell \sin \alpha} = mgtg\alpha - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \ell^2 \sin^2 \alpha};$$

отсюда находим $v = \sqrt{\frac{\ell \sin \alpha}{m} \left(mgtg\alpha - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \ell^2 \sin^2 \alpha} \right)}$.

Следовательно, период обращения $\tau = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\sqrt{l \sin \alpha}}{\sqrt{g \operatorname{tg} \alpha - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 m \ell^2 \sin^2 \alpha}}}$.

Задача 11. Сфера радиусом $R = 1$ см равномерно заряжена. Поверхностная плотность зарядов на сфере $\sigma = 10$ Кл/см². Найти напряженность E_1 электрического поля на расстоянии $r_1 = 10$ см от центра сферы (рис. 12). Построить график зависимости напряженности E от расстояния r в пределах от $r_0 = 0$ до $r_1 = 10$ см. Среда – воздух.

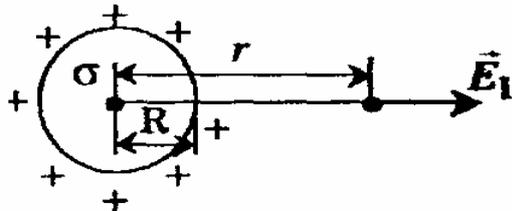


Рис. 12

Решение. Для определения напряженности E_1 воспользуемся формулой $E_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_1^2}$, где $q = \sigma S$ – модуль заряда сферы, $S = 4\pi R^2$ – площадь

ее поверхности. С учетом этого запишем $E_1 = \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_1^2}$, $E_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{R}{r}\right)^2$.

Произведем вычисления: $E_1 = \frac{1 \cdot 10^{-4}}{8,85 \cdot 10^{-12}} \left(\frac{0,01}{0,1}\right)^2 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = 1,1 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}$.

Чтобы построить график функции $E = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{1}{r^2}$, сначала вычислим

коэффициент пропорциональности $\frac{\sigma R^2}{\epsilon_0\epsilon}$.

$$\frac{\sigma R^2}{\epsilon_0\epsilon} = \frac{1 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-4}}{8,85 \cdot 10^{-12}} \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} \text{м}^2 = 1,1 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} \text{м}^2.$$

В результате имеем $E = \frac{1,1 \cdot 10^3}{r^2}$.

Будем придавать расстоянию r значения 0; 0,02 м; 0,04 м; 0,06 м; 0,08 м; 0,1 м и вычислять по этой формуле соответствующие им величины напряженности E .

Составим таблицу:

$r, \text{ м}$	0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1
$E, \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}$	∞	$27,5 \cdot 10^5$	$6,9 \cdot 10^5$	$3,1 \cdot 10^5$	$1,7 \cdot 10^5$	$1,1 \cdot 10^5$

Выберем следующий масштаб: пусть на оси абсцисс одно деление соответствует 0,02 м, а на оси ординат – $2 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}$. Построим график (рис. 13).

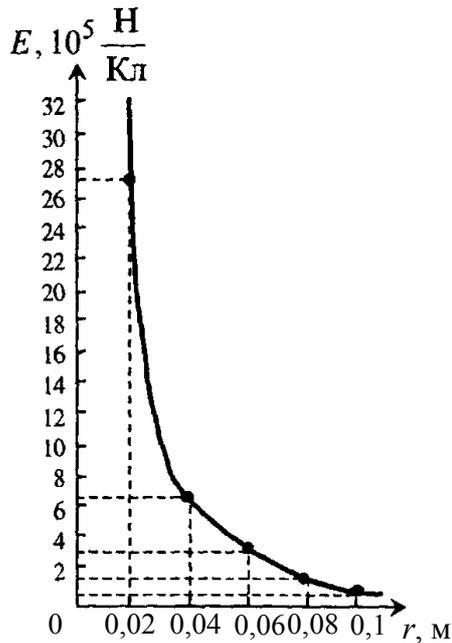


Рис. 13

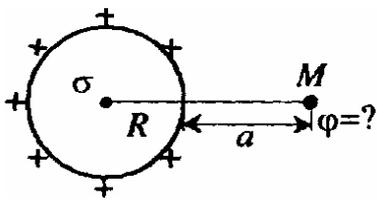


Рис. 14

Задача 12. Определить потенциал φ точки поля, находящейся на расстоянии $a = 9$ см от поверхности заряженного шара радиусом $R = 1$ см, если поверхностная плотность зарядов на шаре $\sigma = 1 \cdot 10^{-11}$ Кл/см². Среда – воздух.

Решение. Из теории электростатики известно, что потенциал электрического поля, созданного точечным зарядом или заряженным шаром с зарядом q в некоторой точке M на расстоянии r от центра шара (рис. 14), определяется выражением

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}. \quad (1)$$

Из рис. 14 следует, что

$$r = a + R. \quad (2)$$

Заряд шара q можно определить, умножив поверхностную плотность зарядов на шаре (т.е. заряд на единице площади поверхности шара) на площадь поверхности шара S :

$$q = \sigma S. \quad (3)$$

Остается выразить площадь шара S через его радиус R , подставить выражения (2), (3) и (4) в формулу (1), и задача будет решена.

$$S = 4\pi R^2 \quad (4)$$

$$\varphi = \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon(a+R)}, \quad \varphi = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0\epsilon(a+R)},$$

$$\varphi = \frac{1 \cdot 10^{-7} \cdot 10^4}{8,85 \cdot 10^{12} \cdot 1 \cdot (0,09 + 0,01)} \text{ В} = 11,3 \text{ В.}$$

Задача 13. Металлический шар диаметром d заряжен с поверхностной плотностью зарядов σ . Найти потенциал φ этого шара, если он окружен заземленной проводящей сферой, имеющей общий с шаром центр. Диаметр сферы D . Среда – воздух.

Решение. Заряд шара $q = \sigma S_1$, где площадь его поверхности $S_1 = \pi d^2$, поэтому $q = \sigma \pi d^2$.

Заряд на шаре обусловит появление потенциала φ_1 :

$$\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} = \frac{\sigma \pi d^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{d}{2}} = \frac{\sigma d}{2\epsilon_0\epsilon}.$$

Здесь $r = \frac{d}{2}$ – радиус шара.

Из земли на сферу вследствие электростатической индукции придет заряд, равный по модулю заряду шара, но противоположного знака.

Заряд сферы обусловит появление потенциала $-\varphi_2$:

$$-\varphi_2 = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} = -\frac{\sigma \pi d^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{D}{2}} = \frac{\sigma d^2}{2\epsilon_0\epsilon D}.$$

Тогда потенциал шара, обусловленный зарядами шара и сферы,

$$\varphi = \varphi_1 + (-\varphi_2) \text{ или } \varphi = \frac{\sigma d}{2\epsilon_0\epsilon} - \frac{\sigma d^2}{2\epsilon_0\epsilon D},$$

$$\varphi = \frac{\sigma d}{2\epsilon_0\epsilon} \left(1 - \frac{d}{D}\right).$$

Задача 14. В некоторой цепи имеется участок, изображенный на рис. 15. Потенциалы точек A , B , D равны соответственно φ_A , φ_B и φ_D , а емкости конденсаторов C_1 , C_2 и C_3 . Найти потенциал φ_0 точки θ .

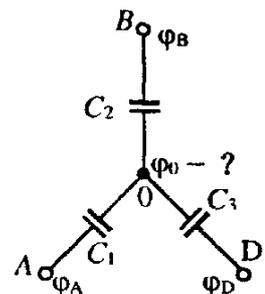


Рис. 15

Решение. Для решения этой задачи нужно знать следующее правило, являющееся следствием закона сохранения заряда: если обкладки нескольких конденсаторов соединены в одной точке, то алгебраическая сумма зарядов на этих обкладках равна нулю (напоминаем, что слова «алгебраическая сумма» означают, что при сложении зарядов нужно учитывать их знак). Если знак заряда на обкладке не указан и из условия задачи нельзя сделать вывод о знаке заряда, то его можно считать положительным, как в нашем случае.

Пусть заряд на обкладке конденсатора C_1 , соединенной с точкой θ , равен q_1 , заряд на обкладке конденсатора C_2 , соединенной с той же точкой, равен q_2 , и заряд на соответствующей обкладке конденсатора C_3 равен q_3 . Тогда из сказанного выше следует равенство $q_1 + q_2 + q_3 = 0$.

Согласно определению емкости конденсатора

$$C_1 = \frac{q_1}{\varphi_0 - \varphi_A}, \quad C_2 = \frac{q_2}{\varphi_0 - \varphi_B}, \quad C_3 = \frac{q_3}{\varphi_0 - \varphi_D}, \quad \text{откуда}$$

$$q_1 = C_1(\varphi_0 - \varphi_A), \quad q_2 = C_2(\varphi_0 - \varphi_B), \quad q_3 = C_3(\varphi_0 - \varphi_D),$$

тогда $C_1(\varphi_0 - \varphi_A) + C_2(\varphi_0 - \varphi_B) + C_3(\varphi_0 - \varphi_D) = 0$.

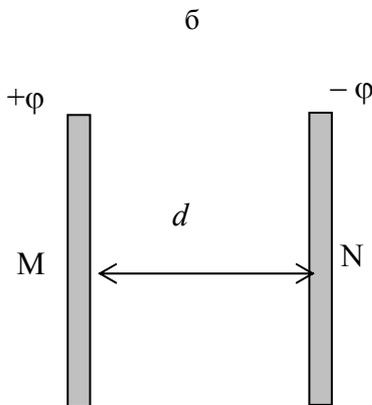
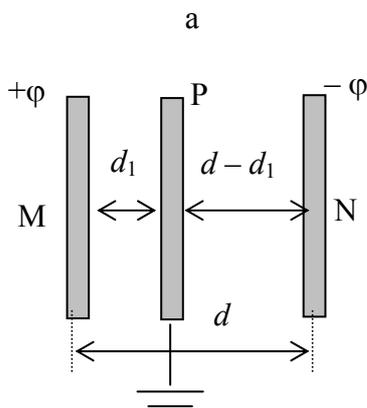


Рис. 16

Отсюда, выполнив необходимые алгебраические преобразования, найдем искомый потенциал φ_0 точки θ :

$$C_1\varphi_0 - C_1\varphi_A + C_2\varphi_0 - C_2\varphi_B + C_3\varphi_0 - C_3\varphi_D = 0.$$

$$(C_1 + C_2 + C_3)\varphi_0 = C_1\varphi_A + C_2\varphi_B + C_3\varphi_D,$$

откуда

$$\varphi_0 = \frac{C_1\varphi_A + C_2\varphi_B + C_3\varphi_D}{C_1 + C_2 + C_3}.$$

Задача 15. На пластине M поддерживается потенциал $\varphi_1 = +80$ В, а на пластине N $\varphi_2 = -80$ В (рис. 16, а). Расстояние между пластинами $d = 10$ см. На расстоянии $d_1 = 4$ см от пластины M помещают заземленную пластину P (рис. 16, б). Найти изменение напряженности ΔE_1 поля на участке MP и изменение напряженности поля ΔE_2 на участке PN . Построить графики зависимости напряженности $E = E(x)$ и потенциала $\varphi = \varphi(x)$ от расстояния между точками поля и пластинами.

Решение. Напряженность однородного поля E между пластинами M и N до помещения пластины P между ними

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}.$$

После того, как пластину P расположили параллельно пластине M на расстоянии d_1 от нее, напряженность поля между пластинами M и P $E_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi}{d_1}$, где $\varphi = 0$ – потенциал заземленной пластины P , поэтому

$$E_1 = \frac{\varphi_1}{d_1}.$$

Изменение напряженности электрического поля на участке MP

$$\Delta E_1 = E_1 - E,$$

или

$$\Delta E_1 = \frac{\varphi_1}{d_1} - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}.$$

Напряженность поля на участке PN после помещения пластины P

$$E_2 = \frac{\varphi - \varphi_2}{d - d_1} = \frac{-\varphi_2}{d - d_1},$$

так как $\varphi = 0$.

Тогда изменение напряженности на этом участке

$$\Delta E_2 = E_2 - E,$$

или

$$\Delta E_2 = \frac{-\varphi_2}{d - d_1} - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}.$$

Произведем вычисления:

$$\Delta E_1 = \left(\frac{80}{0,04} - \frac{80 - (-80)}{0,1} \right) \frac{\text{В}}{\text{м}} = 400 \frac{\text{В}}{\text{м}},$$

$$\Delta E_2 = \left(\frac{-(-80)}{0,1 - 0,04} - \frac{80 - (-80)}{0,1} \right) \frac{\text{В}}{\text{м}} = -267 \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Знак «минус» означает, что напряженность поля на участке PN уменьшилась.

График $E = E(r)$ показан на рис. 17.

$$E_1 = \frac{80 \text{ В}}{0,04 \text{ м}} = 2000 \frac{\text{В}}{\text{м}} = 2 \frac{\text{кВ}}{\text{м}},$$

$$E_2 = \frac{-(-80) \text{ В}}{0,06 \text{ м}} = 1333 \frac{\text{В}}{\text{м}} = 1,3 \frac{\text{кВ}}{\text{м}}.$$

График $\varphi = \varphi(r)$ показан на рис. 18.

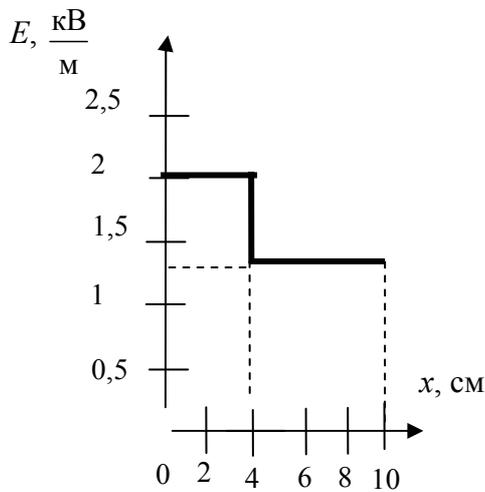


Рис. 17

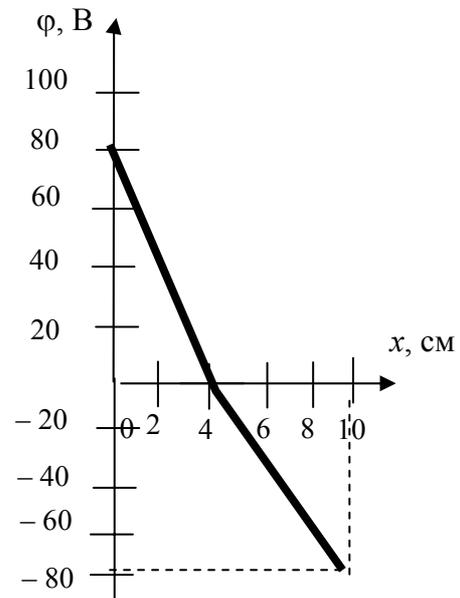


Рис. 18

Задача 16. Между обкладками плоского воздушного конденсатора параллельно его пластинам помещается металлическая пластинка толщиной a . Размеры пластинки совпадают с размерами обкладок, площадь которых равна S , а расстояние между ними – d . Определить емкость получившегося конденсатора.

Решение. Для определения емкости получившегося конденсатора поместим на его обкладки равные по величине разноименные заряды q и $(-q)$, как показано на рис. 19, и емкость определим по формуле $C = \frac{q}{\Delta\varphi}$, где $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ – разность потенциалов между обкладками.

Заряды на обкладках конденсатора будут индуцировать на сторонах незаряженной металлической пластинки заряды Q и Q' , противоположные по знаку и равные по величине.

Пусть пластинка помещена на произвольном расстоянии x от одной из обкладок, тогда расстояние до другой обкладки будет равно $[d - (a + x)]$.

Напряженность электрического поля в воздушном зазоре шириной x будет равна геометрической сумме напряженностей $\vec{E}(q), \vec{E}(-q)$ полей, создаваемых зарядами q и $(-q)$, и $\vec{E}(Q), \vec{E}(Q')$ полей, создаваемых индуцированными зарядами Q и Q' :

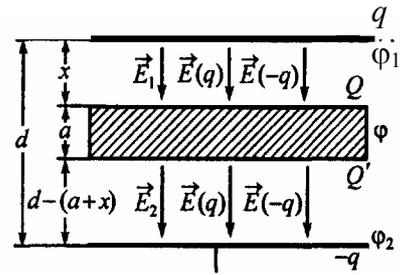


Рис. 19

$$\vec{E}_1 = \vec{E}(q) + \vec{E}(-q) + \vec{E}(Q) + \vec{E}(Q').$$

Так как $Q = -Q'$, то

$$\vec{E}(Q) = -\vec{E}(Q'); \quad \vec{E}_1 = \vec{E}(q) + \vec{E}(-q).$$

Векторы напряженностей $\vec{E}(q)$ и $\vec{E}(-q)$ между обкладками конденсатора направлены в одну сторону. Следовательно,

$$E_1 = E(q) + E(-q) = \frac{q}{2\epsilon_0 S} + \frac{q}{2\epsilon_0 S} = \frac{q}{\epsilon_0 S}.$$

Так как электрическое поле внутри конденсатора однородно, то разность потенциалов между обкладкой с зарядом q и пластиной

$$\varphi_1 - \varphi = E_1 x = \frac{qx}{\epsilon_0 S}, \quad (1)$$

где φ – потенциал пластины.

Аналогично, для воздушного зазора шириной $d - (a + x)$:

$$\vec{E}_2 = \vec{E}(q) + \vec{E}(-q) + \vec{E}(Q) + \vec{E}(Q') = \vec{E}(q) + \vec{E}(-q),$$

или

$$E_2 = E(q) + E(-q) = \frac{q}{2\epsilon_0 S} + \frac{q}{2\epsilon_0 S} = \frac{q}{\epsilon_0 S}.$$

Разность потенциалов между обкладкой с зарядом $(-q)$ и пластиной

$$\varphi - \varphi_2 = E_2 [d - (a + x)] = \frac{q[d - (a + x)]}{\epsilon_0 S}. \quad (2)$$

Складывая выражения (1) и (2), найдем разность потенциалов между обкладками конденсатора:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{\varepsilon_0 S} [d - (a + x) + x] = \frac{q(d - a)}{\varepsilon_0 S}.$$

Следовательно, емкость получившегося конденсатора

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\varepsilon_0 S}{d - a}. \quad (3)$$

Как видим, емкость получившегося конденсатора не зависит от места расположения внесенной пластины и поэтому для определения емкости системы пластину можно располагать на каком угодно расстоянии x . Если ее расположить непосредственно на одной из обкладок, то получим новый конденсатор с расстоянием между обкладками, равным $(d - a)$ и емкостью (3).

Рассмотрим систему, состоящую из двух последовательно соединенных конденсаторов с одинаковыми пластинами площадью S и расстояниями между обкладками x и $[d - (a + x)]$ соответственно. Их емкости, очевидно, равны

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{x} \quad \text{и} \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d - (a + x)},$$

а емкость системы

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\varepsilon_0 S}{d - a}.$$

Следовательно, можно сделать еще один вывод: если между обкладками конденсатора поместить металлическую пластину, то образовавшуюся систему можно рассматривать как два последовательно соединенных конденсатора. Это, очевидно, справедливо также для случаев, когда внутри конденсатора находится несколько пластин.

Задача 17. Найти емкость батареи конденсаторов, представленной на рис. 20, a , между точками A и B .

Решение. Соединение конденсаторов в батарею, предложенную для расчета, называют мостом емкостей. Такое соединение никакими перестроениями упростить нельзя.

При решении задачи воспользуемся законом сохранения электрического заряда (заряд изолированного участка цепи неизменен). В рассматриваемой задаче участки цепи, заключенные в прямоугольники, нарисованные тонкими линиями (рис. 20, б), являются изолированными, поэтому при любых процессах, происходящих в остальной цепи, суммарные заряды здесь остаются равными нулю.

Для определения емкости батареи конденсаторов присоединим к точкам A и B источник, поддерживающий разность потенциалов $\Delta\varphi$.

В схеме четыре участка цепи имеют разные потенциалы: φ_A , φ_B , φ_M , φ_N . Если потенциал точки A условно принять равным нулю, то потенциал точки B будет равен $\varphi_B = \Delta\varphi$. Обозначим потенциалы точек M и N через x и y соответственно, т.е. $\varphi_M = x$, $\varphi_N = y$. Используя закон сохранения заряда, можно утверждать, что суммарные заряды конденсаторов C_1 , C_2 и C_3 на обкладках, соединенных с точкой M , равны нулю. Пусть потенциал $\varphi_M > \varphi_N$, т.е. на обкладке конденсатора C_5 , присоединенной к точке M , будет находиться положительный заряд. Тогда

$$q_1 - q_3 + q_5 = 0. \quad (1)$$

Аналогично, для зарядов на обкладках конденсаторов C_2 , C_4 и C_5 , присоединенных к точке N ,

$$q_2 - q_4 - q_5 = 0, \quad (2)$$

где q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 – заряды на соответствующих конденсаторах.

Используя связь между зарядом на обкладках конденсатора и разностью потенциалов между ними

$$q = C\Delta\varphi,$$

заряды q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 можно представить в виде

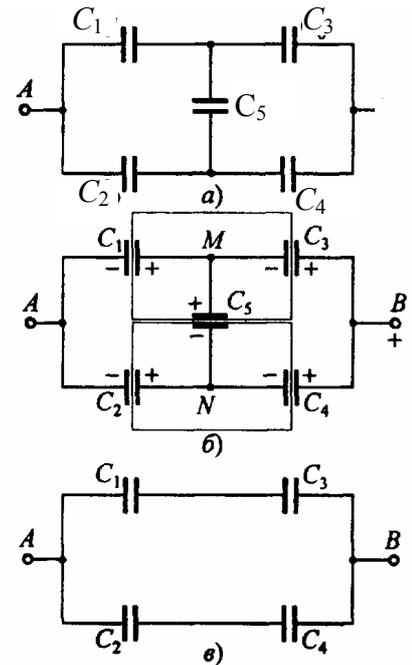


Рис. 20

$$\begin{aligned}
q_1 &= C_1(\varphi_M - \varphi_A) = C_1x; & q_2 &= C_2(\varphi_N - \varphi_A) = C_2y; \\
q_3 &= C_3(\varphi_B - \varphi_M) = C_3(\Delta\varphi - x); & q_4 &= C_4(\varphi_B - \varphi_N) = C_4(\Delta\varphi - y); \\
q_5 &= C_5(\varphi_M - \varphi_N) = C_5(x - y).
\end{aligned}$$

Теперь выражения (1), (2) можно записать по-другому:

$$C_1x - C_3(\Delta\varphi - x) + C_5(x - y) = 0; \quad C_2y - C_4(\Delta\varphi - y) - C_5(x - y) = 0. \quad (3)$$

Решив систему уравнений (3) относительно x и y , получим

$$\begin{aligned}
x = \varphi_M &= \Delta\varphi \frac{C_3(C_2 + C_4 + C_5) + C_4C_5}{(C_1 + C_3 + C_5)(C_2 + C_4 + C_5) - C_5^2}; \\
y = \varphi_N &= \Delta\varphi \frac{C_4(C_1 + C_3 + C_5) + C_3C_5}{(C_1 + C_3 + C_5)(C_2 + C_4 + C_5) - C_5^2}.
\end{aligned}$$

Легко заметить, что в случаях, если $C_1C_4 = C_2C_3$, потенциал $\varphi_M = \varphi_N$, т.е. заряд конденсатора емкостью C_5 будет равен нулю. Это означает, что конденсатор C_5 в накоплении зарядов участия не принимает и его можно не учитывать при вычислении емкости такой схемы. В этом случае говорят, что мост емкостей сбалансирован. Емкость такой схемы (рис. 20, в)

$$C_{\text{общ}} = \frac{(C_1 + C_2)(C_3 + C_4)}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}.$$

Вернемся к нашей задаче.

Если известны потенциалы в точках M и N , то полный заряд q на батарее конденсаторов (он равен суммарному заряду на обкладках конденсаторов C_1 и C_2 , присоединенных к точке A , или заряду на обкладках конденсаторов C_3 и C_4 , присоединенных к точке B) может быть найден как

$$\begin{aligned}
q &= q_3 + q_4 = C_3(\varphi_B - \varphi_M) + C_4(\varphi_B - \varphi_N) = C_3(\Delta\varphi - x) + C_4(\Delta\varphi - y) = \\
&= \Delta\varphi \left\{ C_2 + C_4 - \frac{C_3^2(C_2 + C_4 + C_5) + C_4^2(C_1 + C_3 + C_5) + 2C_3C_4C_5}{(C_1 + C_3 + C_5)(C_2 + C_4 + C_5) - C_5^2} \right\}.
\end{aligned}$$

Следовательно, емкость схемы между точками A и B

$$C_{\text{общ}} = \frac{q}{\Delta\varphi} = C_2 + C_4 - \frac{C_3^2(C_2 + C_4 + C_5) + C_4^2(C_1 + C_3 + C_5) + 2C_3C_4C_5}{(C_1 + C_3 + C_5)(C_2 + C_4 + C_5) - C_5^2}.$$

Используя значения емкостей конденсаторов ($C_1 = C_4 = C_5 = C$, $C_2 = C_3 = C_0$), после преобразований получаем

$$C_{\text{общ}} = \frac{C(3C_0 + C)}{3C + C_0}.$$

Задача 18. Электрон, имеющий кинетическую энергию W , влетает в плоский конденсатор, между пластинами которого поддерживается разность потенциалов $\Delta\varphi$. Расстояние между пластинами d , их длина ℓ . На расстоянии h от конденсатора находится экран (рис. 21). Начальная скорость электрона направлена параллельно пластинам. Найти смещение электрона на экране. Заряд электрона $|e|$. Силой тяжести пренебречь.

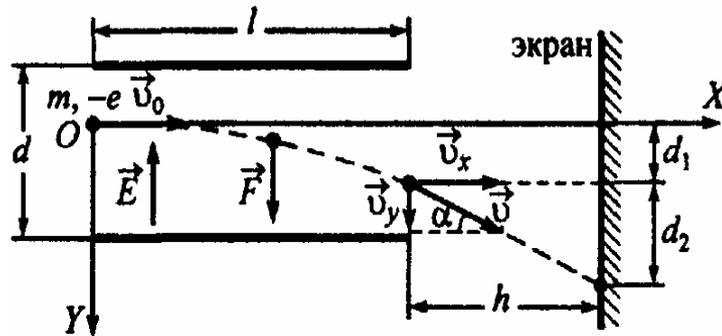


Рис. 21

Решение. Решение задач о движении заряженных частиц в электрическом поле конденсатора или заряженной плоскости сходно с решением задач на движение тела, брошенного под углом к горизонту вблизи поверхности земли. Отличие состоит лишь в том, что движение частиц в однородном электрическом поле происходит с некоторым ускорением \vec{a} , отличным от ускорения свободного падения \vec{g} . Действие силы тяжести в подобных задачах обычно не учитывается, так как гравитационные силы ничтожно малы по сравнению с электрическими.

Если электрон влетает в электрическое поле заряженного конденсатора, то под действием силы \vec{F} поля он будет отклоняться от своего начального направления движения и вылетит из конденсатора под некоторым углом к этому направлению.

По условию задачи электрон влетает в конденсатор параллельно его обкладкам. Очевидно, что под действием силы \vec{F} в поле конденсатора

электрон будет двигаться по параболе. Выберем систему координат XOY так, как показано на рис. 21, и запишем уравнение, выражающее второй закон Ньютона, в проекциях на оси OX и OY .

$$OX: \quad ma_x = 0; \quad OY: \quad ma_y = F,$$

где m – масса частицы.

Так как сила \vec{F} , действующая на электрон в электрическом поле, равна

$$F = |e|E, \quad (1)$$

то движение частицы вдоль оси OX будет происходить с постоянной скоростью, а вдоль оси OY – равноускоренно. Следовательно, кинематические уравнения движения электрона можно записать в виде

$$x = v_0 t; \quad y = \frac{1}{2} a_y t^2, \quad (2)$$

где v_0 – скорость электрона при влете в конденсатор; a_y – проекция ускорения электрона на ось OY :

$$a_y = F / m = |e|E / m. \quad (3)$$

Если длина конденсатора равна ℓ , то уравнения движения (2) электрона в момент вылета из конденсатора примут вид

$$\ell = v_0 \tau; \quad \Delta y_1 = \frac{1}{2} a_y \tau^2, \quad (4)$$

где τ – время движения электрона в конденсаторе; Δy_1 – смещение электрона по оси OY за этот промежуток времени.

Следовательно,

$$\Delta y_1 = \frac{a_y \ell^2}{2v_0^2} = \frac{|e|E \ell^2}{2mv_0^2}. \quad (5)$$

Для определения смещения Δy_2 при движении электрона в области от края конденсатора до экрана достаточно определить угол α , который будет составлять вектор его скорости \vec{v} с пластинами, так как здесь электрон будет двигаться равномерно и прямолинейно. С этой целью определим проекции вектора \vec{v} на оси системы координат в момент вылета электрона из конденсатора:

$$v_x = v_0; \quad v_y = a_y \tau = \frac{|e|E\ell}{mv_0}.$$

Следовательно,

$$\Delta y_2 = h \operatorname{tg} \alpha = h \frac{v_y}{v_x} = \frac{|e|E\ell h}{mv_0^2}. \quad (6)$$

Наконец определим начальную скорость электрона при влете в конденсатор и величину напряженности поля между его обкладками.

Из выражения для кинетической энергии частицы

$$W = \frac{1}{2}mv_0^2$$

получим

$$v_0 = \sqrt{2W/m}. \quad (7)$$

Так как между обкладками конденсатора поддерживается постоянная разность потенциалов $\Delta\varphi$, то напряженность электрического поля в зазоре конденсатора

$$E = \frac{\Delta\varphi}{d}. \quad (8)$$

Окончательно смещение электрона на экране найдем как сумму смещений Δy_1 и Δy_2 с учетом выражений (7) и (8) для v_0 и E :

$$\Delta y = \frac{|e|E\ell^2}{2mv_0^2} + \frac{|e|E\ell h}{mv_0^2} = \frac{|e|\Delta\varphi\ell}{4dW}(\ell + 2h).$$

Задача 19. На рис. 22 приведена схема, общее сопротивление которой надо определить.

Решение. Для решения подобной задачи проводники, соединенные в узле θ , удобно развести так, как показано на рис. 23. Тогда сразу становится ясно, что здесь мы имеем две параллельные ветви $abcde$ и $amnp$. Ветвь $abcde$ состоит из трех последовательно соединенных участков ab , bcd и de . Общее сопротивление участка $bcd\theta b$, состоящего из двух параллельных сопротивлений по $2R$ каждое, равно $\frac{2R}{2} = R$.

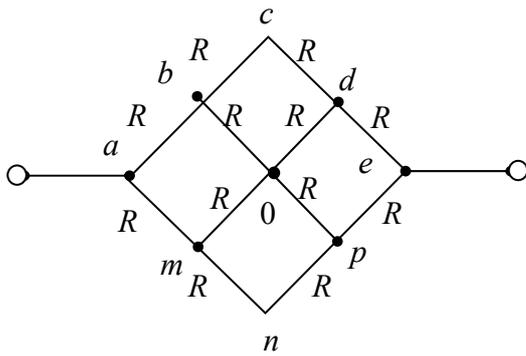


Рис.22

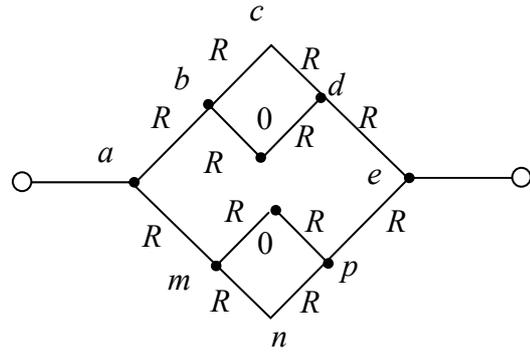


Рис.23

Тогда общее сопротивление ветви $abcde$ будет равно $R + R + R = 3R$. Ветвь $ampre$ совершенно такая же, как и ветвь $abcde$, поэтому ее общее сопротивление, очевидно, тоже равно $3R$. Поскольку эти ветви параллельны и имеют одинаковое сопротивление $3R$, то общее сопротивление всей этой цепи $R_{общ} = \frac{3R}{2} = 1,5R$.

Задача 20. Потенциометр с сопротивлением $R = 100$ Ом подключен к источнику тока, ЭДС ε которого равна 150 В и внутреннее сопротивление $r = 50$ Ом (рис. 24). Определить показание вольтметра с сопротивлением $R_B = 500$ Ом, соединенного с одной из клемм потенциометра подвижным контактом, установленным посередине потенциометра. Какова разность потенциалов между теми же точками потенциометра при отключенном вольтметре?

Решение. Показания U_1 вольтметра, подключенного к точкам A и B , определяются по формуле

$$U_1 = I_1 R_1, \quad (1)$$

где I_1 – сила тока в неразветвленной части цепи; R_1 – сопротивление параллельно соединенных вольтметра и половины потенциометра.

Силу тока I_1 найдем по закону Ома для всей цепи:

$$I_1 = \frac{E}{R + r}, \quad (2)$$

где R – сопротивление внешней цепи.

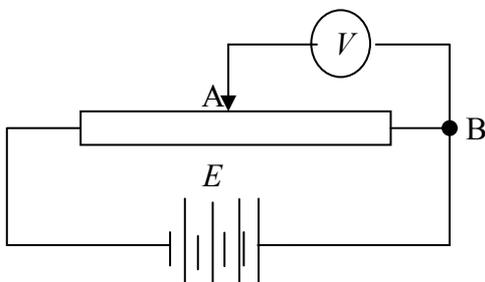


Рис. 24

Внешнее сопротивление R есть сумма двух сопротивлений:

$$R = R/2 + R_1. \quad (3)$$

Сопротивление R_1 параллельного соединения может быть найдено по формуле

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R/2}, \text{ откуда}$$
$$R_1 = RR_B / (R + 2R_B).$$

Подставив в эту формулу числовые значения величин и произведя вычисления, найдем $R_1 = 45,5$ Ом.

Подставив в выражение (2) правую часть равенства (3), определим силу тока:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R/2 + R_1 + r} = 1,03 \text{ А.}$$

Если подставить значения I_1 и R_1 в формулу (1), то найдем показание вольтметра: $U_1 = 46,9$ В.

Разность потенциалов между точками A и B при отключенном вольтметре равна произведению силы тока I_2 на половину сопротивления потенциометра, т.е.

$$U_2 = I_2(R/2), \text{ или } U_2 = \frac{\varepsilon}{R+r} \frac{R}{2}.$$

Подставив сюда значения величин ε , R и r , получим $U_2 = 50$ В.

Задача 21. Определить заряд q , прошедший по проводу с сопротивлением $R = 3$ Ом при равномерном нарастании напряжения на концах провода от $U_0 = 2$ В до $U = 4$ В в течение $t = 20$ с.

Решение. Так как сила тока в проводе изменяется, то воспользоваться для подсчета заряда формулой $q = It$ нельзя. Поэтому возьмем дифференциал заряда $dq = Idt$ и проинтегрируем:

$$q = \int_0^t Idt. \quad (1)$$

Выразив силу тока по закону Ома, получим

$$q = \int_0^t \frac{U}{R} dt. \quad (2)$$

Напряжение U в данном случае переменное. В силу равномерности нарастания оно может быть выражено формулой

$$U = U_0 + kt, \quad (3)$$

где k – коэффициент пропорциональности. Подставив это выражение U в формулу (2), найдем

$$q = \int_0^t \left(\frac{U_0}{R} + \frac{kt}{R} \right) dt = \frac{U_0}{R} \int_0^t dt + \frac{k}{R} \int_0^t t dt.$$

Проинтегрировав, получим

$$q = \frac{U_0 t}{R} + \frac{kt^2}{2R} = \frac{t}{2R} (2U_0 + kt). \quad (4)$$

Значение коэффициента пропорциональности k найдем из формулы (3), если заметим, что при $t = 20$ с $U = 4$ В.

$$k = (U - U_0) / t = 0,1 \text{ В/с.}$$

Подставив значения величин в формулу (4), найдем $q = 20$ Кл.

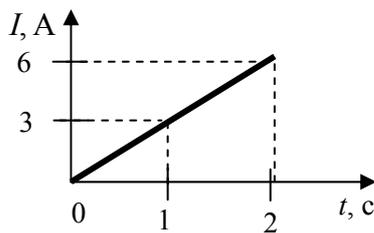


Рис. 25

Задача 22. Сила тока в проводнике с сопротивлением $R = 20$ Ом нарастает в течение времени $\Delta t = 2$ с по линейному закону от $I_0 = 0$ до $I_{max} = 6$ А (рис. 25). Определить количество теплоты Q_1 , выделившееся в этом проводнике за первую секунду, и Q_2 – за вторую, а также найти отношение этих количеств теплоты Q_2/Q_1 .

Решение. Закон Джоуля – Ленца $Q = I^2 R t$ применим в случае постоянного тока ($I = \text{const}$). Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого промежутка времени и записывается в виде

$$dQ = I^2 R dt. \quad (1)$$

Здесь сила тока I является некоторой функцией времени. В нашем случае

$$I = kt, \quad (2)$$

где k – коэффициент пропорциональности, равный отношению приращения силы тока к интервалу времени, за который произошло это приращение:

$$k = \Delta I / \Delta t.$$

С учетом равенства (2) формула (1) примет вид:

$$dQ = k^2 R t^2 dt. \quad (3)$$

Для определения количества теплоты, выделившегося за конечный промежуток времени Δt , выражение (3) следует проинтегрировать в пределах от t_1 до t_2 :

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R (t_2^3 - t_1^3).$$

При определении количества теплоты, выделившегося за первую секунду, пределы интегрирования $t_1 = 0$, $t_2 = 1$ с и, следовательно, $Q_1 = 60$ Дж, а за вторую секунду – пределы интегрирования $t_1 = 1$ с, $t_2 = 2$ с и тогда $Q_2 = 420$ Дж.

Следовательно, $Q_2/Q_1 = 7$, т.е. за вторую секунду выделится теплоты в 7 раз больше, чем за первую секунду.

Задача 23. Источники тока с электродвижущими силами ε_1 и ε_2 включены в цепь, как показано на рис. 26. Определить силы токов, текущих в сопротивлениях R_2 и R_3 , если $\varepsilon_1 = 10$ и $\varepsilon_2 = 4$ В, а $R_1 = R_4 = 2$ Ом и $R_2 = R_3 = 4$ Ом. Сопротивлением источников тока пренебречь.

Решение. Силы токов в разветвленной цепи определяют с помощью законов Кирхгофа. Чтобы найти четыре значения силы токов, следует составить четыре уравнения.

Указание: перед составлением уравнений по закону Кирхгофа необходимо, во-первых, выбрать произвольно направления токов, текущих через сопротивления, указав их стрелками на чертеже, и, во-вторых, выбрать направление обхода контуров (последнее только для составления уравнений по второму закону Кирхгофа).

Выберем направление токов так, как они показаны на рис. 26, и условимся обходить контуры по часовой стрелке.

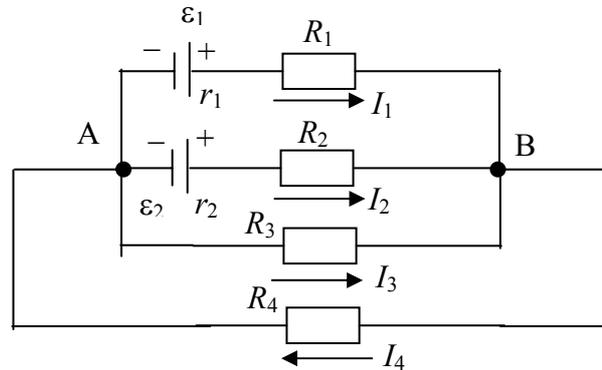


Рис. 26

Рассматриваемая в задаче схема имеет два узла: A и B . Но составлять уравнение по первому закону Кирхгофа следует только для одного узла, так как уравнение, составленное для второго узла, будет следствием первого уравнения.

При составлении уравнений по первому закону Кирхгофа необходимо соблюдать правило знаков: ток, подходящий к узлу, входит в уравнение со знаком «плюс»; ток, отходящий от узла, – со знаком «минус».

По первому закону Кирхгофа для узла B имеем:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0. \quad (1)$$

Недостающие три уравнения получим по второму закону Кирхгофа. Число независимых уравнений, которые могут быть составлены по второму закону Кирхгофа, также меньше числа контуров (в нашем случае контуров шесть, а независимых уравнений три). Чтобы найти необходимое число независимых уравнений, следует придерживаться правила: выбирать контуры таким образом, чтобы в каждый новый контур входила хотя бы одна ветвь, не участвовавшая ни в одном из ранее использованных контуров.

При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа необходимо соблюдать следующее правило знаков:

а) если ток по направлению совпадает с выбранным направлением обхода контуров, то соответствующее произведение IR входит в уравнение со знаком «плюс», в противном случае произведение IR входит в уравнение со знаком «минус»;

б) если ЭДС повышает потенциал в направлении обхода контура, т.е. если при обходе контура приходится идти от минуса к плюсу внутри источника, то соответствующая ЭДС входит в уравнение со знаком «плюс», в противном случае – со знаком «минус».

По второму закону Кирхгофа имеем соответственно для контуров AR_1BR_2A , AR_1BR_3A , AR_3BR_4A :

$$I_1R_1 - I_2R_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2, \quad (2)$$

$$I_1R_1 - I_3R_3 = \varepsilon_1, \quad (3)$$

$$I_3R_3 + I_4R_4 = 0. \quad (4)$$

Подставив в равенства (2) – (4) значения сопротивлений и ЭДС, получим систему уравнений:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0;$$

$$2I_1 - 4I_2 = 6;$$

$$2I_1 - 4I_3 = 10;$$

$$4I_3 + 2I_4 = 0.$$

Поскольку нужно найти только два тока, то удобно воспользоваться методом определителей (детерминантов). С этой целью перепишем уравнения еще раз в следующем виде:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0; \quad 2I_1 - 4I_2 + 0 + 0 = 6;$$

$$2I_1 + 0 - 4I_3 = 10; \quad 0 + 0 + 4I_3 + 2I_4 = 0.$$

Искомые значения токов найдем из выражений

$$I_2 = \Delta_{I_2} / \Delta \quad \text{и} \quad I_3 = \Delta_{I_3} / \Delta,$$

где Δ – определитель системы уравнений; Δ_{I_2} и Δ_{I_3} – определители, полученные заменой соответствующих столбцов определителя Δ столбцами, составленными из свободных членов четырех вышеприведенных уравнений. Находим:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 96;$$

$$\Delta_{I_2} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 6 & 0 & 0 \\ 2 & 10 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 0;$$

$$\Delta_{I_3} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & -4 & 6 & 0 \\ 2 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = -96.$$

Отсюда получаем: $I_2 = 0$; $I_3 = -1\text{А}$.

Знак «минус» у значения силы тока I_3 свидетельствует о том, что при произвольном выборе направления токов, указанных на рис. 26, направление тока I_3 было указано противоположно истинному. На самом деле ток I_3 течет от узла B к узлу A .

Задача 24. Определить внутреннее сопротивление источника тока, если во внешней цепи при силе тока $I_1 = 4\text{ А}$ развивается мощность $P_1 = 10\text{ Вт}$, а при силе тока $I_2 = 6\text{ А}$ – мощность $P_2 = 12\text{ Вт}$.

Решение. Мощности, развиваемые токами I_1 и I_2 ,

$$P_1 = I_1^2 R_1 \quad \text{и} \quad P_2 = I_2^2 R_2, \quad (1)$$

где R_1 и R_2 – сопротивления резисторов внешней цепи.

Согласно закону Ома

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}; \quad I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r},$$

где ε – ЭДС источника. Решив эти два уравнения относительно r , получим

$$r = \frac{I_1 R_1 - I_2 R_2}{I_2 - I_1}. \quad (2)$$

Выразив $I_1 R_1$ и $I_2 R_2$ из уравнений (1) и подставив в выражение (2), найдем искомое внутреннее сопротивление источника тока:

$$r = \frac{P_1 / I_1 - P_2 / I_2}{I_2 - I_1}.$$

Вычисляя, получаем $r = 0,25$ Ом.

Задача 25. Определить плотность j электрического тока в медном проводе (удельное сопротивление $\rho = 17$ нОм·м), если удельная тепловая мощность тока $\omega = 1,7$ Дж/(м³·с).

Решение. Согласно законам Джоуля – Ленца и Ома в дифференциальной форме,

$$\omega = \gamma E^2 = \frac{E^2}{\rho}; \quad (1)$$

$$j = \gamma E = \frac{E}{\rho}, \quad (2)$$

где γ и ρ – соответственно удельные проводимость и сопротивление проводника. Из закона (2) получим, что $E = \rho j$. Подставив это выражение в (1), найдем искомую плотность тока:

$$j = \sqrt{\frac{\omega}{\rho}}.$$

Вычисляя, получаем $j = 10$ кА/м³.

Задача 26. Термоэлемент (датчик температур, состоящий из двух соединенных между собой разнородных металлических проводников), сопротивление которого $R = 12$ Ом, замкнут на микроамперметр, внутреннее сопротивление которого $r = 200$ Ом. Определить постоянную термоэлемента, если при разности температур его спаев, равной 120 К, микроамперметр показывает 30 мкА.

Решение. Согласно закону Ома сила тока в цепи термоэлемента

$$I = \frac{\varepsilon_T}{R + r}, \quad (1)$$

где термо-ЭДС

$$\varepsilon_T = \alpha \Delta T, \quad (2)$$

где α – постоянная термоэлемента; ΔT – разность температур спаев.

Исходя из (1) и (2), найдем искомую постоянную термоэлемента:

$$\alpha = \frac{I(R + r)}{\Delta T}.$$

Вычисляя, получаем $\alpha = 53$ мкВ/К.

Задача 27. По отрезку прямого провода длиной $l = 80$ см течет ток $I = 50$ А. Определить магнитную индукцию \vec{B} поля, создаваемого этим током, в точке A , равноудаленной от концов отрезка провода и находящейся на расстоянии $r_0 = 30$ см от его середины.

Решение. Для решения воспользуемся законом Био – Савара – Лапласа и принципом суперпозиции магнитных полей. Закон Био – Савара – Лапласа позволяет определить магнитную индукцию $d\vec{B}$, создаваемую элементом тока $I d\vec{l}$. Заметим, что вектор $d\vec{B}$ в точке A направлен за плоскость чертежа. Принцип суперпозиции позволяет для определения \vec{B} воспользоваться геометрическим суммированием (интегрированием):

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}, \quad (1)$$

где символ l означает, что интегрирование распространяется на всю длину провода.

Запишем закон Био – Савара – Лапласа в векторной форме:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r^3} [d\vec{l} \times \vec{r}],$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция, создаваемая элементом провода длиной dl с током I в точке, определяемой радиус-вектором \vec{r} ; μ_0 – магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость среды, в которой находится провод (в нашем случае $\mu = 1$). Заметим, что векторы $d\vec{B}$ от различных элементов тока сонаправлены (рис. 27), поэтому выражение (1) можно переписать в скалярной форме:

$$B = \int_l dB,$$

где

$$dB = \frac{\mu_0 I \sin \alpha}{4\pi r^2} dl.$$

В скалярном выражении закона Био – Савара – Лапласа угол α есть угол между элементом тока $Id\vec{l}$ и радиус-вектором \vec{r} . Таким образом,

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_l \frac{\sin \alpha}{r^2} dl. \quad (2)$$

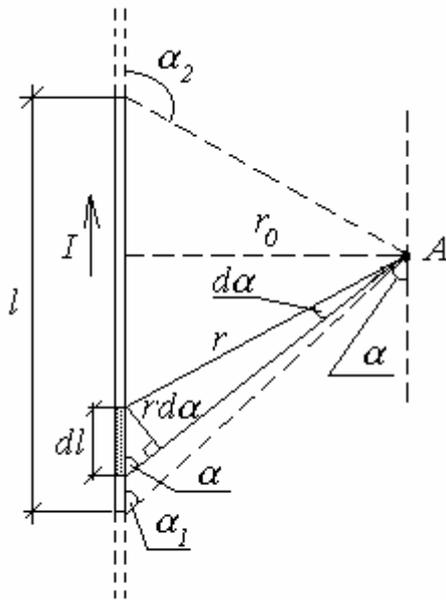


Рис. 27

Преобразуем подынтегральное выражение так, чтобы была одна переменная – угол α . Для этого выразим длину элемента провода dl через угол $d\alpha$: $dl = r d\alpha / \sin \alpha$ (см. рис.27).

Тогда подынтегральное выражение $\frac{\sin \alpha}{r^2} dl$ запишем в виде $\frac{\sin \alpha}{r^2} \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{d\alpha}{r}$. Заметим, что переменная r также зависит от

α , ($r = \frac{r_0}{\sin \alpha}$), следовательно,

$$\frac{d\alpha}{r} = \frac{\sin \alpha}{r_0} d\alpha.$$

Таким образом, выражение (2) можно переписать в виде

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha,$$

где α_1 и α_2 – пределы интегрирования.

Выполним интегрирование:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (3)$$

Заметим, что при симметричном расположении точки A относительно отрезка провода $\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1$. С учетом этого формула (3) примет вид:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \cos \alpha_1. \quad (4)$$

Из рис. 27 следует:

$$\cos \alpha_1 = \frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + r_0^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}.$$

Подставив выражение $\cos \alpha_1$ в формулу (4), получим

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}. \quad (5)$$

Произведя вычисления по формуле (5), найдем

$$B = 26,7 \text{ мкТл.}$$

Направление вектора магнитной индукции \vec{B} поля, создаваемого прямым током, можно определить по правилу буравчика (правилу правого винта). Для этого проводим магнитную силовую линию (штриховая линия на рис. 28) и по касательной к ней в интересующей нас точке проводим вектор \vec{B} . Вектор магнитной индукции \vec{B} в точке A (см. рис. 27) направлен перпендикулярно плоскости чертежа от нас.

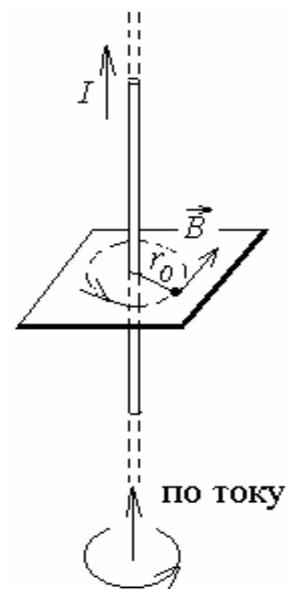


Рис. 28

Задача 28. По тонкому проводящему кольцу радиусом $R = 10$ см течет ток $I = 80$ А. Найти магнитную индукцию \vec{B} в точке A , равноудаленной от всех точек кольца на расстояние $r = 20$ см.

Решение. Для решения задачи воспользуемся законом Био – Савара – Лапласа:

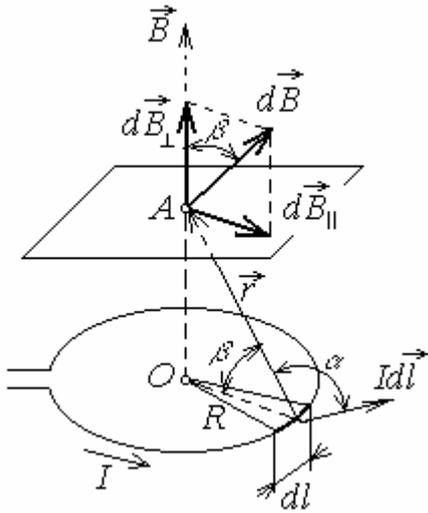


Рис. 29

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3},$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция поля, создаваемого элементом тока $Id\vec{l}$ в точке, определяемой радиус-вектором \vec{r} .

Выделим на кольце элемент $d\vec{l}$ и от него в точку A проведем радиус-вектор \vec{r} (рис. 29). Вектор $d\vec{B}$ направим в соответствии с правилом буравчика.

Согласно принципу суперпозиции магнитных полей, магнитная индукция \vec{B} в точке A определяется интегрированием:

$$\vec{B} = \int_I d\vec{B},$$

где интегрирование ведется по всем элементам dl кольца.

Разложим вектор $d\vec{B}$ на две составляющие: $d\vec{B}_\perp$, перпендикулярную плоскости кольца, и $d\vec{B}_\parallel$, параллельную плоскости кольца, т.е.

$$d\vec{B} = dB_\perp + d\vec{B}_\parallel.$$

Тогда

$$\vec{B} = \int_I dB_\perp + \int_I d\vec{B}_\parallel.$$

Заметив, что $\int_I d\vec{B}_\parallel = 0$ из соображений симметрии и что векторы $d\vec{B}_\perp$ от различных элементов dl сонаправлены, заменим векторное суммирование (интегрирование) скалярным:

$$B = \int_I dB_\perp,$$

где $dB_\perp = dB \cos \beta$ и $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2}$ (поскольку $d\vec{l}$ перпендикулярен \vec{r} и, следовательно, $\sin \alpha = 1$). Таким образом,

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^2} \cos \beta \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I \cos \beta \cdot 2\pi R}{4\pi r^2}.$$

После сокращения на 2π и замены $\cos \beta$ на R/r (рис. 29) получим

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}.$$

Проверим, дает ли правая часть равенства единицу магнитной индукции (Тл):

$$\frac{[\mu_0][I][R^2]}{[r^3]} = \frac{1 \text{ Гн} \cdot 1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м}^2}{\text{м} \cdot 1 \text{ м}^3} = \frac{1 \text{ Гн} \cdot 1 \text{ А}^2}{1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м}^2} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м}^2} = \frac{1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м}}{1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м}^2} = 1 \text{ Тл}.$$

Здесь мы воспользовались определяющей формулой для магнитной индукции:

$$B = \frac{M_{\max}}{p}.$$

Тогда

$$1 \text{ Тл} = \frac{1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м}}{1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м}^2}.$$

Выразим все величины в единицах СИ и произведем вычисления:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80 \cdot (0,1)^2}{2 \cdot (0,2)^3} \text{ Тл} = 6,28 \cdot 10^{-5} \text{ Тл},$$

или $B = 62,8 \text{ мкТл}$.

Вектор \vec{B} направлен по оси кольца (пунктирная стрелка на рис. 29) в соответствии с правилом буравчика.

Задача 29. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам, расстояние между которыми $d = 15 \text{ см}$, текут токи $I_1 = 70 \text{ А}$ и $I_2 = 50 \text{ А}$ в одном направлении. Определить магнитную индукцию B в точке, удаленной на $r_1 = 10 \text{ см}$ от первого и $r_2 = 20 \text{ см}$ от второго проводника.

Решение. Согласно принципу суперпозиции, магнитная индукция в точке A (рис. 30)

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2,$$

где \vec{B}_1 и \vec{B}_2 – магнитные индукции полей, создаваемые соответственно проводниками с токами I_1 и I_2 (направления векторов \vec{B}_1 и \vec{B}_2 и токов I_1 и I_2 показаны на рисунке). Модуль вектора \vec{B} , по теореме косинусов,

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha}, \quad (1)$$

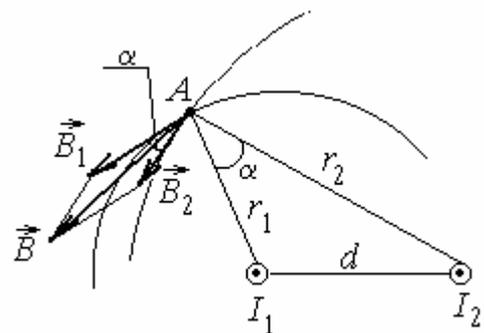


Рис.30

где $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1}$; $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} \cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}$.

Подставив эти выражения в формулу (1), найдем искомое B :

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \sqrt{\frac{I_1^2}{r_1^2} + \frac{I_2^2}{r_2^2} + \frac{I_1^2 I_2^2}{r_1^2 r_2^2} (r_1^2 + r_2^2 - d^2)}.$$

Вычисляя, получаем $B = 178$ мкТл.

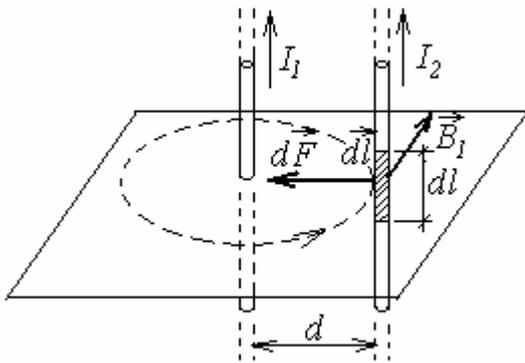


Рис. 31

Задача 30. По двум параллельным прямым проводам длиной $l = 2,5$ м каждый, находящимся на расстоянии $d = 20$ см друг от друга, текут одинаковые токи $I = 1$ кА (рис. 31). Вычислить силу взаимодействия токов.

Решение. Взаимодействие двух проводов, по которым текут токи, осуществляется через магнитное поле. Каждый ток создает магнитное поле, которое действует на другой провод.

Предположим, что оба тока (обозначим их для удобства I_1 и I_2) текут в одном направлении. Ток I_1 создает в месте расположения второго провода (с током I_2) магнитное поле.

Проведем линию магнитной индукции (пунктир на рисунке) через второй провод и по касательной к ней – вектор магнитной индукции \vec{B}_1 . Модуль магнитной индукции B_1 определяется соотношением

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}. \quad (1)$$

Согласно закону Ампера, на каждый элемент второго провода с током I_2 длиной dl действует в магнитном поле сила

$$dF = I_2 B_1 dl \sin \alpha,$$

где α – угол между \vec{B}_1 и $d\vec{l}$.

Так как вектор $d\vec{l}$ перпендикулярен вектору \vec{B}_1 , то $\sin \alpha = 1$ и тогда

$$dF = I_2 B_1 dl.$$

Подставив в это выражение B_1 согласно (1), получим

$$dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl.$$

Силу F взаимодействия проводов с током найдем интегрированием:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int_0^l dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l.$$

Заметив, что $I_1 = I_2 = I$, получим

$$F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}.$$

Убедимся в том, что правая часть этого равенства дает единицу силы (Н):

$$\frac{[\mu_0][I^2][l]}{[d]} = \frac{1 \text{ Гн/м} \cdot (1 \text{ А})^2 \cdot 1 \text{ м}}{1 \text{ м}} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ м}} = 1 \text{ Н}.$$

Произведем вычисления:

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (10^3)^2 \cdot 2,5}{2\pi \cdot 0,2} \text{ Н} = 2,5 \text{ Н}.$$

Сила \vec{F} сонаправлена с силой $d\vec{F}$ (см. рис. 31) и определяется (в данном случае проще) правилом левой руки.

Задача 31. Электрон, влетев в однородное магнитное поле с магнитной индукцией $B = 30$ мТл, движется по окружности радиусом $R = 10$ см. Определить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока.

Решение. Так как движение электрона по окружности эквивалентно круговому току, то магнитный момент кругового тока

$$p_m = IS = \frac{|e|}{T} S, \quad (1)$$

где e – заряд электрона; T – период обращения электрона; S – площадь, ограниченная окружностью, описываемой электроном; $T = 2\pi R/v$ (v – скорость электрона); $S = \pi R^2$.

Согласно второму закону Ньютона,

$$ma_n = F_L \quad \text{или} \quad \frac{mv^2}{R} = |e|vB \quad (2)$$

(сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости и сообщает электрону нормальное ускорение). Из выражения (2) получим, что скорость $v = \frac{|e|BR}{m}$. Тогда $T = \frac{2\pi m}{|e|B}$.

Подставив выражения для T и S в формулу (1), получим искомый магнитный момент эквивалентного кругового тока:

$$p_m = \frac{|e^2|BR^2}{2m},$$

где $m = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг.

Вычисляя, получаем $p_m = 4,21$ пА·м².

Задача 32. Плоский квадратный контур со стороной $a = 10$ см, по которому течет ток $I = 100$ А, свободно установился в однородном магнитном поле ($B = 1$ Тл). Определить работу A , совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол: 1) $\varphi_1 = 90^\circ$; 2) $\varphi_2 = 3^\circ$. При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.

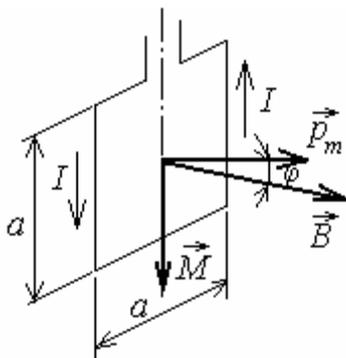


Рис. 32

Решение. Как известно, на контур с током в магнитном поле действует момент силы (рис. 32)

$$M = p_m B \sin \varphi, \quad (1)$$

где $p_m = IS = Ia^2$ – магнитный момент контура; B – магнитная индукция; φ – угол между векторами \vec{p}_m (направлен по нормали к контуру) и \vec{B} .

По условию задачи в начальном положении контур свободно установился в магнитное поле. При этом момент силы равен нулю ($M = 0$), а значит, $\varphi = 0$, т.е. векторы \vec{p}_m и \vec{B} сонаправлены. Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникший момент сил (см. (1)) будет стремиться вернуть контур в исходное положение. Против этого момента и будет совершаться работа внешними силами. Так как момент сил переменный (зависит от угла поворота φ), то для подсчета работы применим формулу работы в дифференциальной форме $dA = Md\varphi$. Учитывая формулу (1), получаем

$$dA = IBa^2 \sin \varphi \cdot d\varphi.$$

Взяв интеграл от этого выражения, найдем работу при повороте на конечный угол:

$$A = IBa^2 \int_0^{\varphi} \sin \varphi \cdot d\varphi. \quad (2)$$

Работа при повороте на угол $\varphi_1 = 90^\circ$

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\pi/2} \sin \varphi \cdot d\varphi = IBa^2 |(-\cos \varphi)|_0^{\pi/2} = IBa^2. \quad (3)$$

Выразим числовые значения величин в единицах СИ ($I = 100 \text{ А}$; $B = 1 \text{ Тл}$; $a = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$) и подставим в (3):

$$A_1 = 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 \text{ Дж} = 1 \text{ Дж}.$$

Работа при повороте на угол $\varphi_2 = 3^\circ$. В этом случае, учитывая, что угол φ_2 мал, заменим в выражении (2) $\sin \varphi \approx \varphi$:

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi \cdot d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2. \quad (4)$$

Выразим угол φ_2 в радианах. После подстановки числовых значений величин в (4) найдем

$$A_2 = \frac{1}{2} 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 \cdot (0,0523)^2 \text{ Дж} = 1,37 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 1,37 \text{ мДж}.$$

Задачу можно решить и другими способами:

1. Работа внешних сил по перемещению контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока, пронизывающего контур:

$$A = -I\Delta\Phi = I(\Phi_1 - \Phi_2),$$

где Φ_1 – магнитный поток, пронизывающий контур до перемещения; Φ_2 – то же, после перемещения.

Если $\varphi_1 = 90^\circ$, то $\Phi_1 = BS$, $\Phi_2 = 0$. Следовательно,

$$A = IBS = IBa^2,$$

что совпадает с (3).

2. Воспользуемся выражением для механической потенциальной энергии контура с током в магнитном поле:

$$\Pi(\varphi) = -p_m B \cos \varphi.$$

Тогда работа внешних сил

$$A = \Delta\Pi = \Pi_2 - \Pi_1,$$

или

$$A = p_m B (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2).$$

Так как $p_m = I a^2$, $\cos \varphi_1 = 1$ и $\cos \varphi_2 = 0$, то $A = I B a^2$, что также совпадает с (3).

Задача 33. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,2$ Тл равномерно вращается катушка, содержащая $N = 600$ витков, с частотой $n = 6 \text{ с}^{-1}$. Площадь S поперечного сечения катушки 100 см^2 . Ось вращения перпендикулярна оси катушки и направлению магнитного поля. Определить максимальную ЭДС индукции вращающейся катушки.

Решение. Согласно закону Фарадея,

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt},$$

где потокосцепление катушки $\Psi = N\Phi$ (N – число витков, пронизываемых магнитным потоком Φ). При произвольном расположении катушки относительно магнитного поля

$$\Psi = NBS \cos \omega t, \quad (1)$$

где круговая частота $\omega = 2\pi n$. Подставив ω в (1), получим

$$\Psi = NBS \cos(2\pi n t).$$

Тогда

$$\varepsilon_i = -NBS \cdot 2\pi n (-\sin(2\pi n t)) = 2\pi n NBS \sin(2\pi n t),$$

$$\varepsilon_i = (\varepsilon_i)_{\max} \text{ при } \sin(2\pi n t) = 1,$$

поэтому

$$(\varepsilon_i)_{\max} = 2\pi n NBS.$$

Вычисляя, получаем $(\varepsilon_i)_{\max} = 45,2 \text{ В}$.

Задача 34. Соленоид длиной $l = 20 \text{ см}$, площадью поперечного сечения $S = 10 \text{ см}^2$ и общим числом витков $N = 400$ находится в диамагнитной среде. Определить силу тока в обмотке соленоида, если его индуктивность $L = 1 \text{ мГн}$ и намагниченность J внутри соленоида равна 20 А/м .

Решение. Намагниченность внутри соленоида

$$j = \chi H,$$

где χ – магнитная восприимчивость вещества; H – напряженность магнитного поля.

Так как магнитная проницаемость вещества $\mu = 1 + \chi$, то

$$J = (\mu - 1)H. \quad (1)$$

Циркуляция вектора напряженности магнитного поля

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_L H_l dl = \sum_k I_k,$$

т.е. равна алгебраической сумме токов, охватываемых контуром. Для соленоида $Hl = NI$, откуда $H = \frac{NI}{l}$.

Индуктивность соленоида $L = \frac{\mu_0 \mu N^2 S}{l}$, тогда $\mu = \frac{Ll}{\mu_0 N^2 S}$. Подставив

значения μ и H в формулу (1), получим

$$J = \left(\frac{Ll}{\mu_0 N^2 S} - 1 \right) \frac{NI}{l},$$

откуда искомая сила тока

$$I = \frac{Jl}{N \left(\frac{Ll}{\mu_0 N^2 S} - 1 \right)}.$$

Вычисляя и учитывая, что для диамагнетиков $\chi < 0$, получаем $I = 2,09$ А.

Задача 35. Тороид с железным ненамагниченным сердечником, длина которого по средней линии $l_1 = 1$ м, имеет воздушный зазор $l_2 = 3,14$ мм (рис. 33). По обмотке проходит ток, после выключения которого остаточная индукция в зазоре составляет 4,2 мТл. Определить напряженность H_1 магнитного поля в сердечнике, а также остаточную намагниченность J сердечника.

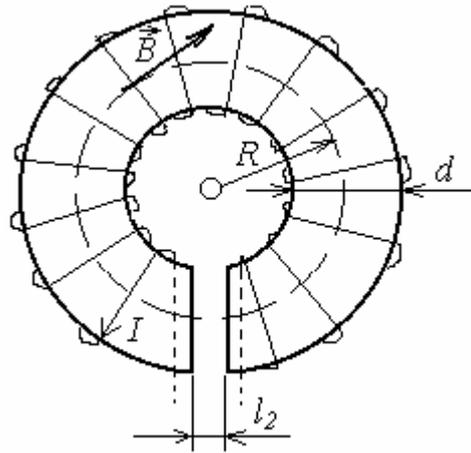


Рис. 33

Решение. Физическую систему составляют тороид с железным сердечником, по которому проходит ток, и магнитное поле, созданное током проводимости и микротоками железного сердечника.

Ток, проходящий по обмотке, обуславливает существование внутри тороида магнитного поля, силовые линии которого замкнуты (см. рис. 33).

Учитывая, что $R \gg d$, можем считать величину $\vec{B} = const$ во всех точках сечения тороида, а так как воздушный зазор в тороиде узкий ($l_2 \ll l_1$), то рассеянием линий индукции можно пренебречь.

При переходе через границу раздела двух сред нормальная составляющая напряженности магнитного поля H_n изменяется, в то время как нормальная составляющая вектора магнитной индукции B_n остается неизменной, т.е.

$$B_{1n} = B_{2n} = B = const; \quad H_{1n} \neq H_{2n}.$$

Для определения напряженности воспользуемся теоремой о циркуляции вектора \vec{H} , выбрав в качестве контура интегрирования среднюю линию тороида $L = l_1 + l_2$. При этом необходимо принять во внимание, что нормальные по отношению к сечению тороида составляющие напряженности магнитного поля являются тангенциальными по отношению к выбранному контуру обхода. Таким образом,

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 = \sum_{i=1}^N J_N = JN, \quad (1)$$

где H_1, H_2 – напряженности полей в сердечнике и в зазоре соответственно; I – сила тока, проходящего по обмотке.

После выключения тока для выбранного контура обхода выражение (1) можно записать в виде $H_1 l_1 + H_2 l_2 = 0$, откуда

$$H_1 = -H_2 \frac{l_2}{l_1}.$$

Напряженность H_2 и индукция магнитного поля B в зазоре связаны соотношением $H_2 = \frac{B}{\mu_0 \mu}$, где μ – магнитная проницаемость (для воздуха $\mu = 1$).

Подставив это выражение в (2), получим, что напряженность магнитного поля в сердечнике

$$H_1 = -\frac{B}{\mu_0} \frac{l_2}{l_1}.$$

Учитывая выражение (3), а также связь между векторами $\vec{H}_1, \vec{B}, \vec{J}$, $J = \frac{B}{\mu_0} - H$, определяем остаточную намагниченность J сердечника:

$$J = \frac{B}{\mu_0} + \frac{B}{\mu_0} \frac{l_2}{l_1} = \frac{B(l_1 + l_2)}{\mu_0 l_1}.$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$H_1 = -10,49 \text{ А/м}; \quad J = 3,34 \cdot 10^3 \text{ А/м}.$$

Задача 36. За какое время маятник отклонится от положения равновесия на половину амплитуды, если период колебаний 1,2 с? Начальная фаза равна нулю.

Решение. Колебания маятника могут быть описаны уравнением гармонического движения

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right),$$

где A – амплитуда колебаний; T – период; φ_0 – начальная фаза колебаний ($\varphi_0 = 0$). По условию задачи $x = A/2$. Поэтому

$$\frac{A}{2} = A \sin \frac{2\pi}{T}t,$$

т.е. $\sin \frac{2\pi}{T}t = 1/2$ или $\frac{2\pi}{T}t = \frac{\pi}{6}$.

Отсюда

$$t = \frac{T}{12} = \frac{1,2}{12} = 0,1 \text{ с.}$$

Задача 37. Складываются два колебания одинакового направления, выраженные уравнениями

$$x_1 = A_1 \cos \frac{2\pi}{T}(t + \tau_1); \quad x_2 = A_2 \cos \frac{2\pi}{T}(t + \tau_2),$$

где $A_1 = 3$ см, $A_2 = 2$ см, $\tau_1 = 1/6$ с, $\tau_2 = 1/3$ с, $T = 2$ с. Построить векторную диаграмму сложения этих колебаний и написать уравнение результирующего колебания.

Решение. Для построения векторной диаграммы сложения двух колебаний одного направления надо фиксировать какой-либо момент времени. Обычно векторную диаграмму строят для момента времени $t = 0$. Преобразовав оба уравнения к канонической форме $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, получим

$$x_1 = A_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{T}\tau_1\right); \quad x_2 = A_2 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{T}\tau_2\right).$$

Отсюда видно, что оба складываемых гармонических колебания имеют одинаковую циклическую частоту

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Начальные фазы первого и второго колебаний соответственно равны

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{T} \tau_1; \quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{T} \tau_2.$$

Произведем вычисления:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} \text{с}^{-1} = 3,14 \text{ с}^{-1};$$

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{2} \frac{1}{6} \text{рад} = 30^\circ; \quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{2} \frac{1}{3} \text{рад} = 60^\circ.$$

Изобразим векторы A_1 и A_2 . Для этого отложим отрезки длиной $A_1 = 3$ см и $A_2 = 2$ см под углами $\varphi_1 = 30^\circ$ и $\varphi_2 = 60^\circ$ к оси Ox . Результирующее колебание будет происходить с той же частотой ω и амплитудой \vec{A} , равной геометрической сумме амплитуд \vec{A}_1 и \vec{A}_2 : $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$.

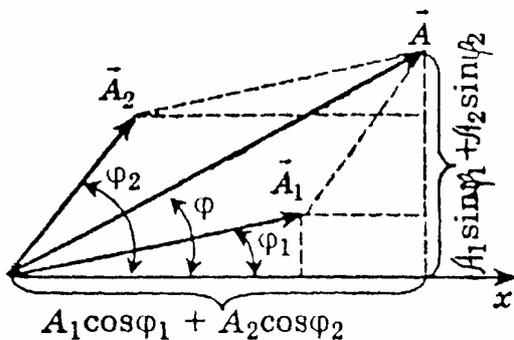


Рис. 34

Согласно теореме косинусов,

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}.$$

Начальную фазу результирующего колебания можно также определить непосредственно из векторной диаграммы (рис. 34).

$$\varphi = \arctg \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Произведем вычисления:

$$A = \sqrt{3^2 + 2^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \cos(60^\circ - 30^\circ)} \text{см} = 4,84 \text{ см};$$

$$\varphi = \arctg \frac{3 \cdot \sin 30^\circ + 2 \cdot \sin 60^\circ}{3 \cdot \cos 30^\circ + 2 \cdot \cos 60^\circ} = \arctg 0,898 = 42^\circ,$$

или

$$\varphi = 0,735 \text{ рад.}$$

Так как результирующее колебание является гармоническим, имеет ту же частоту, что и слагаемые колебания, то его можно записать в виде

$$x = A \cos(\omega t + \varphi),$$

где $A = 4,84$ см, $\omega = 3,14$ с⁻¹, $\varphi = 0,735$ рад.

Задача 38. Частица одновременно участвует в двух колебаниях одного направления: $x_1 = 4 \cos(4t)$ и $x_2 = 3 \cos(4t + \pi/2)$. Определить амплитуду, циклическую частоту и начальную фазу результирующего колебания.

Решение. Результирующее колебание будет происходить с частотой складываемых колебаний $\omega = 4$ рад/с. Амплитуда результирующего колебания определяется соотношением

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

где $A_1 = 4$ см, $A_2 = 3$ см, $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2$. Подставляя величины, получаем $A = 5$ см. Начальную фазу определим по формуле

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{A_2}{A_1} = \frac{3}{4}.$$

Результирующее колебание будет иметь начальную фазу

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg} \frac{3}{4} = 36,9^\circ.$$

Задача 39. Точка одновременно участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями: $x = \sin(\pi t)$ и $y = 2 \cos(\pi t + \pi/2)$. Найти уравнение траектории. Изобразить траекторию, указать начальное положение частицы и направление ее движения.

Решение. Зависимость $y(t)$ можно представить так: $y = -2 \sin(\pi t)$, $x = \sin(\pi t)$. Исключая из уравнений t , получаем: $\frac{y}{x} = -2$, Уравнение траектории $y = -2x$. Начальное положение $x_0 = 0$, $y_0 = 0$. Направление движения указано на рис. 35.

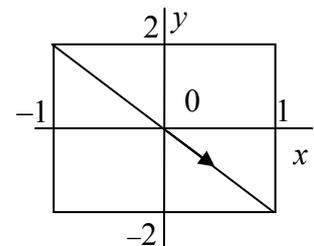


Рис. 35

Задача 40. Результирующее колебание точки, участвующей в двух колебаниях одного направления, описывается уравнением $x = A \cos 2,1t \cos 80t$. Найти период биений и циклические частоты складываемых колебаний.

Решение. Сравнивая искомое уравнение с общим уравнением биений

$$x = 2A \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right) \cos\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t\right),$$

можно записать систему уравнений $\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} = 2,1$ и $\frac{\omega_2 + \omega_1}{2} = 80$. Решая ее относительно частот, получаем $\omega_1 = 82,1$ рад/с, $\omega_2 = 77,9$ рад/с. Период биений равен

$$T = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{2\pi}{|\omega_2 - \omega_1|} = \frac{2\pi}{82,1 - 77,9} = 1,5 \text{ (с)}.$$

Задача 41. Маятниковые часы, идущие точно на уровне моря, подняты на высоту $h = 1$ км. Сколько потребуется времени для того, чтобы по часам на этой высоте прошли одни сутки? Радиус земли $R = 6400$ км.

Решение. Маятник часов на уровне моря за время t_0 (1 сутки) совершит $N = \frac{t_0}{T_0}$ колебаний, где $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_0}}$ – период колебания маятника; ℓ – его длина, g_0 – ускорение силы тяжести на уровне моря.

Чтобы на высоте h совершить то же число колебаний N , т.е. показать одни сутки, маятнику потребуется времени

$$t = NT,$$

где $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ – период колебания маятника часов на высоте h ; g – ускорение силы тяжести на этой высоте.

Тогда искомое время

$$t = NT = \frac{T}{T_0}t_0 = t_0\sqrt{\frac{g_0}{g}};$$

$$g_0 = \gamma \frac{M}{R^2}, \quad g = \gamma \frac{M}{(R+h)^2},$$

где γ – гравитационная постоянная; M – масса Земли; R – радиус земного шара.

$$\text{Следовательно, } t = \frac{R+h}{R} t_0 = 86413,5 \text{ с} = 24 \text{ ч } 13,5 \text{ с.}$$

Задача 42. На концах тонкого стержня длиной $l = 30$ см и массой $m = 400$ г укреплены грузики массой $m_1 = 200$ г и $m_2 = 300$ г. Стержень колеблется около горизонтальной оси, проходящей через его середину (рис. 36). Определить период колебаний, совершаемых стержнем.

Решение. Период колебаний физического маятника, каким является стержень, определяется по формуле

$$T = \sqrt{\frac{J}{mga}}, \quad (1)$$

где J – момент инерции маятника; m – масса маятника; a – расстояние от центра тяжести (центра масс) маятника до оси.

Для определения центра масс маятника необходимо сначала определить местоположение центра масс стержня, а также центра масс грузиков. Центр масс стержня находится в его середине, в точке O (см. рис. 36). Положение центра масс C_1 грузиков найдем из соотношения

$$m_1(l-x) = m_2x,$$

откуда

$$x = \frac{\ell}{1 + m_2/m_1}.$$

Выразив величины в системе СИ, получим $x = 0,12$ м.

Следовательно, центр масс грузиков находится на расстоянии 0,12 м от большего грузика, или на расстоянии

$$b = OC_1 = \frac{\ell}{2} - x = 0,15 - 0,12 = 0,03 \text{ м}$$

от центра массы стержня.

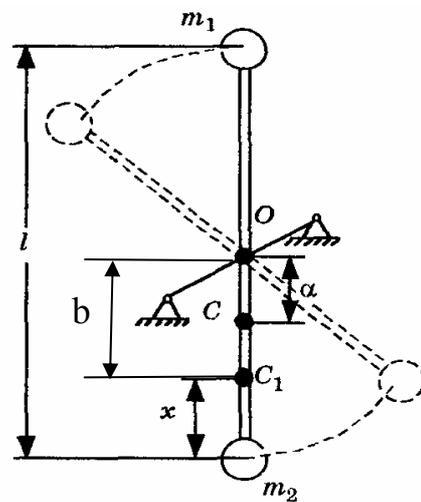


Рис. 36

Положение общего центра масс C грузиков и стержня, т.е. центра масс физического маятника, найдем из соотношения

$$ma = (m_1 + m_2)(b - a),$$

откуда

$$a = \frac{(m_1 + m_2)b}{m_1 + m_2 + m}.$$

Подставив числовые значения величин в системе СИ и произведя арифметические действия, найдем

$$a = 1,67 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Таким образом, центр масс маятника находится на расстоянии $OC = a = 1,67 \cdot 10^{-2}$ м от его оси.

Момент инерции физического маятника J состоит из моментов инерции J_1 и J_2 обоих грузиков и момента инерции J_3 стержня:

$$J = J_1 + J_2 + J_3.$$

Пренебрегая размерами грузиков, получим:

$$J_1 = m_1 \left(\frac{\ell}{2} \right)^2;$$

$$J_2 = m_2 \left(\frac{\ell}{2} \right)^2.$$

Момент инерции стержня относительно оси, проходящей через его середину, определится по формуле

$$J_3 = \frac{1}{12} m \ell^2.$$

Общий момент инерции физического маятника

$$J = m_1 \left(\frac{\ell}{2} \right)^2 + m_2 \left(\frac{\ell}{2} \right)^2 + \frac{1}{12} m \ell^2.$$

Подставив числовые значения, получим

$$J = 1,42 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Масса физического маятника состоит из массы стержня и масс грузиков, т.е.

$$M = m + m_1 + m_2 = 0,9 \text{ кг.}$$

Подставив в формулу (1) числовые значения входящих в нее величин, найдем период колебаний

$$T = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{1,42 \cdot 10^{-2}}{0,9 \cdot 9,81 \cdot 1,67 \cdot 10^{-2}}} = 2 \text{ с.}$$

Задача 43. Материальная точка массой 5 г совершает гармонические колебания с частотой $0,5 \text{ с}^{-1}$. Амплитуда колебаний 3 см. Определить: 1) скорость точки в момент времени, когда смещение ее равно 1,5 см и положительно; 2) максимальную силу, действующую на точку; 3) полную энергию колеблющейся точки.

Решение.

1. Уравнение гармонического колебания имеет вид

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

где x – смещение колеблющейся точки от положения равновесия; A – амплитуда; $\omega t + \varphi_0$ – фаза колебания; φ_0 – начальная фаза; ω – круговая (циклическая) частота; t – время.

Формулу скорости получим, взяв первую производную по времени от смещения:

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi). \quad (2)$$

Чтобы выразить скорость через смещение, надо исключить из (1) и (2) время. Для этого возведем оба уравнения в квадрат, разделим первое на A^2 , второе на $(A^2\omega^2)$ и сложим:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2\omega^2} = 1, \quad \text{или} \quad \frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{4\pi^2\nu^2 A^2} = 1.$$

Решив последнее уравнение относительно v , найдем

$$v = \pm 2\pi\nu \sqrt{A^2 - x^2}. \quad (3)$$

Подставив в это выражение числовые значения величин в системе СИ, получим

$$v = \pm 2 \cdot 2,14 \cdot 0,5 \cdot \sqrt{9 \cdot 10^{-4} - 2,25 \cdot 10^{-4}} = \pm 8,2 \cdot 10^{-2} \text{ м/с.}$$

Знак «плюс» соответствует случаю, когда точка удаляется от положения равновесия (направления смещения и скорости совпадают), знак «минус» соответствует движению точки к положению равновесия (направления смещения и скорости противоположны).

Гармоническое колебательное движение можно описать также уравнением

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (4)$$

Взяв вместо (1) уравнение (4) и повторив с ним такое же решение, получим тот же ответ.

2. Силу, действующую на точку, найдем по второму закону Ньютона

$$F = ma, \quad (5)$$

где a – ускорение точки, которое получим, если возьмем производную по времени от скорости.

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0), \text{ или } a = -4\pi^2\nu^2 A \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Подставив выражение для ускорения в (5), будем иметь

$$F = -4\pi^2\nu^2 mA \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Отсюда получим максимальное значение силы

$$F_{\max} = 4\pi^2\nu^2 mA.$$

Подставив в это уравнение числовые значения величин в системе СИ, найдем

$$F_{\max} = 4 \cdot 9,87 \cdot 0,25 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,03 = 1,49 \cdot 10^{-3} \text{ (Н)}.$$

3. Полная энергия колеблющейся точки есть сумма кинетической и потенциальной энергий, вычисленных для любого момента времени.

Проще всего вычислить полную энергию в момент, когда кинетическая энергия достигает максимального значения. В это время потенциальная энергия равна нулю. Поэтому полная энергия E колеблющейся точки равна максимальной кинетической энергии $E_{k \max}$ и может быть определена по формуле

$$E = E_{k \max} = \frac{m\nu_{\max}^2}{2}. \quad (6)$$

Максимальную скорость можно определить из формулы (2), если принять $\cos(\omega t + \varphi) = 1$,

$$\nu_{\max} = 2\pi\nu A.$$

Подставив это выражение скорости в (6), найдем

$$E = 2\pi^2\nu^2 mA^2.$$

После подстановки числовых значений получим

$$E = 2 \cdot 9,87 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,25 \cdot 9 \cdot 10^{-4} = 2,21 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}.$$

Задача 44. Материальная точка массой 10 г колеблется по закону $x = 0,05 \sin\left(\frac{\pi t}{5} + \frac{\pi}{4}\right)$ м. Найти: 1) максимальную силу, действующую на точку; 2) закон изменения со временем кинетической энергии колеблющейся точки.

Решение. Максимальное значение возвращающей силы равно $F_0 = kA$, где коэффициент жесткости $k = m\omega^2$, $A = 0,05$ м – амплитуда колебаний. Так как $\omega = \frac{\pi}{5}$, то $F_0 = m\omega^2 A = 0,01 \cdot \left(\frac{\pi}{5}\right)^2 \cdot 0,05 = 0,2$ мН.

Кинетическая энергия $E_k = \frac{mv^2}{2}$. Скорость точки определяется через производную от координаты по времени:

$$v = x' = 0,05 \cdot \frac{\pi}{5} \cos\left(\frac{\pi t}{5} + \frac{\pi}{4}\right) = 0,01\pi \cos\left(\frac{\pi t}{5} + \frac{\pi}{4}\right).$$

Поэтому закон изменения энергии со временем имеет вид:

$$E_k = \frac{0,01}{2} \left(0,01\pi \cos\left(\frac{\pi t}{5} + \frac{\pi}{4}\right) \right)^2 = 5\pi^2 10^{-5} \cos^2\left(\frac{\pi t}{5} + \frac{\pi}{4}\right).$$

Максимальное значение кинетической энергии $E_k^{\max} = 5 \cdot 10^{-6}$ Дж.

Задача 45. Гиря массой 0,500 кг подвешена к пружине, жесткость которой $k = 32,0$ Н/м, и совершает затухающие колебания. Определить их период в двух случаях: 1) за время, в течение которого произошло $n_1 = 88$ колебаний, амплитуда уменьшилась в $N_1 = 2$ раза; 2) за время двух колебаний ($n_2 = 2$), амплитуда уменьшилась в $N_2 = 20$ раз.

Решение. Сопротивление среды уменьшает число свободных колебаний. Циклическая частота затухающих колебаний определяется по формуле

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2},$$

откуда период равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}. \quad (1)$$

Собственно циклическую частоту ω_0 выразим сразу, зная массу m гири и жесткость пружины k :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 8,0 \text{ рад/с.}$$

Коэффициент же затухания δ нельзя найти непосредственно из условия задачи. Согласно формуле $\lambda = \delta T$, он равен

$$\delta = \frac{\lambda}{T}. \quad (2)$$

Чтобы найти величину λ , обратимся к уравнению затухающих колебаний

$$x = A_0 e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Уменьшающуюся со временем амплитуду с учетом (1) выразим так:

$$A = A_0 e^{-\delta t} = A_0 e^{-\frac{\lambda t}{T}}. \quad (3)$$

Пользуясь введенными в условии обозначениями, можно записать: $A_0/A = N$; $t/T = n$. Тогда из (3) следует: $e^{\lambda n} = N$, откуда, логарифмируя, имеем

$$\lambda = \frac{\ln N}{n}.$$

Подставив числовые значения N и n для двух случаев, получим

$$\lambda_1 = 0,0079; \quad \lambda_2 = 1,5.$$

Теперь перепишем формулу (1) с учетом (2):

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \frac{\lambda^2}{T^2}}}.$$

Получилось квадратное уравнение относительно периода T . Решив его, найдем (отбрасывая отрицательный корень)

$$T = \frac{\sqrt{4\pi^2 + \lambda^2}}{\omega_0}. \quad (4)$$

Приступая к вычислениям периода, заметим, что в первом случае $\lambda_1^2 \ll 4\pi^2$. Поэтому, сохраняя достаточно высокую точность вычислений, можно в формуле (4) пренебречь членом λ^2 , и тогда

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{8,0} = 0,78 \text{ с.}$$

Во втором случае нельзя отбросить величину λ^2 , тогда, производя вычисления по (4), получим

$$T_2 = 0,81 \text{ с.}$$

Задача 46. Груз массой $m = 0,5$ кг, подвешенный к пружине жесткостью $k = 32$ Н/м, совершает затухающие колебания. Определить логарифмический декремент колебания, коэффициент затухания, период колебаний, если за время $N = 100$ колебаний амплитуда уменьшилась в $n = 16$ раз.

Решение. Амплитуда со временем уменьшается по закону:

$$A = A_0 e^{-\beta t}. \quad (1)$$

По условию задачи за время $t_1 = NT$ амплитуда уменьшится в $n = 16$ раз,

$$n = \frac{A_0}{A} = e^{\beta t_1} = e^{\beta NT}. \quad (2)$$

Логарифмируя данное выражение, получаем:

$$\ln n = \beta NT. \quad (3)$$

Учитывая, что $\lambda = \beta T$, с учетом (3) получаем

$$\lambda = \frac{\ln n}{N}. \quad (4)$$

Период колебаний равен

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}, \quad (5)$$

где $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$.

$$\beta = \frac{\lambda}{T} = \frac{\ln n}{NT}. \quad (6)$$

Решая совместно (5) и (6), определяем период

$$T = \sqrt{\frac{m}{k} \left(4\pi^2 + \left(\frac{\ln n}{N} \right)^2 \right)}. \quad (7)$$

Коэффициент затухания равен

$$\beta = \frac{\ln n}{NT} = \frac{\ln n}{\sqrt{\frac{m}{k} \left(4\pi^2 N^2 + (\ln n)^2 \right)}}. \quad (8)$$

Проведя вычисления по формулам (4), (7) и (8), получаем: $\lambda = 0,027$; $\beta = 0,035 \text{ с}^{-1}$, $T = 0,789 \text{ с}$.

Задача 47. Чему равна амплитуда вынужденных колебаний при резонансе $A_{рез}$, если при очень малой (по сравнению с собственной) частоте вынужденных колебаний она равна $A_0 = 0,10$ см, а логарифмический декремент затухания $\lambda = 0,010$?

Решение. Как видно из формулы

$$A = \frac{h}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}}, \quad (1)$$

амплитуда вынужденных колебаний зависит от частоты ω вынуждающей силы. При некотором значении $\omega = \omega_{рез}$, определяемом по формуле

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}, \quad (2)$$

наступает явление резонанса: амплитуда достигает максимального значения $A_{рез}$. Величину $A_{рез}$ выразим по (1), подставив из (2) $\omega_{рез}$, вместо ω . После ряда упрощений найдем

$$A_{рез} = \frac{h}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}. \quad (3)$$

Из формулы (1) можно также вывести простое соотношение между величинами A_0 и h . Учитывая вытекающие из условия соотношения:

1) $\omega \ll \omega_0$; 2) $\lambda^2 \ll 4\pi^2$, откуда следует, что $\delta^2 \ll \omega_0^2$, отбросим члены ω^2 и $4\delta^2\omega^2$ в (1). Тогда получим

$$A_0 = \frac{h}{\omega_0^2}.$$

Подставив это значение h в формулу (3) и пренебрегая величиной δ^2 по сравнению с ω_0^2 , получим

$$A_{рез} = \frac{A_0\omega_0^2}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} = \frac{A_0\omega_0}{2\delta}. \quad (4)$$

Выразим собственную частоту ω_0 и коэффициент затухания δ по формулам

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{и} \quad \lambda = \delta T,$$

тогда

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \quad \text{и} \quad \delta = \frac{\lambda}{T}.$$

Здесь T_0 – период свободных колебаний при отсутствии сопротивления; T – период затухающих колебаний, которые начались бы после прекращения действия вынуждающей силы. Подставив значения ω_0 и δ в соотношение (4), найдем окончательный ответ:

$$A_{рез} = \frac{\pi A_0}{\lambda} = 31 \text{ см.}$$

Задача 48. Тело массой $m = 0,1$ кг совершает вынужденные прямолинейные колебания. Амплитудное значение силы $F_0 = 1,5$ Н. Коэффициент затухания $\beta = 0,5 \text{ с}^{-1}$. Определить максимальное значение амплитуды скорости v_{max} .

Решение. Скорость тела при установившихся колебаниях

$$v = x' = (A \cos(\omega t + \varphi_0))' = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Максимальное значение скорости

$$v_{max} = A\omega,$$

где амплитуда смещения равна

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}.$$

Выражение для скорости принимает вид

$$v_{max} = \frac{F_0\omega}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}.$$

Резонансная частота для скорости равна собственной частоте.

Подставляя $\omega = \omega_0$ в последнее выражение, получаем $v_{max} = \frac{F_0}{2\beta m}$.

Вычисляем максимальную скорость: $v_{max} = 15 \text{ м/с}$.

Задача 49. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 5,0$ мкФ и катушки индуктивностью $L = 0,200$ Гн. Определить максимальную силу тока I_0 в контуре, если максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора $U_0 = 90$ В. Сопротивлением контура R пренебречь.

Решение. При свободных колебаниях в контуре, содержащем конденсатор емкостью C , катушку индуктивности L и резистор с омическим сопротивлением R , соединенные последовательно, заряд на обкладках конденсатора изменяется во времени по закону

$$q = q_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

где $q_0 e^{-\beta t}$ – амплитуда затухающих колебаний; β – коэффициент затухания; ω – циклическая частота; q_0, φ_0 – начальные амплитуда и фаза. Величины β, ω выражаются через параметры контура R, L, C формулами

$$\beta = \frac{R}{2L}; \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}, \quad (2)$$

где

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} - \quad (3)$$

циклическая частота свободных незатухающих колебаний, которые устанавливаются в контуре при условии $R \rightarrow 0$.

Рассмотрим два способа решения задачи. Первый из них основан на исследовании уравнения свободных электромагнитных колебаний, второй – на законе сохранения энергии.

1. Если в колебательном контуре сопротивление R пренебрежимо мало, то в уравнении (1), выражающем заряд конденсатора как функцию времени, можно положить коэффициент затухания $\beta = 0$. Тогда, согласно (2), получим $\omega = \omega_0$. Следовательно, в контуре будут незатухающие колебания, при этом

$$q = q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (4)$$

Сила тока есть производная от заряда по времени. Поэтому, дифференцируя обе части (4) по времени, получим для силы тока в контуре уравнение

$$I = \omega_0 q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Величина $I_0 = \omega_0 q_0$ является амплитудным, т.е. максимальным значением тока в контуре. Подставив значение ω_0 из формулы (3) и учитывая соотношение $q_0 = CU_0$, определим искомую величину:

$$I_0 = \omega_0 q_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} CU_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

2. В процессе незатухающих электромагнитных колебаний полная электромагнитная энергия контура, равная сумме энергий электрического поля конденсатора $\frac{CU^2}{2}$ и магнитного поля катушки $\frac{LI^2}{2}$, остается постоянной. При этом в те моменты, когда конденсатор максимально заряжен ($U = U_0$), сила тока равна нулю. Следовательно, полная энергия контура

$$W = \frac{1}{2} CU^2. \quad (5)$$

В то время, когда конденсатор разряжен ($U = 0$), сила тока достигает максимального значения I_0 . Тогда полная энергия контура

$$W = \frac{LI_0^2}{2}. \quad (6)$$

Приравняв правые части формул (5) и (6), найдем

$$I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

Подставив числовые значения величин, выраженные в единицах СИ ($C = 5,0 \cdot 10^{-6}$ Ф, $L = 0,200$ Гн, $U_0 = 90$ В) и произведя вычисление, получим

$$I_0 = 0,45 \text{ А}.$$

Задача 50. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 1$ мкФ и катушки индуктивностью $L = 4$ Гн. Амплитуда колебаний заряда на конденсаторе $q_m = 100$ мкКл. Написать уравнение колебаний заряда $q = q(t)$, напряжения $u = u(t)$ и силы тока $i = i(t)$. Начальная фаза $\alpha_0 = 0$.

Решение. Здесь q – мгновенный заряд, t – время колебания, u – мгновенное напряжение, i – мгновенная сила тока в контуре.

Зависимость заряда q от времени t устанавливает уравнение, которое в общем виде при $\alpha_0 = 0$ выглядит так:

$$q = q_m \cos \omega_0 t. \quad (1)$$

Здесь $q_m = 100 \text{ мкКл} = 100 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}$ – максимальная величина заряда. Она нам известна, а неизвестна собственная циклическая частота колебательного контура ω_0 . Но эту величину мы можем определить по формуле:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Подставим сюда численные значения C и L и вычислим ω_0 :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{1 \cdot 10^{-6} \cdot 4}} = 500 \text{ рад/с}.$$

Теперь подставим численные значения q_m и ω_0 в формулу (1) и получим искомое уравнение $q = q(t)$:

$$q = 1 \cdot 10^{-4} \cos 500 t.$$

Чтобы определить зависимость напряжения от времени $u = u(t)$, разделим левую и правую части уравнения (1) на C , поскольку согласно определению емкости конденсатора $C = q/u$ и, значит, $u = q/C$. Получим

$$u = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \cos \omega_0 t \quad (2)$$

или

$$u = U_m \cos \omega_0 t.$$

Здесь $U_m = q_m/C$ – максимальное значение напряжения в данном контуре.

Теперь подставим в (2) численные значения q_m , C , ω_0 :

$$u = \frac{1 \cdot 10^{-4}}{1 \cdot 10^{-6}} \cos 500 t = 100 \cos 500 t.$$

Мы получили уравнение, выражающее зависимость напряжения в контуре от времени колебаний.

Нам осталось определить зависимость силы тока от времени колебаний в этом контуре. Поскольку в контуре течет переменный ток, определим мгновенную силу тока i как производную заряда q по времени t :

$$i = q' = (q_m \cos \omega_0 t)' = -\omega_0 q_m \sin \omega_0 t \quad (3)$$

или

$$i = -I_m \sin \omega_0 t.$$

Здесь $I_m = \omega_0 q_m$ – максимальная сила тока в контуре. Знак «минус» свидетельствует о том, что колебания заряда и силы тока происходят со сдвигом фаз $\pi/2$.

Нам осталось подставить в уравнение (3) численные значения q_m и ω_0 , и задача будет решена:

$$i = -500 \cdot 10^{-4} \sin 500t, \quad i = -0,05 \sin 500t.$$

Задача 51. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 100$ пФ и катушки индуктивности. Уравнение колебаний заряда на его обкладках имеет вид $q = 2 \cdot 10^{-9} \cos 10^6 \pi t$. Записать уравнение колебаний силы тока $i = i(t)$ и напряжения $u = u(t)$. Найти амплитуды колебаний заряда q_m , силы тока I_m и напряжения U_m , а также индуктивность катушки L .

Решение. Зависимость $i = i(t)$ определим, взяв первую производную уравнения колебаний заряда по времени, известного нам из условия задачи:

$$i = q' = (2 \cdot 10^{-9} \cos 10^6 \pi t)' = -2 \cdot 10^{-9} 10^6 \pi \sin 10^6 \pi t;$$

$$i = -6,28 \cdot 10^{-3} \sin 10^3 \pi t. \quad (1)$$

Уравнение колебаний напряжения $u = u(t)$ найдем, разделив левую и правую части уравнения колебаний заряда на емкость конденсатора C :

$$u = \frac{q}{C} = \frac{2 \cdot 10^{-9}}{1 \cdot 10^{-10}} \cos 10^6 \pi t;$$

$$u = 20 \cos 10^6 \pi t. \quad (2)$$

Согласно уравнению $q = q(t)$ амплитуда заряда $q_m = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл. Из (1) амплитуда силы тока $I_m = 6,28 \cdot 10^{-3}$ А.

Из (2) амплитуда напряжения $U_m = 20$ В.

В уравнении колебаний заряда выражение $10^6 \pi$, стоящее между символом \cos и временем t , есть циклическая частота ω : $\omega = 10^6 \pi$ рад/с.

Зная ω , найдем индуктивность L из формулы $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, откуда

$$LC = \frac{1}{\omega^2} \text{ и } L = \frac{1}{\omega^2 C}; \quad L = \frac{1}{10^{12} \cdot 3,14 \cdot 10^{-10}} = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ Гн.}$$

Задача 52. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 0,04$ мкФ и катушки индуктивностью $L = 1$ Гн. Конденсатору сообщили заряд $q_m = 2$ мкКл. Построить графики колебаний заряда $q = q(t)$, силы тока $i = i(t)$ и напряжения $u = u(t)$ в этом контуре за время $t = T$.

Решение. Запишем уравнение колебаний заряда в общем виде при $\alpha_0 = 0$:

$$q = q_m \cos \omega_0 t. \quad (1)$$

Здесь $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, где $T = 2\pi\sqrt{LC}$.

Вычислим период: $T = 2 \cdot 3,14\sqrt{1 \cdot 4 \cdot 10^{-8}} \text{ с} = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ с}$.

Теперь вычислим собственную циклическую частоту колебаний в контуре: $\omega_0 = \frac{2\pi}{1,26 \cdot 10^{-3}} = 1,6\pi \cdot 10^3 \text{ рад/с}$.

Подставим в уравнение (1) численные значения q_m и ω_0 :

$$q = 2 \cdot 10^{-6} \cos 1,6 \cdot 10^3 \pi t = 2 \cdot 10^{-6} \cos \frac{2\pi}{T} t. \quad (2)$$

Будем придавать времени t значения $t = 0; T/4; T/2; 3T/4$ и T и подставлять их последовательно в (2), вычисляя каждый раз заряд q :

$$q = 2 \cdot 10^{-6} \cos \frac{2\pi}{T} \cdot 0 \text{ Кл} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}; \quad q = 2 \cdot 10^{-6} \cos \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} = 0;$$

$$q = 2 \cdot 10^{-6} \cos \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2} \text{ Кл} = -2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}; \quad q = 2 \cdot 10^{-6} \cos \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{3T}{4} = 0;$$

$$q = 2 \cdot 10^{-6} \cos \frac{2\pi}{T} \cdot T \text{ Кл} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}.$$

Заполним таблицу:

t , доли T	0	$T/4$	$T/2$	$3T/4$	T
q , Кл	$2 \cdot 10^{-6}$	0	$-2 \cdot 10^{-6}$	0	$2 \cdot 10^{-6}$

Построим график $q = q(t)$ (рис. 37). Мы учли, что $T = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ с}$.

Чтобы построить график напряжения $u = u(t)$, запишем уравнение напряжения, разделив левую и правую части уравнения (2) на C :

$$\frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \cos \frac{2\pi}{T} t \text{ или } u = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-8}} \cos \frac{2\pi}{T} t;$$

$$u = 50 \cos \frac{2\pi}{T} t.$$

Придавая t те же значения в долях периода T , произведем аналогичные вычисления и заполним таблицу:

t , доли T	0	$T/4$	$T/2$	$3T/4$	T
u , В	50	0	-50	0	50

Построим график $u = u(t)$ (рис. 38).

Для построения графика силы тока $i = i(t)$ запишем уравнение колебаний силы тока, для чего возьмем первую производную уравнения (2):

$$i = q' = -1,6 \cdot 10^3 \pi \cdot 2 \cdot 10^{-6} \sin 1,6 \cdot 10^3 \pi t$$

$$\text{или } i = -0,01 \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

Теперь опять будем придавать времени t те же значения в долях периода и вычислять соответствующую им мгновенную силу тока i . Заполним таблицу:

t , доли T	0	$T/4$	$T/2$	$3T/4$	T
i , А	0	-0,01	0	0,01	0

Построим график (рис. 39).

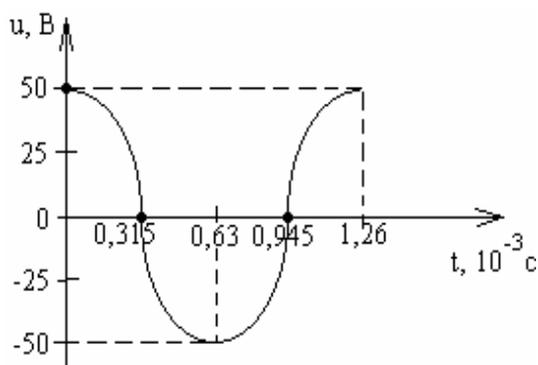


Рис. 38

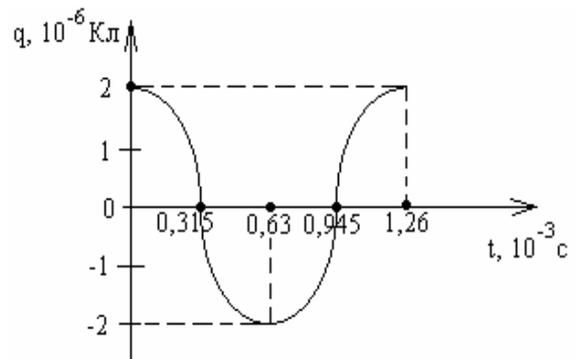


Рис. 37

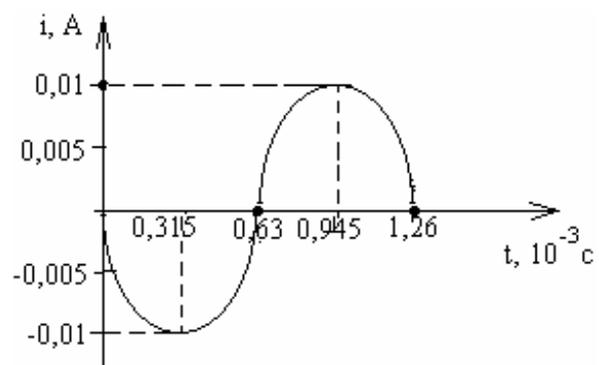


Рис. 39

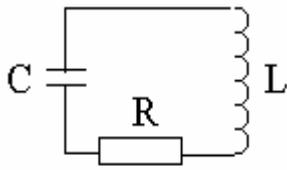


Рис. 40

Задача 53. Во сколько раз различаются амплитуды колебаний сил токов через период, если колебательный контур состоит из катушки индуктивностью L , конденсатора емкостью C и соединительных проводов сопротивлением R (рис. 40)? Добротность контура велика.

Обозначим как I_{0m} амплитуду силы тока в начальный момент, I_m – через период.

Очевидно, что через период амплитуда колебаний силы тока I_m будет меньше начальной амплитуды силы тока I_{0m} (рис. 41) из-за того, что в

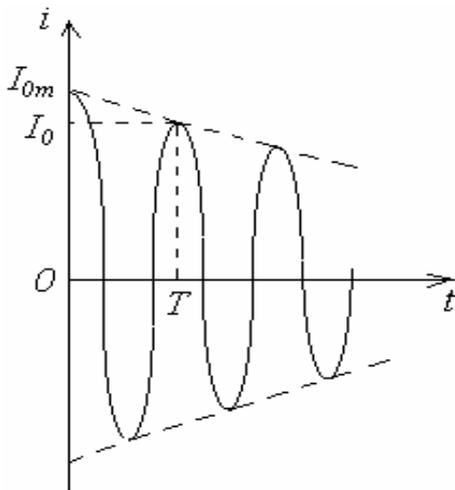


Рис. 41

сопротивлении R выделится часть энергии колебательного контура в виде джоулева тепла. Если энергия электромагнитных колебаний в контуре, равная максимальной энергии магнитного поля, была в начальный момент времени равна W_{0m} , а через период стала равна W_m , то по закону сохранения энергии количество теплоты Q , выделенное в контуре за период, равно разности этих энергий:

$$Q = W_{0m} - W_m. \quad (1)$$

По закону Джоуля – Ленца количество теплоты Q равно произведению квадрата действующей силы тока I , сопротивления соединительных проводов R и времени t , которое в нашем случае равно периоду колебаний T : $Q = I^2 R t$ или $Q = I^2 R T$, так как $t = T$.

Действующее значение силы тока I связано с начальным амплитудным значением I_{0m} соотношением

$$I = \frac{I_{0m}}{\sqrt{2}}.$$

Тогда

$$Q = \frac{I_{0m}^2}{2} R T. \quad (2)$$

Энергия магнитного поля W_{0m} и W_m связана с амплитудными значениями силы тока I_{0m} и I_m соотношениями

$$W_{0m} = \frac{LI_{0m}^2}{2}; \quad (3)$$

$$W_m = \frac{LI_m^2}{2}. \quad (4)$$

Подставив (2), (3) и (4) в (1), получим

$$\frac{I_{0m}^2}{2} RT = \frac{LI_{0m}^2}{2} - \frac{LI_m^2}{2}$$

или

$$I_{0m}^2 RT = LI_{0m}^2 - LI_m^2. \quad (5)$$

По условию задачи нам требуется определить отношение I_{0m}/I_m . Это отношение можно определить из (5), если догадаться разделить каждый член этого равенства на I_m . Выполним это действие и посмотрим, что получится:

$$RT \frac{I_{0m}^2}{I_m^2} = L \frac{I_{0m}^2}{I_m^2} - L, \quad \left(\frac{I_{0m}}{I_m} \right)^2 RT = L \left(\frac{I_{0m}}{I_m} \right)^2 - L.$$

Нам осталось из этого уравнения определить $\left(\frac{I_{0m}}{I_m} \right)^2$, а затем и само отношение $\frac{I_{0m}}{I_m}$, и задача будет решена:

$$L = \left(\frac{I_{0m}}{I_m} \right)^2 (L - RT);$$

$$\left(\frac{I_{0m}}{I_m} \right)^2 = \frac{L}{L - RT} \quad \text{или} \quad \left(\frac{I_{0m}}{I_m} \right)^2 = \frac{1}{1 - \frac{R}{L}T}.$$

Отсюда

$$\frac{I_{0m}}{I_m} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{R}{L}T}}. \quad (6)$$

Период колебаний T определим по формуле Томсона, которая приближенно справедлива и при затухающих колебаниях, если только они затухают не очень быстро, когда велика добротность контура:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (7)$$

Подставив (7) в (6), получим окончательно:

$$\frac{I_{0m}}{I_m} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{R}{L} 2\pi\sqrt{LC}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 2\pi R\sqrt{\frac{C}{L}}}}.$$

Задача 54. Частота колебаний в колебательном контуре $\nu = 1$ МГц, а индуктивность катушки $L = 2$ Гн. Проводник, из которого изготовлена катушка, медный, катушка содержит $N = 1000$ витков. Диаметр витка $D = 4$ см, диаметр поперечного сечения проводника $d = 0,2$ мм. Определить добротность этого колебательного контура Q , считая колебания медленно затухающими. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

Решение. Добротность контура определяется по формуле:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (1)$$

Здесь $R = \rho \frac{\ell}{S}$ – активное сопротивление контура, ℓ – длина проводника, S – площадь поперечного сечения провода.

Длину проводника можно определить, умножив число витков N на длину окружности витка πD : $\ell = N\pi D$.

$$\text{Площадь его поперечного сечения } S = \frac{\pi d^2}{4}.$$

С учетом этого

$$R = \rho \frac{4\pi DN}{\pi d^2} = 4\rho \frac{DN}{d^2}. \quad (2)$$

Емкость конденсатора C определим из формулы частоты собственных колебаний в этом контуре:

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},$$

откуда

$$\sqrt{LC} = \frac{1}{2\pi\nu}; \quad LC = \frac{1}{(2\pi\nu)^2};$$
$$C = \frac{1}{(2\pi\nu)^2 L}. \quad (3)$$

Подставив (2) и (3) в (1), мы решим задачу в общем виде:

$$Q = \frac{d^2}{4\rho DN} \sqrt{L(2\pi\nu)^2 L};$$
$$Q = \frac{\pi\nu L d^2}{2\rho DN}.$$

Произведем вычисления:

$$Q = \frac{3,14 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 10^{-8} \cdot 2}{2 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 0,04 \cdot 1000} = 1,8 \cdot 10^3.$$

Задача 55. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью 15 м/с. Период колебаний точек шнура 1,2 с, амплитуда колебаний 2 см. Определить: 1) длину волны; 2) фазу, смещение, скорость и ускорение точки, отстоящей на расстоянии 45 м от источника волн в момент времени $t = 4$ с; 3) разность фаз двух точек, лежащих на луче и отстоящих от источника волн на расстояниях 20 м и 30 м.

Решение. 1. Длиной волны называется наименьшее расстояние между точками волны, колебания которых отличаются по фазе на 2π . Длина волны равна расстоянию, которое волна проходит за один период, и может быть найдена из соотношения

$$\lambda = \nu T.$$

Подставив числовые значения, получим

$$\lambda = 15 \cdot 1,2 = 18 \text{ м}.$$

2. Фаза, смещение, скорость и ускорение точки могут быть найдены с помощью уравнения волны

$$y = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{\nu} \right), \quad (1)$$

где y – смещение колеблющейся точки; x – расстояние точки от источника волн; ν – скорость распространения волн.

Фаза φ точки, через которую проходит волна, определяется выражением, стоящим в уравнении волны под знаком синуса:

$$\varphi = \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \quad \text{или} \quad \varphi = \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right).$$

Подставив числовые значения, получим

$$\varphi = \frac{2\pi}{1,2} \left(4 - \frac{45}{15} \right) = \frac{\pi}{0,6} = 1,67\pi.$$

Смещение точки определим, подставив в уравнение (1) числовые значения амплитуды и фазы:

$$y = 2 \sin 1,67\pi = 2 \sin 300^\circ = -2 \sin 60^\circ = -2 \cdot 0,866 = -1,73;$$

$$y = 1,73 \text{ см.}$$

Скорость u точки является первой производной от смещения по времени, поэтому

$$u = \frac{dy}{dt} = A\omega \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \quad \text{или} \quad u = \frac{2\pi A}{T} \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right).$$

Подставив числовые значения, получим

$$u = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 2}{1,2} \cos 300^\circ = 10,4 \cdot \cos 60^\circ = 5,2 \text{ см/с.}$$

Ускорение есть первая производная от скорости по времени, поэтому

$$a = \frac{du}{dt} = -A\omega^2 \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right).$$

После подстановки числовых значений найдем

$$a = -0,02 \left(\frac{2 \cdot 3,14}{1,2} \right)^2 \sin 300^\circ = 0,548 \sin 60^\circ = 0,475 \text{ м/с}^2.$$

3. Как известно, разность фаз колебаний $\Delta\varphi$ двух точек волны связана с расстоянием Δx между этими точками (разностью хода волны) соотношением

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x. \quad (2)$$

Подставив числовые значения в (2), получим

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{18} (30 - 20) = 1,1\pi.$$

Задача 56. Плоская синусоидальная волна распространяется вдоль прямой, совпадающей с положительным направлением оси x в среде, не поглощающей энергию, со скоростью $v = 15$ м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях $x_1 = 5$ м и $x_2 = 5,5$ м от источника колебаний, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi = \pi/5$. Амплитуда волны $A = 4$ см. Определить: 1) длину волны; 2) уравнение волны; 3) смещение ξ_1 первой точки в момент времени $t = 3$ с.

Решение. Разность фаз колебаний двух точек волны

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x,$$

где $\Delta x = x_2 - x_1$ – расстояние между этими точками.

Тогда

$$\lambda = \frac{2\pi(x_2 - x_1)}{\Delta\varphi}.$$

Циклическая частота $\omega = 2\pi/T$, где $T = \lambda/v$. Следовательно, $\omega = 2\pi v/\lambda$.

Уравнение плоской синусоидальной волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси x ,

$$\xi(x, t) = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = A \cos \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x).$$

Чтобы найти смещение ξ_1 , надо в это уравнение подставить значения t и x_1 .

Вычисляя, получаем:

1) $\lambda = 5$ м;

2) уравнение волны $\xi(x, t) = 0,04 \cos \left(6\pi t - \frac{2\pi}{5} x \right)$, м;

3) $\xi_1 = 4$ см.

Задача 57. Один конец упругого стержня соединен с источником гармонических колебаний, подчиняющихся закону $\xi = A \sin \omega t$, а другой конец жестко закреплен. Учитывая, что отражение в месте закрепления стержня происходит от более плотной среды, определить: 1) уравнение стоячей волны; 2) координаты узлов; 3) координаты пучностей.

Решение. Уравнение падающей волны

$$\xi_1(x, t) = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right), \quad (1)$$

а уравнение отраженной

$$\xi_2(x,t) = A \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \pi \right] = -A \sin \left[\omega \left(t + \frac{x}{v} \right) \right] \quad (2)$$

(учли изменение фазы на π , так как отражение происходит от более плотной среды). Сложив уравнения (1) и (2), получим уравнение стоячей волны

$$\xi(x,t) = \xi_1(x,t) + \xi_2(x,t) = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) - A \sin \omega \left(t + \frac{x}{v} \right),$$

откуда

$$\xi(x,t) = 2A \sin \left(\omega \frac{x}{v} \right) \cos \omega t = 2A \sin \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right) \cos \omega t.$$

В точках среды, где $\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm m\pi (m = 0, 1, 2, \dots)$, амплитуда колебаний обращается в нуль (наблюдаются узлы), в точках среды, где $\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \pi (m = 0, 1, 2, \dots)$, амплитуда колебаний достигает максимального значения, равного $2A$ (наблюдаются пучности).

Следовательно:

$$\text{координаты узлов } x_y = \pm m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots);$$

$$\text{координаты пучностей } x_n = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Таким образом,

$$1. \xi(x,t) = 2A \sin \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right) \cos \omega t; \quad 2. x_y = \pm m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots);$$

$$3. x_n = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Задача 58. Неподвижный приемник при приближении источника звука, излучающего волны с частотой $\nu_0 = 360$ Гц, регистрирует звуковые колебания с частотой $\nu = 400$ Гц. Принимая температуру воздуха $T = 290$ К, его молярную массу $M = 0,029$ кг/моль, определить скорость движения источника звука.

Решение. Исходя из общей формулы для эффекта Доплера в акустике и учитывая, что приемник покоится, а источник приближается к приемнику, получим

$$v = \frac{v v_0}{v - v_{ист}},$$

где v – скорость распространения звука. Отсюда

$$v_{ист} = v \left(1 - \frac{v_0}{v} \right). \quad (1)$$

Скорость распространения звуковых волн в газах

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \quad (2)$$

где для воздуха $\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{5+2}{5} = 1,4$.

Подставив (2) в (1), найдем искомую скорость движения источника звука:

$$v_{ист} = \left(1 - \frac{v_0}{v} \right) \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}.$$

Вычисляя, получаем $v_{ист} = 34,1$ м/с.

Задача 59. Определить длину волн, излучаемых колебательным контуром, состоящим из катушки с индуктивностью $L = 1,2$ мГн и конденсатора с емкостью $C = 3 \cdot 10^{-2}$ мкФ. Сопротивление контура ничтожно мало.

Решение. Длина волны λ , излучаемая контуром, однозначно определяется его частотой ν :

$$\lambda = \frac{c}{\nu}, \quad (1)$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость распространения электромагнитных волн в вакууме. Частота колебаний, возникающих в контуре,

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (2)$$

Подставляя формулу (2) в выражение (1), получаем:

$$\lambda = 2\pi c \sqrt{LC}. \quad (3)$$

$$\lambda = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^8 \sqrt{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-2}} = 11,3 \cdot 10^3 \text{ м.}$$

Задача 60. Плоская электромагнитная волна распространяется в однородной и изотропной среде с $\varepsilon = 2$ и $\mu = 1$. Амплитуда напряженности электрического поля волны $E_0 = 12$ В/м. Определить: 1) фазовую скорость волны; 2) амплитуду напряженности магнитного поля волны.

Решение. Фазовая скорость электромагнитных волн

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}},$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость распространения света в вакууме.

В бегущей электромагнитной волне мгновенные значения E и H в любой точке связаны соотношением

$$\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon} \cdot E = \sqrt{\mu_0\mu} \cdot H.$$

Тогда для амплитуд напряженностей электрического и магнитного полей волны

$$\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon} \cdot E_0 = \sqrt{\mu_0\mu} \cdot H_0,$$

откуда искомая амплитуда напряженности магнитного поля волны

$$H_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}}{\sqrt{\mu_0\mu}} E_0.$$

Вычисляя, получаем:

$$1. v = 2,12 \cdot 10^8 \text{ м/с}; \quad 2. H_0 = 45 \text{ мА/м}.$$

Задача 61. Сила тока в открытом колебательном контуре изменяется по закону $i = 0,2 \cos 5 \cdot 10^5 \pi t$. Найти длину излучаемой электромагнитной волны λ в воздухе.

Решение. Длина электромагнитной волны в воздухе определяется формулой $\lambda = cT$, где T – период колебаний вектора напряженности электрического поля \vec{E} (или вектора магнитной индукции \vec{H}). Период T определим, зная циклическую частоту колебаний ω , которая согласно данному нам в условии задачи уравнению равна: $\omega = 5 \cdot 10^5$ рад/с.

Поскольку $\omega = \frac{2\pi}{T}$, то $T = \frac{2\pi}{\omega}$, поэтому

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega} c = \frac{2 \cdot 3,14}{5 \cdot 10^5} \cdot 3 \cdot 10^8 = 1256 \text{ м}.$$

Задача 62. На расстоянии $r_1 = 300$ м от Останкинской башни плотность потока электромагнитного излучения (интенсивность) максимальна: $I_1 = 40$ мВт/м². Найти плотность потока излучения I_2 на расстоянии уверенного приема $r_2 = 120$ км.

Решение. На расстоянии r_1 от излучающей антенны плотность потока излучения I_1 определяется произведением объемной плотности энергии волны ω_1 в этом месте и ее скорости c :

$$I_1 = \omega_1 c,$$

где объемная плотность энергии электромагнитной волны ω_1 на расстоянии r_1 от передатчика связана с напряженностью электрического поля в этом месте формулой

$$\omega_1 = \varepsilon_0 \varepsilon E_{1m}^2,$$

а напряженность E_{m1} обратно пропорциональна расстоянию r_1 до излучателя:

$$E_{m1} \sim \frac{1}{r_1},$$

поэтому плотность потока ω_1 обратно пропорциональна квадрату расстояния r_1 :

$$\omega_1 \sim \frac{1}{r_1^2}.$$

Следовательно, и плотность потока энергии I_1 тоже обратно пропорциональна квадрату расстояния r_1 :

$$I_1 \sim \frac{1}{r_1^2}.$$

Аналогично на расстоянии r_2 : $I_2 \sim \frac{1}{r_2^2}$.

Следовательно,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \quad \text{или} \quad \frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2,$$

откуда

$$I_2 = I_1 \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 .$$

Произведем вычисления:

$$I_2 = 0,4 \left(\frac{300}{1,2 \cdot 10^5} \right)^2 = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ Вт/м}^2 .$$

Задача 63. Если в катушке индуктивности сила тока изменится на $\Delta I = 2 \text{ А}$ за время $\Delta t = 1,2 \text{ с}$, то в ней возникнет ЭДС самоиндукции $\varepsilon_s = 0,4 \text{ мВ}$. На какую длину волны λ будет настроен колебательный контур с этой катушкой, если емкость его конденсатора $C = 25 \text{ нФ}$? Скорость электромагнитной волны в воздухе $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Решение. Длину радиоволны определим по формуле $\lambda = cT$, где согласно формуле Томсона период колебаний

$$T = 2\pi\sqrt{LC} ,$$

поэтому

$$\lambda = 2\pi c\sqrt{LC} . \quad (1)$$

Индуктивность катушки L определим из формулы ЭДС самоиндукции. Ее модуль равен $\varepsilon_s = L \frac{\Delta I}{\Delta t}$,

откуда

$$L = \frac{\varepsilon_s \Delta t}{\Delta I} . \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), мы решим задачу: $\lambda = 2\pi c \sqrt{\frac{\varepsilon_s \Delta t}{\Delta I} C}$.

Произведем вычисления:

$$\lambda = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-4} \cdot 1,2}{2} \cdot 2,5 \cdot 10^{-8}} = 4600 \text{ м} = 4,6 \text{ км} .$$

4. ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 2

Вариант		Номера задач											
предпо- следняя цифра	послед- няя цифра												
0	1	1	41	81	121	161	201	241	281	321	361	401	441
	2	2	42	82	122	162	202	242	282	322	362	402	442
	3	3	43	83	123	163	203	243	283	323	363	403	443
	4	4	44	84	124	164	204	244	284	324	364	404	444
	5	5	45	85	125	165	205	245	285	325	365	405	445
	6	6	46	86	126	166	206	246	286	326	366	406	446
	7	7	47	87	127	167	207	247	287	327	367	407	447
	8	8	48	88	128	168	208	248	288	328	368	408	448
	9	9	49	89	129	169	209	249	289	329	369	409	449
	0	10	50	90	130	170	210	250	290	330	370	410	450
1	1	11	51	91	131	171	211	251	291	331	371	411	451
	2	12	52	92	132	172	212	252	292	332	372	412	452
	3	13	53	93	133	173	213	253	293	333	373	413	453
	4	14	54	94	134	174	214	254	294	334	374	414	454
	5	15	55	95	135	175	215	255	295	335	375	415	455
	6	16	56	96	136	176	216	256	296	336	376	416	456
	7	17	57	97	137	177	217	257	297	337	377	417	457
	8	18	58	98	138	178	218	258	298	338	378	418	458
	9	19	59	99	139	179	219	259	299	339	379	419	459
	0	20	60	100	140	180	220	260	300	340	380	420	460
2	1	21	61	101	141	181	221	261	301	341	381	421	461
	2	22	62	102	142	182	222	262	302	342	382	422	462
	3	23	63	103	143	183	223	263	303	343	383	423	463
	4	24	64	104	144	184	224	264	304	344	384	424	464
	5	25	65	105	145	185	225	265	305	345	385	425	465
	6	26	66	106	146	186	226	266	306	346	386	426	466
	7	27	67	107	147	187	227	267	307	347	387	427	467
	8	28	68	108	148	188	228	268	308	348	388	428	468
	9	29	69	109	149	189	229	269	09	349	389	429	469
	0	30	70	110	150	190	230	270	310	350	390	430	470
3	1	31	71	111	151	191	231	271	311	351	391	431	471
	2	32	72	112	152	192	232	272	312	352	392	432	472
	3	33	73	113	153	193	233	273	313	353	393	433	473
	4	34	74	114	154	194	234	274	314	354	394	434	474
	5	35	75	115	155	195	235	275	315	355	395	435	475
	6	36	76	116	156	196	236	276	316	356	396	436	476
	7	37	77	117	157	197	237	277	317	357	397	437	477
	8	38	78	118	158	198	238	278	318	358	398	438	478
	9	39	79	119	159	199	239	279	319	359	399	439	479
	0	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400	440	480

5. ЗАДАЧИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 2

1. Определить, с какой силой действуют два равных заряда на третий, помещенный на середине расстояния между ними. Рассмотреть случаи одноименных и разноименных зарядов.

2. Точечные заряды q и $4q$ находятся на расстоянии r друг от друга. Какой заряд и где нужно поместить, чтобы вся система находилась в равновесии, если заряды: а) закреплены; б) свободны?

3. В вершинах квадрата помещены точечные положительные заряды по 1 мкКл каждый. Какой заряд нужно поместить в центре квадрата, чтобы вся система находилась в равновесии?

4. Два заряженных шарика массой по 10 г подвешены на нитях длиной 1 м каждая к одной точке, в которой находится третий шарик, заряженный так же, как и два первых. Определить заряд третьего шарика и силу натяжения нитей, если угол расхождения их в положении равновесия равен 60° .

5. В вершинах равностороннего треугольника находятся одинаковые заряды $q = 2$ нКл. Какой заряд q_0 надо поместить в центр треугольника, чтобы система всех этих зарядов оказалась в равновесии? Будет ли равновесие устойчивым?

6. В вершинах правильного треугольника расположены заряды q . Какой заряд q_0 и где надо поместить, чтобы вся система зарядов оказалась в равновесии? Будет ли равновесие устойчивым?

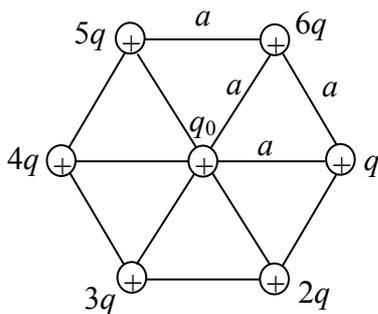


Рис. 42

7. В трех соседних вершинах правильного шестиугольника со стороной a расположены положительные заряды q , а в трех других – равные им по модулю, но отрицательные заряды (рис. 42). С какой силой F эти шесть зарядов будут действовать на заряд q_a , помещенный в центр шестиугольника?

8. В вершинах правильного шестиугольника со стороной a расположены точечные заряды $q, 2q, 3q, 4q, 5q$ и $6q$ (см. рис. 42). С какой силой F эти заряды вместе действуют на одноименный заряд q_0 , расположенный в точке пересечения диагоналей шестиугольника?

9. Два одинаково заряженных шарика, подвешенных на нитях равной длины, разошлись на некоторый угол. Чему равна плотность материала шариков ρ , если после погружения их в керосин угол между нитями не из-

менился? Относительная диэлектрическая проницаемость воздуха $\varepsilon_1 = 1$, относительная диэлектрическая проницаемость керосина $\varepsilon_2 = 2$. Плотность керосина $\rho = 800 \text{ кг/м}^3$.

10. Три заряженных шарика с массой m каждый подвесили на невесомых нитях длиной ℓ в одной точке и одинаково зарядили. При этом шарики разошлись на угол α друг от друга и на угол β от вертикали каждый. Найти заряд q каждого шарика. Среда – воздух.

11. По кольцу радиусом R , расположенному вертикально в поле сил тяжести, могут скользить без трения одинаковые шарики массой m . Какой заряд q надо сообщить каждому шарика, чтобы они оказались в равновесии, когда угол между радиусами, соединяющими их с центром кольца, стал $2\alpha = 60^\circ$? Среда – воздух.

12. Шарик массой m с положительным зарядом q_1 , подвешенный на нити длиной ℓ , равномерно вращается в горизонтальной плоскости вокруг неподвижного отрицательного заряда q_2 . При этом угол между нитью и вертикалью равен α . Найти линейную скорость шарика v . Среда – воздух.

13. Шарик массой 10 г и зарядом $2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$, подвешенный на нити длиной 1 м , вращается в горизонтальной плоскости вокруг такого же неподвижного заряженного шарика. Определить угловую скорость равномерного вращения шарика и силу натяжения нити, если нить образует с вертикалью угол 60° .

14. Точечные заряды $Q_1 = 20 \text{ мкКл}$ и $Q_2 = -10 \text{ мкКл}$ находятся на расстоянии 5 см друг от друга. Определить силу, действующую на точечный заряд $Q = 1 \text{ мкКл}$, удаленный от первого заряда на расстояние 3 см и на расстояние 4 см от второго заряда.

15. Три одинаковых точечных заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 2 \text{ нКл}$ находятся в вершинах равнобедренного треугольника со стороной 10 см . Определить силу, действующую на один из зарядов со стороны двух других.

16. Два положительных заряда Q и $9Q$ закреплены на расстоянии 100 см друг от друга. Определить, в какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд так, чтобы он находился в равновесии. Указать, какой знак должен иметь этот заряд, чтобы равновесие было устойчивым, если перемещение зарядов возможно только вдоль прямой, проходящей через закрепленные заряды.

17. Два одинаково заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол α . Шарики погружают в масло. Какова плотность масла, если угол расхождения нитей

при погружении в масло остается неизменным? Плотность материала шариков $\rho_0 = 1500 \text{ кг/м}^3$. Диэлектрическая проницаемость масла $\epsilon = 2$.

18. Четыре одинаковых заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 40 \text{ нКл}$ закреплены в вершинах квадрата со стороной $a = 10 \text{ см}$. Найти силу F , действующую на один из этих зарядов со стороны трех остальных.

19. В вершинах правильного треугольника со стороной $a = 10 \text{ см}$ находятся заряды $Q_1 = 10 \text{ мкКл}$, $Q_2 = 20 \text{ мкКл}$ и $Q_3 = 30 \text{ мкКл}$. Определить силу, действующую на заряд Q_1 со стороны двух других зарядов.

20. В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 8 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$. Какой отрицательный заряд Q надо поместить в центр квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

21. На расстоянии $d = 20 \text{ см}$ находятся два точечных заряда $Q_1 = -50 \text{ нКл}$ и $Q_2 = 100 \text{ нКл}$. Определить силу, действующую на заряд $Q_3 = -10 \text{ нКл}$, удаленный от обоих зарядов на одинаковое расстояние.

22. Расстояние между двумя точечными зарядами $Q_1 = 2 \text{ нКл}$ и $Q_2 = 4 \text{ нКл}$ равно $d = 60 \text{ см}$. Определить точку, в которую нужно поместить третий заряд Q_3 так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определить заряд Q_3 и его знак. Устойчивое или неустойчивое будет равновесие?

23. Тонкий стержень длиной $l = 10 \text{ см}$ равномерно заряжен. Линейная плотность заряда $\tau = 1 \text{ мкКл/м}$. На продолжении оси стержня на расстоянии $a = 20 \text{ см}$ от ближайшего его конца находится точечный заряд 100 нКл . Определить силу взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

24. Тонкий очень длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью $\tau = 10 \text{ мкКл/м}$. На перпендикуляре к оси стержня, восстановленном из его конца, находится точечный заряд $Q = 10 \text{ нКл}$. Расстояние от конца стержня $a = 20 \text{ см}$. Найти силу взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

25. Тонкая нить длиной $l = 20 \text{ см}$ равномерно заряжена с линейной плотностью заряда $\tau = 10 \text{ нКл/м}$. На расстоянии $a = 10 \text{ см}$ от нити, против ее середины, находится точечный заряд $Q = 1 \text{ нКл}$. Вычислить силу, действующую на этот заряд со стороны заряженной нити.

26. Тонкий длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью $\tau = 10 \text{ мкКл/м}$. Какова сила F , действующая на точечный заряд $Q = 10 \text{ нКл}$, находящийся на расстоянии $a = 20 \text{ см}$ от стержня вблизи его середины?

27. Тонкая бесконечная нить согнута под углом 90° . Нить несет заряд, равномерно распределенный с линейной плотностью $\tau = 1$ мкКл/м. Определить силу F , действующую на точечный заряд $Q = 0,1$ мкКл, расположенный на продолжении одной из сторон и удаленный от вершины угла на расстояние $a = 50$ см.

28. Тонкое кольцо радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный заряд $Q = 0,1$ мкКл. На перпендикуляре к плоскости кольца, восстановленном из его центра, находится точечный заряд $Q_1 = 10$ нКл. Определить силу F , действующую на точечный заряд Q со стороны кольца, если он удален от центра на расстояние $l = 20$ см.

29. Тонкое полукольцо радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью $\tau = 1$ мкКл/м. В центре кривизны полукольца находится заряд $Q = 20$ нКл. Определить силу взаимодействия точечного заряда и полукольца.

30. По тонкому кольцу радиусом $R = 10$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 1$ нКл/м. В центре кольца находится заряд $Q = 0,4$ нКл. Определить силу F , растягивающую кольцо.

31. Два одинаковых шарика подвешены на нитях так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда $Q = 4 \cdot 10^{-7}$ Кл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол 60° . Найти массу шариков, если расстояние от точки подвеса до центра шарика равно 20 см.

32. Два одинаковых шарика подвешены на нитях так, что их поверхности соприкасаются. Какой заряд нужно сообщить шарикам, чтобы натяжение нитей стало равным $0,098$ Н? Расстояние от точки подвеса до центра шарика равно 10 см. Масса каждого шарика 5 г.

33. Сила притяжения двух одинаковых металлических шаров, находящихся на расстоянии 4 см, равна 36 мкН. После того как шары были приведены в соприкосновение и удалены на прежнее расстояние, они стали отталкиваться с силой 95 мкН. Определить заряды Q_1 и Q_2 шаров до соприкосновения. Диаметр шаров считать много меньшим расстояния между ними.

34. По кольцу радиусом R , расположенному вертикально, могут скользить одинаковые шарики массой m . Какие заряды следует сообщить двум подвижным шарикам, чтобы они расположились на концах горизонтальной хорды, стягивающей дугу 120° ? Рассмотреть два случая: хорда проходит выше или ниже центра кольца.

35. По кольцу радиусом R , расположенному вертикально, могут скользить одинаковые шарики массой m . Какой заряд нужно сообщить закреплённому шару, чтобы он и два подвижных шарика, имеющие одинаковые заряды Q , расположились в вершинах правильного треугольника? Рассмотреть два случая: закреплённый шар находится на верхнем или нижнем конце вертикального диаметра.

36. Кольцо из проволоки разрывается, если его зарядить зарядом Q . Диаметр кольца и диаметр проволоки увеличили в три раза. Какой заряд следует сообщить новому кольцу, чтобы оно разорвалось?

37. Точечные положительные заряды $q_1 = q$ и $q_2 = 4q$ размещены в воздухе на расстоянии l друг от друга. На прямой, проходящей через центры этих зарядов, находится в равновесии положительно заряженный шарик. Определить расстояние r между шариком и меньшим зарядом. Будет ли равновесие шарика устойчивым?

38. Точечные разноименные заряды $q_1 = q$ и $q_2 = -2q$ находятся в воздухе на расстоянии $l = 50$ см друг от друга. На прямой, проходящей через центры этих зарядов, находится в равновесии отрицательно заряженный шарик. Определить расстояние r между шариком и отрицательным зарядом. Будет ли равновесие шарика устойчивым?

39. Два шарика массами $m_1 = m_0$ и $m_2 = 2m_0$, заряженные разноименными зарядами $q_1 = 100$ нКл и $q_2 = -100$ нКл, связаны нитью и находятся на гладкой горизонтальной поверхности. Определить, какую силу, направленную вдоль нити, необходимо приложить к меньшему шару, чтобы в процессе движения системы сила натяжения нити была равна нулю.

40. Два шарика заряжены одноименными зарядами $q_1 = q$ и $q_2 = 5q$. Как изменится сила взаимодействия шариков после того, как их привели в соприкосновение и раздвинули на расстояние, в два раза меньшее, чем первоначальное?

41. Тонкая бесконечная нить равномерно заряжена с линейной плотностью τ . Пользуясь принципом суперпозиции полей, найти напряженность поля E в точке, находящейся на расстоянии r от нити.

42. Бесконечная равномерно заряженная плоскость имеет поверхностную плотность электрических зарядов $\sigma = 91$ мкКл/м². Над ней находится медный шарик с зарядом 4 мкКл. Какой радиус r должен иметь шарик, чтобы он парил над плоскостью?

43. С какой силой F притягиваются пластины плоского конденсатора, если площадь каждой пластины $S = 50$ см² и заряд $q = 3,2 \cdot 10^{-9}$ Кл?

44. Капля массой $m = 5,6 \cdot 10^{-9}$ г поднимается вертикально вверх между пластинами горизонтально расположенного конденсатора с ускорением $a = 1,2 \text{ м/с}^2$. Найти поверхностную плотность заряда σ на пластинах конденсатора, если заряд капли равен 10 зарядам электрона.

45. Тонкое кольцо радиусом $R = 8$ см несет заряд, равномерно распределенный с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Какова напряженность E электрического поля в точке, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние $r = 10$ см?

46. Очень длинная тонкая прямая проволока несет заряд, равномерно распределенный по всей ее длине. Вычислить линейную плотность τ заряда, если напряженность E поля на расстоянии $a = 0,5$ м от проволоки напротив ее середины равна 200 В/м.

47. Расстояние d между двумя длинными тонкими проволоками, расположенными параллельно друг другу, равно 16 см. Проволоки равномерно заряжены разноименными зарядами с линейной плотностью $\tau = 150$ мкКл/м. Какова напряженность E поля в точке, удаленной на $a = 10$ см как от первой, так и от второй проволоки?

48. Две длинные тонкостенные коаксиальные трубки радиусами $R_1 = 2$ см и $R_2 = 4$ см несут заряды, равномерно распределенные по длине с линейными плотностями $\tau_1 = 1$ нКл/м и $\tau_2 = -0,5$ нКл/м. Пространство между трубками заполнено эбонитом. Определить напряженность E поля в точках, находящихся на расстояниях $r_1 = 1$ см, $r_2 = 3$ см, $r_3 = 5$ см. Построить график зависимости E от r .

49. Бесконечно длинная тонкостенная металлическая трубка радиусом $R = 2$ см несет равномерно распределенный по поверхности заряд ($\sigma = 1$ нКл/м²). Определить напряженность E поля в точках, отстоящих от оси трубки на расстояниях $r_1 = 1$ см; $r_2 = 3$ см. Построить график зависимости $E(r)$.

50. Две бесконечные параллельные пластины равномерно заряжены с поверхностной плотностью $\sigma_1 = 10$ нКл/м² и $\sigma_2 = -30$ нКл/м². Определить силу взаимодействия между пластинами, приходящуюся на площадь S , равную 1 м².

51. Определить положение точки, в которой напряженность поля равна нулю вблизи двух одноименных зарядов 9 и 4 мКл, находящихся на расстоянии 1 м друг от друга. Рассмотреть также случай разноименных зарядов ($q_2 < 0$).

52. В вершинах равностороннего треугольника со стороной 10 см расположены заряды по 10 нКл каждый. Определить напряженность поля в центре треугольника и в точке, лежащей на середине одной из сторон.

53. Шарик массой 2 г и зарядом 40 мкКл подвешен на нити длиной 0,5 м и помещен в однородное электрическое поле, вектор напряженности которого образует угол 30° с вертикалью. Определить силу натяжения нити и угол, который образует нить с вертикалью, если напряженность поля равна 200 кВ/м.

54. В однородном электрическом поле равномерно вращается шарик массой 0,5 г с положительным зарядом 10 нКл, подвешенный на нити длиной 0,5 м. Определить силу натяжения нити и кинетическую энергию шарика, если напряженность поля равна 100 кВ/м и направлена вертикально вниз. Нить образует с вертикалью угол 60° .

55. В трех вершинах квадрата расположены равные по модулю заряды q , $-q$ и q . Сторона квадрата a . Найти результирующую напряженность поля этих зарядов в четвертой вершине.

56. Заряженный шар диаметром D находится в равновесии в жидком диэлектрике плотностью ρ_1 с диэлектрической проницаемостью ϵ . Найти поверхностную плотность зарядов на шаре σ , если плотность вещества шара ρ_2 . Напряженность электрического поля в диэлектрике E , вектор напряженности направлен вверх.

57. Электрон влетает в однородное электрическое поле со скоростью v_0 , направленной перпендикулярно вектору напряженности \vec{E} . Под каким углом φ к линиям вектора напряженности будет направлен вектор его скорости через время t полета в поле? Чему будет равна работа сил поля A за это время? Чему будет равна кинетическая энергия электрона W_k через время t ? Напряженность поля E . Масса электрона m_e и его заряд e известны.

58. Металлический диск диаметром D вращается вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно плоскости диска, с частотой ν . Найти напряженность электрического поля E , возникающего внутри металла вследствие инерции свободных электронов.

59. Электрон влетает в электрическое поле, созданное двумя параллельными, горизонтальными, разноименно заряженными плоскостями, параллельно им на равном расстоянии от плоскостей. Напряженность электрического поля между плоскостями $E = 100$ Н/Кл, расстояние между ними $d = 5$ см. Через какое время t электрон долетит до одной из плоскостей?

60. К бесконечной, вертикальной, равномерно заряженной плоскости прикреплена одним концом невесомая нить, на другом конце которой находится одноименно с нитью заряженный шарик радиусом $R = 0,5$ см, несущий заряд $q = 1 \cdot 10^{-10}$ Кл. Плотность вещества шарика $\rho = 2 \cdot 10^3$ кг/м³. Натяжение нити $F_H = 4,9 \cdot 10^{-2}$ Н. Какой угол α образует с плоскостью нить, на которой висит шарик? Среда – воздух. Чему равна поверхностная плотность σ зарядов на плоскости?

61. С какой силой F электрическое поле бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью зарядов $\sigma = 2 \cdot 10^9$ Кл/см² действует на каждый метр заряженной бесконечной нити с линейной плотностью зарядов $\tau = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл/см, расположенной параллельно плоскости? Среда – воздух.

62. На расстоянии $r = 3$ см от поверхности шара радиусом $R = 2$ см находится точечный отрицательный заряд $q = -2$ нКл. Шар заряжен положительно с поверхностной плотностью зарядов $\sigma = 2$ нКл/м². Найти напряженность поля E , созданного заряженным шаром и точечным зарядом в точке, расположенной на расстоянии $r_1 = 4$ см от центра шара, и $r_2 = 3$ см от заряда q . Среда – воздух.

63. В вершинах правильного шестиугольника со стороной a расположены три положительных и три отрицательных заряда с модулем q . Найти напряженность электрического поля в центре шестиугольника при различном расположении этих зарядов. Среда – воздух.

64. Точечный заряд q расположен внутри тонкостенного проводящего шара радиусом R на расстоянии r от центра. Какие заряды будут индуцированы на внутренней и наружной поверхностях шара и какова будет картина электрического поля в случаях, если шар: а) заземлен; б) изолирован и не заряжен?

65. Свободные заряды равномерно распределены с объемной плотностью $\rho = 5$ нКл/м³ по шару радиусом $R = 10$ см из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью $\epsilon = 5$ (рис. 43). Определить напряженности электростатического поля на расстояниях $r_1 = 5$ см и $r_2 = 15$ см от центра шара.

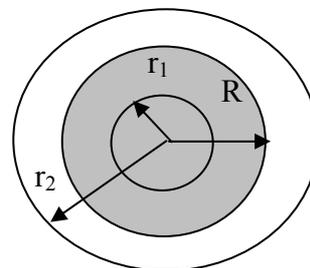


Рис. 43

66. Определить напряженность электростатического поля в точке A , расположенной вдоль прямой, соединяющей заряды $q_1 = 10$ нКл и $q_2 = -8$ нКл и находящейся на расстоянии $r = 8$ см от отрицательного заряда. Расстояние между зарядами $l = 20$ см.

67. Поле создано двумя равномерно заряженными концентрическими сферами, радиусы которых $R_1 = 5$ см и $R_2 = 8$ см. Заряды сфер соответственно равны $q_1 = 2$ нКл и $q_2 = -1$ нКл. Определить напряженность электростатического поля в точках, лежащих от центра сфер на расстоянии: 1) $r_1 = 3$ см; 2) $r_2 = 6$ см; 3) $r_3 = 10$ см. Построить график зависимости $E(r)$.

68. Между пластинами плоского конденсатора помещено два слоя диэлектрика – слюда ($\epsilon_1 = 7$) толщиной $d_1 = 0,5$ мм и парафин ($\epsilon_2 = 2$) толщиной $d_2 = 0,5$ мм. Определить: 1) напряженности электростатического поля в слоях диэлектрика; 2) электрическое смещение, если разность потенциалов между пластинами конденсатора $U = 500$ В.

69. Расстояние между пластинами плоского конденсатора $d = 5$ мм, разность потенциалов $U = 1,2$ кВ. Определить: 1) поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора; 2) поверхностную плотность связанных зарядов на диэлектрике, если известно, что диэлектрическая восприимчивость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами, $\chi = 1$.

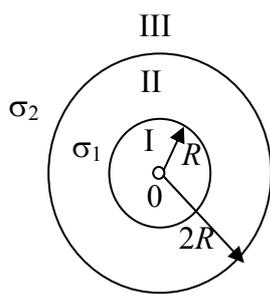


Рис. 44

70. На двух концентрических сферах радиусами R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 . Требуется: 1) используя теорему Остроградского – Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: I, II и III. Принять $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$; 2) вычислить напряженность E в точке, удаленной от центра на расстояние r , и указать направление вектора E . Принять $\sigma = 30$ нКл/м², $r = 1,5R$; 3) построить график $E(r)$ (рис. 44).

71. См. условие задачи 70. В п. 1 принять $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -\sigma$. В п. 2 принять $\sigma = 0,1$ мкКл/м², $r = 3R$.

72. См. условие задачи 70. В п. 1 принять $\sigma_1 = -4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$. В п. 2 принять $\sigma = 50$ нКл/м², $r = 1,5R$.

73. См. условие задачи 70. В п. 1 принять $\sigma_1 = -2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$. В п. 2 принять $\sigma = 0,1$ мкКл/м², $r = 3R$.

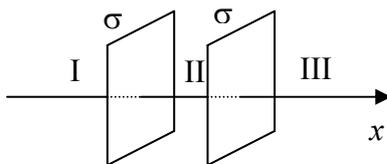


Рис. 45

74. На двух бесконечных параллельных плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис. 45). Требуется: 1) используя теорему Остроградского – Гаусса и принцип суперпозиции электрических полей, найти выражение $E(x)$ напряженно-

сти электрического поля в трех областях: I, II и III. Принять $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$; 2) вычислить напряженность E поля в точке, расположенной слева от плоскостей, и указать направление вектора E ; 3) построить график $E(x)$.

75. См. условие задачи 74. В п. 1 принять $\sigma_1 = -4\sigma$, $\sigma_2 = 2\sigma$. В п. 2 принять $\sigma = 40$ нКл/м³ и точку расположить между плоскостями.

76. См. условие задачи 74. В п. 1 принять $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -2\sigma$. В п. 2 принять $\sigma = 20$ нКл/м³ и точку расположить справа от плоскостей.

77. На двух коаксиальных бесконечных цилиндрах радиусами R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис. 46). Требуется: 1) используя теорему Остроградского – Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: I, II, III. Принять $\sigma_1 = -2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$; 2) вычислить напряженность E в точке, удаленной от оси цилиндров на расстояние r , и указать направление вектора E . Принять $\sigma = 50$ нКл/м², $r = 1,5R$; 3) построить график $E(r)$.

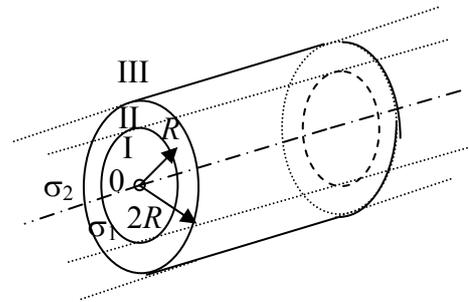


Рис. 46

78. См. условие задачи 77. В п. 1 принять $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -\sigma$. В п. 2 принять $\sigma = 60$ нКл/м², $r = 3R$.

79. См. условие задачи 77. В п. 1 принять $\sigma_1 = -\sigma$, $\sigma_2 = 4\sigma$. В п. 2 принять $\sigma = 30$ нКл/м², $r = 4R$.

80. Электростатическое поле создается положительно заряженной бесконечной нитью с постоянной линейной плотностью $\tau = 1$ нКл/см. Какую скорость приобретет электрон, приблизившись под действием поля к нити вдоль линии напряженности с расстояния $r_1 = 1,5$ см до $r_2 = 1$ см?

81. Определить линейную плотность бесконечно длинной заряженной нити, если работа сил поля по перемещению заряда $Q = 1$ нКл с расстояния $r_1 = 5$ см до $r_2 = 2$ см в направлении, перпендикулярном нити, равна 50 мкДж.

82. Электростатическое поле создается сферой радиусом $R = 5$ см, равномерно заряженной с поверхностной плотностью $\sigma = 1$ нКл/м². Определить разность потенциалов между двумя точками, находящимися на расстояниях $r_1 = 10$ см и $r_2 = 15$ см от центра сферы.

83. Электростатическое поле создается шаром радиусом $R = 10$ см, равномерно заряженным с объемной плотностью $\rho = 20$ нКл/м³. Определить

разность потенциалов между точками, находящимися внутри шара на расстояниях $r_1 = 2$ см и $r_2 = 8$ см от его центра.

84. Определить потенциал φ электрического поля в точке, удаленной от зарядов $Q_1 = -0,2$ мкКл и $Q_2 = 0,5$ мкКл соответственно на $r_1 = 15$ см и $r_2 = 25$ см. Определить также минимальное и максимальное расстояния между зарядами, при которых возможно решение.

85. Заряды $Q_1 = 1$ мкКл и $Q_2 = -1$ мкКл находятся на расстоянии $d = 10$ см. Определить напряженность E и потенциал φ поля в точке, удаленной на расстояние $r = 10$ см от первого заряда и лежащей на линии, проходящей через первый заряд перпендикулярно направлению от Q_1 к Q_2 .

86. Вычислить потенциальную энергию W системы двух точечных зарядов $Q_1 = 100$ нКл и $Q_2 = 10$ нКл, находящихся на расстоянии $d = 10$ см друг от друга.

87. Найти потенциальную энергию W системы трех точечных зарядов $Q_1 = 10$ нКл, $Q_2 = 20$ нКл и $Q_3 = -30$ нКл, расположенных в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 10$ см.

88. Какова потенциальная энергия W системы четырех одинаковых точечных зарядов $Q = 10$ нКл, расположенных в вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см?

89. Определить потенциальную энергию W системы четырех точечных зарядов, расположенных в вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см. Заряды одинаковы по абсолютному значению $Q = 10$ нКл, но два из них отрицательны. Рассмотреть два возможных случая расположения зарядов.

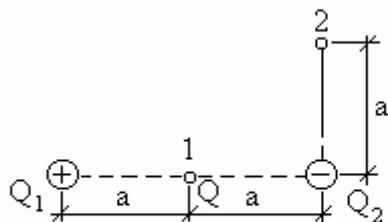


Рис. 47

90. Система состоит из трех зарядов – двух одинаковых по абсолютному значению $Q_1 = |Q_2| = 1$ мкКл и противоположных по знаку и заряда $Q = 20$ нКл, расположенного в точке 1 посередине между двумя другими зарядами (рис. 47). Определить изменение потенциальной энергии ΔW системы при переносе заряда Q из точки 1 в точку 2. Эти точки удалены от отрицательного заряда Q_2 на расстояние $a = 0,2$ м.

Эти точки удалены от отрицательного заряда Q_2 на расстояние $a = 0,2$ м.

91. По тонкому кольцу радиусом $R = 10$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Определить потенциал φ в точке, лежащей на оси кольца, на расстоянии $a = 5$ см от центра.

92. На отрезке тонкого прямого проводника равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Вычислить потенциал φ , соз-

даваемый этим зарядом в точке, расположенной на оси проводника и удаленной от ближайшего конца отрезка на расстояние, равное длине этого отрезка.

93. Тонкий стержень длиной $l = 10$ см несет равномерно распределенный заряд $Q = 1$ нКл. Определить потенциал электрического поля в точке, лежащей на оси стержня на расстоянии $a = 20$ см от ближайшего его конца.

94. Тонкие стержни образуют квадрат со стороной длиной a . Стержни заряжены с линейной плотностью $\tau = 1,33$ нКл/м. Найти потенциал τ в центре квадрата.

95. Бесконечно длинная тонкая прямая нить несет равномерно распределенный по длине нити заряд с линейной плотностью $\tau = 0,01$ мкКл/м. Определить разность потенциалов $\Delta\phi$ двух точек поля, удаленных от нити на $r_1 = 2$ см и $r_2 = 4$ см.

96. Тонкая круглая пластина несет равномерно распределенный по плоскости заряд $Q = 1$ нКл. Радиус R пластины равен 5 см. Определить потенциал ϕ электрического поля в двух точках: 1) в центре пластины; 2) в точке, лежащей на оси, перпендикулярной плоскости пластины и отстоящей от центра пластины на $a = 6$ см.

97. Имеются две концентрические металлические сферы радиусами $R_1 = 3$ см и $R_2 = 6$ см. Пространство между сферами заполнено парафином. Заряд внутренней сферы равен $Q_1 = -1$ нКл, внешней $Q_2 = 2$ нКл. Найти потенциал ϕ электрического поля на расстоянии: 1) $r_1 = 1$ см; 2) $r_2 = 5$ см; 3) $r_3 = 9$ см от центра сфер.

98. Металлический шар радиусом $R_1 = 10$ см заряжен до потенциала $\phi_1 = 300$ В. Определить потенциал ϕ_2 этого шара в двух случаях: 1) после того, как его окружают сферической проводящей оболочкой радиусом $R_2 = 16$ см и на короткое время соединят с ней проводником; 2) если его окружить сферической проводящей заземленной оболочкой радиусом $R_2 = 15$ см?

99. Заряд распределен равномерно по бесконечной плоскости с поверхностной плотностью $\sigma = 10$ нКл/м². Определить разность потенциалов $\Delta\phi$ двух точек поля, одна из которых находится на плоскости, а другая удалена от плоскости на расстояние $d = 10$ см.

100. Определить потенциал ϕ , до которого можно зарядить уединенный металлический шар радиусом $R = 10$ см, если напряженность E поля, при которой происходит пробой воздуха, равна 3 МВ/м. Найти также максимальную поверхностную плотность σ электрических зарядов перед пробоем.

101. Две бесконечные параллельные плоскости находятся на расстоянии $d = 0,5$ см друг от друга. На плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 0,2$ мкКл/м² и $\sigma_2 = -0,3$ мкКл/м². Определить разность потенциалов U между плоскостями.

102. Две бесконечные параллельные плоскости находятся на расстоянии $d = 1$ см друг от друга. Плоскости несут равномерно распределенные по поверхностям заряды с плотностями $\sigma_1 = 0,2$ мкКл/м² и $\sigma_2 = 0,5$ мкКл/м². Найти разность потенциалов U пластин.

103. Металлический шарик диаметром $d = 2$ см заряжен отрицательно до потенциала $\varphi = 150$ В. Сколько электронов находится на поверхности шарика?

104. Сто одинаковых капель ртути, заряженных до потенциала $\varphi = 20$ В сливаются в одну большую каплю. Каков потенциал φ образовавшейся капли?

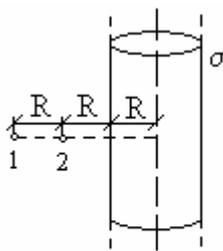


Рис. 48

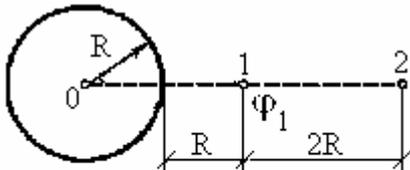


Рис. 49

105. Электрическое поле создано бесконечно длинным равномерно заряженным ($\sigma = 0,1$ мкКл/м²) цилиндром радиусом $R = 5$ см. Определить изменение ΔW потенциальной энергии однозарядного положительного иона при перемещении его из точки 1 в точку 2 (рис. 48).

106. Электрическое поле создано отрицательно заряженным металлическим шаром. Определить работу A_{12} внешних сил по перемещению заряда $Q = 40$ нКл из точки 1 с потенциалом $\varphi_1 = 300$ В в точку 2 (рис. 49).

107. Точечные заряды $Q_1 = 1$ мкКл и $Q_2 = 0,1$ мкКл находятся на расстоянии $r_1 = 10$ см друг от друга. Какую работу A совершат силы поля, если второй заряд, отталкиваясь от первого, удалится от него на расстояние: 1) $r_2 = 10$ см; 2) $r_3 = \infty$?

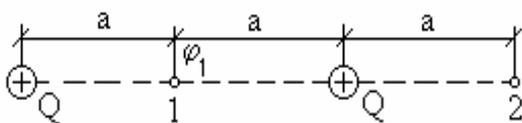


Рис. 50

108. Электрическое поле создано двумя одинаковыми положительными точечными зарядами Q . Найти работу A_{12} сил поля по перемещению заряда $Q_1 = 10$ нКл из точки 1 с потенциалом $\varphi_1 = 300$ В в точку 2 (рис. 50).

109. Определить работу A_{12} по перемещению заряда $Q_1 = 50$ нКл из точки 1 в точку 2 (рис. 51) в поле, созданном двумя зарядами, модуль $|Q|$ которых равен 1 мкКл и $a = 0,1$ м.

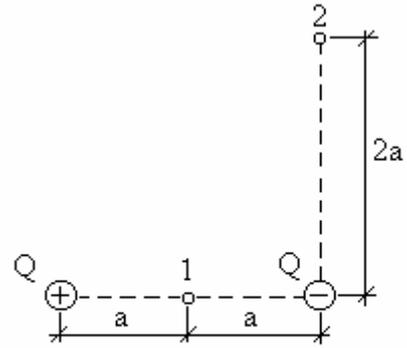


Рис. 51

110. Электрическое поле создано бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 2$ мкКл/м². В этом поле вдоль прямой, составляющей угол $\alpha = 60^\circ$ с плоскостью, из точки 1 в точку 2, расстояние l между которыми равно 20 см (рис. 52), перемещается точечный электрический заряд $Q = 10$ нКл. Определить работу A сил поля по перемещению заряда.

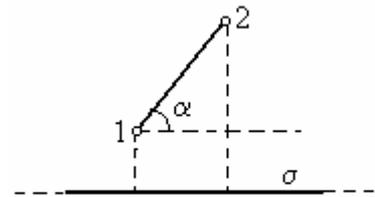


Рис. 52

111. На отрезке прямого провода равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 1$ мкКл/м. Определить работу A сил поля по перемещению заряда $Q = 1$ нКл из точки B в точку C (рис. 53).

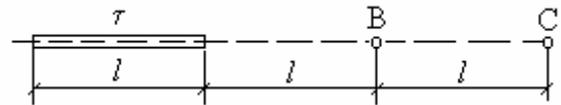


Рис. 53

112. Электрическое поле создано равномерно распределенным по кольцу зарядом ($\tau = 1$ мкКл/м). Определить работу A_{12} сил поля по перемещению заряда $Q = 10$ нКл из точки 1 (в центре кольца) в точку 2, находящуюся на перпендикуляре к плоскости кольца (рис. 54).

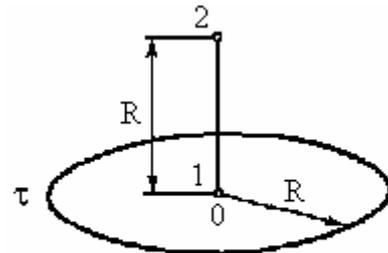


Рис. 54

113. Разность потенциалов U между катодом и анодом электронной лампы равна 90 В, расстояние $r = 1$ мм. С каким ускорением a движется электрон от катода к аноду? Какова скорость v электрона в момент удара об анод? За какое время t электрон пролетает расстояние от катода до анода? Поле считать однородным.

114. Протон, начальная скорость v которого равна 100 км/с, влетел в однородное электрическое поле ($E = 300$ В/см) так, что вектор скорости совпал с направлением линий напряженности. Какой путь l должен пройти протон в направлении линий поля, чтобы его скорость удвоилась?

115. Бесконечная плоскость заряжена отрицательно с поверхностной плотностью $\sigma = 35,4 \text{ нКл/м}^2$. По направлению силовой линии поля, созданного плоскостью, летит электрон. Определить минимальное расстояние l_{\min} , на которое может подойти к плоскости электрон, если на расстоянии $l_0 = 5 \text{ см}$ он имел кинетическую энергию $T = 80 \text{ эВ}$.

116. Вдоль силовой линии однородного электрического поля движется протон. В точке поля с потенциалом φ_1 протон имел скорость $v_1 = 0,1 \text{ Мм/с}$. Определить потенциал φ_2 точки поля, в которой скорость протона возрастает в $n = 2$ раза. Отношение заряда протона к его массе $e/m = 96 \text{ МКл/кг}$.

117. В однородное электрическое поле напряженностью $E = 1 \text{ кВ/м}$ влетает вдоль силовой линии электрон со скоростью $v_0 = 1 \text{ Мм/с}$. Определить расстояние l , пройденное электроном до точки, в которой его скорость v_1 будет равна половине начальной.

118. Электрон движется вдоль силовой линии однородного электрического поля. В некоторой точке поля с потенциалом $\varphi_1 = 100 \text{ В}$ электрон имел скорость $v_1 = 6 \text{ Мм/с}$. Определить потенциал φ_2 точки поля, в которой скорость v_2 электрона будет равна $0,5v_1$.

119. Электрон влетел в плоский конденсатор, находясь на одинаковом расстоянии от каждой пластины и имея скорость $v = 10 \text{ Мм/с}$, направленную параллельно пластинам, расстояние d между которыми равно 2 см . Длина l каждой пластины равна 10 см . Какую наименьшую разность потенциалов U нужно приложить к пластинам, чтобы электрон не вылетел из конденсатора?

120. Электрон влетел в пространство между пластинами плоского конденсатора со скоростью $v = 10 \text{ Мм/с}$, направленной параллельно пластинам. На сколько приблизится электрон к положительно заряженной пластине за время движения внутри конденсатора (поле считать однородным), если расстояние d между пластинами равно 16 мм , разность потенциалов $U = 30 \text{ В}$ и длина l пластин равна 6 см ?

121. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено стеклом ($\varepsilon = 7$). Расстояние между пластинами $d = 5 \text{ мм}$, разность потенциалов $U = 1 \text{ кВ}$. Определить: 1) напряженность поля в стекле; 2) поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора; 3) поверхностную плотность связанных зарядов на стекле.

122. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов $U_1 = 500$ В. Площадь пластин $S = 200$ см², расстояние между ними $d = 1,5$ мм. После отключения конденсатора от источника напряжения в пространство между пластинами внесли парафин ($\epsilon = 2$). Определить разность потенциалов U_2 между пластинами после внесения диэлектрика. Определить также емкости конденсаторов C_1 и C_2 до и после внесения диэлектрика.

123. Две концентрические проводящие сферы радиусами $R_1 = 20$ см и $R_2 = 50$ см (рис. 55) заряжены соответственно одинаковыми зарядами $q = 100$ нКл. Определить энергию электростатического поля, заключенного между этими сферами.

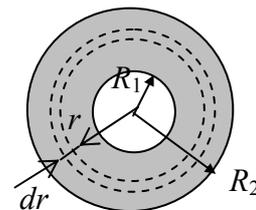


Рис. 55

124. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов $U_1 = 500$ В. Площадь пластин $S = 200$ см², расстояние между ними $d = 1,5$ мм. Пластины раздвинули до расстояния $d_2 = 15$ мм. Найти энергии W_1 и W_2 конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник тока перед раздвижением: 1) отключался; 2) не отключался.

125. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено слюдой ($\epsilon = 7$). Площадь пластин конденсатора составляет 50 см². Определить поверхностную плотность связанных зарядов на слюде, если пластины конденсатора притягивают друг друга с силой 1 мН.

126. Электростатическое поле создается бесконечной плоскостью, равномерно заряженной с поверхностной плотностью $\sigma = 1$ нКл/м². Определить разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстоянии $x_1 = 20$ см и $x_2 = 50$ см от плоскости.

127. Шар, погруженный в масло ($\epsilon = 2,2$), имеет поверхностную плотность заряда $\sigma = 1$ мкКл/м² и потенциал $\phi = 500$ В. Определить: 1) радиус шара; 2) заряд шара; 3) емкость шара; 4) энергию шара.

128. В однородное электростатическое поле напряженностью $E_0 = 700$ В/м перпендикулярно линиям напряженности поместили стеклянную пластину ($\epsilon = 7$) толщиной $d = 1,5$ мм и площадью 200 см². Определить: 1) поверхностную плотность связанных зарядов на стекле; 2) энергию электростатического поля, сосредоточенную в пластине.

129. Плоский воздушный конденсатор емкостью $C = 10$ пФ заряжен до разности потенциалов $U_1 = 500$ В. После отключения конденсатора от источника напряжения расстояние между пластинами конденсатора было увеличе-

но в 3 раза. Определить: 1) разность потенциалов на пластинах конденсатора после их раздвижения; 2) работу внешних сил по раздвижению пластин.

130. Два металлических шара радиусами $R_1 = 2$ см и $R_2 = 6$ см соединены проводником, емкостью которого можно пренебречь. Шарам сообщен заряд $Q = 1$ нКл. Найти поверхностную плотность σ зарядов на шарах.

131. Шар радиусом $R_1 = 6$ см заряжен до потенциала $\varphi_1 = 300$ В, а шар радиусом $R_2 = 4$ см – до потенциала $\varphi_2 = 500$ В. Определить потенциал φ шаров после того, как их соединили металлическим проводником. Емкостью соединительного проводника пренебречь.

132. Между пластинами плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов $U = 600$ В, находятся два слоя диэлектриков: стекла толщиной $d_1 = 7$ мм и эбонита толщиной $d_2 = 3$ мм. Площадь S каждой пластины конденсатора равна 200 см². Найти: 1) электроемкость C конденсатора; 2) смещение D , напряженность E поля и падение потенциала $\Delta\varphi$ в каждом слое.

133. Расстояние d между пластинами плоского конденсатора равно $1,33$ м, площадь S пластин равна 20 см². В пространстве между пластинами конденсатора находятся два слоя диэлектриков: слюды толщиной $d_1 = 0,7$ мм и эбонита толщиной $d_2 = 0,3$ мм. Определить электроемкость C конденсатора.

134. На пластинах плоского конденсатора равномерно распределен заряд в поверхностной плотностью $\sigma = 0,2$ мкКл/м². Расстояние d между пластинами равно 1 мм. На сколько изменится разность потенциалов на его обкладках при увеличении расстояния d между пластинами до 3 мм?

135. В плоский конденсатор вдвинули плитку парафина толщиной $d = 1$ см, которая вплотную прилегает к его пластинам. На сколько нужно увеличить расстояние между пластинами, чтобы получить прежнюю емкость?

136. Электроемкость C плоского конденсатора равна $1,5$ мкФ. Расстояние d между пластинами равно 5 мм. Какова будет электроемкость C конденсатора, если на нижнюю пластину положить лист эбонита толщиной 3 мм?

137. Между пластинами плоского конденсатора находится плотно прилегающая стеклянная пластинка. Конденсатор заряжен до разности потенциалов $U_1 = 100$ В. Какова будет разность потенциалов U_2 , если вытащить стеклянную пластинку из конденсатора?

138. Конденсатор состоит из двух concentрических сфер. Радиус R_1 внутренней сферы равен 10 см, внешней $R_2 = 10,2$ см. Промежуток между сферами заполнен парафином. Внутренней сфере сообщен заряд $Q = 5\text{ мкКл}$. Определить разность потенциалов U между сферами.

139. К воздушному конденсатору, заряженному до разности потенциалов $U = 600$ В и отключенному от источника напряжения, присоединили параллельно второй незаряженный конденсатор таких же размеров и формы, но с диэлектриком (фарфор). Определить диэлектрическую проницаемость ϵ фарфора, если после присоединения второго конденсатора разность потенциалов уменьшилась до $U_1 = 100$ В.

140. Два конденсатора емкостями $C_1 = 3$ мкФ и $C_2 = 6$ мкФ соединены между собой и присоединены к батарее с ЭДС $\epsilon = 120$ В. Определить заряды Q_1 и Q_2 конденсаторов и разности потенциалов U_1 и U_2 между их обкладками, если конденсаторы соединены: 1) параллельно; 2) последовательно.

141. Конденсатор емкостью $C_1 = 0,2$ мкФ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 320$ В. После того как его соединили параллельно со вторым конденсатором, заряженным до разности потенциалов $U_2 = 450$ В, напряжение U на нем изменилось до 400 В. Вычислить емкость C_2 второго конденсатора.

142. Конденсатор емкостью $C_1 = 0,6$ мкФ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 300$ В и соединен со вторым конденсатором емкостью $C_2 = 0,4$ мкФ, заряженным до разности потенциалов $U_2 = 150$ В. Найти заряд ΔQ , перетекший с пластин первого конденсатора на второй.

143. Три одинаковых плоских конденсатора соединены последовательно. Емкость C такой батареи конденсаторов равна 89 пФ. Площадь S каждой пластины равна 100 см^2 . Диэлектрик – стекло. Какова толщина d стекла?

144. Конденсаторы емкостями $C_1 = 0,2$ мкФ, $C_2 = 0,6$ мкФ, $C_3 = 0,3$ мкФ, $C_4 = 0,5$ мкФ соединены так, как это указано на рис. 56. Разность потенциалов U между точками A и B равна 320 В. Определить разность потенциалов U_i и заряд Q_i на пластинах каждого конденсатора ($i = 1, 2, 3, 4$).

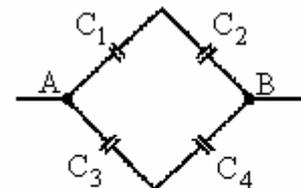


Рис. 56

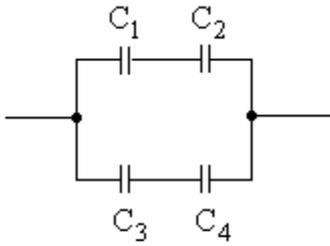


Рис. 57

145. Конденсаторы электроемкостями $C_1 = 2 \text{ мкФ}$, $C_2 = 2 \text{ мкФ}$, $C_3 = 3 \text{ мкФ}$, $C_4 = 1 \text{ мкФ}$ соединены так, как указано на рис. 57. Разность потенциалов на обкладках четвертого конденсатора $U_4 = 100 \text{ В}$. Найти заряды и разности потенциалов на обкладках каждого конденсатора, а также общий заряд и разность потенциалов батареи конденсаторов.

146. Расстояние d между пластинами плоского конденсатора равно 2 см , разность потенциалов $U = 6 \text{ кВ}$. Заряд Q каждой пластины равен 10 нКл . Вычислить энергию W поля конденсатора и силу F взаимного притяжения пластин.

147. Какое количество теплоты Q выделится при разряде плоского конденсатора, если разность потенциалов U между пластинами равна 15 кВ , расстояние $d = 1 \text{ мм}$, диэлектрик – слюда и площадь S каждой пластины равна 300 см^2 ?

148. Сила F притяжения между пластинами плоского воздушного конденсатора равна 50 мН . Площадь S каждой пластины равна 200 см^2 . Найти плотность энергии ω поля конденсатора.

149. Плоский воздушный конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом $r = 10 \text{ см}$ каждая. Расстояние d_1 между пластинами равно 1 см . Конденсатор зарядили до разности потенциалов $U = 1,2 \text{ кВ}$ и отключили от источника тока. Какую работу A нужно совершить, чтобы, удаляя пластины друг от друга, увеличить расстояние между ними до $d_2 = 3,5 \text{ см}$?

150. Плоский воздушный конденсатор электроемкостью $C = 1,11 \text{ нФ}$ заряжен до разности потенциалов $U = 300 \text{ В}$. После отключения от источника тока расстояние между пластинами конденсатора было увеличено в пять раз. Определить: 1) разность потенциалов U на обкладках конденсатора после их раздвижения; 2) работу A внешних сил по раздвижению пластин.

151. Конденсатор электроемкостью $C_1 = 666 \text{ пФ}$ зарядили до разности потенциалов $U = 1,5 \text{ кВ}$ и отключили от источника тока. Затем к конденсатору присоединили параллельно второй, незаряженный конденсатор электроемкостью $C_2 = 444 \text{ пФ}$. Определить энергию, израсходованную на образование искры, проскочившей при соединении конденсаторов.

152. Конденсаторы электроемкостями $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ включены в цепь с напряжением $U = 1,1$ кВ. Определить энергию каждого конденсатора в случаях: 1) последовательного их включения; 2) параллельного включения.

153. Электроемкость C плоского конденсатора равна 111 пФ. Диэлектрик – фарфор. Конденсатор зарядили до разности потенциалов $U = 600$ В и отключили от источника напряжения. Какую работу A нужно совершить, чтобы вынуть диэлектрик из конденсатора? Трение пренебрежимо мало.

154. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком (фарфор), объем V которого равен 100 см³. Поверхностная плотность заряда σ на пластинах конденсатора равна $8,85$ нКл/м². Вычислить работу A , которую необходимо совершить для того, чтобы удалить диэлектрик из конденсатора. Трением диэлектрика о пластины конденсатора пренебречь.

155. Пластину из эбонита толщиной $d = 2$ мм и площадью $S = 300$ см² поместили в однородное электрическое поле напряженностью $E = 1$ кВ/м, расположив так, что силовые линии перпендикулярны ее плоской поверхности. Найти: 1) плотность σ связанных зарядов на поверхности пластин; 2) энергию W электрического поля, сосредоточенную в пластине.

156. Уединенная металлическая сфера электроемкостью $C = 10$ пФ заряжена до потенциала $\varphi = 3$ кВ. Определить энергию W поля, заключенного в сферическом слое, ограниченном сферой и концентрической с ней сферической поверхностью, радиус которой в три раза больше радиуса сферы.

157. Электрическое поле создано заряженной ($Q = 0,1$ мкКл) сферой радиусом $R = 10$ см. Какова энергия W поля, заключенная в объеме, ограниченном сферой и концентрической с ней сферической поверхностью, радиус которой в два раза больше радиуса сферы.

158. Уединенный металлический шар радиусом $R_1 = 6$ см несет заряд Q . Концентрическая этому шару поверхность делит пространство на две части (внутренняя конечная и внешняя бесконечная), так что энергии электрического поля обеих частей одинаковы. Определить радиус R_2 этой сферической поверхности.

159. Сплошной парафиновый шар радиусом $R = 10$ см заряжен равномерно по объему с объемной плотностью $\rho = 10$ нКл/м³. Определить энергию W_1 электрического поля, сосредоточенную в самом шаре, и энергию W_2 вне его.

160. Эбонитовый шар равномерно заряжен по объему. Во сколько раз энергия электрического поля вне шара превосходит энергию поля, сосредоточенную в шаре?

161. Сила тока в проводнике равномерно нарастает от $I_0 = 0$ до $I = 2$ А в течение времени $t = 5$ с. Определите заряд, прошедший в проводнике.

162. По медному проводнику сечением $0,8$ мм² течет ток 80 мА. Найти среднюю скорость упорядоченного движения электронов вдоль проводника, предполагая, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон. Плотность меди $\rho = 8,9$ кг/см³.

163. Определить суммарный импульс электронов в прямом проводе длиной $\ell = 500$ м, по которому течет ток $I = 20$ А.

164. Между круглыми обкладками плоского конденсатора с радиусом r и расстоянием между ними d находится диэлектрик с удельным сопротивлением ρ . Чему равно электрическое сопротивление R этого диэлектрика?

165. Какое напряжение U можно подать на катушку с концентрацией витков n и диаметром витков D , чтобы плотность тока в ней была j ? Длина катушки ℓ и удельное сопротивление проводника ρ известны.

166. Найти массу свободных электронов m , проходящих через поперечное сечение проводника за время $t = 10$ ч при силе тока в проводнике $I = 10$ А. Масса одного электрона $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, модуль его заряда $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

167. Моток проволоки имеет массу m . При напряжении на нем U по проволоке проходит ток силой I . Найти длину проволоки ℓ и площадь ее поперечного сечения S . Удельное сопротивление проволоки $\rho_{\text{сop}}$ и ее плотность $\rho_{\text{пл}}$ известны.

168. Найти скорость v упорядоченного движения электронов в медном проводнике сечением $S = 25$ мм² при силе тока $I = 50$ А, считая, что на каждый атом приходится один электрон проводимости. Молярная масса меди $M = 64 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, модуль заряда электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, число Авогадро (число атомов в одном моле меди) $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹, плотность меди $\rho = 8,9 \cdot 10^3$ кг/м³.

169. Напряжение U на шинах электростанции равно 6,6 кВ. Потребитель находится на расстоянии $\ell = 10$ км. Определить площадь S сечения медного провода, который следует взять для устройства двухпроводной линии передачи, если сила тока I в линии равна 20 А, и потери напряжения в проводах не должны превышать 3 %.

170. Найти длину проводника l , выполненного из медной проволоки с площадью поперечного сечения $S = 0,5$ мм². При силе тока $I = 100$ мА напряжение на этом проводнике $U = 2$ В. Удельное сопротивление меди равно $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

171. Напряженность электрического поля в стальном проводнике $E = 20$ мВ/м, диаметр поперечного сечения проводника $d = 0,8$ мм. Найти силу тока I в этом проводнике. Удельное сопротивление $\rho = 1,2 \cdot 10^{-7}$ Ом·м.

172. Найти массу m алюминиевого провода с площадью поперечного сечения $S = 1$ мм² и сопротивлением $R = 20$ Ом. Удельное сопротивление алюминия $\rho_{\text{Al}} = 2,8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, плотность алюминия $\rho_{\text{Al}} = 2,7 \cdot 10^3$ кг/моль³.

173. Напряжение на выходе электростанции $U = 10$ кВ, а потребитель электроэнергии находится на расстоянии $l = 40$ км от нее. Найти диаметр d медного провода для изготовления двухпроводной линии электропередачи, чтобы при силе тока $I = 10$ А потери напряжения на сопротивлении соединительных проводов не превышали $\Delta U/U = 5$ % (здесь ΔU – потери напряжения на проводах).

174. По алюминиевому проводу сечением $S = 0,2$ мм² течет ток $I = 0,2$ А. Определить силу, действующую на отдельные свободные электроны со стороны электрического поля. Удельное сопротивление алюминия $\rho = 26$ нОм·м.

175. Через лампу накаливания течет ток, равный 0,6 А. Температура вольфрамовой нити диаметром 0,1 мм равна 2200°C. Ток подводится медным проводом сечением 6 мм². Определить напряженность электрического поля: 1) в вольфраме (удельное сопротивление при 0°C $\rho_0 = 55$ нОм·м, температурный коэффициент сопротивления $\alpha = 0,0045$ К⁻¹), 2) в меди ($\rho = 17$ нОм·м).

176. Электрическая плитка мощностью 1 кВт с нихромовой спиралью предназначена для включения в сеть с напряжением 220 В. Сколько метров проволоки диаметром 0,5 мм надо взять для изготовления спирали, если температура нити составляет 900°C? Удельное сопротивление нихрома при 0°C $\rho_0 = 1$ мкОм·м, а температурный коэффициент сопротивления $\alpha = 0,4 \cdot 10^{-3}$ К⁻¹.

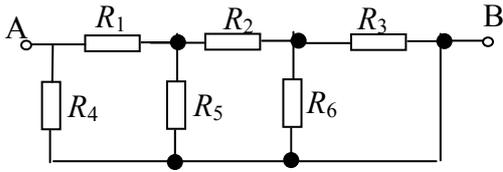


Рис. 58

177. Определить общее сопротивление между точками A и B цепи, представленной на рис. 58, если $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 3$ Ом, $R_3 = R_4 = R_5 = 2$ Ом, $R_6 = 4$ Ом.

178. Проволочный куб составлен из проводников. Сопротивление R_1 каждого проводника, составляющего ребро куба, равно 1 Ом. Вычислить сопротивление R этого куба, если он включен в электрическую цепь, как показано на рис. 59.

179. См. условие задачи 178, если куб включен в цепь, как показано на рис. 60.

180. См. условие задачи 178, если куб включен в цепь, как показано на рис. 61.

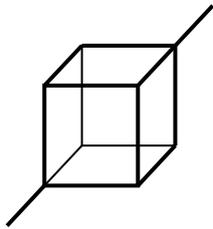


Рис. 59

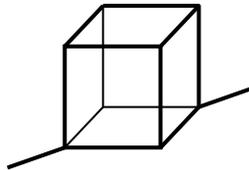


Рис. 60

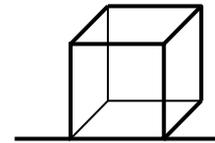
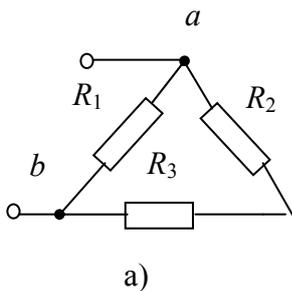
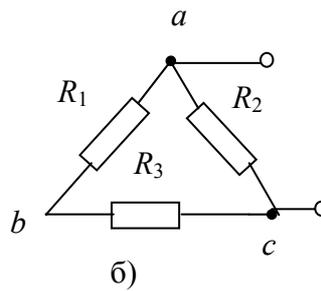


Рис. 61

181. Три сопротивления включены по схеме, изображенной на рис. 62, а во внешнюю цепь в точках a и b . При этом сопротивление всего этого участка $R_{общ1} = 20$ Ом. Если же этот участок цепи включить во внешнюю цепь в точках a и c (рис. 62, б), то его общее сопротивление $R_{общ2} = 15$ Ом. Найти сопротивления R_1 , R_2 и R_3 , если $R_1 = 2R_2$.



а)



б)

Рис. 62

182. Вольтметр, включенный в сеть последовательно с сопротивлением R_1 , показал напряжение $U_1 = 198$ В, а при включении последовательно с сопротивлением $R_2 = 2R_1$ – напряжение $U_2 = 180$ В. Определить сопротивление R_1 и напряжение U в сети, если сопротивление вольтметра $r = 900$ Ом.

183. В цепи (рис. 63) амперметр показывает силу тока $I = 1,5$ А. Сила тока через резистор сопротивлением R_1 равна $I_1 = 0,5$ А. Сопротивления

$R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$. Определить сопротивление R_1 , а также силы токов I_2 и I_3 , протекающих через сопротивления R_2 и R_3 .

184. Найти силу тока в каждом резисторе и в неразветвленном участке цепи, изображенном на рис. 64, если $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$ и $R_4 = 4 \text{ Ом}$, $U = 100 \text{ В}$.

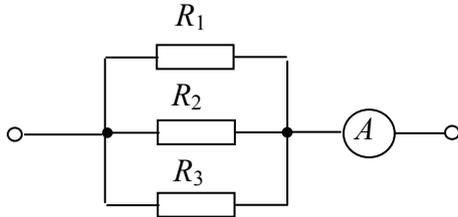


Рис. 63

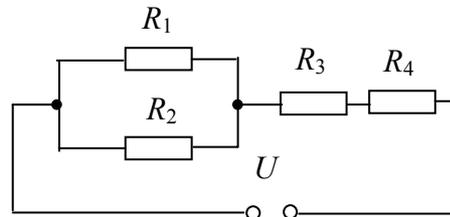


Рис. 64

185. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 120 \text{ Ом}$ равномерно возрастает от $I_0 = 0$ до $I_{\max} = 5 \text{ А}$ за время $\tau = 15 \text{ с}$. Определить выделившееся за это время в проводнике количество теплоты.

186. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 12 \text{ Ом}$ равномерно убывает от $I_0 = 5 \text{ А}$ до $I = 0$ в течение времени $t = 10 \text{ с}$. Какое количество теплоты выделится в этом проводнике за указанный промежуток времени?

187. По проводнику сопротивлением $R = 3 \text{ Ом}$ течет ток, сила которого возрастает. Количество теплоты Q , выделившееся в проводнике за время $\tau = 8 \text{ с}$, равно 200 Дж . Определить количество электричества q , протекшее за это время по проводнику. В момент времени, принятый за начальный, сила тока в проводнике равна 0 .

188. Определить ток короткого замыкания источника ЭДС, если при внешнем сопротивлении $R_1 = 50 \text{ Ом}$ ток в цепи $I_1 = 0,2 \text{ А}$, а при $R_2 = 110 \text{ Ом}$ $I_2 = 0,1 \text{ А}$.

189. Определить: 1) ЭДС ε источника тока; 2) его внутреннее сопротивление r , если во внешней цепи при силе тока 4 А развивается мощность 10 Вт , а при силе тока 2 А – мощность 8 Вт .

190. На рис. 65 $R_1 = R_2 = R_3 = 100 \text{ Ом}$. Вольтметр показывает $U_V = 200 \text{ В}$, сопротивление вольтметра $R_V = 800 \text{ Ом}$. Определить ЭДС батареи, пренебрегая ее сопротивлением.

191. На рис. 66 $R_1 = R_2 = 50 \text{ Ом}$, $R_3 = 100 \text{ Ом}$, $C = 50 \text{ нФ}$. Определить ЭДС источника, пренебрегая его внутренним сопротивлением, если заряд на конденсаторе $Q = 2,2 \text{ мкКл}$.

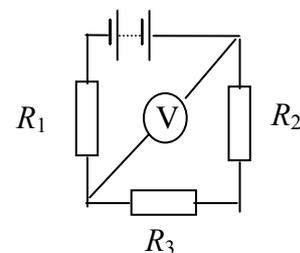


Рис. 65

192. На рис. 67 $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, $R_3 = 3R$, $R_4 = 4R$. Определить заряд на конденсаторе.

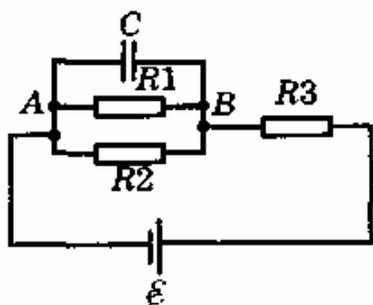


Рис. 66

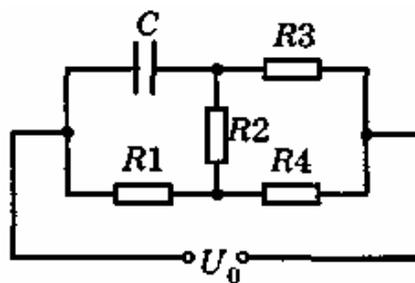


Рис. 67

193. Элемент с ЭДС в 1,1 В и внутренним сопротивлением в 1 Ом замкнут на внешнее сопротивление 9 Ом. Найти: 1) силу тока в цепи; 2) падение потенциала во внешней цепи; 3) падение потенциала внутри элемента; 4) с каким КПД работает элемент.

194. Электродвижущая сила элемента равна 1,6 В и внутреннее его сопротивление 0,5 Ом. Чему равен КПД элемента при силе тока в 2,4 А?

195. В схеме на рис. 68 ε – батарея с ЭДС, равной 100 В, $R_1 = R_3 = 40$ Ом, $R_2 = 80$ Ом и $R_4 = 34$ Ом. Найти: 1) силу тока, текущего через сопротивление R_2 ; 2) падение потенциала на этом сопротивлении. Сопротивлением батареи пренебречь.

196. В схеме на рис. 68 ε – батарея с ЭДС, равной 120 В, $R_3 = 20$ Ом, $R_4 = 25$ Ом, и падение потенциала на сопротивлении R_1 равно 40 В. Амперметр показывает 2 А. Найти сопротивление R_2 . Сопротивлением батареи и амперметра пренебречь.

197. 1. Какую силу тока показывает амперметр в схеме на рис. 69, если $\varepsilon = 10$ В, $r = 1$ Ом и КПД 0,8? 2. Чему равно падение потенциала на сопротивлении R_2 , если известно, что падение потенциала на сопротивлении R_1 равно 4 В и на сопротивлении R_4 равно 2 В?

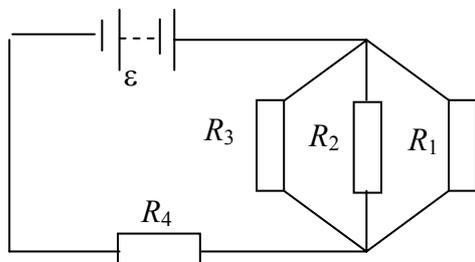


Рис. 68

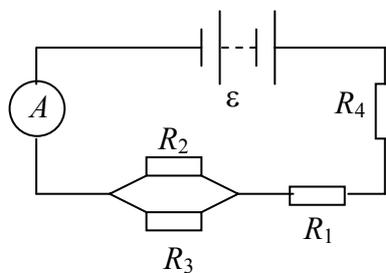


Рис. 69

198. В схеме на рис. 70 ε – батарея с ЭДС, равной 100 В, $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 200$ Ом и $R_3 = 300$ Ом. Какое напряжение показывает вольтметр, если его сопротивление равно 2000 Ом? Сопротивлением батареи пренебречь.

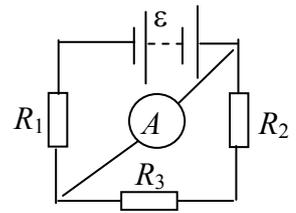


Рис. 70

199. В схеме на рис. 70 $R_1 = R_2 = R_3 = 200$ Ом. Вольтметр показывает 100 В; сопротивление вольтметра $R_V = 1000$ Ом. Найти ЭДС батареи. Сопротивлением батареи пренебречь.

200. Найти показания амперметра и вольтметра в схемах на рис. 71 – 74. Сопротивление вольтметра 1000 Ом, ЭДС батареи 110 В, $R_1 = 400$ Ом и $R_2 = 600$ Ом. Сопротивлением батареи и амперметра пренебречь.

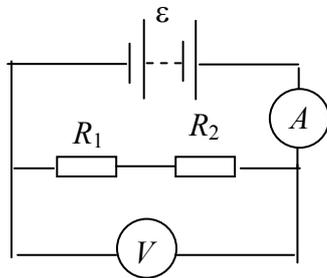


Рис. 71

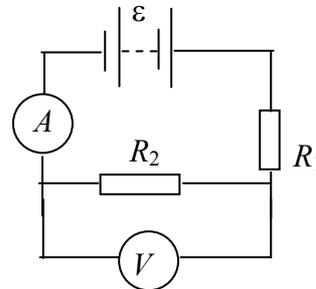


Рис. 72

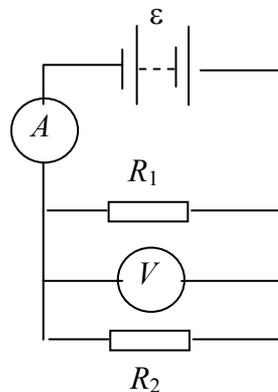


Рис. 73

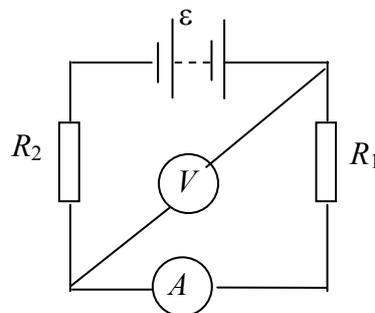


Рис. 74

201. Два источника ЭДС $\varepsilon_1 = 2$ В и $\varepsilon_2 = 1,5$ В с внутренними сопротивлениями $r_1 = 0,5$ Ом и $r_2 = 0,4$ Ом включены параллельно сопротивлению $R = 2$ Ом (рис. 75). Определить силу тока через это сопротивление.

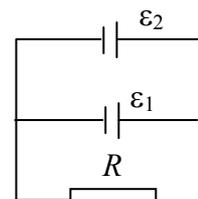


Рис. 75

202. Найти силу тока в отдельных ветвях мостика Уитсона (рис. 76) при условии, что сила тока, идущего через гальванометр, равна нулю. ЭДС генератора 2 В, $R_1 = 30$ Ом, $R_2 = 45$ Ом и $R_3 = 200$ Ом. Сопротивлением генератора пренебречь.

203. В схеме на рис. 77 ε_1 – элемент с ЭДС, равной 2,1 В, $\varepsilon_2 = 1,9$ В, $R_1 = 45$ Ом, $R_2 = 10$ Ом и $R_3 = 10$ Ом. Найти силу тока во всех участках цепи. Внутренним сопротивлением элементов пренебречь.

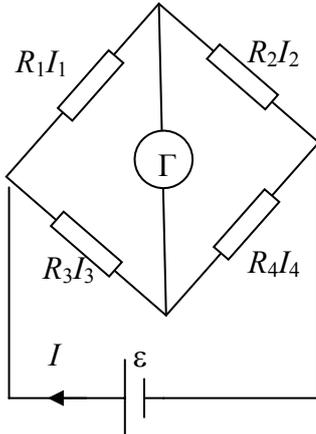


Рис. 76

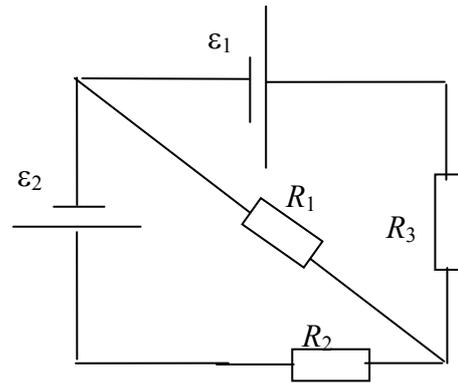


Рис. 77

204. Какая разность потенциалов получается на зажимах двух элементов, включенных параллельно, если их ЭДС равны соответственно $\varepsilon_1 = 1,4$ В и $\varepsilon_2 = 1,2$ В и внутренние сопротивления $r_1 = 0,6$ Ом и $r_2 = 0,4$ Ом?

205. В схеме на рис. 78 ε_1 и ε_2 – два элемента с равными ЭДС в 2 В. Внутренние сопротивления этих элементов равны соответственно $r_1 = 1$ Ом и $r_2 = 2$ Ом. Чему равно внешнее сопротивление R , если сила тока I_1 , текущего через ε_1 , равна 1 А? Найти силу тока I_2 , идущего через ε_2 . Найти силу тока I_R , идущего через сопротивление R .

206. Решить задачу 205, если $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 4$ В, $r_1 = r_2 = 0,5$ Ом и $I_1 = 1$ А.

207. На рис. 79 $\varepsilon_1 = 110$ В, $\varepsilon_2 = 220$ В, $R_1 = R_2 = 100$ Ом, $R_3 = 500$ Ом. Найти показание амперметра. Сопротивлением батареи и амперметра пренебречь.

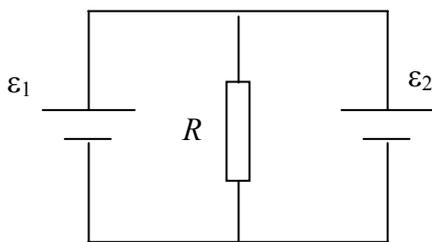


Рис. 78

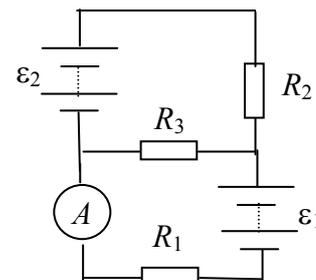


Рис. 79

208. В схеме на рис. 79 $\varepsilon_1 = 2$ В, $\varepsilon_2 = 4$ В, $R_1 = R_2 = 100$ Ом, $R_3 = 500$ Ом. Найти показание амперметра. Сопротивлением батареи и амперметра пренебречь.

209. В схеме на рис. 79 $\varepsilon_1 = 2$ В, $\varepsilon_2 = 4$ В, $R_1 = 0,5$ Ом и падение потенциала на сопротивлении R_2 (ток через R_2 направлен сверху вниз) равно 1 В. Найти показание амперметра. Внутренним сопротивлением элементов и амперметра пренебречь.

210. В схеме на рис. 79 $\varepsilon_1 = 30$ В, $\varepsilon_2 = 5$ В, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 20$ Ом. Через амперметр идет ток в 1 А, направленный от R_3 к R_1 . Найти сопротивление R_1 . Сопротивлением батареи и амперметра пренебречь.

211. Какую силу тока показывает миллиамперметр mA в схеме на рис. 80, если $\varepsilon_1 = 2$ В, $\varepsilon_2 = 1$ В, $R_1 = 10^3$ Ом, $R_2 = 500$ Ом, $R_3 = 200$ Ом и сопротивление амперметра $R_A = 200$ Ом? Внутренним сопротивлением элементов пренебречь.

212. Какую силу тока показывает миллиамперметр mA в схеме на рис. 80, если $\varepsilon_1 = 2$ В, $\varepsilon_2 = 3$ В, $R_3 = 1500$ Ом, $R_A = 500$ Ом и падение потенциала на сопротивлении R_2 (ток через R_2 направлен сверху вниз) равно 1 В? Сопротивлением элементов пренебречь.

213. В схеме на рис. 81 $\varepsilon_1 = 2$ В, $\varepsilon_2 = 4$ В, $\varepsilon_3 = 6$ В, $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 6$ Ом и $R_3 = 8$ Ом. Найти силу тока во всех участках цепи. Сопротивлением элементов пренебречь.

214. В схеме на рис. 81 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$, $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 12$ Ом и падение потенциала на сопротивлении R_2 (ток через R_2 направлен сверху вниз) равно 6 В. Найти силу тока во всех участках цепи. Найти сопротивление R_3 . Внутренним сопротивлением элементов пренебречь.

215. В схеме на рис. 81 $\varepsilon_1 = 25$ В. Падение потенциала на сопротивлении R_1 , равное 10 В, равно падению потенциала на R_3 и вдвое больше падения потенциала на R_2 . Найти величины ε_2 и ε_3 . Сопротивлением батарей пренебречь. Токи I_1 и I_3 направлены справа налево, ток I_2 – сверху вниз.

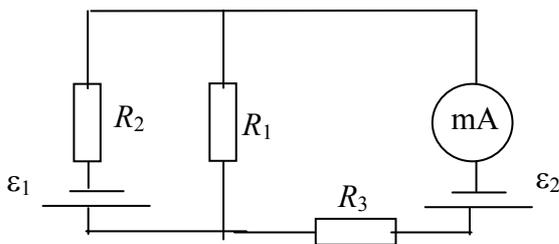


Рис. 80

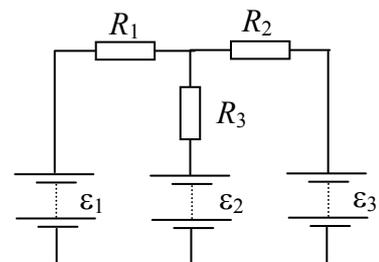


Рис. 81

216. В схеме на рис. 82 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 100$ В, $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 40$ Ом и $R_4 = 30$ Ом. Найти показание амперметра. Сопротивлением батарей и амперметра пренебречь.

217. В схеме на рис. 82 $\varepsilon_1 = 2 \varepsilon_2$, $R_1 = R_3 = 20$ Ом, $R_2 = 15$ Ом и $R_4 = 30$ Ом. Амперметр показывает 1,5 А (ток через него идет снизу вверх). Найти величины ε_1 и ε_2 , а также силы токов I_2 и I_3 , идущих соответственно через сопротивления R_2 и R_3 . Сопротивлением батарей и амперметра пренебречь.

218. В схеме на рис. 83 ε_1 и ε_2 – два элемента с одинаковой ЭДС в 2 В и с одинаковым внутренним сопротивлением, равным 0,5 Ом. Найти силу тока, текущего: 1) через сопротивление $R_1 = 0,5$ Ом; 2) через сопротивление $R_2 = 1,5$ Ом, 3) через элемент ε_1 .

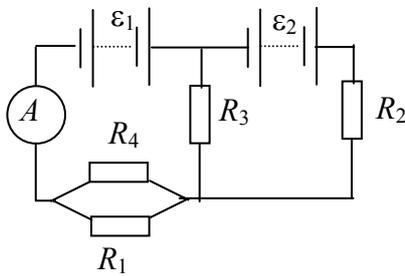


Рис. 82

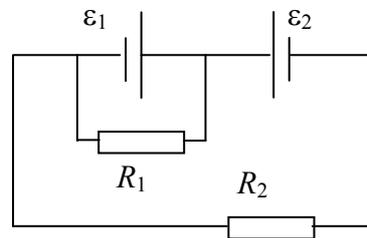


Рис. 83

219. В схеме на рис. 84 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $R_2 = 2 R_1$. Во сколько раз ток, текущий через вольтметр, больше тока, текущего через R_2 ? Сопротивлением генераторов пренебречь.

220. В схеме на рис. 84 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 110$ В, $R_1 = R_2 = 200$ Ом, сопротивление вольтметра 1000 Ом. Найти показание вольтметра. Сопротивлением батарей пренебречь.

221. В схеме на рис. 84 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $R_1 = R_2 = 100$ Ом. Вольтметр показывает 150 В, сопротивление вольтметра равно 150 Ом. Найти ЭДС батарей. Сопротивлением батарей пренебречь.

222. Найти показание миллиамперметра mA в схеме на рис. 85, если $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1,5$ В, $r_1 = r_2 = 0,5$ Ом, $R_1 = R_2 = 2$ Ом и $R_3 = 1$ Ом. Сопротивление миллиамперметра равно 3 Ом.

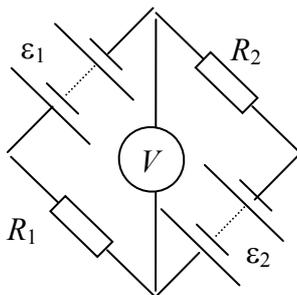


Рис. 84

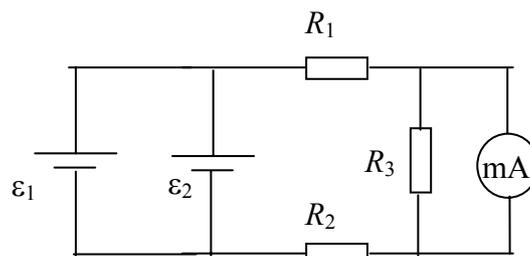


Рис. 85

223. На рис. 86 $\varepsilon_1 = 10$ В, $\varepsilon_2 = 20$ В, $\varepsilon_3 = 40$ В, а сопротивления $R_1 = R_2 = R_3 = R = 10$ Ом. Определить силы токов, протекающих через сопротивления и через источники ЭДС. Внутренние сопротивления источников ЭДС не учитывать.

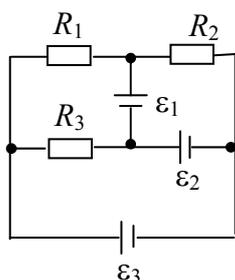


Рис. 86

224. В плоский конденсатор (рис. 87), расстояние между пластинами которого $d = 5$ мм, вдвигают стеклянную ($\varepsilon = 7$) пластину с постоянной скоростью $v = 50$ мм/с. Ширина пластины $b = 4,5$ мм, ЭДС батареи $\varepsilon = 220$ В. Определите силу тока в цепи, подключенной к конденсатору.

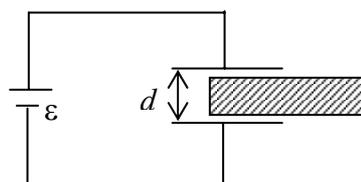


Рис. 87

225. В медном проводнике длиной $l = 2$ м и площадью S поперечного сечения, равной $0,4$ мм², идет ток. При этом каждую секунду выделяется количество теплоты $Q = 0,35$ Дж. Сколько электронов N проходит за 1 с через поперечное сечение этого проводника?

226. В медном проводнике объемом $V = 6$ см³ при прохождении по нему постоянного тока за время $t = 1$ мин выделилось количество теплоты $Q = 216$ Дж. Вычислить напряженность E электрического поля в проводнике.

227. Термопара медь – константан с сопротивлением $R_1 = 5$ Ом присоединена к гальванометру, сопротивление R_2 которого равно 100 Ом. Один спай термопары погружен в тающий лед, другой – в горячую жидкость. Сила тока I в цепи равна 37 мкА. Постоянная термопары $k = 43$ мкВ/К. Определить температуру t жидкости.

228. При силе тока $I = 5$ А за время $t = 10$ мин в электролитической ванне выделилось $m = 1,02$ г двухвалентного металла. Определить его относительную атомную массу A_r .

229. Две электролитические ванны соединены последовательно. В первой ванне выделилось $m_1 = 3,9$ г цинка, во второй за то же время $m_2 = 2,24$ г железа. Цинк двухвалентен. Определить валентность железа.

230. Электролитическая ванна с раствором медного купороса присоединена к батарее аккумуляторов с ЭДС $\varepsilon = 4$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,1$ Ом. Определить массу m меди, выделившейся при электролизе за время $t = 10$ мин, если ЭДС поляризации $\varepsilon_n = 1,5$ В и сопротивление R раствора равно $0,5$ Ом. Медь двухвалентна.

231. Элемент, ЭДС которого равна 6 В, дает максимальную силу тока 3 А. Найти наибольшее количество тепла, которое может быть выделено во внешнем сопротивлении за 1 мин.

232. Определить: 1) общую мощность, 2) полезную мощность и 3) КПД батареи, ЭДС которой равна 240 В, если внешнее сопротивление равно 23 Ом и сопротивление батареи 1 Ом.

233. Найти внутреннее сопротивление генератора, если известно, что мощность, выделяемая во внешней цепи, одинакова при двух значениях внешнего сопротивления $R_1 = 5$ Ом и $R_2 = 0,2$ Ом. Найти КПД генератора в каждом из этих случаев.

234. Элемент замыкают сначала на внешнее сопротивление $R_1 = 2$ Ом, а затем на внешнее сопротивление $R_2 = 0,5$ Ом. Найти ЭДС элемента и его внутреннее сопротивление, если известно, что в каждом из этих случаев мощность, выделяемая во внешней цепи, одинакова и равна $2,54$ Вт.

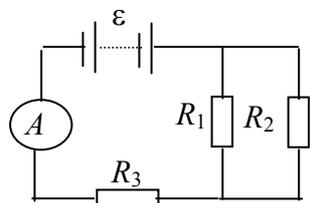


Рис. 88

235. Найти показание амперметра в схеме на рис. 88. ЭДС батареи равна 100 В, ее внутреннее сопротивление равно 2 Ом. Сопротивления R_1 и R_2 равны соответственно 25 Ом и 78 Ом. Мощность, выделяющаяся на сопротивлении R_1 , равна 16 Вт. Сопротивлением амперметра пренебречь.

236. Определить толщину h слоя меди, выделившейся за время $t = 5$ ч при электролизе медного купороса, если плотность тока $j = 80$ А/м².

237. Сила тока, проходящего через электролитическую ванну с раствором медного купороса, равномерно возрастает в течение времени $\Delta t = 20$ с от $I_0 = 0$ до $I = 2$ А. Найти массу m меди, выделившейся за это время на катоде ванны.

238. Сколько атомов двухвалентного металла выделится на 1 см² поверхности электрода за время $t = 5$ мин при плотности тока $j = 10$ А/м²?

239. Воздух между плоскими электродами ионизационной камеры ионизируется рентгеновским излучением. Сила тока I , текущего через камеру, равна $1,2$ мкА. Площадь S каждого электрода равна 300 см², расстояние меж-

ду ними $d = 2$ см, разность потенциалов $U = 100$ В. Найти концентрацию n пар ионов между пластинами, если ток далек от насыщения. Подвижность положительных ионов $b_+ = 1,4$ и отрицательных $b_- = 1,9$ см²/(В·с). Заряд каждого иона равен элементарному заряду.

240. Найти силу тока насыщения между пластинами конденсатора, если под действием ионизатора в каждом кубическом сантиметре пространства между пластинами конденсатора ежесекундно образуется $n_0 = 10^8$ пар ионов, каждый из которых несет один элементарный заряд. Расстояние d между пластинами конденсатора равно 1 см, площадь S пластины равна 100 см².

241. По кольцу радиусом R течет ток. На оси кольца на расстоянии $d = 1$ м от его плоскости магнитная индукция $B = 10$ нТл. Определить магнитный момент p_m кольца с током. Считать R много меньшим d .

242. Электрон в невозбужденном атоме водорода движется вокруг ядра по окружности радиусом $r = 53$ пм. Вычислить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока и механический момент M , действующий на круговой ток, если атом помещен в магнитное поле, линии индукции которого параллельны плоскости орбиты электрона. Магнитная индукция B поля равна 0,1 Тл.

243. Электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите некоторого радиуса. Найти отношение магнитного момента p_m эквивалентного кругового тока к моменту импульса L орбитального движения электрона. Заряд электрона и его массу считать известными. Указать направления векторов \vec{p}_m и \vec{L} .

244. По тонкому стержню длиной $l = 20$ см равномерно распределен заряд $Q = 240$ нКл. Стержень приведен во вращение с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину. Определить: 1) магнитный момент p_m , обусловленный вращением заряженного стержня; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса (p_m/L), если стержень имеет массу $m = 12$ г.

245. Тонкое кольцо радиусом $R = 10$ см несет заряд $Q = 10$ нКл. Кольцо равномерно вращается с частотой $n = 10$ с⁻¹ относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр. Найти: 1) магнитный момент \vec{p}_m кругового тока, создаваемого кольцом; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса (p_m/L), если масса m кольца равна 10 г.

246. Диск радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный по поверхности заряд $Q = 0,2$ мкКл. Диск равномерно вращается с частотой $n = 20$ с⁻¹ относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр. Определить: 1) магнитный момент p_m кругового тока, создаваемого диском; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса (p_m/L), если масса m диска равна 100 г.

247. Проволочный виток радиусом $R = 5$ см находится в однородном магнитном поле напряженностью $H = 2$ кА/м. Плоскость витка образует угол $\alpha = 60^\circ$ с направлением поля. По витку течет ток силой $I = 4$ А. Найти механический момент M , действующий на виток.

248. Виток диаметром $d = 20$ см может вращаться около вертикальной оси, совпадающей с одним из диаметров витка. Виток установили в плоскости магнитного меридиана и пустили по нему ток силой $I = 10$ А. Найти механический момент M , который нужно приложить к витку, чтобы удержать его в начальном положении (горизонтальную составляющую B_r магнитной индукции поля Земли принять равной 20 мкТл).

249. Рамка гальванометра длиной $a = 4$ см и шириной $b = 1,5$ см, содержащая $N = 200$ витков тонкой проволоки, находится в магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл. Плоскость рамки параллельна линиям индукции. Найти: 1) механический момент M , действующий на рамку, когда по витку течет ток силой $I = 1$ мА; 2) магнитный момент p_m рамки при этом токе.

250. По прямому бесконечно длинному проводу проходит ток $I = 5$ А. Найти магнитную индукцию B поля в точке, удаленной на расстояние $r = 25$ мм от провода.

251. Найти магнитную индукцию B поля в центре тонкого кольца радиусом $R = 50$ мм, по которому проходит ток $I = 5$ А.

252. Найти силу тока I , проходящего по тонкому кольцу радиусом $R = 50$ мм, если магнитная индукция в центре кольца $B = 6,3 \cdot 10^{-9}$ Тл.

253. По тонкому проводящему кольцу радиусом $R = 100$ мм проходит ток $I = 8$ А. Найти магнитную индукцию B поля в точке, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние $r = 200$ мм.

254. Определить магнитную индукцию B поля в центре квадратной рамки со стороной $a = 100$ мм, если по рамке проходит ток $I = 2$ А.

255. По тонкому проводу, изогнутому в виде прямоугольника, проходит ток $I = 30$ А. Стороны прямоугольника $a = 30$ см, $b = 40$ см. Найти магнитную индукцию B поля в точке пересечения диагоналей.

256. По тонкому проводу, изогнутому в виде правильного шестиугольника, проходит ток $I = 50$ А. Сторона шестиугольника $a = 10$ см. Найти магнитную индукцию B поля в центре шестиугольника.

257. По тонкому проволочному кольцу проходит ток. Не изменяя величины тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Во сколько раз изменилась магнитная индукция поля в центре контура?

258. Определить индукцию магнитного поля B , создаваемого отрезком бесконечно длинного прямого провода, по которому проходит ток I , в точке, равноудаленной от концов отрезка и находящейся на расстоянии r_0 от центра. Длина отрезка l .

259. По тонкому проводу, согнутому в виде квадратной рамки со стороной a , проходит ток I . Определить магнитную индукцию B поля в точке, равноудаленной от вершин квадрата на расстояние, равное его стороне.

260. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи силой $I_1 = 50$ А и $I_2 = 100$ А в противоположных направлениях. Расстояние d между проводами равно 20 см. Определить магнитную индукцию B в точке, удаленной на $r_1 = 25$ см от первого и на $r_2 = 40$ см от второго провода.

261. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи силой $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А в одном направлении. Расстояние d между проводами равно 10 см. Вычислить магнитную индукцию B в точке, удаленной от обоих проводов на одинаковое расстояние $r = 10$ см.

262. По двум бесконечно длинным прямым проводам, скрещенным под прямым углом (рис. 89), текут токи силой $I_1 = 30$ А и $I_2 = 40$ А. Расстояние d между проводами равно 20 см. Определить магнитную индукцию B в точке C (см. рис. 89), одинаково удаленной от обоих проводов на расстояние, равное d .

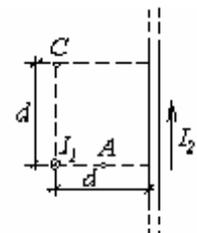


Рис. 89

263. Бесконечно длинный прямой провод согнут под прямым углом. По проводнику течет ток силой $I = 20$ А. Какова магнитная индукция B в точке A (рис. 90), если $r = 5$ см?

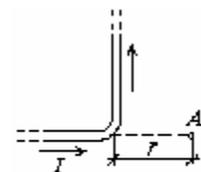


Рис. 90

264. По бесконечно длинному прямому проводу, изогнутому так, как это показано на рис. 91, течет ток силой $I = 100$ А. Определить магнитную индукцию B в точке O , если $r = 10$ см.

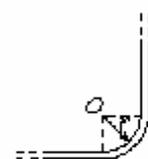


Рис. 91

265. Бесконечно длинный прямой провод согнут под прямым углом. По проводу течет ток силой $I = 100$ А. Вычислить магнитную индукцию B в точках, лежащих на биссектрисе угла и удаленных от вершины угла на $a = 100$ см.

266. По бесконечно длинному прямому проводу, согнутому под углом $\omega = 120^\circ$, течет ток силой $I = 50$ А. Найти магнитную индукцию B в точках, лежащих на биссектрисе угла и удаленных от его вершины на расстоянии $a = 5$ см.

267. По контуру в виде равностороннего треугольника идет ток силой $I = 40$ А. Длина a стороны треугольника равна 30 см. Определить магнитную индукцию B в точке пересечения высот.

268. Бесконечно длинный тонкий проводник с током силой $I = 50$ А имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом $R = 10$ см. Определить в точке O магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током, в случае а, изображенном на рис. 92.

269. Бесконечно длинный тонкий проводник с током силой $I = 50$ А имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом $R = 10$ см. Определить в точке O магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током, в случае б, изображенном на рис. 92.

270. Бесконечно длинный тонкий проводник с током силой $I = 50$ А имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом $R = 10$ см. Определить в точке O магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током, в случае в, изображенном на рис. 92.

271. Бесконечно длинный тонкий проводник с током силой $I = 50$ А имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом $R = 10$ см. Определить в точке O магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током, в случае г, изображенном на рис. 92.

272. Бесконечно длинный тонкий проводник с током силой $I = 50$ А имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом $R = 10$ см. Определить в точке O магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током, в случае д, изображенном на рис. 92.

273. Бесконечно длинный тонкий проводник с током силой $I = 50$ А имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом $R = 10$ см. Определить в точке O магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током, в случае е, изображенном на рис. 92.

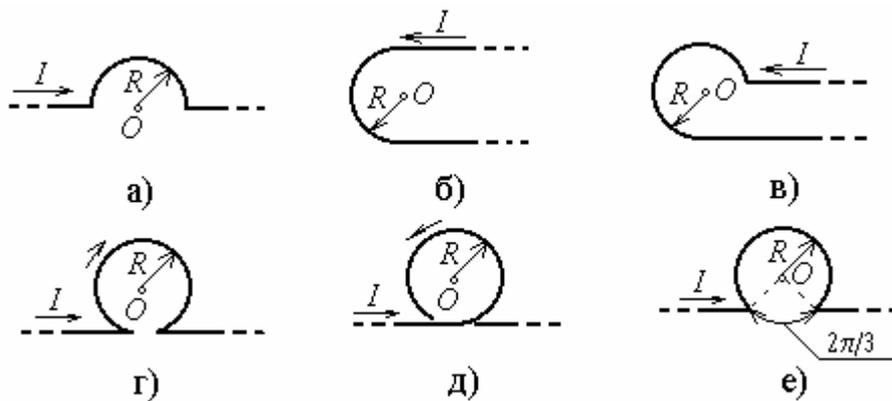


Рис. 92

274. По плоскому контуру из тонкого провода течет ток силой $I = 100$ А. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током в точке O , в случае а, изображенном на рис. 93. Радиус R изогнутой части контура равен 20 см.

275. По плоскому контуру из тонкого провода течет ток силой $I = 100$ А. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током в точке O , в случае б, изображенном на рис. 93. Радиус R изогнутой части контура равен 20 см.

276. По плоскому контуру из тонкого провода течет ток силой $I = 100$ А. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током в точке O , в случае в, изображенном на рис. 93. Радиус R изогнутой части контура равен 20 см.

277. По плоскому контуру из тонкого провода течет ток силой $I = 100$ А. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током в точке O , в случае г, изображенном на рис. 93. Радиус R изогнутой части контура равен 20 см.

278. По плоскому контуру из тонкого провода течет ток силой $I = 100$ А. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током в точке O , в случае д, изображенном на рис. 93. Радиус R изогнутой части контура равен 20 см.

279. По плоскому контуру из тонкого провода течет ток силой $I = 100$ А. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током в точке O , в случае е, изображенном на рис. 93. Радиус R изогнутой части контура равен 20 см.

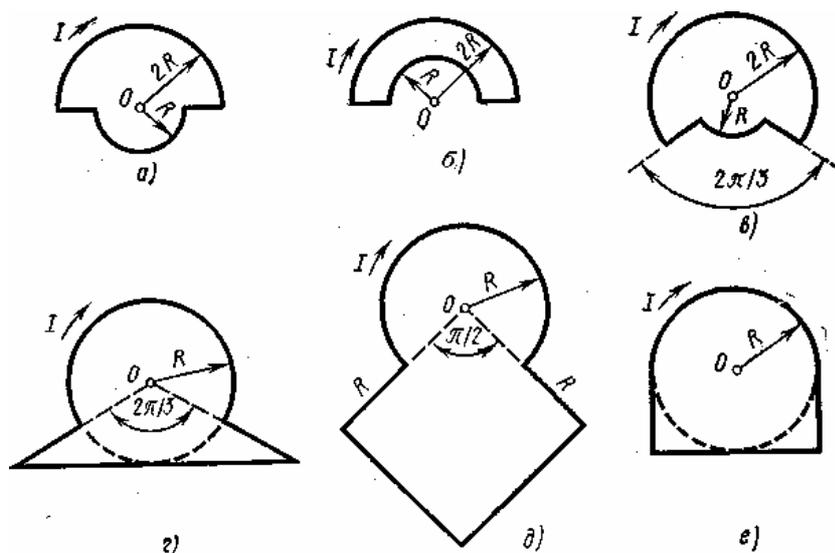


Рис. 93

280. Ионы двух изотопов с массами $m_1 = 6,5 \cdot 10^{-26}$ кг и $m_2 = 6,8 \cdot 10^{-26}$ кг, ускоренные разностью потенциалов $U = 0,5$ кВ, влетают в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,5$ Тл перпендикулярно линиям индукции. Принимая заряд каждого иона равным элементарному электрическому заряду, определить, насколько будут отличаться радиусы траекторий ионов изотопов в магнитном поле.

281. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл по окружности. Определить угловую скорость вращения электрона.

282. Электрон, обладая скоростью $v = 10$ Мм/с, влетел в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Индукция магнитного поля $B = 0,1$ мТл. Определить нормальное и тангенциальное ускорения электрона.

283. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции движется прямой проводник длиной 40 см. Определить силу Лоренца, действующую на свободный электрон проводника, если возникающая на его концах разность потенциалов составляет 10 мкВ.

284. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 0,5$ кВ, движется параллельно прямолинейному длинному проводнику на расстоянии $r = 1$ см от него. Определить силу, действующую на электрон, если через проводник пропускать ток $I = 10$ А.

285. Протон, ускоренный разностью потенциалов $U = 0,5$ кВ, влетая в однородное магнитное поле с магнитной индукцией $B = 2$ мТл, движется по окружности. Определить радиус этой окружности.

286. Электрон, влетев в однородное магнитное поле с магнитной индукцией $B = 2$ мТл, движется по круговой орбите радиусом $R = 15$ см. Определить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока.

287. Электрон, обладая скоростью $v = 1$ Мм/с, влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 60^\circ$ к направлению поля и начинает двигаться по спирали. Напряженность магнитного поля $H = 1,5$ кА/м. Определить: 1) шаг спирали; 2) радиус витка спирали.

288. Электрон движется в однородном магнитном поле с магнитной индукцией $B = 0,2$ мТл по винтовой линии. Определить скорость электрона, если радиус винтовой линии $R = 3$ см, а шаг $h = 9$ см.

289. Определить, при какой скорости пучок заряженных частиц, двигаясь перпендикулярно однородным электрическому ($E = 100$ кВ/м) и магнитному ($B = 50$ мТл) полям, скрещенным под прямым углом, не отклоняется.

290. В однородное магнитное поле с магнитной индукцией $B = 0,2$ Тл перпендикулярно линиям магнитной индукции с постоянной скоростью влетает заряженная частица. В течение $t = 5$ мкс включается электрическое поле напряженностью $E = 0,5$ кВ/м в направлении, параллельном магнитному полю. Определить шаг винтовой траектории заряженной частицы.

291. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи силой $I = 1$ кА. Определить силу F , действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится на расстоянии, равном ее длине.

292. Провод в виде тонкого полукольца радиусом $R = 10$ см находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 50$ мТл. По проводу течет ток силой $I = 10$ А. Найти силу F , действующую на провод, если плоскость полукольца перпендикулярна линиям индукции, а проводящие провода находятся вне поля.

293. По тонкому проводу в виде кольца радиусом $R = 20$ см течет ток силой $I = 100$ А. Перпендикулярно плоскости кольца возбуждено однородное магнитное поле с индукцией $B = 20$ мТл. Найти силу F , растягивающую кольцо.

294. По двум параллельным прямым проводам длиной $l = 2,5$ м каждый, находящимся на расстоянии $d = 20$ см друг от друга, текут одинаковые токи силой $I = 1$ кА. Вычислить силу взаимодействия токов.

295. Шины генератора представляют собой две параллельные медные полосы длиной $l = 2$ м каждая, отстоящие друг от друга на расстоянии $d = 20$ см. Определить силу F взаимного отталкивания шин в случае короткого замыкания, когда по ним течет ток силой $I = 10$ кА.

296. По двум параллельным проводам длиной $l = 1$ м каждый текут токи одинаковой силы. Расстояние d между проводами равно 1 см. Токи взаимодействуют с силой $F = 1$ мН. Найти силу тока I в проводах.

297. По трем параллельным прямым проводам, находящимся на одинаковом расстоянии $a = 10$ см друг от друга, текут одинаковые токи силой $I = 100$ А. В двух проводах направления токов совпадают. Вычислить силу F , действующую на отрезок длиной $l = 1$ м каждого провода.

298. По двум тонким проводам, изогнутым в виде кольца радиусом $R = 10$ см, текут одинаковые токи силой $I = 10$ А в каждом. Найти силу F взаимодействия этих колец, если плоскости, в которых лежат кольца, параллельны, а расстояние d между центрами колец равно 1 мм.

299. По двум одинаковым квадратным плоским контурам со стороной $a = 20$ см текут токи силой $I = 10$ А в каждом. Определить силу F взаимодействия контуров, если расстояние между соответственными сторонами контуров равно 2 мм.

300. Вычислить радиус R дуги окружности, которую описывает протон в магнитном поле с индукцией $B = 15$ мТл, если скорость v протона равна 2 Мм/с.

301. Двукратно ионизированный атом гелия (α -частица) движется в однородном магнитном поле напряженностью $H = 100$ кА/м по окружности радиусом $R = 100$ см. Найти скорость v α -частицы.

302. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,5$ Тл. Определить момент импульса L , которым обладала частица при движении в магнитном поле, если ее траектория представляла дугу окружности радиусом $R = 0,1$ см.

303. Электрон движется в магнитном поле с индукцией $B = 0,02$ Тл по окружности радиусом $R = 1$ см. Определить кинетическую энергию T электрона (в джоулях и электрон-вольтах).

304. Заряженная частица влетела перпендикулярно линиям индукции в однородное магнитное поле, созданное в среде. В результате взаимодействия с веществом частица, находясь в поле, потеряла половину своей первоначальной энергии. Во сколько раз будут отличаться радиусы кривизны R траектории начала и конца пути?

305. Заряженная частица, двигаясь в магнитном поле по дуге окружности радиусом $R_1 = 2$ см, прошла через свинцовую пластину, расположенную на пути частицы. Вследствие потери энергии частицей радиус кривизны траектории изменился и стал равным $R_2 = 1$ см. Определить относительное изменение энергии частицы.

306. Заряженная частица, прошедшая ускоряющую разность потенциалов $U = 2$ кВ, движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 15,1$ мТл по окружности радиусом $R = 1$ см. Определить отношение $\frac{|e|}{m}$ заряда частицы к ее массе и скорость v частицы.

307. Заряженная частица с энергией $T = 1$ кэВ движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом $R = 1$ мм. Найти силу F , действующую на частицу со стороны поля.

308. Электрон движется в однородном магнитном поле напряженностью $H = 4$ кА/м со скоростью $v = 10$ Мм/с. Вектор скорости направлен перпендикулярно линиям напряженности. Найти силу F , с которой поле действует на электрон, и радиус R окружности, по которой он движется.

309. Протон с кинетической энергией $T = 1$ МэВ влетел в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции ($B = 1$ Тл). Какова должна быть минимальная протяженность l поля в направлении, по которому летел протон, когда он находился вне поля, чтобы оно изменило направление движения протона на противоположное?

310. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле напряженностью $H = 10$ кА/м. Вычислить период T вращения электрона.

311. Электрон, влетев в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,2$ Тл, стал двигаться по окружности радиусом $R = 5$ см. Определить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока.

312. Два иона, имеющие одинаковый заряд, но различные массы, влетели в однородное магнитное поле. Первый ион начал двигаться по окружности радиусом $R_1 = 5$ см, второй ион – по окружности радиусом $R_2 = 2,5$ см. Найти отношение m_1/m_2 масс ионов, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов.

313. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 100$ мкТл движется электрон по винтовой линии. Определить скорость v электрона, если шаг h винтовой линии равен 20 см, а радиус $R = 5$ см.

314. Электрон движется с однородным магнитном поле с индукцией $B = 9$ мТл по винтовой линии, радиус R которой равен 1 см и шаг $h = 7,8$ см. Определить период T вращения электрона и его скорость v .

315. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 2$ Тл движется протон. Траектория его движения представляет собой винтовую линию с радиусом $R = 10$ см и шагом $h = 60$ см. Определить кинетическую энергию T протона.

316. Электрон влетает в однородное магнитное поле напряженностью $H = 16$ кА/м со скоростью $v = 8$ Мм/с. Вектор скорости составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с направлением линий индукции. Определите радиус R и шаг h винтовой линии, по которой будет двигаться электрон в магнитном поле. Определить также шаг винтовой линии для электрона, летящего под малым углом к линиям индукции.

317. Перпендикулярно магнитному полю с индукцией $B = 0,1$ Тл возбуждено электрическое поле напряженностью $E = 100$ кВ/м. Перпендикулярно обоим полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, заряженная частица. Вычислить скорость v частицы.

318. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 104$ В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое ($E = 10$ кВ/м) и магнитное ($B = 0,1$ Тл) поля. Найти отношение Q/m заряда частицы к ее массе, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

319. Заряженная частица движется по окружности радиусом $R = 1$ см в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл. Параллельно магнитному полю возбуждено электрическое поле напряженностью $E = 100$ В/м. Вычислить промежуток времени Δt , в течение которого должно действовать электрическое поле, для того чтобы кинетическая энергия частицы возросла вдвое.

320. Протон влетает со скоростью $v = 100$ км/с в область пространства, где имеются электрическое ($E = 210$ В/м) и магнитное ($B = 3,3$ мТл) поля. Напряженность \vec{E} электрического поля и магнитная индукция \vec{B} совпадают по направлению. Определить ускорение протона для начального момента движения в поле, если направление вектора его скорости v : 1) совпадает с общим направлением векторов \vec{E} и \vec{B} ; 2) перпендикулярно этому направлению.

321. По прямому бесконечно длинному проводнику течет ток $I = 10$ А. Определить, пользуясь теоремой о циркуляции вектора \vec{B} , магнитную индукцию B в точке, расположенной на расстоянии $r = 10$ см от проводника.

322. Используя теорему о циркуляции вектора \vec{B} , рассчитать магнитную индукцию поля внутри соленоида (в вакууме), если число витков соленоида равно N и длина соленоида равна l .

323. Соленоид длиной $l = 0,5$ м содержит $N = 1000$ витков. Определить магнитную индукцию поля внутри соленоида, если сопротивление его обмотки $R = 120$ Ом, а напряжение на ее концах $U = 60$ В.

324. Определить, пользуясь теоремой о циркуляции вектора \vec{B} , индукцию B и напряженность H магнитного поля на оси тороида без сердечника, по обмотке которого, содержащей 200 витков, протекает ток 2 А. Внешний диаметр тороида равен 60 см, внутренний – 40 см.

325. Определить магнитный поток через площадь поперечного сечения катушки (без сердечника), имеющей на каждом сантиметре длины $n = 8$ витков. Радиус соленоида $r = 2$ см, а сила тока в нем $I = 2$ А.

326. Внутри соленоида с числом витков $N = 200$ с никелевым сердечником ($\mu = 200$) напряженность однородного магнитного поля $H = 10$ кА/м. Площадь поперечного сечения сердечника $S = 10$ см². Определить: 1) магнитную индукцию поля внутри соленоида; 2) потокосцепление.

327. В однородное магнитное поле напряженностью $H = 100$ кА/м помещена квадратная рамка со стороной $a = 10$ см. Плоскость рамки составляет с направлением магнитного поля угол $\alpha = 60^\circ$. Определить магнитный поток, пронизывающий рамку.

328. Поток магнитной индукции через площадь поперечного сечения соленоида (без сердечника) равен $\Phi = 1$ мкВб. Длина соленоида $l = 12,5$ см. Определить магнитный момент p_m этого соленоида.

329. В одной плоскости с бесконечным прямолинейным проводом с током $I = 20$ А расположена квадратная рамка со стороной, длина которой $a = 10$ см, причем две стороны рамки параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей стороны рамки равно $d = 5$ см. Определить магнитный поток Φ , пронизывающий рамку.

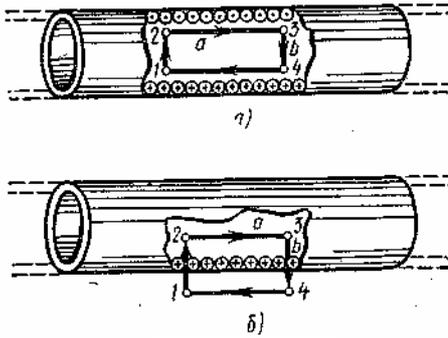


Рис. 94

330. По соленоиду длиной $l = 1$ м без сердечника, имеющему $N = 10^3$ витков (рис. 94), течет ток силой $I = 20$ А. Определить циркуляцию вектора магнитной индукции вдоль контура, изображенного на рис. 94, а, б.

331. Вычислить циркуляцию вектора индукции вдоль контура, охватывающего токи $I_1 = 10$ А, $I_2 = 15$ А, текущие в одном направлении, и ток $I_3 = 20$ А, текущий в противоположном направлении.

332. По сечению проводника равномерно распределен ток плотностью $j = 2$ МА/м². Найти циркуляцию вектора напряженности вдоль окружности радиусом $R = 5$ мм, проходящей внутри проводника и ориентированной так, что ее плоскость составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с вектором плотности тока.

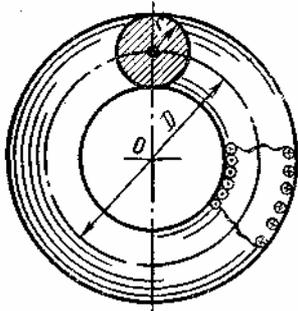


Рис. 95

333. Диаметр D тороида без сердечника по средней линии равен 30 см. В сечении тороид имеет круг радиусом $r = 5$ см. По обмотке тороида, содержащей $N = 2000$ витков, течет ток силой $I = 5$ А (рис. 95). Пользуясь законом полного тока, определить максимальное и минимальное значения магнитной индукции B в тороиде.

334. Найти магнитный поток Φ , создаваемый соленоидом сечением $S = 10$ см², если он имеет $n = 10$ витков на каждый сантиметр его длины при силе тока $I = 20$ А.

335. Плоский контур, площадь S которого равна 25 см², находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,04$ Тл. Определить магнитный поток Φ , пронизывающий контур, если плоскость его составляет угол $\beta = 30^\circ$ с линиями индукции.

336. Соленоид длиной $l = 1$ м и сечением $S = 16$ см² содержит $N = 2000$ витков. Вычислить потокоцепление ψ при силе тока I в обмотке 10 А.

337. В одной плоскости с длинным прямым проводом, по которому течет ток силой $I = 50$ А, расположена прямоугольная рамка так, что две большие стороны ее длиной $l = 65$ см параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей из этих сторон равно ее ширине. Найти магнитный поток Φ , пронизывающий рамку.

338. Определить, во сколько раз отличаются магнитные потоки, пронизывающие квадратную рамку при двух ее положениях относительно прямого проводника с током, представленных на рис. 96.

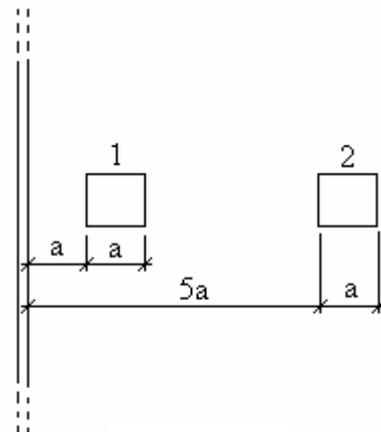


Рис. 96

339. Квадратная рамка со стороной $a = 20$ см расположена в одной плоскости с прямым, бесконечно длинным проводом с током. Расстояние l от провода до середины рамки равно 1 м. Вычислить относительную погрешность, которая будет допущена при расчете магнитного потока, пронизывающего рамку, если поле в пределах рамки считать однородным, а магнитную индукцию – равной значению ее в центре рамки.

340. Железный сердечник находится в однородном магнитном поле напряженностью $H = 1$ кА/м. Определить индукцию B магнитного поля в сердечнике и магнитную проницаемость μ железа*.

341. На железное кольцо намотано в один слой $N = 500$ витков провода. Средний диаметр d кольца равен 25 см. Определить магнитную индукцию B в железе и магнитную проницаемость μ железа*, если сила тока I в обмотке: 1) 0,5 А; 2) 2,5 А.

342. Замкнутый соленоид (тороид) со стальным сердечником* имеет $n = 10$ витков на каждый сантиметр длины. По соленоиду течет ток силой $I = 2$ А. Вычислить магнитный поток Φ в сердечнике, если его сечение $S = 4$ см².

343. Соленоид намотан на чугунное* кольцо сечением $S = 5$ см². При силе тока $I = 1$ А магнитный поток $\Phi = 250$ мкВб. Определить число n витков соленоида, приходящихся на отрезок длиной 1 см средней линии кольца.

* Для определения магнитной проницаемости воспользоваться графиком (Прил. 2). Явление гистерезиса не учитывать.

344. Электромагнит изготовлен в виде тороида. Сердечник тороида со средним диаметром $d = 51$ см имеет вакуумный зазор длиной $l_0 = 2$ мм. Обмотка тороида равномерно распределена по всей его длине. Во сколько раз уменьшится индукция магнитного поля в зазоре, если, не изменяя силы тока в обмотке, зазор увеличить в $n = 3$ раза? Рассеянием магнитного поля вблизи зазора пренебречь. Магнитную проницаемость μ сердечника считать постоянной и принять равной 800.

345. В железном* сердечнике соленоида индукция $B = 1,3$ Тл. Железный сердечник заменили стальным. Определить, во сколько раз следует изменить силу тока в обмотке соленоида, чтобы индукция в сердечнике осталась неизменной.

346. Стальной* сердечник тороида, длина l которого по средней линии равна 1 м, имеет вакуумный зазор длиной $l_0 = 4$ мм. Обмотка содержит $n = 8$ витков на 1 см. При какой силе тока I индукция B в зазоре будет равна 1 Тл?

347. Обмотка тороида, имеющего стальной* сердечник с узким вакуумным зазором, содержит $N = 1000$ витков. По обмотке течет ток силой $I = 1$ А. При какой длине l_0 вакуумного зазора индукция B магнитного поля в нем будет равна 0,5 Тл? Длина l тороида по средней линии равна 1 м.

348. Длина l чугунного* тора по средней линии равна 1,2 м, сечение $S = 20$ см². По обмотке тороида течет ток, создающий в узком вакуумном зазоре магнитный поток $\Phi = 0,5$ мВб. Длина l_0 зазора равна 8 мм. Какова должна быть длина зазора, чтобы магнитный поток в нем при той же силе тока увеличился в два раза?

349. В однородное магнитное поле вносится длинный вольфрамовый стержень (магнитная проницаемость вольфрама $\mu = 1,0176$). Найти, какая доля суммарного магнитного поля в этом стержне определяется молекулярными токами.

350. Напряженность однородного магнитного поля в платине равна 5А/м. Определить магнитную индукцию поля, создаваемого молекулярными токами, если магнитная восприимчивость платины равна $3,6 \cdot 10^{-4}$.

351. По круговому контуру радиусом $r = 40$ см, погруженному в жидкий кислород, течет ток $I = 1$ А. Определить намагниченность в центре этого контура. Магнитная восприимчивость жидкого кислорода $\chi = 3,4 \cdot 10^{-3}$.

352. По обмотке соленоида индуктивностью $L = 3$ мГн, находящегося в диамагнитной среде, течет ток $I = 0,4$ А. Соленоид имеет длину $l = 45$ см, площадь поперечного сечения $S = 10$ см² и число витков $N = 1000$. Определить внутри соленоида: 1) магнитную индукцию; 2) намагниченность.

353. Соленоид, находящийся в диамагнитной среде, имеет длину $l = 30$ см, площадь поперечного сечения $S = 15$ см² и число витков $N = 500$. Индуктивность соленоида $L = 1,5$ мГн, а сила тока, протекающего по нему, $I = 1$ А. Определить: 1) магнитную индукцию внутри соленоида; 2) намагниченность внутри соленоида.

354. Индукция магнитного поля в железном стержне $B = 1,2$ Тл. Определить для него намагниченность, если зависимость $B(H)$ для данного сорта ферромагнетика представлена на рис. 97.

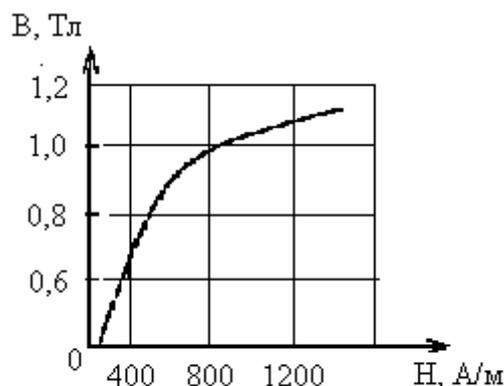


Рис. 97

355. По обмотке соленоида, в который вставлен железный сердечник (график зависимости индукции магнитного поля от напряженности представлен на рис. 97), течет ток $I = 4$ А. Соленоид имеет длину $l = 1$ м, площадь поперечного сечения $S = 20$ см² и число витков $N = 400$. Определить энергию магнитного поля соленоида.

356. На железном сердечнике в виде тора со средним диаметром $d = 70$ мм намотана обмотка с общим числом витков $N = 600$. В сердечнике сделана узкая поперечная прорезь шириной $b = 1,5$ мм (рис. 98). При силе тока через обмотку $I = 4$ А магнитная индукция в прорези $B_0 = 1,5$ Тл. Пренебрегая рассеянием поля на краях прорези, определить магнитную проницаемость железа для данных условий.

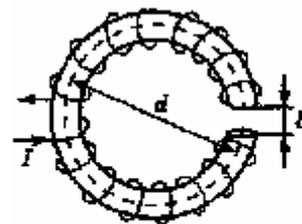


Рис. 98

357. Определить намагниченность тела при насыщении $J_{нас}$, если магнитный момент каждого атома равен одному магнетону Бора, а концентрация атомов $n = 6,0 \cdot 10^{28}$ м⁻³.

358. Алюминиевый шарик радиусом $R = 1,0$ мм находится в неоднородном магнитном поле, изменяющемся в направлении оси x , в той точке, где магнитная индукция и градиент поля соответственно равны $5,0$ Тл и $3,0$ Тл/м. Найти силу F , действующую на шарик со стороны магнитного поля. Намагничивание шарика считать одинаковым во всех его точках.

359. Железный сердечник находится в однородном магнитном поле, напряженность которого в сердечнике $H = 1,3$ к А/м. Используя кривую, представленную на рис. 99, найти магнитную проницаемость железа в этих условиях.

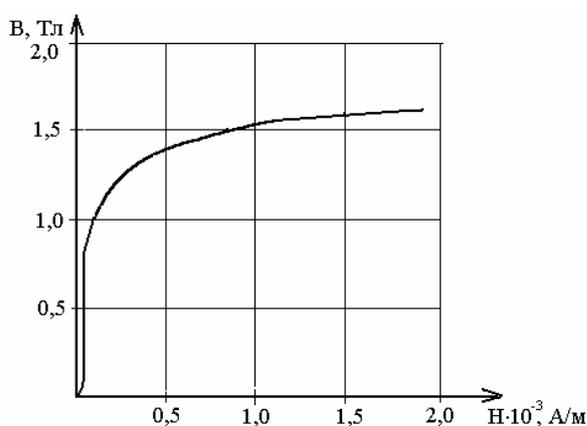


Рис. 99

360. В соленоид длиной 40 см, имеющий 200 витков, ввели ферромагнитный сердечник. При прохождении по виткам тока $I = 1,2$ А магнитная индукция B в сердечнике оказалась равной $1,4$ Тл. Найти магнитную проницаемость ферромагнетика.

361. Прямой провод длиной $l = 20$ см с током $I = 5$ А, находящийся в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл, расположен перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определить работу сил поля, под действием которых проводник переместился на 2 см.

362. Квадратный проводящий контур со стороной $l = 20$ см и током $I = 10$ А свободно подвешен в однородном магнитном поле с магнитной индукцией $B = 0,2$ Тл. Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы повернуть контур на 180° вокруг оси, перпендикулярной направлению магнитного поля.

363. В однородном магнитном поле с магнитной индукцией $B = 0,2$ Тл находится квадратный проводящий контур со стороной $l = 20$ см и током $I = 10$ А. Плоскость квадрата составляет с направлением поля угол в 30° . Определить работу по удалению провода за пределы поля.

364. Круговой проводящий контур радиусом $r = 5$ см и током $I = 1$ А находится в магнитном поле, причем плоскость контура перпендикулярна направлению поля. Напряженность поля равна 10 кА/м. Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы повернуть контур на 90° вокруг оси, совпадающей с диаметром контура.

365. В однородном магнитном поле с магнитной индукцией $B = 1$ Тл находится плоская катушка из 100 витков радиусом $r = 10$ см, плоскость которой с направлением поля составляет угол $\beta = 60^\circ$. По катушке течет ток $I = 10$ А. Определить: 1) вращающий момент, действующий на катушку; 2) работу для удаления этой катушки из магнитного поля.

366. Круглая рамка с током ($S = 15$ см²) закреплена параллельно магнитному полю ($B = 0,1$ Тл), и на нее действует вращающий момент $M = 0,45$ мН·м. Рамку освободили, после поворота на 90° ее угловая скорость стала $\omega = 30$ с⁻¹. Определить: 1) силу тока, текущего по рамке; 2) момент инерции рамки относительно ее диаметра.

367. Соленоид диаметром $d = 4$ см, имеющий $N = 500$ витков, помещен в магнитное поле, индукция которого изменяется со скоростью 1 мТл/с. Ось соленоида составляет с вектором магнитной индукции угол $\alpha = 45^\circ$. Определить ЭДС индукции, возникающей в соленоиде.

368. В магнитное поле, изменяющееся по закону $B = B_0 \cos \omega t$ ($B_0 = 0,1$ Тл, $\omega = 4$ с⁻¹), помещена квадратная рамка со стороной $a = 50$ см, причем нормаль к рамке образует с направлением поля угол $\alpha = 45^\circ$. Определить ЭДС индукции, возникающую в рамке в момент времени $t = 5$ с.

369. Кольцо из алюминиевого провода ($\rho = 26$ нОм·м) помещено в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Диаметр кольца $D = 30$ см, диаметр провода $d = 2$ мм. Определить скорость изменения магнитного поля, если ток в кольце $I = 1$ А.

370. Плоскость проволочного витка площадью $S = 100 \text{ см}^2$ и сопротивлением $R = 50 \text{ м}$, находящегося в однородном магнитном поле напряженностью $H = 10 \text{ кА/м}$, перпендикулярна линиям магнитной индукции. При повороте витка в магнитном поле гальванометр, замкнутый на виток, показывает $Q = 12,6 \text{ мкКл}$. Определить угол поворота витка.

371. В однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,3 \text{ Тл}$ помещена прямоугольная рамка с подвижной стороной, длина которой $l = 15 \text{ см}$. Определить ЭДС индукции, возникающей в рамке, если ее подвижная сторона перемещается перпендикулярно линиям магнитной индукции со скоростью $v = 10 \text{ м/с}$.

372. Катушка диаметром $d = 2 \text{ см}$, содержащая один слой плотно прилегающих друг к другу $N = 500$ витков алюминиевого провода сечением $S = 1 \text{ мм}^2$, помещена в магнитное поле. Ось катушки параллельна линиям индукции. Магнитная индукция поля равномерно изменяется со скоростью 1 мТл/с . Определить тепловую мощность, выделяющуюся в катушке, если ее концы замкнуть накоротко. Удельное сопротивление алюминия $\rho = 26 \text{ нОм}\cdot\text{м}$.

373. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,02 \text{ Тл}$ равномерно вращается вокруг вертикальной оси горизонтальный стержень длиной $l = 0,5 \text{ м}$. Ось вращения проходит через конец стержня параллельно линиям магнитной индукции. Определить число оборотов в секунду, при котором на концах стержня возникает разность потенциалов $U = 0,1 \text{ В}$.

374. В однородном магнитном поле ($B = 0,2 \text{ Тл}$) равномерно с частотой $n = 600 \text{ мин}^{-1}$ вращается рамка, содержащая $N = 1200$ витков, плотно прилегающих друг к другу. Площадь рамки $S = 100 \text{ см}^2$. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить максимальную ЭДС, индуцируемую в рамке.

375. Катушка длиной $l = 50 \text{ см}$ и диаметром $d = 5 \text{ см}$ содержит $N = 200$ витков. По катушке течет ток $I = 1 \text{ А}$. Определить: 1) индуктивность катушки; 2) магнитный поток, пронизывающий площадь ее поперечного сечения.

376. Длинный соленоид индуктивностью $L = 4$ мГн содержит $N = 600$ витков. Площадь поперечного сечения соленоида $S = 20$ см². Определить магнитную индукцию поля внутри соленоида, если сила тока, протекающего по его обмотке, равна 6 А.

377. Две длинные катушки намотаны на общий сердечник, причем индуктивности этих катушек $L_1 = 0,64$ Гн и $L_2 = 0,04$ Гн. Определить, во сколько раз число витков первой катушки больше, чем второй.

378. Определить, сколько витков проволоки, вплотную прилегающих друг к другу, диаметром $d = 0,5$ мм с изоляцией ничтожной толщины надо намотать на картонный цилиндр диаметром $D = 1,5$ см, чтобы получить однослойную катушку индуктивностью $L = 100$ мкГн.

379. Определить индуктивность соленоида длиной l и сопротивлением R , если обмоткой соленоида является проволока массой m . Принять плотность проволоки и ее удельное сопротивление соответственно за ρ и ρ' .

380. Сверхпроводящий соленоид длиной $l = 10$ см и площадью поперечного сечения $S = 3$ см², содержащий $N = 1000$ витков, может быть подключен к источнику ЭДС $\varepsilon = 12$ В. Определить силу тока через $0,01$ с после замыкания ключа.

381. В соленоиде без сердечника, содержащем $N = 1000$ витков, при увеличении силы тока магнитный поток увеличился на 1 мВб. Определить среднюю ЭДС самоиндукции (ε_s), возникающую в соленоиде, если изменение силы тока произошло за 1 с.

382. Имеется катушка индуктивностью $L = 0,1$ Гн и сопротивлением $R = 0,8$ Ом. Определить, во сколько раз уменьшится сила тока в катушке через $t = 30$ мс, если источник ЭДС отключить и катушку замкнуть накоротко.

383. Катушку индуктивностью $L = 0,6$ Гн подключают к источнику тока. Определить сопротивление катушки, если за время $t = 3$ с сила тока через катушку достигает 80% предельного значения.

384. Соленоид диаметром $d = 3$ см имеет однослойную обмотку из плотно прилегающих друг к другу витков алюминиевого провода ($\rho' = 26$ нОм·м) диаметром $d_1 = 0,3$ мм. По соленоиду течет ток $I_0 = 0,5$ А. Определить количество электричества Q , протекающее по соленоиду, если его концы закоротить.

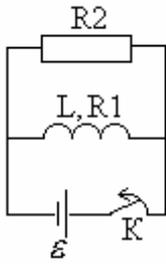


Рис. 100

385. Катушка индуктивностью $L = 1,5$ Гн и сопротивлением $R_1 = 15$ Ом и резистор сопротивлением $R_2 = 150$ Ом соединены параллельно и подключены к источнику, электродвижущая сила которого $\varepsilon = 60$ В, через ключ K (рис. 100). Определить напряжения на зажимах катушки через $t_1 = 0,01$ с и $t_2 = 0,1$ с после размыкания цепи.

386. Две катушки намотаны на один общий сердечник. Определить их взаимную индуктивность, если при скорости изменения силы тока в первой катушке $dI_1/dt = 3$ А/с во второй катушке индуцируется ЭДС $\varepsilon_{i2} = 0,3$ В.

387. Два соленоида ($L_1 = 0,64$ Гн, $L_2 = 1$ Гн) одинаковой длины и равного сечения вставлены один в другой. Определить взаимную индуктивность соленоидов.

388. Две катушки намотаны на один сердечник. Индуктивность первой катушки $L_1 = 0,12$ Гн, второй – $L_2 = 3$ Гн. Сопротивление второй катушки $R_2 = 300$ Ом. Определить силу тока I_2 во второй катушке, если за время $\Delta t = 0,01$ с силу тока в первой катушке уменьшить от $I_1 = 0,5$ А до нуля.

389. Трансформатор с коэффициентом трансформации $0,15$ понижает напряжение с 220 до 6 В. При этом сила тока во вторичной обмотке равна 6 А. Пренебрегая потерями энергии в первичной обмотке, определить сопротивление вторичной обмотки трансформатора.

390. Автотрансформатор, понижающий напряжение с $U_1 = 6$ кВ до $U_2 = 220$ В, содержит в первичной обмотке $N_1 = 2000$ витков. Сопротивление вторичной обмотки $R_2 = 1$ Ом. Сопротивление внешней цепи (в сети пониженного напряжения) $R = 12$ Ом. Пренебрегая сопротивлением первичной обмотки, определить число витков во вторичной обмотке трансформатора.

391. Трансформатор, понижающий напряжение с 220 до 12 В, содержит в первичной обмотке $N_1 = 2000$ витков. Сопротивление вторичной обмотки $R_2 = 0,15$ Ом. Пренебрегая сопротивлением первичной обмотки, определить число витков во вторичной обмотке, если во внешнюю цепь (в сети пониженного напряжения) передают мощность $P = 20$ Вт.

392. Сила тока I в обмотке соленоида, содержащего $N = 1500$ витков, равна 5 А. Магнитный поток Φ через поперечное сечение соленоида составляет 200 мкВб. Определить энергию магнитного поля в соленоиде.

393. Обмотка электромагнита, находясь под постоянным напряжением, имеет сопротивление $R = 15$ Ом и индуктивность $L = 0,3$ Гн. Определить время, за которое в обмотке выделится количество теплоты, равное энергии магнитного поля в сердечнике.

394. Соленоид без сердечника с однослойной обмоткой из проволоки диаметром $d = 0,5$ мм имеет длину $l = 0,4$ м и поперечное сечение $S = 50$ см². Какой ток течет по обмотке при напряжении $U = 10$ В, если за время $t = 0,5$ мс в обмотке выделяется количество теплоты, равное энергии поля внутри соленоида? Поле считать однородным.

395. Индуктивность соленоида при длине 1 м и площади поперечного сечения 20 см² равна $0,4$ мГн. Определить силу тока в соленоиде, при которой объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида равна $0,1$ Дж/м³.

396. Торoid с воздушным сердечником содержит 20 витков на 1 см. Определить объемную плотность энергии в тороиде, если по его обмотке протекает ток 3 А.

397. Тонкий медный провод массой $m = 1$ г согнут в виде квадрата, и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле ($B = 0,1$ Тл) так, что плоскость его перпендикулярна линиям индукции поля. Определить количество электричества Q , которое протечет по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию.

398. По длинному прямому проводу течет ток. Вблизи провода расположена квадратная рамка из тонкого провода сопротивлением $R = 0,02$ Ом. Провод лежит в плоскости рамки и параллелен двум ее сторонам, расстояния до которых от провода соответственно равны $a_1 = 10$ см, $a_2 = 20$ см. Найти силу тока I в проводе, если при его включении через рамку протекло количество электричества $Q = 693$ мкКл.

399. Соленоид, площадь S сечения которого равна 5 см², содержит $N = 1200$ витков. Индукция B магнитного поля внутри соленоида при токе силой $I = 2$ А равна $0,01$ Тл. Определить индуктивность L соленоида.

400. К источнику тока с внутренним сопротивлением $R_i = 2$ Ом подключают катушку индуктивностью $L = 0,5$ Гн и сопротивлением $R = 8$ Ом. Найти время t , в течение которого ток в катушке, нарастая, достигнет значения, отличающегося от максимального на 1 %.

401. Через какое время после начала движения точка, совершающая гармонические колебания с периодом 12 с и начальной фазой, равной 0, сместится от положения равновесия на расстояние, которое равно половине амплитуды?

402. Материальная точка, совершающая гармонические колебания с частотой $\nu = 2$ Гц, в момент времени $t = 0$ проходит положение, определяемое координатой $x_0 = 6$ см, со скоростью $v_0 = 14$ см/с. Определить амплитуду колебаний.

403. Колебания материальной точки совершаются по закону $x = 0,03 \sin \pi(t + 0,5)$. Амплитуда и период колебаний заданы в системе СИ. Определить наибольшие значения скорости и ускорения. Чему равна фаза колебаний через 5 с после начала движения?

404. Считая движение поршня в цилиндре автомобильного двигателя гармоническим колебанием, определить максимальные значения его скорости и ускорения, если автомобиль движется со скоростью 72 км/ч на прямой передаче, радиус колес 344 мм, ход поршня 100 мм.

405. Определить начальную фазу колебания тела, если через 0,25 с после начала движения смещение было равно половине амплитуды. Период колебания 6 с.

406. Написать уравнение гармонического колебания точки, если его амплитуда $A = 15$ см, максимальная скорость колеблющейся точки $v_{\max} = 30$ см/с, начальная фаза $\varphi = 10^\circ$.

407. Материальная точка совершает колебания согласно уравнению $x = A \sin \omega t$. В какой-то момент времени смещение точки $x_1 = 15$ см. При возрастании фазы колебаний в два раза смещение x_2 оказалось равным 24 см. Определить амплитуду колебаний A .

408. Материальная точка совершает гармонические колебания согласно уравнению $x = 0,02 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$, м. Определить: 1) амплитуду колебаний; 2) период колебаний; 3) начальную фазу колебаний; 4) максимальную скорость точки; 5) максимальное ускорение точки; 6) через какое время после начала отсчета точка будет проходить через положение равновесия.

409. Материальная точка, совершающая гармонические колебания с частотой $\nu = 1$ Гц, в момент времени $t = 0$ проходит положение, определяемое координатой $x_0 = 5$ см, со скоростью $v_0 = 15$ см/с. Определить амплитуду колебаний.

410. Написать уравнение колебательного движения материальной точки, совершающей два одинаково направленных гармонических колебания, которые описываются уравнениями: $x_1 = 4 \sin 2\pi\left(t + \frac{1}{3}\right)$; $x_2 = 3 \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$.

411. Амплитуда результирующего колебания, получающегося при сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинаковой частоты, обладающих разностью фаз $\varphi = 60^\circ$, равна $A = 6$ см. Определить амплитуду A_2 второго колебания, если $A_1 = 5$ см.

412. Разность фаз двух одинаково направленных гармонических колебаний одинакового периода $T = 4$ с и одинаковой амплитуды $A = 5$ см составляет $\pi/4$. Написать уравнение движения, получающегося в результате сложения этих колебаний, если начальная фаза одного из них равна нулю.

413. Складываются два гармонических колебания одного направления, описываемые уравнениями $x_1 = 3 \cos 2\pi t$, см и $x_2 = 3 \cos(2\pi t + \pi/4)$, см. Определить для результирующего колебания: 1) амплитуду; 2) начальную фазу. Записать уравнение результирующего колебания и представить векторную диаграмму сложения амплитуд.

414. Результирующее колебание, получающееся при сложении двух гармонических колебаний одного направления, описывается уравнением $x = A \cos t \cos 45t$ (t – в секундах). Определить: 1) циклические частоты ω_1 и ω_2 складываемых колебаний; 2) период биений T_b результирующего колебания.

415. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями $x = \cos \pi t$ и $y = \cos \frac{\pi}{2} t$. Определить уравнение траектории точки.

416. Найти уравнение траектории движения материальной точки, которая участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, заданных уравнениями: $x = 2 \sin \pi(2t + 1)$; $y = 2 \sin(2\pi t + 90^\circ)$. Указать направление движения.

417. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями $x = 3 \cos 2\omega t$, см и $y = 4 \cos(2\omega t + \pi)$, см. Определить уравнение траектории точки и вычертить ее с нанесением масштаба.

418. Тело массой 5 г совершает колебание, которое описывается уравнением $x = 0,1 \sin \frac{\pi}{2} \left(t + \frac{1}{3} \right)$. Найти численные значения кинетической и потенциальной энергии тела через 20 с после начала колебаний. Чему равна полная энергия тела?

419. Определить массу тела, совершающего гармонические колебания с амплитудой 0,1 м, частотой 2 с^{-1} и начальной фазой 30° , если полная энергия равна 7,7 мДж. Через сколько секунд после начала движения кинетическая энергия будет равна потенциальной?

420. Тело массой $m = 10$ г совершает гармонические колебания по закону $x = 0,1 \cos \left(4\pi t + \frac{\pi}{4} \right)$, м. Определить максимальные значения: 1) возвращающей силы; 2) кинетической энергии.

421. Полная энергия E гармонически колеблющейся точки равна 10 мкДж, а максимальная сила F_{\max} , действующая на точку, равна $0,5$ мН. Написать уравнение движения этой точки, если период колебаний T равен 4 с, а начальная фаза $\varphi = \pi/6$.

422. Груз, подвешенный к спиральной пружине, колеблется по вертикали с амплитудой $A = 8$ см. Определить жесткость k пружины, если известно, что максимальная кинетическая энергия груза $E_{k \max} = 0,8$ Дж.

423. Полная энергия гармонически колеблющейся точки равна 30 мкДж, а максимальная сила, действующая на точку, равна 1,5 мН. Написать уравнение движения этой точки, если период колебаний равен 2 с, а начальная фаза $\pi/3$.

424. На горизонтальной пружине жесткостью $k = 900$ Н/м укреплен шар массой $m = 4$ кг, лежащий на гладком столе, по которому он может скользить без трения (рис. 101). Пуля массой $m = 10$ г, летящая с горизонтальной скоростью $v_0 = 600$ м/с и имеющая в момент удара скорость, направ-

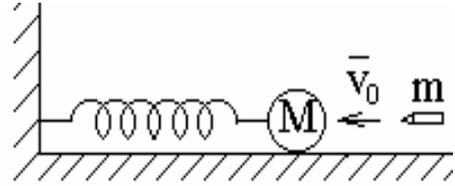


Рис. 101

ленную вдоль оси пружины, попала в шар и застряла в нем. Пренебрегая массой пружины и сопротивлением воздуха, определить: 1) амплитуду колебаний шара; 2) период колебаний шара.

425. Два математических маятника имеют одинаковые массы, длины, отличающиеся в $n = 1,5$ раза, и колеблются с одинаковыми угловыми амплитудами. Определить, какой из маятников обладает большей энергией и во сколько раз.

426. Два математических маятника, длины которых отличаются на $\Delta l = 16$ см, совершают за одно и то же время один $n_1 = 10$ колебаний, другой – $n_2 = 6$ колебаний. Определить длины маятников l_1 и l_2 .

427. Стержень длиной 50 см совершает колебания около горизонтальной оси, проходящей через точку, которая расположена на расстоянии $d = 12,5$ см от конца стержня. Определить частоту колебаний стержня.

428. На концах стержня, масса которого 60 г и длина 4,9 см, укреплены два шарика массами $m_1 = 70$ г и $m_2 = 90$ г, и стержень подвешен так, что может совершать колебания около горизонтальной оси, проходящей через его середину. Определить период малых колебаний стержня.

429. Однородный диск радиусом $R = 0,1$ м совершает колебания вокруг горизонтальной оси, которая проходит через точку, расположенную на расстоянии $R/2$ от центра диска. Определить частоту колебаний диска.

430. Однородный диск радиусом 20 см колеблется около горизонтальной оси, проходящей на расстоянии 15 см от центра диска. Определить период T колебаний диска относительно этой оси.

431. Тонкий однородный стержень длиной 60 см может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. Стержень отклонили на угол $\alpha_0 = 0,01$ рад и в момент времени $t_0 = 0$ отпустили. Считая колебания малыми, определить период колебаний стержня и записать функцию $\alpha(t)$.

432. Период затухающих колебаний $T = 1$ с, логарифмический декремент затухания $\Theta = 0,3$, начальная фаза равна нулю. Смещение точки при $t = 2T$ составляет 5 см. Записать уравнение движения этого колебания.

433. Амплитуда затухающих колебаний маятника за $t = 2$ мин уменьшилась в 2 раза. Определить коэффициент затухания δ .

434. Начальная амплитуда затухающих колебаний маятника $A_0 = 3$ см. По истечении $t_1 = 10$ с $A_1 = 1$ см. Определить, через какое время амплитуда колебаний станет равной $A_2 = 0,3$ см.

435. При наблюдении затухающих колебаний выяснилось, что для двух последовательных колебаний амплитуда второго меньше амплитуды первого на 60 %. Период затухающих колебаний $T = 0,5$ с. Определить: 1) коэффициент затухания δ ; 2) частоту ν_0 незатухающих колебаний.

436. Тело массой $m = 100$ г, совершая затухающие колебания, за $\tau = 1$ мин потеряло 40 % своей энергии. Определить коэффициент сопротивления r .

437. Груз массой $m = 50$ г, подвешенный на нити длиной $l = 20$ см, совершает колебания в жидкости. Коэффициент сопротивления $r = 0,02$ кг/с. На груз действует вынуждающая сила $F = 0,1 \cos \omega t$, Н. Определить: 1) частоту вынуждающей силы, при которой амплитуда вынужденных колебаний максимальна; 2) резонансную амплитуду.

438. Период затухающих колебаний системы составляет 0,2 с, а отношение амплитуд первого и шестого колебаний равно 13. Определить резонансную частоту данной колебательной системы.

439. Гири массой $m = 20$ г, подвешенная на спиральной пружине жесткостью $k = 50$ Н/м, совершает колебания в вязкой среде с коэффициентом сопротивления $r = 0,2$ кг/с. На верхний конец пружины действует вынуждающая сила, изменяющаяся по закону $F = 0,2 \cos \omega t$, Н. Определить: 1) частоту ν_0 собственных колебаний; 2) резонансную частоту $\nu_{рез}$; 3) резонансную амплитуду $A_{рез}$; 4) статическое отклонение.

440. Определить амплитуду вынужденных колебаний груза массой 0,2 кг, подвешенного на пружине с коэффициентом жесткости 20 Н/м, если действует вынуждающая сила с амплитудой 2 Н и частотой, в 2 раза большей собственной частоты колебаний груза, а коэффициент затухания $0,5 \text{ с}^{-1}$.

441. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 200 \text{ пФ}$ и катушки индуктивности. Частота собственных колебаний в нем $\nu = 5 \text{ МГц}$. Найти амплитуду напряжения U_m на обкладках конденсатора, если амплитуда силы тока в катушке $I_m = 2 \text{ мА}$.

442. Колебательный контур состоит из двух одинаковых конденсаторов, соединенных друг с другом параллельно, и катушки индуктивности. Период собственных электромагнитных колебаний в этом контуре $T_1 = 20 \text{ мкс}$. Во сколько раз изменится период колебаний, если конденсаторы включить последовательно друг другу?

443. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 400 \text{ пФ}$ и катушки индуктивностью $L = 10 \text{ мГн}$. Найти амплитуду силы тока I_m в этом контуре, если амплитуда напряжения в нем $U_m = 500 \text{ В}$.

444. При одном конденсаторе собственная частота в идеальном колебательном контуре была $\nu_1 = 30 \text{ кГц}$, а при другом она стала $\nu_2 = 40 \text{ кГц}$. Какой будет эта частота ν , если конденсаторы соединить: а) последовательно; б) параллельно?

445. Собственные колебания в колебательном контуре протекают согласно уравнению $i = 2\sin 100\pi t$, мА. Найти индуктивность L катушки, если емкость конденсатора $C = 10 \text{ мкФ}$.

446. Неоновая лампа включена в сеть переменного тока стандартной частоты с действующим напряжением $U = 71 \text{ В}$. Определить время Δt между вспышками лампы, продолжительность горения t_0 , и число вспышек n в единицу времени. Напряжение зажигания лампы $U_n = 86,7 \text{ В}$ и равно напряжению гашения.

447. Катушка с ничтожно малым активным сопротивлением включена в цепь переменного тока стандартной частоты. При напряжении $U = 120 \text{ В}$ сила тока в этой цепи $I = 2,5 \text{ А}$. Найти индуктивность катушки L .

448. Колебательный контур содержит катушку с общим числом витков, равным 50, индуктивностью 5 мкГн и конденсатор емкостью 2 нФ. Максимальное напряжение на обкладках конденсатора составляет 150 В. Определить максимальный магнитный поток, пронизывающий катушку.

449. Ток в колебательном контуре изменяется со временем по закону $I = 0,01 \cos 1000t$. Найти индуктивность контура, зная, что емкость его конденсатора $C = 2 \cdot 10^{-5}$ Ф.

450. При увеличении максимальной силы тока в катушке колебательного контура на $\Delta I_m = 10$ А амплитуда напряжения увеличилась втрое. Найти первоначальную амплитуду силы тока I_{m1} . Контур идеальный.

451. Амплитуда заряда на обкладках конденсатора идеального колебательного контура $q_m = 2$ нКл, а амплитуда силы тока $I_m = 3$ мА. Чему равна мгновенная сила тока i в катушке в тот момент, когда энергия электрического поля конденсатора вдвое больше энергии магнитного поля катушки? Чему равна собственная циклическая частота ω_0 колебаний в этом контуре?

452. В магнитном поле индукцией $B = 0,2$ Тл вращается с частотой $\nu = 4$ с⁻¹ квадратная рамка со стороной $a = 2$ см. Найти действующую ЭДС, возникающую в ней.

453. Рамка из $N = 10$ витков в форме круга вращается с периодом $T = 0,04$ с в однородном магнитном поле индукцией $B = 20$ Тл. В момент времени $t = 0,01$ с, считая от начала вращения, когда ее плоскость была перпендикулярна магнитным линиям, мгновенная ЭДС в рамке 2 В. Найти радиус R одного витка.

454. В колебательном контуре индуктивность катушки $L = 0,2$ Гн, а амплитуда силы тока $I = 40$ мА. Найти энергию электрического поля конденсатора $W_{эл}$ и магнитного поля катушки $W_{магн}$ в тот момент, когда мгновенное значение силы тока I будет меньше амплитудного значения силы тока I_m вдвое.

455. Плоская синусоидальная волна распространяется вдоль прямой, совпадающей с положительным направлением оси x в среде, не поглощающей энергию, со скоростью $v = 15$ м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях $x_1 = 5$ м и $x_2 = 5,5$ м от источника колебаний, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi = \pi/5$. Амплитуда волны $A = 4$ см. Определить: 1) длину волны; 2) уравнение волны; 3) смещение ξ первой точки в момент времени $t = 3$ с.

456. Две точки лежат на луче и находятся от источника колебаний на расстояниях $x_1 = 4$ м и $x_2 = 1$ м. Период колебаний $T = 20$ мс и скорость v распространения волны равна 300 м/с. Определить разность фаз колебаний этих точек.

457. Звуковые колебания с частотой $\nu = 450$ Гц и амплитудой $A = 0,3$ мм распространяются в упругой среде. Длина волны $\lambda = 80$ см. Определить: 1) скорость распространения волн; 2) максимальную скорость частиц среды.

458. Найти скорость распространения в воздухе звуковых колебаний, длина волны которых 1 м, а частота колебаний 343 Гц. Чему равна максимальная скорость смещения частиц воздуха, если амплитуда колебаний 0,2 мм?

459. Во сколько раз изменяется длина ультразвуковой волны при переходе волны из стали в медь, если скорости распространения ультразвука в меди и стали соответственно 3600 и 5500 м/с?

460. Определить скорость распространения поперечных звуковых волн в меди. Модуль сдвига для меди 12 ГПа, плотность меди 8900 кг/м³.

461. Плоская синусоидальная волна распространяется вдоль прямой, совпадающей с положительным направлением оси x в среде, не поглощающей энергию, со скоростью $v = 10$ м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях $x_1 = 1$ м и $x_2 = 10$ м от источника колебаний, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi = 3\pi/5$. Амплитуда волны $A = 5$ см. Определить: 1) длину волны λ ; 2) уравнение волны; 3) смещение ξ_2 второй точки в момент времени $t = 2$ с.

462. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $v = 10$ м/с. Амплитуда колебаний точек шнура $A = 5$ см, а период колебаний $T = 1$ с. Записать уравнение волны и определить: 1) длину волны; 2) фазу колебаний, смещение, скорость и ускорение точки, расположенной на расстоянии $x = 9$ м от источника колебаний в момент времени $t = 2,5$ с.

463. Чему равна частота основного тона закрытой с одного конца трубы длиной 1,5 м, если она заполнена водой? Скорость распространения звука в воде принять равной 1,5 км/с.

464. Средняя квадратичная скорость ($v_{\text{кв}}$) молекул двухатомного газа при некоторых условиях составляет 480 м/с. Определить скорость v распространения звука в газе при тех же условиях.

465. Плотность ρ некоторого двухатомного газа при нормальном давлении равна 1,78 кг/м³. Определить скорость распространения звука в газе при этих условиях.

466. Электромагнитная волна с частотой $\nu = 5$ МГц переходит из немагнитной среды с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2$ в вакуум. Определить приращение ее длины.

467. Радиолокатор обнаружил в море подводную лодку, отраженный сигнал от которой дошел до него за $t = 36$ мкс. Учитывая, что диэлектрическая проницаемость воды $\epsilon = 81$, определить расстояние от локатора до подводной лодки.

468. Определить длину в вакууме электромагнитной волны, на которую настроен колебательный контур, если максимальный заряд на обкладках конденсатора $Q_m = 50$ нКл, а максимальная сила тока в контуре $I_m = 1,5$ А. Активным сопротивлением контура пренебречь.

469. Длина λ в вакууме электромагнитной волны, на которую настроен колебательный контур, равна 12 м. Пренебрегая активным сопротивлением контура, определить максимальный заряд Q_m на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока в контуре $I_m = 1$ А.

470. В вакууме вдоль оси x распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны составляет 50 мВ/м. Определить интенсивность волны I , т.е. среднюю энергию, переносимую через единицу поверхности в единицу времени.

471. Частота электромагнитной волны $\nu = 100$ МГц, а ее длина в бензоле $\lambda = 2$ м. Чему равна диэлектрическая проницаемость ϵ бензола? Магнитную проницаемость бензола считать равной единице.

472. Электромагнитная волна с частотой $\nu = 100$ МГц переходит из вакуума в немагнитную среду с показателем преломления $n = 2,45$. Найти приращение длины волны $\Delta\lambda$ в среде.

473. Электромагнитная волна с частотой $\nu = 59$ МГц распространяется в немагнитной среде с показателем преломления $n = 5,1$. Определить длину волны λ в среде.

474. Сколько колебаний (N) происходит в электромагнитной волне с длиной волны $\lambda_1 = 30$ м в течение одного периода звуковых колебаний длиной $\lambda_2 = 1,7$ м? Скорость звука $v_{зв} = 340$ м/с, скорость электромагнитной волны $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

475. Колебательный контур радиоприемника настроен на радиостанцию, частота которой $\nu = 9$ МГц. Во сколько раз нужно изменить емкость конденсатора приемного контура, чтобы контур был настроен на длину волны $\lambda_2 = 50$ м?

476. На какую длину волны λ настроен колебательный контур, состоящий из катушки индуктивностью $L = 2$ мГн и плоского конденсатора с площадью обкладок $S = 800$ см², расстоянием между обкладками $d = 1$ см и диэлектриком, заключенным между обкладками, с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 11$?

477. Объемная плотность энергии электромагнитной волны $\omega_{эл-м} = 2 \cdot 10^{-16}$ Дж/см³. Найти плотность потока излучения (интенсивность волны) I .

478. Через $S = 1$ см² в течение $t = 10$ с электромагнитная волна переносит энергию с интенсивностью $I = 2$ мВт/м². Найти эту энергию W .

479. Допустимая объемная плотность энергии электромагнитной волны $\omega_{эл-м} = 2,2 \cdot 10^{-10}$ Дж/см³. Найти максимальную напряженность E_m электрического поля волны в воздухе и ее интенсивность I .

480. Колебательный контур в воздухе излучает электромагнитные волны с длиной волны $\lambda = 200$ м. Определить индуктивность L колебательного контура, если его емкость $C = 5 \cdot 10^{-6}$ Ф.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет»

Кафедра физики

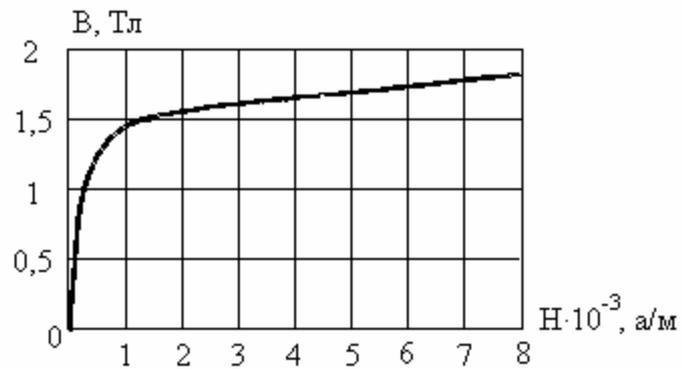
Контрольная работа № 2
студента 2 курса
учебная группа 04-ПГз
шифр 0460832
геодезического факультета

Александрова Ивана Петровича

г. Витебск, пр. Фрунзе, д. 30, кв. 42
Тел. 22-62-72

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

График зависимости индукции B от напряженности H магнитного поля для одного из сортов железа



Электрическая постоянная: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$.

Магнитная постоянная: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$.

Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Вода	81	Парафин	2,0
Масло трансформаторное	2,2	Стекло	7,0

Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротивление, Ом·м	Металл	Удельное сопротивление, Ом·м
Железо	$9,8 \cdot 10^{-8}$	Нихром	$1,1 \cdot 10^{-6}$
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$	Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$

ЛИТЕРАТУРА

1. Аксенович Л.А., Жаврид С.М., Медведь И.Н. Физика: Практические занятия. – Мн.: Выш. шк., 1993. – 300 с.
2. Бендриков Г.А., Буховцев Б.Б., Корженцев В.В. и др. Физика: Сборник задач. – М.: ОНИКС XXI век, 2002. – 384 с.
3. Богдан В.И., Бондарь В.А., Кульбицкий Д.Н. и др. Практикум по методике решения физических задач. – Мн.: Выш. шк., 1983. – 272 с.
4. Буховцев Б.Б., Кривченко В.Д., Мякишев Г.Я. и др. Сборник задач по элементарной физике. – М.: Наука, 1974. – 416 с.
5. Вабищевич С.А., Груздев В.А., Дубченко Г.А. и др. Физика: Учеб.-метод. комплекс. Ч. 1, 2. – Новополоцк: ПГУ, 2005.
6. Варикаш В.М., Цедрик М.С. Руководство по решению задач по общей физике. – Мн.: Выш. шк., 1995. – 297 с.
7. Ветрова В.Т. Сборник задач по физике. – Мн.: Выш. шк., 1991. – 386 с.
8. Волохов А.Н., Воробьев А.А., Федоров М.Ф. и др. Задачник по физике. – Петрозаводск: Росвузиздат, 1963. – 400 с.
9. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 1973. – 464 с.
10. Гофман Ю.В. Законы, формулы, задачи физики. – Киев: Навукова думка, 1977. – 575 с.
11. Демков В.П., Третьякова О.Н. Физика. Теория. Методика. Задачи. – М.: Наука, 2001. – 414 с.
12. Иродов И.Е. Задачи по общей физике. – М.: Наука, 1988. – 416 с.
13. Касаткина И.Л. Репетитор по физике. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2000. – 896 с.
14. Новодворская Е.М., Дмитриев Э.М. Методика проведения упражнений по физике во втузе. – М.: Высш. шк., 1981. – 320 с.
15. Сена А.А. Сборник вопросов и задач по физике. – М.: Высш. шк., 1986. – 386 с.
16. Сенько Е.Е., Вераксы В.И., Ефимчик Г.А. Практические занятия по курсу общей физики. – Мн.: Выш. шк., 1984. – 112 с.
17. Трофимова Т.И., Павлова З.Г. Сборник задач по курсу физики с решениями. – М.: Высш. шк., 2001. – 392 с.
18. Трофимова Т.И. Справочник по физике для студентов и абитуриентов. – М.: Астрель-АСТ, 2001. – 400 с.
19. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики для втузов. – М.: ОНИКС XXI век, 2003. – 384 с.
20. Физика. Задания к практическим занятиям / Под общ. ред. Ж.П. Лагутиной. – Мн.: Выш. шк., 1989. – 236 с.
21. Физика: Метод. указания и контр. задания / Под ред. А.Г. Чертова. – М.: Высш. шк., 1987. – 269 с.
22. Фирганг Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики. – М.: Высш. шк., 1978. – 352 с.
23. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. – М.: Физматиздат, 2003. – 640 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ.....	4
2. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ ПО РАЗДЕЛАМ КУРСА ФИЗИКИ.....	9
2.1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА.....	9
2.2. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК.....	16
2.3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ.....	20
2.4. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ.....	25
2.5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ.....	29
2.6. УПРУГИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ.....	31
3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.....	34
4. ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 2.....	109
5. ЗАДАЧИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 2.....	110
ПРИЛОЖЕНИЕ 1.....	172
ПРИЛОЖЕНИЕ 2.....	173
ЛИТЕРАТУРА.....	174

Учебное издание

Составители:

ГРУЗДЕВ Владимир Алексеевич;
ДУБЧЕНОК Геннадий Аркадьевич;
МАКАРЕНКО Геннадий Макарович

ФИЗИКА

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ**

**ДЛЯ СТУДЕНТОВ-ЗАОЧНИКОВ
ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ**

В трех частях

ЧАСТЬ 2

**ЭЛЕКТРОСТАТИКА,
ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК,
МАГНИТНОЕ ПОЛЕ,
КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ**

Редактор Т.В. Булах

Подписано в печать 27.03.06 Формат 60x84/16 Бумага офсетная Гарнитура Таймс
Отпечатано на ризографе Усл.-п. л. 10,23 Уч.-изд. л. 10,2 Тираж 400 Заказ 339

Издатель и полиграфическое исполнение –
Учреждение образования «Полоцкий государственный университет»
ЛИ № 02330/0133020 от 30.04.04 ЛП № 02330/0133128 от 27.05.04
211440 г. Новополоцк, ул. Блохина, 29