

МОДУЛЬ 4
КИНЕМАТИКА ЖИДКОСТИ
ВВЕДЕНИЕ

Кинематика жидкости – раздел гидромеханики (механики жидкости), в котором изучаются виды и кинематические характеристики движения жидкости, но не рассматриваются силы, под действием которых происходит движение.

Жидкость представляет собой совокупность жидких частиц, заполняющих объем без пустот и разрывов.

Жидкая частица – часть жидкости, малая по сравнению с объемом рассматриваемой жидкости, и в то же время объем частицы велик по сравнению с объемом молекулы жидкости. В частице содержится так много молекул, что жидкость в пределах частицы можно считать сплошной средой – *континуумом*.

В процессе движения жидкости изменяются во времени взаимные положения жидких частиц и их форма. Положение жидкой частицы определяется координатами некоторой точки, выбранной произвольно в пределах частицы. Эта точка называется *полюсом*. Различные точки частицы имеют различные скорости. Под *скоростью частицы* понимается скорость выбранного полюса. В общем случае движение жидкости можно считать определенным, если известны законы движения всех частиц, то есть положение каждой частицы задано как функция времени.

СХЕМА ИЗУЧЕНИЯ МАТЕРИАЛА

Тема занятия	Тип занятия	Вид (форма) занятия	Кол-во часов
1. Два метода изучения движения жидкости. Поле скоростей. Виды движения жидкости: установившееся и неустановившееся, равномерное и неравномерное, напорное и безнапорное. Плавно-изменяющееся движение	Изучение нового материала	Лекция	2
2. Линия тока. Элементарная струйка. Трубка тока. Понятие тока, расхода, живого сечения, местной и средней скорости, смоченного периметра, гидравлического радиуса.	Изучение нового материала	Лекция	2
3. Уравнение неразрывности жидкости в дифференциальной форме. Уравнение неразрывности для элементарной струйки и потока жидкости при установившемся движении.	Изучение нового материала	Лекция	2

1. ДВА МЕТОДА ИЗУЧЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Существуют два метода описания движений жидкости.

Метод Лагранжа.

В этом способе предлагается рассматривать движение каждой частицы жидкости. В начальный момент времени положение частицы определено начальными координатами ее полюса x_0, y_0, z_0 . При движении частица перемещается, и координаты ее полюса изменяются. Движение

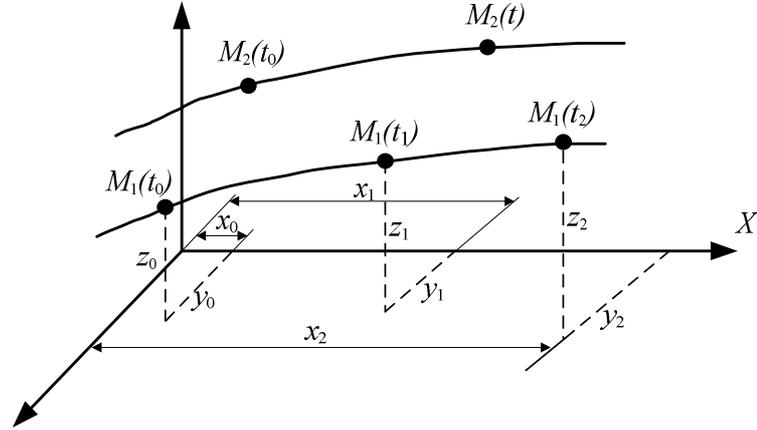


Рис. 4.1. Метод Лагранжа

жидкости определено, если для каждой частицы можно указать координаты x, y, z как функции начального положения x_0, y_0, z_0 и времени t (рис. 4.1):

$$\left. \begin{aligned} x &= f_1(x_0, y_0, z_0, t) \\ y &= f_2(x_0, y_0, z_0, t) \\ z &= f_3(x_0, y_0, z_0, t) \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

Переменные x_0, y_0, z_0 и t называют *переменными Лагранжа*. Совокупность приведенных функций (4.1) описывает траектории движений частиц жидкости. Из уравнений (4.1) можно найти проекции на координатные оси скоростей и ускорений всех жидких частиц. Если обозначить через u вектор скорости жидкой частицы, то проекции скоростей:

$$u_x = \frac{\partial x}{\partial t}; u_y = \frac{\partial y}{\partial t}; u_z = \frac{\partial z}{\partial t}$$

или ускорений:

$$a_x = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}; a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}; a_z = \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}.$$

При описании движений жидкости методом Лагранжа можно пользоваться также криволинейными координатами.

Метод Лагранжа находит применение при решении ряда специальных задач, например волновых движений.

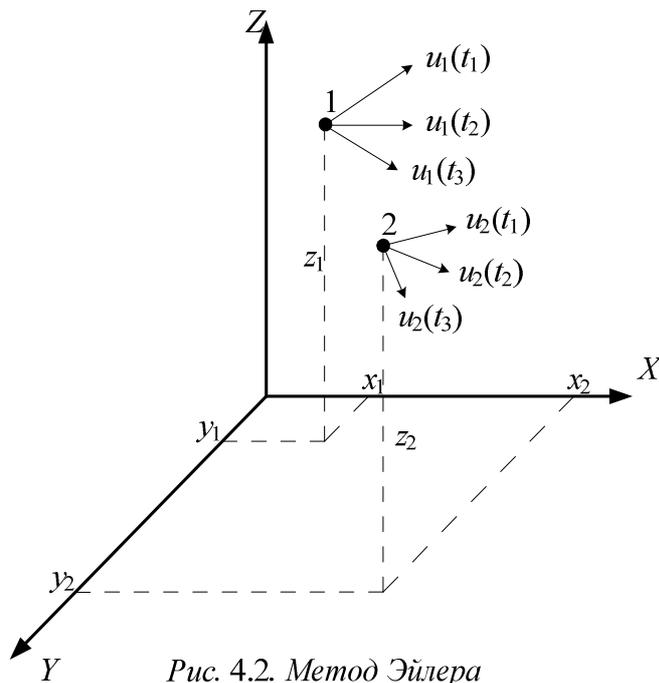


Рис. 4.2. Метод Эйлера

Метод Эйлера. В этом методе движение жидкости описывается функциями, выражающими изменения скоростей в точках некоторой неподвижной области, выбранной в пределах потока. К примеру (рис. 4.2), в потоке жидкости выберем две неподвижные точки: точка 1 с координатами x_1, y_1, z_1 и точка 2 с координатами x_2, y_2, z_2 . В момент времени t_1 в точке 1 и в точке 2 находятся жидкие частицы имеющие скорость $u_1(t_1)$ и $u_2(t_1)$. В момент времени t_2 в этих же точках жидкости находятся другие жидкие частицы, имеющие скорость $u_1(t_2)$ и $u_2(t_2)$, и т.д. Движение жидкости определено, если удастся получить функцию, позволяющую определить значение скорости для каждой точки потока жидкости в любой момент времени t . Эту функцию можно представить в виде системы:

дятся другие жидкие частицы, имеющие скорость $u_1(t_2)$ и $u_2(t_2)$, и т.д. Движение жидкости определено, если удастся получить функцию, позволяющую определить значение скорости для каждой точки потока жидкости в любой момент времени t . Эту функцию можно представить в виде системы:

$$\left. \begin{aligned} u_x &= f_x(x, y, z, t) \\ u_y &= f_y(x, y, z, t) \\ u_z &= f_z(x, y, z, t) \end{aligned} \right\}. \quad (4.2)$$

Скорость u называется *мгновенной местной скоростью*. Совокупность мгновенных местных скоростей представляет собой векторное поле, называемое *полем скоростей*. В общем случае поле скоростей может изменяться во времени и по координатам. Переменные x, y, z, t называют *переменными Эйлера*.

2. ВИДЫ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

По характеру изменения поля скоростей *во времени* движения жидкости делятся на неустановившиеся и установившиеся.

Неустановившееся (нестационарное) движение характеризуется изменением с течением времени значений местных скоростей в точках области, где движется жидкость. Такое движение описывается уравнениями (4.2).

Примеры неустановившегося движения: опорожнение водохранилища, движение воды в реке при изменении уровней (например, при паводке), истечение жидкости из резервуара при переменном уровне жидкости в резервуаре (рис. 4.3, а).

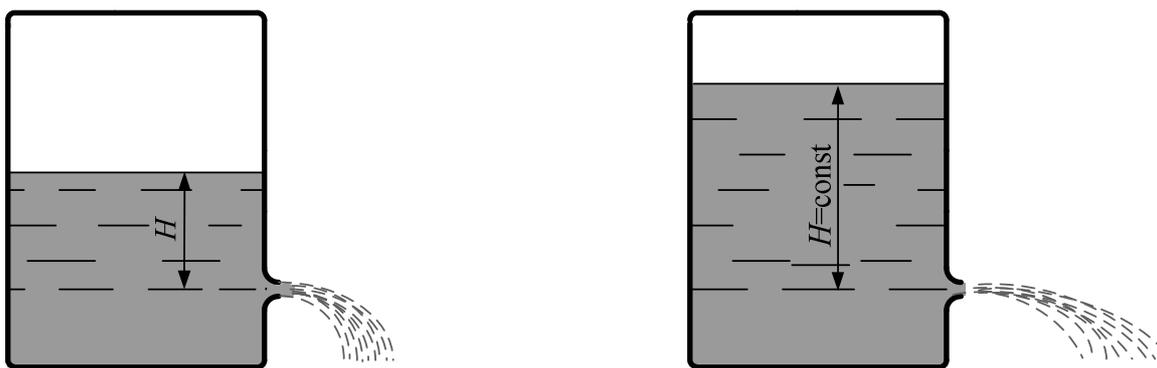


Рис. 4.3. Истечение жидкости из резервуара:
 а – при переменном напоре (неустановившееся движение);
 б – при постоянном напоре (установившееся движение)

Установившееся (стационарное) движение такое, когда в каждой точке области, где движется жидкость, местные скорости во времени не изменяются. Тогда уравнения (4.2) превращаются в следующие:

$$\left. \begin{aligned} u_x &= f_x(x, y, z,) \\ u_y &= f_y(x, y, z,) \\ u_z &= f_z(x, y, z,) \end{aligned} \right\}.$$

Примером установившегося движения является истечение жидкости из резервуара, когда уровень жидкости в этом резервуаре все время поддерживается постоянным (рис. 4.3, б). В этом случае как форма вытекающей струи, так и скорости в любом ее сечении все время сохраняются неизменными.

По характеру изменения поля скоростей *по координатам* установившееся движение подразделяется на *равномерное* и *неравномерное*.

Равномерное движение характеризуется параллельностью и прямолинейностью линий тока. Размеры и форма живых сечений и средние скорости потока по его длине не изменяются. Местные скорости в соответственных точках всех живых сечений по длине потока также одинаковы. Ускорения при равномерном движении равны нулю. В безнапорном равномерном потоке, как следствие вышесказанного, и глубины будут неизменными по длине.

Неравномерное движение характеризуется тем, что семейство линий тока уже не представлено параллельными прямыми. Площади живых сечений и средние скорости могут быть переменными по длине потока. Неравномерное движение может быть ускоренным или замедленным.

Среди неравномерных движений выделяют плавно изменяющееся движение, которое характеризуется следующими признаками: линии тока примерно параллельны, кривизна их достаточно мала; живые сечения можно считать плоскими; изменения формы и площади живых сечений по длине потока происходят весьма плавно.

В связи с отмеченными особенностями при расчетах плавно изменяющихся потоков пренебрегают составляющими скоростей (и ускорений) в плоскости живого сечения.

Неустановившееся (нестационарное) движение по характеру изменения скоростей во времени подразделяется на быстро изменяющееся и медленно изменяющееся. Последний вид движения часто называется также *квазиустановившимся* (квазистационарным). Поясним, что «квази» в переводе с латинского означает «якобы», «почти», «как бы».

В движущейся жидкости различают продольную составляющую скорости (или продольную скорость) и поперечные составляющие скорости. Обычно направление оси Ox совпадает с направлением продольной скорости. Соответственно направление поперечных составляющих скорости совпадает с направлениями осей Oy и Oz .

Распределение продольных скоростей по живому сечению или в различных точках вертикали, принадлежащей данному живому сечению, характеризует *эпюра скоростей*. Для всех точек живого сечения эпюра скоростей – объемная фигура, а эпюра скоростей на данной вертикали – плоская фигура (рис. 4.4).

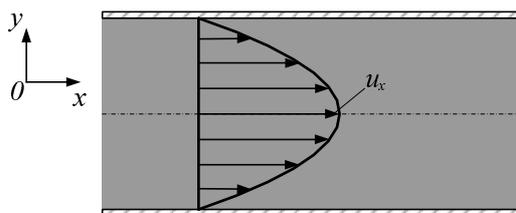


Рис. 4.4. Эпюра скорости движения жидкости в круглой трубе

Движения также подразделяются на *пространственные* (трехмерные), *плоские* и *одномерные*. В *пространственном движении* кинематические характеристики зависят от трех координат: x , y , z , например движение на повороте безнапорного потока в канале или на повороте напорного потока в трубо-

проводе или движение в канале с изменяющимся по длине живым сечением.

Плоским (двухмерным) движением считается такое, при котором кинематические характеристики зависят только от двух координат и не зависят от третьей. Например, если $u_x \neq 0$, $u_z \neq 0$, а $u_y = 0$, то движение происходит в плоскостях, параллельных одной плоскости, в данном случае XOZ , и характеристики такого движения одинаковы во всех этих плоскостях. Та-

кое движение происходит в достаточно широком канале: открытом – безнапорное движение или в закрытом, полностью заполненном жидкостью (напорное движение), а также при перемещении грунтовых вод в достаточно широкой подземной области, поперечное сечение которой близко к прямоугольнику.

Одномерным движением называется такое, в котором скорости зависят только от одной координаты. Такое движение характерно для большинства гидравлических задач, когда достаточно принять в рассмотрение только среднюю скорость и определять ее в зависимости лишь от продольной координаты.

Классификация потоков по характеру границ. Поток жидкости в гидравлике называют движущуюся массу жидкости, ограниченную направляющими твердыми поверхностями, поверхностями раздела жидкостей или свободными поверхностями. В зависимости от характера и сочетания ограничивающих поток поверхностей потоки делятся на безнапорные, напорные потоки и гидравлические струи.

Безнапорные потоки ограничены частично твердой, частично свободной поверхностью. Примером таких потоков может служить поток в реке или канале, а также в трубе, работающей неполным сечением.

Напорные потоки ограничены твердыми поверхностями, например поток в трубе, все сечение которой заполнено движущейся жидкостью и при этом стенки трубы испытывают давление со стороны потока, отличающееся от давления окружающей среды (в таких случаях говорят, что труба работает полным сечением под напором).

Гидравлические струи ограничены только жидкостью или газовой средой, например, струя, вытекающая из сосуда через отверстие в атмосферу, или струя воды, выбрасываемая гидромонитором при подводной разработке грунта.

3. ЛИНИЯ ТОКА И ЭЛЕМЕНТАРНАЯ СТРУЙКА

Траекторией называется путь, проходимый данной частицей жидкости в пространстве за определенный промежуток времени. При установившемся движении форма траекторий не изменяется во время движения. При неустановившемся движении непрерывно изменяются и величины, и направления скорости движения. Траектории движения частиц в этом случае также непрерывно изменяются во времени.

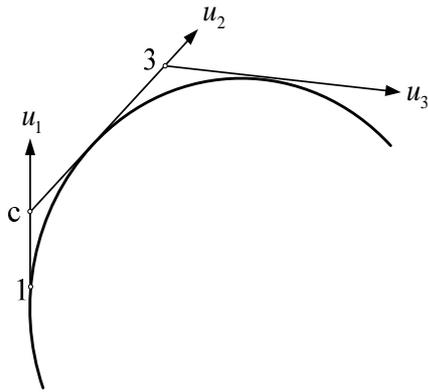


Рис. 4.5. Линия тока

Понятие о линии тока установим, рассматривая пространство, занятое движущейся жидкостью. Выберем в этом пространстве произвольную точку 1 (рис. 4.5) и построим в ней вектор скорости, изображающий по величине и направлению скорость u_1 в этой точке в данный момент времени. На этом же векторе наметим точку 2, отстоящую от точки 1 на весьма малом расстоянии, и в ней построим вектор скорости, также изображающий ско-

рость u_2 в этой точке в тот же момент времени. Далее на векторе скорости u_2 возьмем точку 3 также на весьма малом расстоянии от точки 2 и в ней построим вектор скорости u_3 в тот же момент времени. Если расстояния между точками 1, 2, 3 и т.д. уменьшать, устремляя их к нулю, то в пределе линия 1-2-3-... превратится в кривую. Эта линия называется линией тока.

Итак, *линия тока* – кривая, проведенная через ряд точек в движущейся жидкости таким образом, что в каждой из этих точек в данный момент времени векторы скорости являются касательными к кривой.

Необходимо иметь в виду различие между траекторией частицы жидкости и линией тока. В то время как траектория относится лишь к одной определенной частице жидкости и показывает путь, проходимый этой частицей в пространстве за некоторый промежуток времени, линия тока связывает между собой различные лежащие на ней частицы и характеризует направление их движения в данный момент времени.

Линии тока соответствуют состоянию поля скоростей в движущейся жидкости в данный момент времени. Если в следующий момент поле скоростей изменится, то изменится и положение линий тока.

Однако в случае установившегося движения, характеризуемого неизменяемостью поля скоростей во времени, частицы жидкости будут следовать вдоль неизменных линий тока; таким образом, линии тока и траектории частиц жидкости совпадают между собой только при установившемся движении.

Линии тока и траектории можно сделать видимыми, чем широко пользуются в лабораторной практике при различного рода экспериментальных исследованиях и наблюдениях над движением жидкости. Для этого, например, на поверхности жидкости рассеивают мелкие частицы какого-нибудь вещества, нерастворимого в жидкости, и при помощи фотографического аппарата производят съемку. При съемке с короткой выдержкой эти частицы дают на пластинке короткие черточки (штрихи), которые при

достаточно большом количестве частиц сливаются и показывают общую картину линий тока (рис. 4.6).

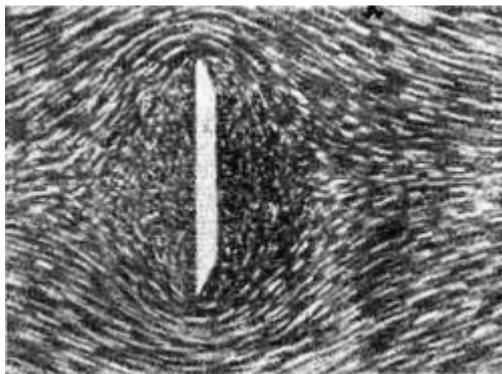


Рис. 4.6. Обтекание жидкостью пластинки

Если в некоторый данный момент времени выделить в области, через которую движется жидкость, замкнутый, не пересекающий себя контур $abcd$ (рис. 4.7), ни одна из точек которого не является особой точкой потока, то через каждую точку такого контура в данный момент

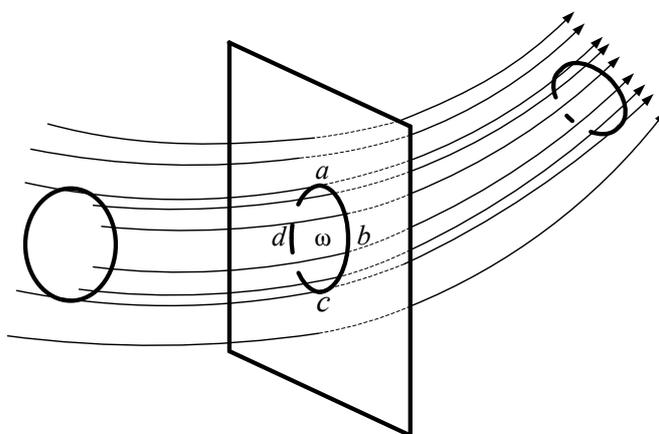


Рис. 4.7. Трубка тока

времени проходит единственная линия тока. Совокупность линий тока, проведенных через все точки этого контура, образует поверхность, которая называется *трубкой тока*. Жидкость, движущаяся внутри трубки тока, образует *струйку*. Внутри трубки тока в данный момент жидкость течет, не пересекая боковых «стенок», так как скорости потока касательны к линиям тока.

Если контур $abcd$ ограничивает бесконечно малую площадку, то струйка называется *элементарной*. Если контур $abcd$ ограничивает конечную площадку, то струйка называется *конечной*.

Элементарная струйка обладает следующими свойствами:

- 1) частицы жидкости не выходят из элементарной струйки и не входят в нее через боковую поверхность;
- 2) скорости частиц жидкости во всех точках одного и того же поперечного сечения одинаковы вследствие малости площади поперечного сечения;
- 3) при установившемся движении форма элементарной струйки остается неизменной во времени.

Живым сечением струйки называется сечение, нормальное в каждой своей точке к линиям тока. Обозначим площадь живого сечения элементарной струйки через $d\omega$, а конечной струйки – через ω .

В силу малости живого сечения элементарной струйки местные скорости жидкости в его пределах можно считать одинаковыми; для конечных струек равномерность распределения скоростей в пределах живого сечения в общем случае не выполняется.

В общем случае скорости и площади живых сечений по длине струйки могут изменяться.

При установившемся движении струйки жидкости существуют физически, так как непроницаемые для потока трубки тока неизменны во времени. При неустановившемся движении в связи с изменяемостью поля скоростей во времени струйки являются только мгновенными, так как трубки тока непрерывно изменяются.

Расходом Q струйки называют объемное количество жидкости, проходящей через данное живое сечение в единицу времени. Размерность величины расхода – м³/с. Для элементарной струйки с равномерным распределением скоростей u по живому сечению получим:

$$dQ = u \cdot d\omega.$$

Для *конечной струйки* вводим понятие *средней по живому сечению скорости* в данном живом сечении площадью ω :

$$v = Q / \omega$$

и тогда расход можно выразить произведением средней скорости на площадь ω :

$$Q = v \cdot \omega$$

От понятия об элементарной и конечной струйках жидкости в дальнейшем переходят к понятию о потоке жидкости как совокупности струек.

4. ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОТОКА. РАСХОД И СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ

В гидравлике различают следующие характеристики потока: площадь живого сечения, смоченный периметр, гидравлический радиус.

Живым сечением ω называется поперечное сечение потока, нормальное ко всем линиям тока, его пересекающим. Таким образом, при плавно изменяющемся (тем более при равномерном) движении живое сечение представляет собой плоскость, а при изменяющемся неплавно оно может быть и криволинейной поверхностью. При плавно изменяющемся движении реальной (вязкой) жидкости, напомним, давление в плоскости живого сечения распределяется по гидростатическому закону.

Смоченный периметр – линия, по которой жидкость соприкасается с поверхностями русла в данном живом сечении. Длина этой линии обозначается через χ .

При напорном движении смоченный периметр совпадает с геометрическим периметром, так как в каждом живом сечении нет точек стенки, которые бы не соприкасались с жидкостью. В открытых руслах смоченный

периметр не совпадает с геометрическим периметром живого сечения, в который входит и длина линии соприкосновения жидкости с атмосферой.

Гидравлическим радиусом R называется весьма важная характеристика живого сечения, представляющая собой отношение площади живого сечения ω смоченному периметру χ :

$$R = \omega / \chi.$$

Очевидно, что гидравлический радиус – величина линейная.

При напорном движении в круглой трубе гидравлический радиус равен:

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{\frac{\pi \cdot d^2}{4}}{\pi \cdot d} = \frac{d}{4},$$

то есть гидравлический радиус равен четверти диаметра, или половине геометрического радиуса трубы r_0 .

При решении гидравлических задач часто приходится использовать понятия расхода и средней скорости потока.

Расход жидкости – объем жидкости, протекающий в единицу времени через данное живое сечение потока. Расход жидкости измеряется обычно в $\text{м}^3/\text{с}$ (или л/с), обозначается расход потока жидкости буквой Q , а расход элементарной струйки dQ .

Расход потока определится через расходы отдельных элементарных струек:

$$Q = \sum_{\omega} dQ,$$

причем суммирование должно быть произведено по всему живому сечению. Так как скорость движения u постоянная по всей площади $d\omega$ живого сечения элементарной струйки при установившемся движении, то расход элементарной струйки оказывается равным:

$$dQ = u \cdot d\omega,$$

а расход потока:

$$Q = \sum_{\omega} dQ = \sum_{\omega} u \cdot d\omega. \quad (4.3)$$

Применение формулы (4.3) в расчетах весьма затруднительно, так как скорости в разных струйках живого сечения потока различны. У дна открытого потока и у стенок труб местные скорости меньше, а ближе к свободной поверхности или к оси труб местные скорости увеличиваются. Потребовалась бы весьма трудоемкая работа по определению произведений $ud\omega$ во многих точках и последующему их суммированию, тем более что обычно распределение скоростей по живому сечению неизвестно или выражение для этого распределения настолько сложно, что воспользовать-

ся им нельзя. Поэтому в практических расчетах пользуются понятием средней скорости потока.

Средняя скорость потока в данном сечении – воображаемая, фиктивная скорость потока, одинаковая для всех точек данного живого сечения, с которой через живое сечение проходил бы расход, равный фактическому.

Только в точках живых сечений, отстоящих от свободной поверхности примерно на 0,6 глубины и на $0,223 r_0$ от стенки в трубопроводе, местные скорости действительно равны средней скорости. В других же точках местные скорости больше или меньше средних.

При неравномерном движении средняя скорость в различных живых сечениях по длине потока различна. При равномерном движении средняя скорость по длине потока постоянна во всех живых сечениях.

Средняя скорость обозначается буквой v (не следует смешивать это обозначение с обозначением местной скорости).

Если обратиться к формуле (4.3) и заменить в ней местные скорости u в каждой элементарной струйке средней скоростью, то получим:

$$Q = \sum_{\omega} dQ = v \sum_{\omega} d\omega$$

или

$$Q = \omega \cdot v.$$

Расход потока в данном сечении равен произведению площади живого сечения потока ω на среднюю скорость в этом сечении v .

5. УРАВНЕНИЕ НЕРАЗРЫВНОСТИ ЖИДКОСТИ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ФОРМЕ

Как уже отмечалось, будем рассматривать только такие движения, при которых внутри жидкости не возникают пустоты, не появляются разрывы.

Выделим в области, занятой движущейся жидкостью, неподвижный бесконечно малый параллелепипед, у которого ребра dx , dy и dz параллельны соответственно осям координат (рис. 4.8). Через выделенный параллелепипед течет жидкость. Определим массу жидкости, проходящей через поверхность параллелепипеда за время dt .

Сначала проведем эти расчеты для направления, совпадающего с направлением оси Ox . Масса, поступающая в выделенный параллелепипед через грань $ABKE$ за время dt , равна:

$$\rho \cdot u_x \cdot dy \cdot dz \cdot dt.$$

Считаем плотность и скорость движения жидкости непрерывными и дифференцируемыми функциями координат и времени. Тогда для массы, выходящей за время dt через грань $DCGH$ из параллелепипеда, получим выражение:

$$\rho \cdot u_x \cdot dx dz dt + \frac{\partial(\rho \cdot u_x)}{\partial x} dx dy dz dt.$$

Приращение массы внутри параллелепипеда за счет движения жидкости вдоль оси OX равно разности:

$$\rho \cdot u_x \cdot dx dz dt - \left[\rho \cdot u_x + \frac{\partial(\rho \cdot u_x)}{\partial x} dx \right] dy dz dt = -\frac{\partial(\rho \cdot u_x)}{\partial x} dx dy dz dt.$$

Определяя аналогично приращения массы в параллелепипеде за счет движения жидкости вдоль осей OY и OZ , получим соответственно:

$$-\frac{\partial(\rho \cdot u_y)}{\partial y} dx dy dz dt; \quad -\frac{\partial(\rho \cdot u_z)}{\partial z} dx dy dz dt.$$

Суммарное изменение массы внутри элементарного параллелепипеда за счет движения жидкости, то есть за счет разности приносимой потоком в параллелепипед и уносимой из него массы, равно:

$$-\left[\frac{\partial(\rho \cdot u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot u_z)}{\partial z} \right] dx dy dz dt. \quad (4.4)$$

Изменение массы в неизменном объеме должно вызвать изменение плотности:

$$d\rho = \frac{\partial\rho}{\partial t} dt.$$

Изменение массы за время dt , выраженное через изменение плотности, равно:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} dt dx dy dz. \quad (4.5)$$

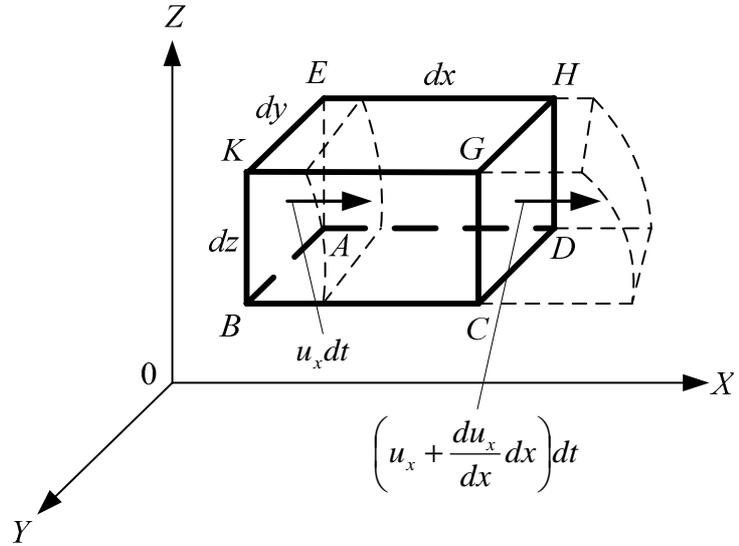


Рис. 4.8. Схема к выводу уравнения неразрывности

Приравнявая (4.4) к (4.5), после сокращений получим:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot u_z)}{\partial z} = 0. \quad (4.6)$$

Учитывая, что:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \cdot u_x)}{\partial x} &= \rho \cdot \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial x} u_x; & \frac{\partial(\rho \cdot u_y)}{\partial y} &= \rho \cdot \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho}{\partial y} u_y; \\ \frac{\partial(\rho \cdot u_z)}{\partial z} &= \rho \cdot \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial z} u_z; & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{dz}{dt} &= \frac{d\rho}{dt}, \end{aligned}$$

то есть:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial x} u_x + \frac{\partial \rho}{\partial y} u_y + \frac{\partial \rho}{\partial z} u_z,$$

после преобразований получим:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = 0.$$

Полученное уравнение выражает условие неразрывности жидкости и называется *уравнением неразрывности*. Для несжимаемой жидкости $\rho = \text{const}$ и $d\rho / dt = 0$. Поэтому для несжимаемой жидкости уравнение неразрывности приобретает вид:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0.$$

6. УРАВНЕНИЕ НЕРАЗРЫВНОСТИ ДЛЯ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ СТРУЙКИ И ПОТОКА ЖИДКОСТИ ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ ДВИЖЕНИИ

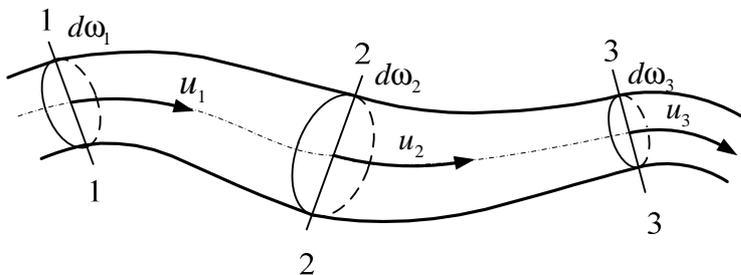


Рис. 4.9. Схема к выводу уравнения неразрывности для элементарной струйки

Рассмотрим элементарную струйку несжимаемой жидкости при установившемся движении. Выделим сечения 1-1 и 2-2, расположенные на расстоянии ds одно от другого (рис. 4.9). Здесь $d\omega_1$ и

$d\omega_2$ – площади живых сечений соответственно; u_2 – скорости; dQ_1 и dQ_2 – расходы элементарной струйки в сечениях. Очевидно, что $dQ_1 = d\omega_1 u_1$ и $dQ_2 = d\omega_2 u_2$, причем dQ_1 втекает в рассматриваемый отсек, а dQ_2 – вытекает.

Учитывая, что форма элементарной струйки не изменяется с течением времени, поперечный приток и отток невозможен, так как скорости на боковой поверхности струйки направлены по касательным к линиям тока, из которых состоит эта боковая поверхность, получаем, что расходы dQ_1 и dQ_2 равны, то есть:

$$d\omega_1 \cdot u_1 = d\omega_2 \cdot u_2. \quad (4.7)$$

Аналогичные соотношения можно написать для любых двух сечений элементарной струйки, расположенных вдоль нее:

$$u_1 \cdot d\omega_1 = u_2 \cdot d\omega_2 = \dots = u \cdot d\omega = dQ = \text{const}. \quad (4.8)$$

Это и есть *уравнение неразрывности для элементарной струйки* несжимаемой жидкости при установившемся движении.

Если выделить в потоке два любых сечения, отстоящих на некотором расстоянии, то, просуммировав по каждому из живых сечений обе части в уравнении (4.7):

$$\sum_{\omega_1} d\omega_1 \cdot u_1 = \sum_{\omega_2} d\omega_2 \cdot u_2$$

получим *уравнение неразрывности для потока* при установившемся движении:

$$Q_1 = Q_2 = Q = \text{const}.$$

или

$$v_1 \cdot \omega_1 = v_2 \cdot \omega_2 = \dots = v \cdot \omega = Q = \text{const}. \quad (4.9)$$

Таким образом, в отмеченных условиях расход, проходящий через все живые сечения потока, неизменен, несмотря на то что в каждом сечении средняя скорость и площадь живого сечения могут быть различны.

Из (4.9) получим также важное соотношение:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1},$$

то есть средние скорости обратно пропорциональны площадям живых сечений потока, которым соответствуют эти средние скорости.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что изучает кинематика?
2. Что такое жидкость?
3. В чем суть метода Лангража изучения движения жидкости?
4. В чем суть метода Эйлера изучения движения жидкости?
5. Какое различие между установившимся и неустановившимся движениями жидкости?
6. Какое различие между равномерным и неравномерным движениями жидкости?
7. Дайте определение линии тока.
8. Дайте определение трубки тока и элементарной струйки.
9. Могут ли линии тока пересекаться? Обоснуйте свой ответ.
10. Что понимается под живым сечением?
11. Каковы единицы измерения расхода жидкости?
12. Дайте определение смоченного периметра.
13. Что называется гидравлическим радиусом?
14. Что показывает уравнение неразрывности?

ЛИТЕРАТУРА

1. Альтшуль А.Д., Кисилев П.Г. Гидравлика и аэродинамика. – М.: Стройиздат, 1975. – 323 с.
2. Штеренлихт Д.В. Гидравлика: Учебник для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 640 с.
3. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – Л.: Энергия, 1982. – 600 с.
4. Ботук Б.О. Гидравлика. – М.: Высш. шк., 1962. – 450 с.
5. Медведев В.Ф. Гидравлика и гидравлические машины: Учеб. пособие. – Мн.: Выш. шк., 1998. – 311 с.
6. Рабинович Е.З. Гидравлика. – М.: Физматгиз, 1963. – 408 с.

МОДУЛЬ 5

ДИНАМИКА ЖИДКОСТИ

ВВЕДЕНИЕ

Динамика жидкости – раздел гидромеханики, который изучает законы движения жидкостей в зависимости от приложенных к ним сил.

При заданных внешних силах задача динамики жидкости сводится к определению напряжений и кинематических параметров движения в каждой точке жидкости в любой момент времени, а также к определению гидродинамических сил воздействия потока на тела.

В механике жидкости для облегчения решения некоторых задач используется понятие об идеальной жидкости.

Под идеальной жидкостью подразумевают такую условную жидкость, которая обладает абсолютной несжимаемостью, абсолютной подвижностью частиц, а также отсутствием сил сцепления между ними. Вязкость идеальной жидкости равна нулю. Таким образом, идеальная жидкость перемещается по трубам и каналам без сопротивлений (без потери энергии на трение). Когда реальная жидкость находится в покое, в ней не проявляются силы вязкости и она имеет свойства, близкие к свойствам идеальной жидкости. Следовательно, рассмотрение при решении гидравлических задач идеальной жидкости вместо реальной вполне допустимо. Такое рассмотрение позволяет применять точный математический анализ для решения технических задач в гидравлике.

Нормальные напряжения в движущейся идеальной жидкости обладают теми же свойствами, что и в покоящейся жидкости, то есть в данной точке их значения не зависят от направления действия. Таким образом, напряженное состояние движущейся невязкой жидкости может быть охарактеризовано в каждой точке значением нормального напряжения. Поскольку это значение не зависит от направления действия, его, как и при равновесии жидкости, называют давлением.

СХЕМА ИЗУЧЕНИЯ МАТЕРИАЛА

Тема занятия	Тип занятия	Вид (форма) занятия	Кол-во часов
1. Уравнение Бернулли для элементарной струйки невязкой жидкости. Энергетическая интерпретация уравнения Бернулли для установившегося движения.	Изучение нового материала	Лекция	2
2. Три формы записи уравнения Бернулли. Уравнение Бернулли для элементарной струйки вязкой жидкости.	Изучение нового материала	Лекция	2
3. Уравнение Бернулли для потока вязкой жидкости при плавно изменяющемся движении. Условия применения уравнения Бернулли.	Изучение нового материала	Лекция	2
4. Коэффициент Кориолиса. Геометрическое толкование уравнения Бернулли. Пьезометрический и гидравлический уклоны.	Изучение нового материала	Лекция	2
5. Построение диаграммы уравнения Бернулли.	Углубление и систематизация учебного материала	Лабораторная работа	4
6. Динамика жидкости. Уравнение Бернулли.	Углубление и систематизация учебного материала	Практическое занятие	6

1. УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ СТРУЙКИ НЕВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Рассмотрим элементарную струйку идеальной жидкости при установившемся движении. Выделим сечениями 1-1 и 2-2 отсек этой струйки (рис. 5.1). Высотное положение центров тяжести живых сечений относительно произвольно расположенной плоскости сравнения 0-0 характеризуется ординатами z_1 и z_2 . Давления в центрах сечений p_1 и p_2 , скорости u_1 и u_2 соответственно.

Условимся, что на отсек действуют только силы тяжести и силы гидростатического давления.

За малый промежуток времени dt частицы жидкости из 1-1 переместятся в 1'-1' на расстояние $ds_1 = u_1 dt$, а частицы из 2-2 в 2'-2' на расстояние $ds_2 = u_2 dt$.

Используя теорему изменения кинетической энергии, которая гласит, что изменение кинетической энергии равно сумме работ всех действующих сил на тело при его перемещении:

$$E_2 - E_1 = \frac{\Delta m_2 u_2^2}{2} - \frac{\Delta m_1 u_1^2}{2} = \sum A.$$

Работу производят силы тяжести и силы давления, действующие по крайним живым сечениям струйки. Направленные по нормали к боковым поверхностям струйки давления окружающей массы невязкой жидкости работы не производят.

Работа сил давления:

$$p_1 \cdot d\omega_1 \cdot u_1 \cdot dt - p_2 \cdot d\omega_2 \cdot u_2 \cdot dt = dQ \cdot dt (p_1 - p_2).$$

Работа сил тяжести эквивалентна работе, совершаемой силой тяжести массы жидкости участка 1-1' при перемещении на разность высот ($z_1 - z_2$), то есть:

$$\begin{aligned} \Delta G(z_1 - z_2) &= g \cdot \rho d\omega \cdot ds_1 \cdot (z_1 - z_2) = \\ &= g \cdot \rho \cdot d\omega \cdot u_1 \cdot dt \cdot (z_1 - z_2) = g \cdot \rho \cdot dQ \cdot dt \cdot (z_1 - z_2). \end{aligned}$$

Изменение кинетической энергии можно записать как:

$$E_2 - E_1 = \frac{\Delta m_2 u_2^2}{2} - \frac{\Delta m_1 u_1^2}{2} = \rho \cdot dQ \cdot dt \frac{u_2^2}{2} - \rho \cdot dQ \cdot dt \cdot \frac{u_1^2}{2} = \sum A.$$

Выражая сумму работ в правой части через работу силы давления и силы тяжести получим:

$$\rho \cdot dQ \cdot dt \left(\frac{u_2^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} \right) = dQ \cdot dt \cdot (p_1 - p_2) + g \cdot \rho \cdot dQ \cdot dt \cdot (z_1 - z_2).$$

Разделим обе части на $\rho \cdot dQ \cdot dt$, получим:

$$g \cdot z_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} = g \cdot z_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} \quad (5.1)$$

Это и есть *уравнение Бернулли* для элементарной струйки невязкой жидкости при установившемся движении.

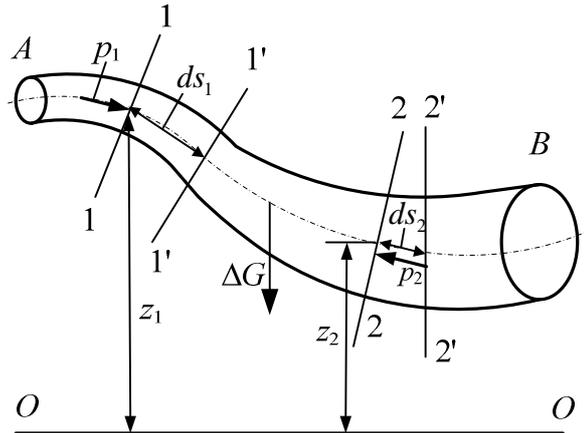


Рис. 5.1. Схема к выводу уравнения Бернулли для элементарной струйки невязкой жидкости

2. ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ УРАВНЕНИЯ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ. ТРИ ФОРМЫ ЗАПИСИ УРАВНЕНИЯ БЕРНУЛЛИ

Представим уравнение (5.1) в виде:

$$z + \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2g} = \text{const}.$$

Здесь z представляет собой высоту расположения сечения элементарной струйки над некоторой горизонтальной плоскостью, называемой плоскостью сравнения. Этой высоте легко придать энергетический смысл. Действительно, если принять плоскость сравнения за плоскость нулевой потенциальной энергии, то можно утверждать, что, подняв массу жидкости M на высоту z , ей сообщили потенциальную энергию Mgz . Отсюда следует, что $z = Mgz / Mg$ выражает потенциальную энергию, отнесенную к единице веса. z называют *удельной потенциальной энергией положения*.

Величине $p / \rho g$ может быть также придан энергетический смысл. Рассмотрим элементарную струйку с площадью живого сечения $d\omega$, давлением p и скоростью u . Сила давления равна $p d\omega$. При перемещении частиц, расположенных в данном сечении, за время dt на расстояние $u dt$ сила давления произведет работу на этом пути, равную $p \cdot d\omega \cdot u \cdot dt$. Отнеся эту работу к весу объема вытесненной жидкости $\rho \cdot g \cdot d\omega \cdot u \cdot dt$, то есть разделив $p \cdot d\omega \cdot u \cdot dt$ на $\rho \cdot g \cdot d\omega \cdot u \cdot dt$, получим, что работа силы давления, отнесенная к единице веса жидкости, равна $p / \rho g$, что представляет *удельную потенциальную энергию давления*.

Частица с массой M и весом $G = Mg$ при движении со скоростью u имеет кинетическую энергию $Mu^2 / 2$. Если эту кинетическую энергию разделить на вес частицы, то получим *удельную* (отнесенную к единице веса) *кинетическую энергию* $u^2 / 2g$.

Следовательно, каждый член уравнения Бернулли представляет собой удельную потенциальную или кинетическую энергию.

Сумма всех членов уравнения Бернулли представляет собой *полную* (потенциальную и кинетическую) *удельную энергию жидкости в сечении потока*.

Выше удельная энергия относилась к единице веса жидкости. Энергию можно также отнести к единице *массы* или к единице *объема*.

Суммарная потенциальная и кинетическая энергия, отнесенная к единице массы, имеет вид:

$$g \cdot z + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = \text{const}.$$

Суммарная энергия, отнесенная к единице объема, записывается как:

$$\rho \cdot g \cdot z + p + \frac{\rho \cdot u^2}{2} = \text{const}.$$

Далее, говоря об удельной энергии, будем иметь в виду энергию, отнесенную к единице веса.

Удельная энергия определяется относительно произвольно выбранной горизонтальной плоскости сравнения.

Трактовка уравнения Бернулли для установившегося движения невязкой несжимаемой жидкости с энергетических позиций такова: при потенциальном и винтовом движении суммарная удельная энергия распределена по потоку равномерно, то есть одинакова для любой пары точек области, занятой движущейся жидкостью.

Для удельной (отнесенной к единице веса) энергии в гидравлике применяется термин напор:

$$z + \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2g} = H.$$

При этом $z + p / \rho g$ называется *пьезометрическим* или *гидростатическим* напором; $u^2 / 2g$ – *скоростным напором*; H – *гидродинамическим напором*.

Поскольку члены уравнения Бернулли имеют линейную размерность, их можно интерпретировать как высоты: z – геометрическая высота, или высота положения; $p / \rho g$ – пьезометрический напор, и $u^2 / 2g$ – скоростной напор.

Откладывая от плоскости сравнения вертикальные отрезки z , $p / \rho g$ и $u^2 / 2g$, найдем геометрическое место концов сумм этих отрезков, которое расположится на горизонтальной плоскости, поднятой над плоскостью сравнения на высоту H . Эта плоскость называется *напорной*, на рис. 5.2 ее след представлен верхней горизонтальной линией, которая называется *напорной линией*, или *линией удельной энергии*. Соединив концы отрезков $z + \frac{p}{\rho \cdot g}$, получим *пьезометрическую линию*.

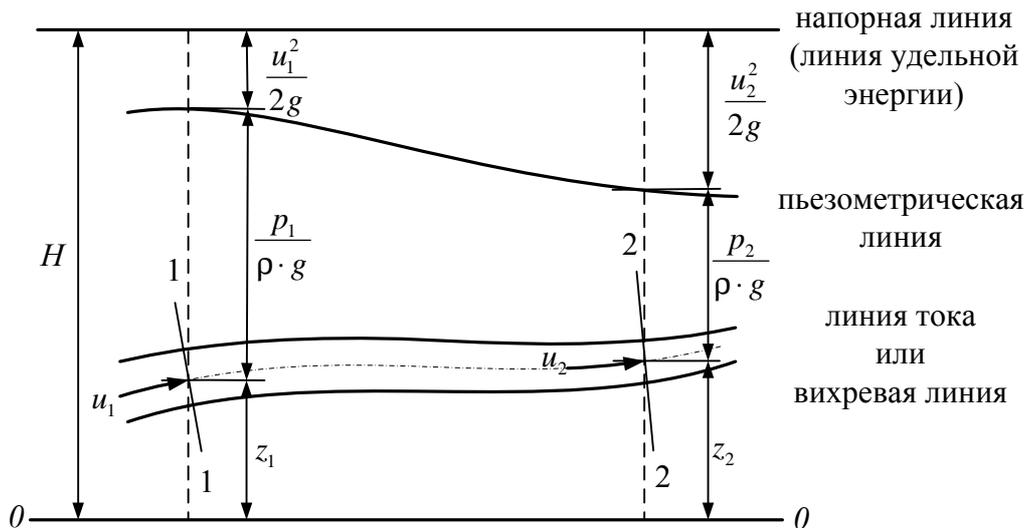


Рис. 5.2. Геометрический смысл уравнения Бернулли для элементарной струйки невязкой жидкости при установившемся движении

Разница между напорной линией и пьезометрической соответствует скоростному напору.

Пьезометрическим уклоном называется отношение:

$$J_n = \frac{\left(z_1 + \frac{p_1}{g \cdot \rho} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{g \cdot \rho} \right)}{l}.$$

где l – расстояние между двумя сечениями.

3. УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ СТРУЙКИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

При движении вязкой жидкости в ней возникают не только нормальные, но и касательные напряжения, так как вязкая жидкость обладает способностью оказывать сопротивление относительному сдвигу своих слоев и частиц.

Рассмотрим элементарную струйку вязкой жидкости также при установившемся движении.

При движении элементарной струйки вязкой жидкости общий запас удельной механической энергии не может оставаться постоянным, как это рассматривалось при движении идеальной жидкости. Дело в том, что при движении вязкой жидкости вследствие ее вязкости возникают сопротивления движению, на преодоление которых затрачивается часть механической энергии.

При продвижении вниз по течению от одного сечения к другому удельная энергия в струйке (а значит, и напор) будет уменьшаться. Энергия в первом (вышерасположенном по течению) сечении при движении вязкой жидкости всегда больше, чем во втором (нижерасположенном) сечении на величину потерь удельной энергии между этими сечениями. Потери удельной энергии можно выразить через потери напора на трение h_{mp} . Как и все остальные члены уравнения, h_{mp} имеет линейную размерность. Окончательно уравнение Бернулли для струйки вязкой жидкости имеет вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + h_{mp}.$$

В этом случае напорная линия (линия удельной энергии) будет снижаться по направлению движения.

4. УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ПОТОКА ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ПЛАВНО ИЗМЕНЯЮЩЕМСЯ ДВИЖЕНИИ

Рассмотрим состоящий из множества элементарных струек поток вязкой жидкости в реке, канале, трубопроводе и т.п. Именно такого рода потоки представляют наибольший практический интерес.

Наша цель заключается в том, чтобы распространить на такой поток уравнение Бернулли, ранее выведенное для элементарной струйки вязкой жидкости. Для этого необходимо написать выражение для удельной энергии потока, состоящей из суммы удельной потенциальной энергии и удельной кинетической энергии.

Выделим участок потока, ограниченный сечениями, в которых движение является плавно изменяющимся. Отметим, что движение на протяжении участка между этими сечениями не должно быть обязательно плавно изменяющимся, чтобы применить уравнение Бернулли.

Так как при плавно изменяющемся движении давления распределяются по гидростатическому закону $gz + p / \rho = \text{const}$, то какую бы точку в пределах данного живого сечения мы ни выбрали, удельная потенциальная энергия $E_n = gz + p / \rho$ будет иметь одно и то же значение.

В пределах живого сечения местные скорости различны и кинетическая энергия в разных местах живого сечения также различна.

Обозначим удельную кинетическую энергию E_k . Тогда кинетическая энергия массы жидкости M получится как произведение ME_k .

Переход от элементарной струйки к потоку вязкой жидкости можно осуществить таким образом. Кинетическая энергия частицы массы m , имеющей скорость u , будет $mu^2 / 2$ и для всего потока в данном сечении ω суммарная энергия составит:

$$ME_k = \sum \frac{mu^2}{2} = \sum \frac{\rho \cdot dQ \cdot u^2}{2} = \sum \frac{\rho \cdot d\omega \cdot u^3}{2}.$$

Энергия, вычисленная по средней скорости v в сечении потока:

$$ME_{k(v)} = \frac{Mv^2}{2} = \frac{\rho Qv^2}{2} = \frac{\rho \cdot \omega \cdot v^3}{2}.$$

Тогда

$$\frac{ME_k}{ME_{k(v)}} = \frac{E_k}{E_{k(v)}} = \frac{\sum \frac{\rho \cdot d\omega \cdot u^3}{2}}{\frac{\rho \omega v^3}{2}} = \frac{\sum d\omega \cdot u^3}{\omega \cdot v^3} = \alpha.$$

Если положить $u = v \pm \Delta u$, то после преобразований получим:

$$\alpha = 1 + \frac{3}{\omega} \sum \left(\frac{\Delta u}{v} \right)^2 d\omega.$$

то есть $\alpha > 1$, или $E_k > E_{k(v)}$.

Коэффициент α называют *коэффициентом кинетической энергии*, или *коэффициентом Кориолиса*. Он представляет собой отношение действительной кинетической энергии жидкости, протекающей в единицу времени через живое сечение, к кинетической энергии, которой обладал бы поток при том же расходе, если бы скорости во всех точках живого сечения были одинаковыми и равнялись средней скорости.

Коэффициент α для прямолинейных турбулентных потоков равен 1,05 – 1,10. В ряде других случаев величина коэффициента α может быть гораздо больше.

Таким образом, для перехода к уравнению Бернулли применительно к вязкой жидкости получено соотношение:

$$E_k = \alpha E_{k(v)} \text{ или } E_k = \frac{\alpha v^2}{2}.$$

Тогда удельная энергия потока вязкой жидкости при плавном изменяющемся движении равна:

$$E = E_n + E_k = gz + \frac{p}{\rho} + \frac{\alpha v^2}{2}.$$

Переходя к напору, имеем:

$$H = z + \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha v^2}{2g}.$$

На рис. 5.3 показан продольный профиль потока, в сечении 1-1 напор равен H_1 в других сечениях (2-2, 3-3) напор будет меньше, чем H_1 на значение потерь напора h_{1-2} , h_{1-3} , соответствующих потерям энергии.

Тогда, обозначая потери напора в общем виде h_{mp} , имеем уравнение Бернулли для потока реальной жидкости при плавно изменяющемся движении:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{mp}.$$

Это уравнение можно применять при равномерном движении, а для видов неравномерных движений – только при плавно изменяющемся движении.

При равномерном движении с одинаковой площадью живого сечения:

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \right) = h_{mp}.$$

Напорная линия (линия удельной энергии) понижается по направлению движения.

Гидравлический уклон – отношение потерь напора к длине, на которой эти потери происходят:

$$I = \frac{h_{mp}}{l} = \frac{\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \right)}{l}.$$

5. УСЛОВИЯ ПРИМЕНЕНИЯ УРАВНЕНИЯ БЕРНУЛЛИ

Уравнение Бернулли весьма часто применяется в различных разделах гидравлики, с его помощью выводятся расчетные формулы и решаются важные практические задачи. При помощи уравнения Бернулли могут быть выведены формулы для скорости и расхода жидкости при истечении из отверстий и насадков, для расхода, проходящего через водослив, расчета сопряжения ниспадающей струи с потоком в нижнем бьефе гидротехнических сооружений (то есть на участке, расположенном ниже сооружения по течению) и других случаев.

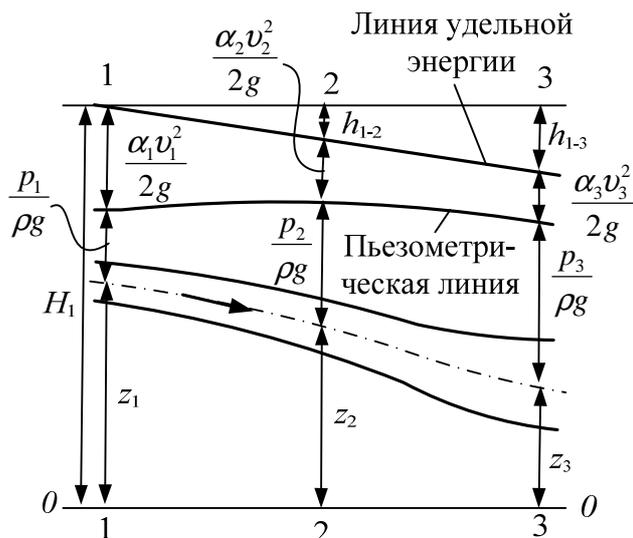


Рис. 5.3. Геометрический смысл уравнения Бернулли для потока вязкой жидкости

Но применять уравнение Бернулли в практических расчетах следует с соблюдением определенных условий.

Уравнение Бернулли для потока вязкой (вязкой) жидкости было выведено применительно к условиям плавно изменяющегося установившегося движения, и оно может быть применено только для сечений, в которых удовлетворяются все признаки такого движения.

Тот факт, что давления при плавно изменяющемся движении распределяются по гидростатическому закону, позволяет при написании уравнения Бернулли выбирать точки, для которых записываются высоты положения z и давления p , в любом месте назначенных сечений, то есть на дне, на свободной поверхности, в центре живого сечения, на оси трубы и т.п. Выбранные точки могут не принадлежать одной и той же линии тока. Однако удобнее назначать эти точки или на свободной поверхности (в этом случае чаще всего $p_1 = p_2 = p_{ам}$), или в центре тяжести живых сечений, тогда может быть несколько сокращен объем вычислений.

Если в уравнение Бернулли войдут две неизвестные величины, то следует применить также уравнение неразрывности для потока.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3 «ПОСТРОЕНИЕ ДИАГРАММЫ УРАВНЕНИЯ БЕРНУЛЛИ»

Вводная часть

Если в потоке несжимаемой жидкости действуют из массовых сил только силы тяжести, то выражение полной удельной энергии в любой точке можно представить в следующих трех вариантах:

$$E_G = z + \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2g}, \quad (1)$$

$$E_V = \rho \cdot g \cdot z + p + \frac{u^2 \rho}{2}, \quad (2)$$

$$E_m = g \cdot z + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}, \quad (3)$$

где z – превышение рассматриваемой точки над выбранной плоскостью отсчета (сравнения);

p , u – соответственно гидростатическое давление и скорость движения жидкости в этой точке.

Формула (1) выражает, энергию, приходящуюся на единицу веса (м), (2) – на единицу объема (Па), (3) – на единицу массы жидкости ($\text{м}^2/\text{с}^2$).

В гидравлике широко применяется запись (1). Три составляющие правой части этого уравнения имеют следующий физический смысл:

z – удельная потенциальная энергия положения точки над плоскостью сравнения;

$\frac{p}{\rho \cdot g}$ – удельная потенциальная энергия давления жидкости в точке

(пьезометрический напор);

$\frac{u}{2g}$ – удельная кинетическая энергия (скоростной напор).

Уравнение Бернулли выражает закон сохранения энергии в потоке жидкости. Оно устанавливает связь между удельными энергиями в двух любых сечениях потока. Если использовать запись (1) применительно не к точкам, а к сечениям потока, то уравнение Бернулли представляется в следующем виде:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{mp}, \quad (4)$$

где v_1, v_2 – средние скорости движения жидкости в первом и втором сечениях потока;

α_1, α_2 – коэффициенты кинетической энергии в этих сечениях;

h_{mp} – потери энергии при движении жидкости от первого сечения ко второму.

Полная удельная энергия в первом сечении потока отличается от полной удельной энергии во втором сечении на величину потерь h_{mp} .

При изменении положения и площади сечения потока происходит преобразование одного вида энергии в другой. Уравнение (4) позволяет находить одну из неизвестных составляющих полной удельной энергии, если известны все остальные.

Уравнение Бернулли можно изобразить на графике, называемом диаграммой уравнения Бернулли.

Для построения диаграммы уравнения Бернулли от произвольно выбранной плоскости сравнения 0-0 (рис. 1) откладываем вверх z (ординаты). От ординаты z откладываем вверх значения пьезометрического напора p/γ и получаем линию $b'-c'-d'-f'-h'$, называемую пьезометрической линией. Откладывая далее вверх от пьезометрической линии значения скоростного напора $v^2/2g$, получаем линию гидравлического напора $a-b-c-d-f-h$,

расстояние от которой до плоскости сравнения 0-0 дает значение гидродинамического напора (полной удельной энергии) в соответствующих сечениях струйки.

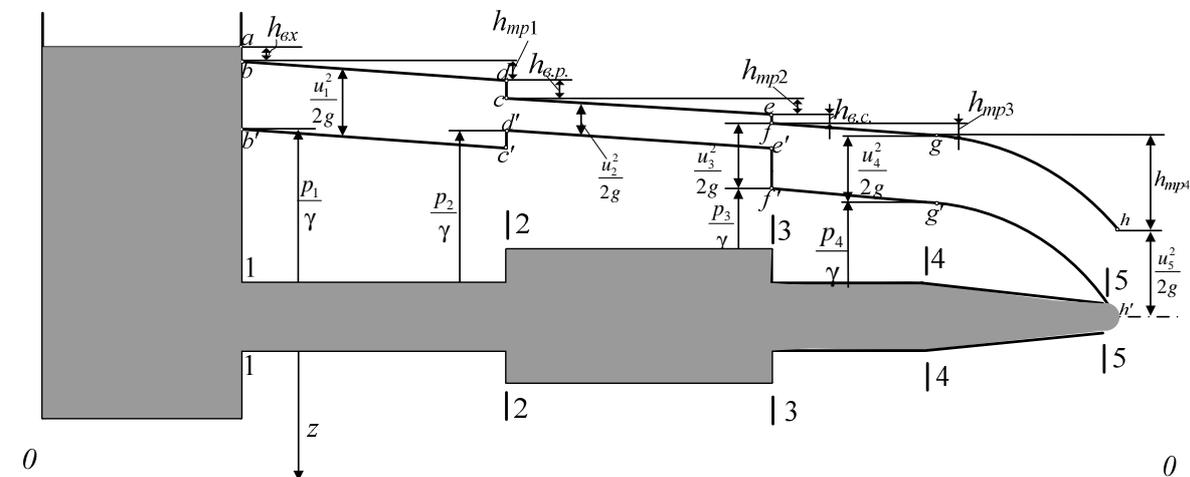


Рис. 1. Построение диаграммы уравнения Бернулли

Цель работы

Изучение различных составляющих удельной энергии потока при движении жидкости по трубопроводу переменного сечения и направления и характера изменения энергии потока по его длине.

Краткое описание установки

Опытная установка представляет собой трубопровод переменного сечения, на характерных участках которого, то есть при переходе труб из одного диаметра к другому и на повороте, установлены пьезометры. Все пьезометры размещены на специальных щитах.

Нуль шкалы пьезометров совпадает с осью трубопровода, которая находится в плоскости сравнения ($z = 0$).

Движение воды по трубопроводу осуществляется за счет напора, создаваемого водонапорным баком, уровень воды в котором поддерживается постоянным.

Расход воды регулируется вентилем. Для измерения расхода воды установлен мерный бак с уровнемером.

Порядок выполнения лабораторной работы

1. Начертить схему экспериментальной установки с указанием мест подключения пьезометров. Пронумеровать линейные участки трубопровода и местные сопротивления.

2. Составить таблицу для занесения экспериментальных данных с указанием показаний пьезометра отдельных для каждого линейного участка и местного сопротивления и результатов вычислений.

3. Установить в трубопроводе произвольный расход жидкости и измерить его. С помощью пьезометров измерить пьезометрические напоры в сечениях, где выведены устья пьезометров.

4. По известным размерам трубопровода и измеренному расходу жидкости вычислить скорость напора в сечениях потока, в которых изменялся пьезометрический напор в тех же сечениях. Вычислить потери напора на линейных участках и в местных сопротивлениях.

5. По результатам измерений и вычислений построить пьезометрическую линию и линию гидродинамического напора.

Длины участков, см					Диаметры участков, мм		Напор, см	Показания пьезометров, см												Объем, см ³	Время, с	
																						V
L ₁	L ₂	L ₃	L ₄	L ₅	d ₁	d ₂	H	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	V	t	

Обработка экспериментальных данных

1. Определить расход воды в трубопроводе по формуле $Q = V / t$, см³/с;
2. Определить площади живых сечений по формуле $\omega = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$, см²;
3. Вычислить среднюю скорость движения воды по участкам трубопровода по формуле $v = Q / \omega$, см/с;
4. Вычислить скоростной напор $v^2 / 2g$ на каждом из участков;
5. Определить полный напор в каждом из сечений трубопровода по формуле:

$$H = \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{v^2}{2g}.$$

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Указания к решению задач. При применении уравнения Бернулли важно правильно выбрать те два сечения, для которых оно записывается.

В качестве сечений рекомендуется брать:

- свободную поверхность жидкости в резервуаре (баке), где $v = 0$;
- выход в атмосферу, где $p_{изб} = 0$; $p_{абс} = p_{атм}$;
- сечение, где присоединен тот или иной манометр, пьезометр или вакуумметр;
- неподвижный воздух вдалеке от входа в трубу, в которую происходит всасывание из атмосферы.

Коэффициент Кориолиса следует учитывать лишь при ламинарном режиме течения, когда $\alpha = 2$. Для турбулентных потоков можно принимать $\alpha = 1$.

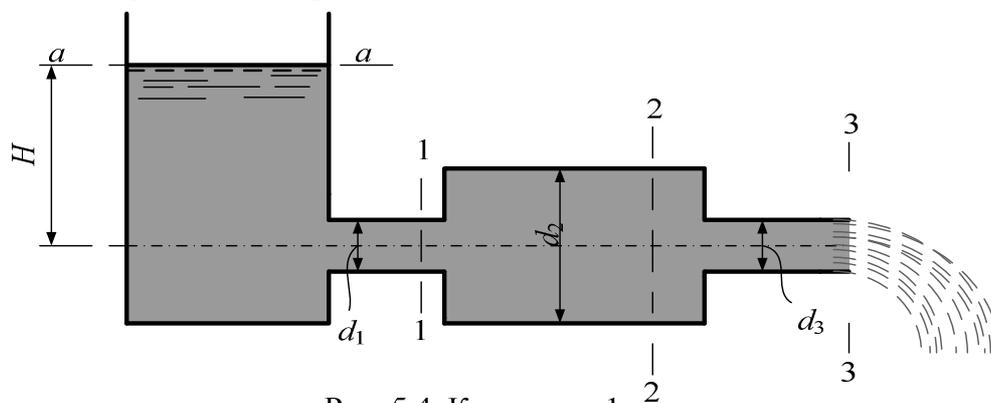
Уравнение Бернулли рекомендуется сначала записать в общем виде, а затем переписать с заменой его членов заданными буквенными величинами и исключить члены, равные нулю.

При этом необходимо помнить следующее:

- вертикальная ордината z всегда отсчитывается от произвольной плоскости вверх;
- давление p , входящее в правую и левую части уравнения, должно быть задано в одной системе отсчета (абсолютной или избыточной);
- суммарная потеря напора Σh_{mp} всегда пишется в правой части уравнения Бернулли со знаком «+».

Пример 1. Из отверстия в боковой стенке сосуда по горизонтальной трубе переменного сечения (рис. 5.4) вытекает вода.

Определить расход воды Q , а также средние скорости и давления в сечениях трубопровода 1, 2 и 3, предполагая уровень в сосуде постоянным и пренебрегая гидравлическими сопротивлениями, при следующих данных: $H = 2$ м, $d_1 = 7,5$ см, $d_2 = 25$ см, $d_3 = 10$ см.



Составим уравнение Бернулли для двух сечений: сечения свободной поверхности жидкости в сосуде $a-a$ и выходного сечения трубы 3-3, принимая за плоскость сравнения горизонтальную плоскость, проходящую через ось трубопровода. Имеем:

$$H + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{p_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g}.$$

Ввиду значительных размеров сосуда по сравнению с поперечными размерами трубопровода скорость v_0 будет весьма мала, и ею можно пренебречь. Учтем также, что $p_0 = p_3$ (атмосферное давление). Тогда получаем:

$$H = v_3^2 / 2g.$$

Отсюда находим:

$$v_3 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2} = 6,27 \text{ м/с},$$

и
$$Q = v_3 \cdot \omega_3 = v_3 \cdot \frac{\pi \cdot d_3^2}{4} = 6,27 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} = 0,0492 \text{ м}^3/\text{с} = 49,2 \text{ л/с}.$$

Далее, по уравнению расхода определяем средние скорости в сечениях 1 и 2:

$$v_1 = \frac{Q}{\omega_1} = \frac{Q}{\frac{\pi \cdot d_1^2}{4}} = \frac{0,0492}{\frac{3,14 \cdot 0,075^2}{4}} = 11,1 \text{ м/с},$$

$$v_2 = \frac{Q}{\omega_2} = \frac{Q}{\frac{\pi \cdot d_2^2}{4}} = \frac{0,0492}{\frac{3,14 \cdot 0,25^2}{4}} = 1,0 \text{ м/с}.$$

Затем по уравнению Бернулли, составляемому для сечений 1 и 3 и сечений 2 и 3, находим давления в сечениях 1 и 2, имеем:

$$\frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g}$$

и
$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g}.$$

Отсюда получаем:

$$\frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} = \frac{98100}{1000 \cdot 9,81} + \frac{6,27^2}{2 \cdot 9,81} - \frac{1,0^2}{2 \cdot 9,81} = 11,95 \text{ м},$$

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = \frac{98100}{1000 \cdot 9,81} + \frac{6,27^2}{2 \cdot 9,81} - \frac{11,1^2}{2 \cdot 9,81} = 5,7 \text{ м}.$$

Найдем абсолютное давление в точках 1 и 2:

$$p_1 = 5,7 \cdot \gamma = 5,7 \cdot 1000 \cdot 9,81 = 55917 \text{ Па},$$

$$p_2 = 11,95 \cdot \gamma = 11,95 \cdot 1000 \cdot 9,81 = 117230 \text{ Па}.$$

Так как абсолютное давление в сечении 1 меньше атмосферного, то в сечении имеет место вакуум (разряжение).

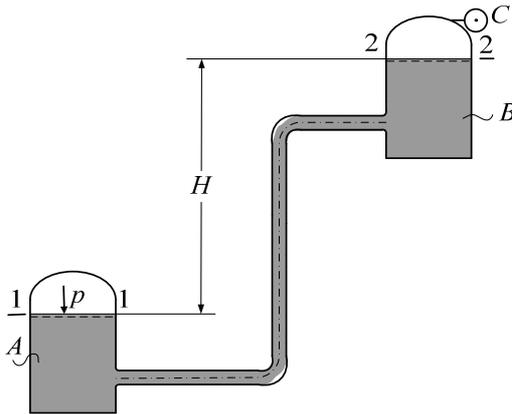


Рис. 5.5. К примеру 2

Пример 2. Определить расход воды, протекающей по трубопроводу, соединяющему резервуар A и сосуд B (рис. 5.5), разность уровней в которых составляет $H = 15$ м. В резервуаре поддерживается избыточное давление $p = 250$ кПа; вакуумметр C , установленный на сосуде B , показывает $p_{\text{вак}} = 50$ кПа. Диаметр резервуара $D = 5$ м, диаметр сосуда $d = 0,3$ м. Потеря напора во всей системе $h_{A-B} = 12$ м.

Составим уравнение Бернулли для сечений 1 и 2, совпадающих со свободными поверхностями жидкости в резервуаре A и сосуде B :

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{A-B}.$$

Примем за плоскость сравнения поверхность жидкости в резервуаре A . Тогда $z_1 = 0$, $z_2 = H$. Учтем также, что абсолютное давление в сечении 1-1 определится как $p_1 = p + p_{\text{атм}}$, а абсолютное давление в сечении 2-2 будет равно $p_2 = p_{\text{атм}} - p_{\text{вак}}$. При этом получим:

$$\frac{p}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = H - \frac{p_{\text{вак}}}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{A-B}.$$

Воспользуемся далее уравнением постоянства расхода:

$$Q = v_1 \cdot \omega_1 = v_2 \cdot \omega_2,$$

откуда

$$v_1 = Q / \omega_1, \quad v_2 = Q / \omega_2,$$

где $\omega_1 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 5^2}{4} = 19,6 \text{ м}^2$, $\omega_2 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,3^2}{4} = 0,07 \text{ м}^2$.

Подставив полученные значения в уравнение Бернулли, получим:

$$\frac{p}{\gamma} + \frac{Q^2}{2g \cdot \omega_1^2} = H - \frac{p_{\text{вак}}}{\gamma} + \frac{Q^2}{2g \cdot \omega_2^2} + h_{A-B},$$

или

$$\frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_1^2} \right) = \frac{p}{\gamma} + \frac{p_{\text{вак}}}{\gamma} - H - h_{A-B}.$$

Отсюда находим

$$Q = \sqrt{\frac{2g \left(\frac{p}{\gamma} + \frac{p_{\text{вак}}}{\gamma} - H - h_{A-B} \right)}{\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_1^2}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \left(\frac{250 \cdot 1000}{1000 \cdot 9,81} + \frac{50 \cdot 1000}{1000 \cdot 9,81} - 15 - 12 \right)}{\frac{1}{0,07^2} - \frac{1}{19,6^2}}} = 0,59 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Пример 3. Определить мощность, необходимую для работы центробежного насоса, установленного по схеме, изображенной на рис. 5.6. Насос перекачивает жидкость плотностью $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ из открытого резервуара A в напорный резервуар B , разность уровней в которых $H = 20 \text{ м}$. В резервуаре B поддерживается манометрическое давление $p_B = 120 \text{ кПа}$. Производительность насоса

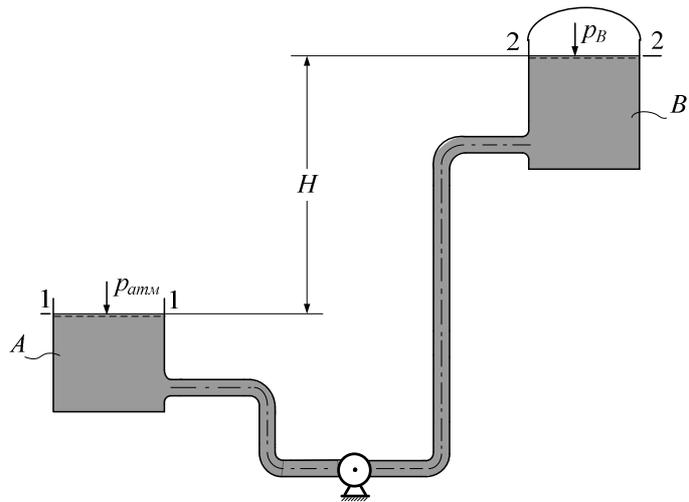


Рис. 5.6. К примеру 3

$Q = 50 \text{ л/сек}$, его коэффициент полезного действия $\eta = 0,8$, потери напора во всасывающем и нагнетательном трубопроводах $h_{A-B} = 8 \text{ м}$.

Составляем уравнение Бернулли для сечений 1 и 2, совпадающих со свободными поверхностями жидкости в резервуарах A и B . При этом следует учесть, что напор в сечении 2 будет больше, чем напор в сечении 1, на величину напора H_n , развиваемого насосом и сообщаемого им жидкости, и меньше на потерю напора h_{A-B} между этими сечениями. Таким образом, имеем:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} - H_n + h_{A-B}.$$

Отсюда, принимая за плоскость сравнения поверхность жидкости в резервуаре A и имея в виду, что $z_1 = 0$, $z_2 = H$, $p_1 = p_{атм}$, $p_2 = p_B + p_{атм}$, и пренебрегая скоростными напорами $v_1^2/2g$ и $v_2^2/2g$ ввиду их малости по сравнению с остальными величинами, получаем:

$$H_n = H + \frac{p_B}{\gamma} + h_{A-B} = 20 + \frac{120 \cdot 1000}{900 \cdot 9,81} + 8 = 41,6 \text{ м.}$$

После этого по формуле находим мощность, потребляемую насосом:

$$N = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H_n}{\eta} = \frac{1000 \cdot 9,81 \cdot 0,05 \cdot 41,6}{0,8} = 25506 \text{ Вт.}$$

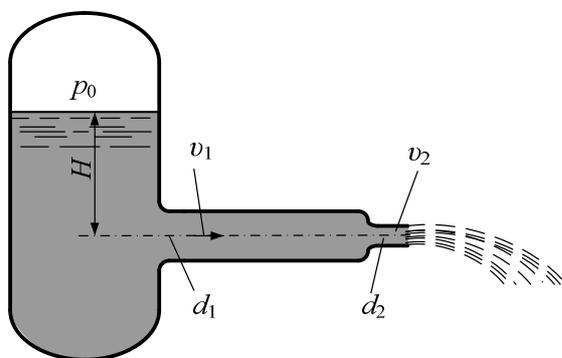


Рис. 5.7. К задаче 1

Задача 1. Из напорного бака вода течет по трубе диаметром $d_1 = 20$ мм и затем вытекает в атмосферу через насадок (брандспойт) с диаметром выходного отверстия $d_2 = 10$ мм. Избыточное давление воздуха в баке $p_0 = 0,18$ МПа; высота $H = 1,6$ м. Пренебрегая потерями энергии, определить скорости течения воды в трубе v_1 и на выходе из насадка v_2 .

Ответ: $v_1 = 4,96$ м/с, $v_2 = 19,8$ м/с.

Задача 2. Определить расход керосина, вытекающего из бака по трубопроводу диаметром $d = 50$ мм, если избыточное давление воздуха в баке $p_0 = 16$ кПа; высота уровня $H_0 = 1$ м; высота подъема керосина в пьезометре, открытом в атмосферу, $H = 1,75$ м. Потерями энергии пренебречь. Плотность керосина $\rho = 800$ кг/м³.

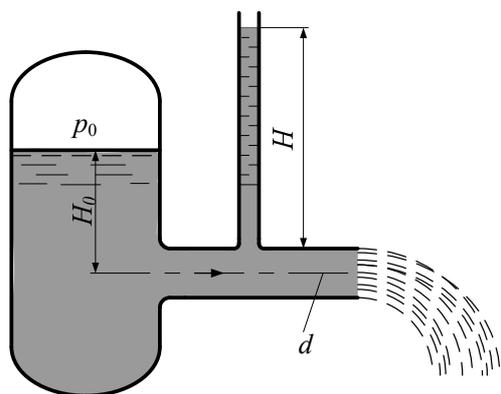


Рис. 5.8. К задаче 2

Ответ: $v = 5$ м/с, $Q = 9,8$ л/с.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что изучает динамика?
2. Запишите уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости?
3. Запишите уравнение Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости?
4. Запишите уравнение Бернулли для потока реальной жидкости?
5. Какие параметры потока жидкости связывает между собой уравнение Бернулли?
6. В чем состоит энергетический смысл уравнения Бернулли?
7. В чем состоит геометрический смысл уравнения Бернулли?
8. Можно ли записать уравнение Бернулли в единицах давления?
9. Для какого движения жидкости применимо уравнение Бернулли?
10. Объясните физический смысл коэффициента Кориолиса α .
11. Что такое пьезометрический уклон?
12. Что такое гидравлический уклон?
13. Почему напорная линия всегда нисходящая?
14. Почему пьезометрическая линия бывает нисходящей и восходящей?
15. На каком расстоянии друг от друга располагаются напорная и пьезометрическая линии?
16. Могут ли напорная и пьезометрическая линии пересекаться?
17. В каком случае пьезометрическая линия может проходить ниже оси трубопровода?
18. Как изменится расстояние между напорной и пьезометрическими линиями при увеличении расхода жидкости в трубопроводе?
19. Что такое напор жидкости, пьезометрический, скоростной и полный напор. Взаимосвязь между ними с точки зрения сохранения энергии жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Альтшуль А.Д., Кисилев П.Г. Гидравлика и аэродинамика. – М.: Стройиздат, 1975. – 323 с.
2. Штеренлихт Д.В. Гидравлика: Учебник для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 640 с.
3. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – Л.: Энергия, 1982. – 600 с.
4. Ботук Б.О. Гидравлика. – М.: Высш. шк., 1962. – 450 с.
5. Медведев В.Ф. Гидравлика и гидравлические машины: Учеб. пособие. – Мн.: Выш. шк., 1998. – 311 с.
6. Рабинович Е.З. Гидравлика. – М.: Физматгиз, 1963. – 408 с.

МОДУЛЬ 6

РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

ВВЕДЕНИЕ

Течение реальной жидкости характеризуется различными режимами ее движения, которые могут переходить один в другой при определенных условиях. Экспериментальные исследования гидравлических сопротивлений показывают, что потери напора (потери энергии) зависят от существующего в потоке режима движения.

В этом модуле рассмотрены режимы движения жидкости, дано их качественное описание и количественная оценка.

СХЕМА ИЗУЧЕНИЯ МАТЕРИАЛА

Тема занятия	Тип занятия	Вид (форма) занятия	Кол-во часов
1. Два режима движения жидкости. Число Рейнольдса и его критическое значение. Турбулентные потоки. Осредненные скорости и напряжения. Пульсационные составляющие.	Изучение нового материала	Лекция	2
2. Двухслойная модель турбулентного потока. Полуэмпирическая теория турбулентности Л. Прандля.	Изучение нового материала	Лекция	2
3. Исследование режимов движения жидкости в круглой трубе	Углубление и систематизация учебного материала	Лабораторная работа	2

1. ЛАМИНАРНЫЙ И ТУРБУЛЕНТНЫЙ РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ. ЧИСЛО РЕЙНОЛЬДСА И ЕГО КРИТИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ

Многочисленные экспериментальные исследования показали, что потери энергии при движении жидкости существенно зависят от характера движения частиц жидкости в потоке, от режима движения жидкости.

Еще в 1880 г. Д.И. Менделеев в работе «О сопротивлении жидкостей и воздухоплавании» указал на наличие различных видов движения жидкости, которые отличаются друг от друга характером зависимостей сил трения от скорости движения. Более подробно эти виды движения жидкостей были изучены английским физиком О. Рейнольдсом в 1883 г.

Наглядно особенности режимов движения можно наблюдать на специальной опытной установке, схема которой показана на рис. 6.1. К баку B достаточно больших размеров, наполненному жидкостью, присоединена стеклянная труба T , вход в трубу сделан плавным; в конце трубы установлен кран K для регулирования расхода потока. Измерение расхода выполняется с помощью мерного бака M и секундомера.

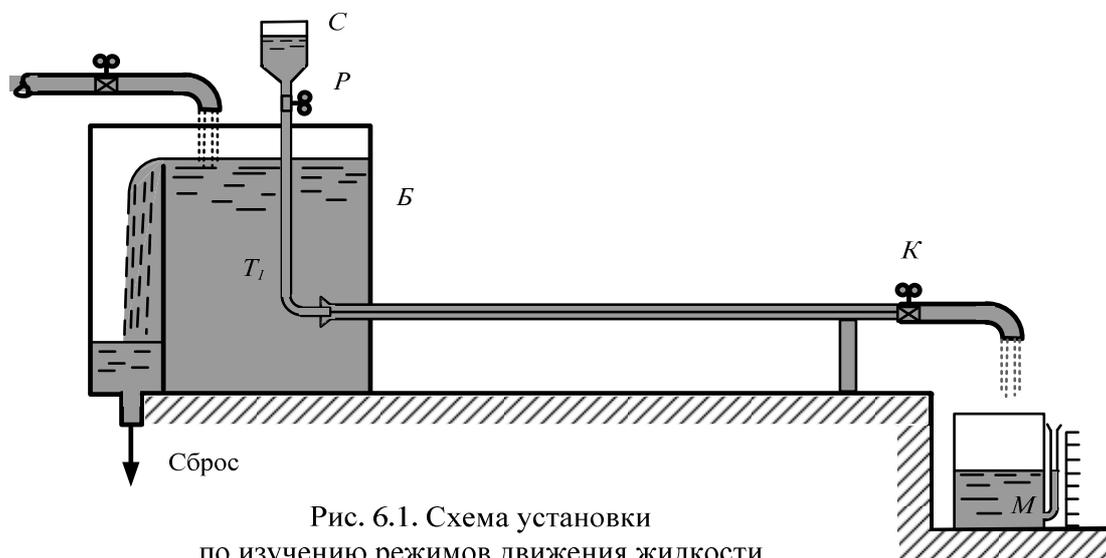


Рис. 6.1. Схема установки по изучению режимов движения жидкости

Над баком B расположен сосуд C , наполненный раствором краски, плотность которого близка к плотности жидкости в потоке. По трубке T краска вводится в поток. Расход краски регулируется краном P .

При открытом кране K в трубе T установится некоторая скорость потока. Если открыть кран P , то в трубу T начнет поступать краска. При малой скорости v потока в трубе T краска образует прямолинейную и резко выделяющуюся не смешивающуюся с окружающей жидкостью струйку. Заметного обмена частицами между окрашенной струйкой и окружающей ее жидкостью не происходит. Если ввести в жидкость краску несколькими струйками, то все они будут двигаться, не смешиваясь с остальной массой жидкости. Это свидетельствует о том, что в прямой стеклянной трубе T при данном открытии крана жидкость движется отдельными не перемешивающимися между собой слоями. Линии тока при этом прямолинейны и устойчивы (рис. 6.2, a).

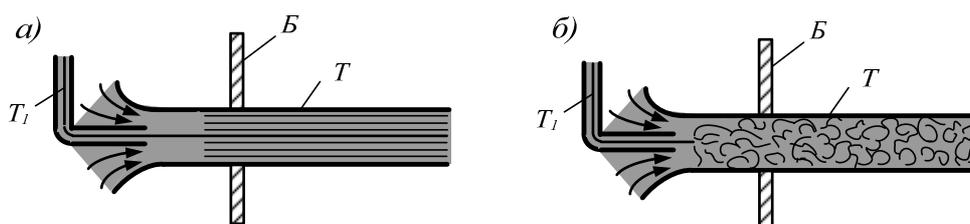


Рис. 6.2. Режимы движения жидкости:
 a – ламинарный режим; b – турбулентный режим

При некотором большем открытии крана K окрашенная струйка начинает искривляться и становится волнообразной. Это может происходить только в результате изменений во времени (пульсации) векторов местных скоростей в потоке.

При дальнейшем увеличении скорости потока в трубе струйка распадается на отдельные хорошо видимые вихри, происходит перемешивание окрашенной струйки со всей массой текущей жидкости (рис. 6.2, б).

Движение жидкости, при котором отсутствуют изменения (пульсации) местных скоростей, приводящие к перемешиванию жидкости, называют *ламинарным* (от лат. *lamina* – слой).

Движение жидкости, при котором происходят изменения (пульсации) местных скоростей, приводящие к перемешиванию жидкости, называют *турбулентным* (от лат. *turbulentus* – беспорядочный).

Применяются также термины *ламинарный режим движения*, *турбулентный режим движения*.

При постепенном закрывании крана явление повторяется в обратном порядке. Однако переход от турбулентного режима к ламинарному происходит при скорости, меньшей чем та, при которой наблюдается переход от ламинарного движения к турбулентному. Скорость потока, при которой происходит смена режима движения жидкости, называется *критической*. Рейнольдсом было обнаружено существование двух критических скоростей: одной – при переходе ламинарного режима движения в турбулентный режим, она называется *верхней критической скоростью* $v_{в.кр}$, другой – при переходе турбулентного режима движения в ламинарный режим, она называется *нижней критической скоростью* $v_{н.кр}$. Опытным путем доказано, что значение верхней критической скорости зависит от внешних условий опыта: постоянства температуры, уровня вибрации установки и т.д. Нижняя критическая скорость в широком диапазоне изменения внешних условий остается практически неизменной. В опытах было показано, что нижняя критическая скорость для потока в цилиндрической трубе круглого сечения пропорциональна кинематической вязкости ν и обратно пропорциональна диаметру трубы d :

$$v_{н.кр} = k \cdot \nu / d$$

Коэффициент пропорциональности k оказался одинаковым для различных ν и d :

$$k = v_{н.кр} \cdot d / \nu = 2320$$

В честь Рейнольдса этот коэффициент был назван *критическим числом Рейнольдса* и обозначен $Re_{кр}$.

Для любого потока по известным v , d , ν можно составить и вычислить число Рейнольдса $Re = vd/\nu$ и сравнить его с критическим значением $Re_{кр}$. Если $Re < Re_{кр}$, то $v < v_{н.кр}$ и режим движения жидкости ламинарный; если $Re > Re_{кр}$, то $v > v_{н.кр}$ и режим движения, как правило, турбулентный. Однако создание специальных условий движения жидкости (плавный вход в трубу, изоляция от динамических воздействий и т.п.) позволяло в лабораторных условиях получать и наблюдать ламинарное движение в трубах при числах Re , доходивших до $(40 - 50) \cdot 10^3$ и более. Но такое ламинарное движение очень неустойчиво, и достаточно воздействия малого возмущения, чтобы произошел переход в турбулентное движение.

Таким образом, в общем случае режим движения жидкости определяется безразмерным комплексом:

$$\frac{v \cdot l}{\mu/\rho} = \frac{v \cdot l}{\nu}$$

составленным из четырех величин: динамической вязкости μ , плотности жидкости ρ , характерного геометрического размера живого сечения l и средней скорости потока v .

Этот комплекс называется числом Рейнольдса и обозначается символом Re .

Физический смысл числа Рейнольдса состоит в том, что оно выражает отношение сил инерции к силам вязкости:

$$Re = \frac{F_{ин}}{F_{вяз}}; F_{ин} = m \cdot a = \rho \cdot L^3 \cdot \frac{v^2}{L} = \rho \cdot L^2 \cdot v^2;$$

$$F_{вяз} = \mu \cdot S \cdot \frac{dv}{dy} = \rho \cdot \nu \cdot L^2 \cdot \frac{v}{L} = \rho \cdot \nu \cdot L \cdot v;$$

$$Re = \frac{\rho \cdot L^2 \cdot v^2}{\rho \cdot \nu \cdot L \cdot v} = \frac{v \cdot L}{\nu}.$$

При преобладании сил вязкости – режим ламинарный, при преобладании сил инерции – режим турбулентный.

Многочисленные экспериментальные исследования гидравлических сопротивлений показывают, что между ними и скоростью движения жидкости имеется зависимость $h_l = f(v)$.

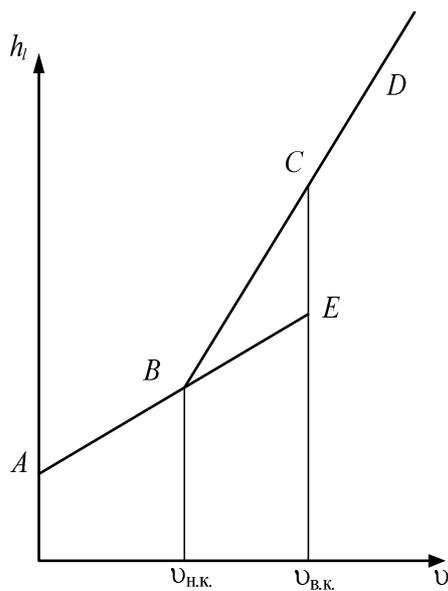


Рис. 6.3. Переход ламинарного режима движения жидкости в турбулентный

Если опытные данные нанести на график в логарифмических координатах (рис. 6.3), то можно выявить три области: ламинарную (линия АВ), турбулентную (линия CD) и неустойчивую, расположенную между точками В и С. Точки В и С называются критическими, то есть точками, в которых происходит изменение режима. Точка В называется нижней критической точкой. Скорости, соответствующие этим точкам, называются критическими скоростями. При изменении скоростей от малых к большим, ламинарный режим может удерживаться до точки Е. При изменении скоростей от больших к

малым, турбулентный режим может удерживаться до точки В.

Поскольку характерный размер живого сечения выбирается произвольно, число Рейнольдса имеет нижний индекс, указывающий выбранную характерную линейную величину. Чаще всего в качестве характерных линейных величин принимают диаметр трубы d , гидравлический радиус R или глубину жидкости в открытом русле (канале) h .

Тогда:

$$Re_d = \frac{v \cdot d}{\nu}; \quad Re_R = \frac{v \cdot R}{\nu}; \quad Re_h = \frac{v \cdot h}{\nu}$$

Число Re_d в дальнейшем будем обозначать как Re без индекса.

В расчетах обычно принимают для цилиндрических круглых труб $Re_{кр} = 2320$.

На конфузорных (сужающихся) участках труб значение $Re_{кр} > 2320$, а на расширяющихся участках (диффузор) $Re_{кр} < 2320$. Для открытых русел:

$$Re_{кр} = \frac{v \cdot R}{\nu} = 580$$

В опытах Рейнольдса было обнаружено, что переход ламинарного движения в турбулентное происходит не мгновенно и не одновременно по всей длине трубы. При числах Re , близких к $Re_{кр}$ (но меньше $Re_{кр}$), на отдельных участках трубы периодически возникают турбулентные области («пробки»), которые сносятся вниз по направлению движения. На месте возникновения «пробки» вновь восстанавливается ламинарное движение. Происходит перемежающаяся смена ламинарного и турбулентного движе-

ний в данном сечении. При дальнейшем увеличении числа Re участки турбулентного движения полностью заполняют трубу.

В природе и технике турбулентное движение жидкости наблюдается чаще, чем ламинарное. Области ламинарного движения – движение вязких жидкостей типа масел по трубам и в механизмах, движение грунтовых вод (но оно может также быть и турбулентным), движение в капиллярах (в том числе и движение крови в живых организмах).

2. ТУРБУЛЕНТНЫЕ ПОТОКИ. ОСРЕДНЕННЫЕ СКОРОСТИ И НАПРЯЖЕНИЯ. ПУЛЬСАЦИОННЫЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ

Отличительной особенностью турбулентного движения жидкости является хаотическое движение частиц в потоке.

Однако при этом часто можно наблюдать и некоторую закономерность в таком движении. С помощью термогидрометра, прибора позволяющего фиксировать изменение скорости в точке замера, можно снять кривую скорости. Если выбрать интервал времени достаточной продолжительности, то окажется, что колебания скорости наблюдаются около некоторого уровня и этот уровень сохраняется постоянным при выборе различных интервалов времени. Величина скорости в данной точке в данный момент времени носит название мгновенной скорости. График изменения мгновенной скорости во времени $u(t)$ представлен на рис. 6.4. Если выбрать на кривой скоростей некоторый интервал времени и провести интегрирование кривой скоростей, а затем найти среднюю величину, то такая величина носит название осредненной скорости \bar{u} .

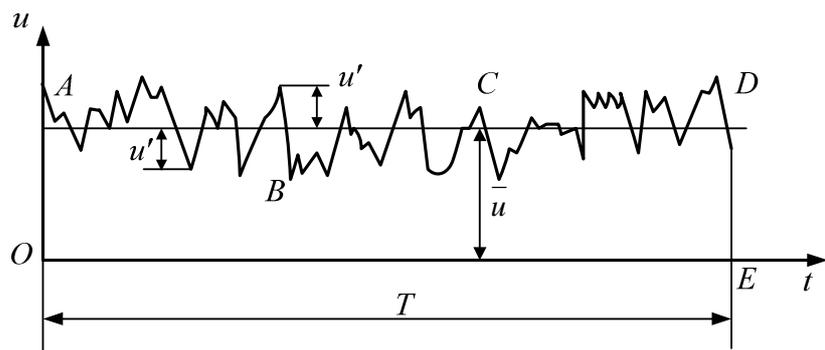


Рис. 6.4. График пульсации местных мгновенных скоростей

Изменение местных скоростей, носит ярко выраженный пульсационный характер – значения составляющих скорости «пульсируют» около некоторых осредненных значений.

Рейнольдс предложил рассматривать мгновенные значения параметров турбулентного движения в виде суммы осредненных (во времени) значений и пульсационных составляющих (добавок).

При этом мгновенные значения проекций скорости и напряжений записывают в виде:

$$\left. \begin{aligned} u_x &= \bar{u}_x + u'_x; & u_y &= \bar{u}_y + u'_y; & u_z &= \bar{u}_z + u'_z; \\ p &= \bar{p} + p'; & \tau &= \bar{\tau} + \tau'. \end{aligned} \right\}$$

Все величины с чертой наверху представляют собой осредненные по времени значения параметров.

При турбулентном движении пульсирующими величинами являются не только составляющие (проекции) скорости, но и нормальные напряжения p , и касательные напряжения τ .

При рассмотрении турбулентного движения принимается, что интервал времени осреднения T достаточно велик, вследствие чего осредненное значение пульсирующей составляющей не изменяется, если выполнить повторное осреднение.

Пульсации мгновенных значений кинематических и динамических параметров обуславливают то обстоятельство, что в строгом понимании турбулентное движение является неустановившимся (даже если осредненные характеристики его не изменяются во времени).

Необходимо четко различать осредненную (по времени, в данной точке) и среднюю в данном живом сечении скорость.

3. ДВУХСЛОЙНАЯ МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА

Основной особенностью турбулентного режима движения является интенсивное перемешивание частиц жидкости (молей). Подчеркнем, что имеется в виду перемешивание именно молей, а не молекул жидкости. Интенсивность процесса перемешивания растет с увеличением числа Рейнольдса.

Рассмотрим поток жидкости в прямолинейной цилиндрической трубе круглого сечения (осесимметричный поток).

Исследованиями установлено, что процессы турбулентного перемешивания происходят по-разному в различных частях поперечного сечения трубы. Современные представления о структуре потока в трубе при турбулентном режиме движения представим в виде приближенной двухслойной схемы (модели) (рис. 6.5). На твердой стенке (внутренняя поверхность

трубы) скорости, в том числе и пульсационные, равны нулю. Вблизи твердой стенки находится весьма тонкий слой, толщину его обозначим δ_ϵ (на рис. 6.5 размер δ_ϵ непропорционально увеличен). В этом слое преимущественное влияние имеют касательные напряжения, рассчитываемые по закону вязкого трения Ньютона. Поэтому рассматриваемый слой назван *вязким подслоем потока*. В пределах вязкого подслоя скорость линейно увеличивается от нуля на стенке до некоторого значения u_ϵ на границе слоя.

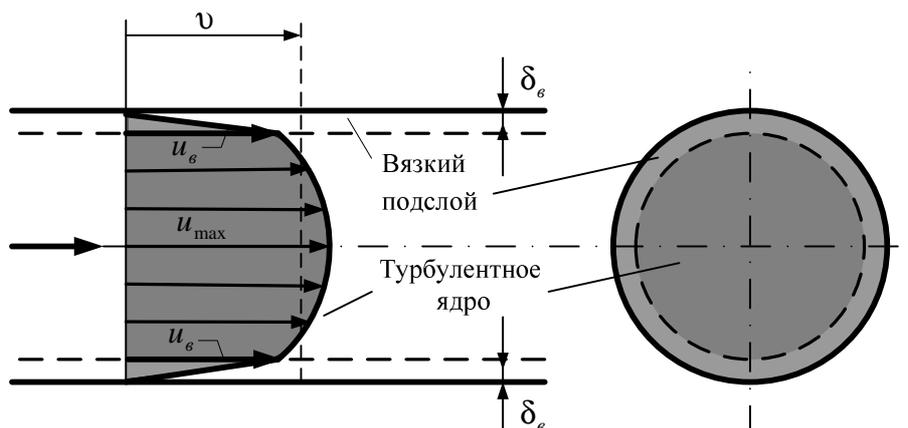
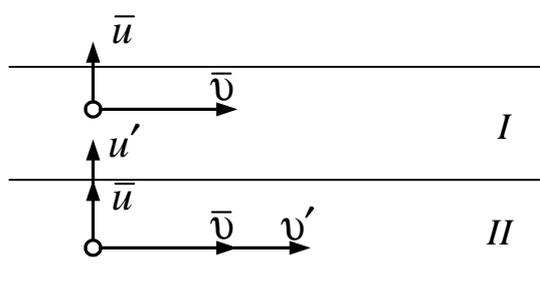


Рис. 6.5. Двухслойная модель турбулентного потока

Раньше считали, что в пределах этого тонкого слоя движение полностью ламинарное, пульсации в нем отсутствуют, и поэтому рассматриваемый слой называли ламинарной пленкой. Однако теперь установлено, что пульсации скорости, давления и касательного напряжения передаются и в вязкий подслой, так что говорить о полностью ламинарном характере движения в вязком подслое не следует.

Интенсивность пульсаций продольной скорости в нем может достигать 0,3 (это весьма большое значение для данного случая). Остальная часть поперечного сечения трубы занята турбулентным ядром потока, где и происходят интенсивные пульсации скорости и перемешивание частиц. Подчеркнем, что описанная двухслойная модель турбулентного потока – приближенная.

4. ПРИРОДА ПОТЕРЬ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ДВИЖЕНИИ (изменить в оглавлении)



Сложность явлений, протекающих в турбулентном потоке, случайность и непоследовательность в изменении (пульсации) скоростей и давления требуют при изучении турбулентности

Рис. 6.6. К определению касательных напряжений в турбулентном потоке

применения аппарата математической статистики. Одной из основных статистических характеристик турбулентного потока является предположение, что истинные скорости состоят из осредненных скоростей и пульсационных составляющих, а их проекции могут быть выражены через проекции осредненных скоростей и пульсационных составляющих.

Наличие пульсационных составляющих скоростей частиц вызывает обмен количеством движения между массами жидкости в живом сечении турбулентного потока. Отсюда возникают силы сопротивления движению (силы трения). Для нахождения силы турбулентного трения рассмотрим два соседних условных статистических «слоя» в движущейся жидкости с площадью соприкосновения F (рис. 6.6).

Пусть в слое I сосредоточены частицы, имеющие осевую скорость \bar{v} и радиальную скорость \bar{u} , а в слое II – частицы, имеющие соответственные скорости $\bar{v} + v'$, и $\bar{u} + u'$. Ввиду избытка скорости u' , из слоя II в слой I за время t будет в радиальном направлении переходить некоторая масса жидкости m_u , определяемая величиной пульсационной составляющей радиальной скорости u' :

$$m_u = \rho Q_u t = \rho u' F t$$

где Q_u – расход жидкости в радиальном направлении через площадку F .

При этом каждая частица, попавшая в слой I из слоя II , обладает некоторым избытком количества движения, пропорциональным v' . В результате этого на поверхности раздела создается импульс внешних сил трения, направленный в сторону, противоположную осевому движению жидкости. Суммарный импульс силы трения T равен суммарному избыточному количеству движения, вносимому частицами из слоя II в слой I : $Tt = m_u v'$.

Сила турбулентного трения

$$T = \frac{m_u}{t} v' = -\rho u' v' F$$

Отсюда находим касательные напряжения при турбулентном течении:

$$\tau = \frac{T}{F} = -\rho u' v' \quad (6.1)$$

По теории Прандтля обе пульсационные составляющие v' и u' пропорциональны одной и той же величине:

$$v' \approx u' \approx l_* \frac{dv}{dn}, \quad (6.2)$$

где l_* называется *длиной пути перемешивания* или то расстояние, которое должна пройти частица в поперечном направлении n , пока не израсходует

избытка количества движения, а ее скорость выравнивается со скоростью окружающих частиц.

Принимая во внимание уравнение (6.2), из (6.1) получим:

$$\tau_T = \rho l_*^2 \left(\frac{dv}{dn} \right)^2 = \left(\rho l_*^2 \frac{dv}{dn} \right) \frac{dv}{dn}. \quad (6.3)$$

Величина, стоящая в скобках, обозначается ε_T и называется *коэффициентом турбулентного переноса*

$$\varepsilon_T = \rho l_*^2 \frac{dv}{dn},$$
$$\tau_T = \varepsilon_T \frac{dv}{dn}. \quad (6.4)$$

Итак, формула (6.3) определяет дополнительные касательные напряжения, возникающие в турбулентном потоке благодаря поперечному переносу избыточного количества движения при перемешивании.

Общее напряжение трения принято определять как сумму напряжений, вызванных вязкостью и турбулентностью:

$$\tau = \tau_{\text{л}} + \tau_T = -\mu \frac{dv}{dn} - \varepsilon_T \frac{dv}{dn}$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4 «ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ»

Цель работы:

1. Наблюдение ламинарного и турбулентного движения жидкости.
2. Определение значений числа Re при ламинарном и турбулентном движении.
3. Определение критического значения числа $Re_{кр}$

Общие сведения

Рядом исследователей (Хагеном в 1839, 1854 гг., Д.И. Менделеевым в 1880 г.) было отмечено существование принципиально различных режимов движения жидкости. Исследования англичанина Рейнольдса (1883 г.) позволили выяснить сущность этих различий.

Установка О. Рейнольдса представляла резервуар (см. рис. 1) из которого по стеклянной трубе диаметром d вытекала вода, среднюю скорость u которой можно было регулировать. В эту трубу из сосуда A по трубке малого диаметра подавалась краска. В результате опытов было установлено:

1) при $u < u_k$ краска, перемещаясь с водой, двигается или тонкой струйкой или отдельными слоями. Такое движение было названо *ламинарным*;

2) при $u > u_k$ краска равномерно распределяется по всему объему жидкости. Движение частиц жидкости в этом случае носит неустановившийся характер и называется *турбулентным*.

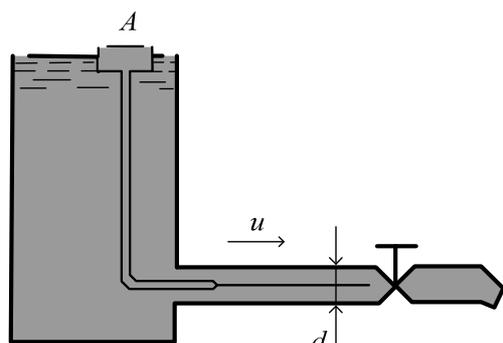


Рис. 1

Скорость u_k , при которой в данной трубе происходила смена режимов движения, была названа *критической*.

О. Рейнольдс установил, что в трубах различного диаметра для жидкостей с различной вязкостью смена режимов осуществляется при одном и том же значении безразмерного комплекса *критерия Рейнольдса* Re определяемого по формуле:

$$Re = \frac{u \cdot d}{\nu},$$

где d – диаметр трубопровода;

ν – кинематический коэффициент вязкости жидкости.

Скорость, при которой происходит переход турбулентного режима в ламинарный, называется *нижней критической скоростью* u_k^H , а число Рейнольдса, соответствующее критической скорости называется *критическим числом* Re_k^H и принимает значение 2320:

$$Re_k^H = \frac{u_k^H \cdot d}{\nu} = 2320.$$

В случаях, когда живое сечение потока отличается от круглого, а так же при наличии близко расположенных местных сопротивлений (вентилей, поворотов, золотников, клапанов и т.д.) может быть меньше 2320.

Но учитывая, что Re_k^H найденное для v_k^H всегда меньше или равно 2320, это значение принимается при расчетах за критическое.

Таким образом, для $Re < 2320$ движение принято считать ламинарным, а для $Re > 2320$ – турбулентным.

При различных режимах движения имеют место различные зависимости между потерями напора и средними скоростями движения. При ламинарном движении потери напора пропорциональны первой степени скорости, с при турбулентном – скорости в степени m , причем $1,75 < m < 2$.

Описание опытной установки

Опытная установка (рис. 2) состоит из напорного бака 1 с водой, сосуда 8 с краской и стеклянной трубки 4. Вода из бака после открытия крана 3 поступает в стеклянную трубку 4, при этом в трубках пьезометров 5 вода устанавливается на некотором уровне определяемом степенью сжатия воздуха в колене 6. Из сосуда 8 в трубку 4, при освобождении зажима 9 может поступать краска по тонкой трубке 10, находящейся внутри трубки 4. Кран 11 служит для регулировки скорости движения жидкости, мерный стакан 12 – для определения расхода жидкости.

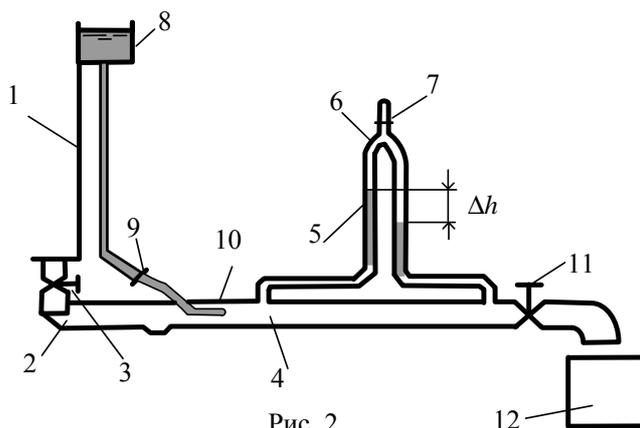


Рис. 2

Порядок выполнения работы

Открыть кран 3, заполнить трубку 4 и пьезометры 5 водой. Выпустить часть воздуха из колена 6 с помощью зажима 7 с таким расчетом, чтобы вода в пьезометрах 5 достигала произвольного уровня. С помощью крана 11 установить небольшой расход Q жидкости в трубке 4. Краном 9 пустить краску тонкой струйкой. Если краска перемешивается, то режим

движения турбулентный. Для перехода к ламинарному режиму движения следует уменьшить степень открытия крана 11.

Замечая с помощью секундомера время t , с, заполнить мерный стакан 12 объемом V . Заметить разность уровней жидкости Δh в пьезометрах 5.

Увеличивая расход Q сделать 3 аналогичных замера при ламинарном и 5 замеров при турбулентном движении. Определить расход жидкости Q_k^6 в момент перехода ламинарного движения в турбулентное. Закончив измерения, закрыть кран 9, зажимом 3 перекрыть трубку 2, открыв краны 7 и 11 освободить трубку 4 от воды. Закрыть кран 7 и 11.

Таблица 1

Экспериментальные данные и обработка результатов

Величины	Ед. изм.	Номера опытов						
		1	2	3	4	5	6	7
Объем воды, V	см ³							
Время наполнения, t	с							
Расход, $Q = V / t$	см/с							
Диаметр, d	см							
Площадь, $\omega = \frac{\pi d^2}{4}$	см ²							
Скорость, $v = Q / \omega$	см/с							
Температура, t °С	градус							
Вязкость, ν	см ² /с							
Число Рейнольдса, $Re = \frac{v \cdot d}{\nu}$	б. р.							
Потери напора, Δh	см							

Обработка опытных данных

1. Определить расход Q , зная время t , с, заполнения мерного стакана 12 объемом V по формуле:

$$Q = V / t.$$

2. Определить скорости движения воды в трубе 4 зная, что:

$$v = Q / \omega,$$

где $\omega = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ – площадь поперечного сечения трубы.

3. Определить значение числа Рейнольдса

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu},$$

где ν – кинематический коэффициент вязкости при данной температуре t :

$$\nu = \frac{0,0178}{1 + 0,0337 \cdot t + 0,000221 \cdot t^2}.$$

4. Данные занести в табл. 1 и построить на миллиметровой бумаге зависимость $\Delta h = f(v)$ в прямоугольных координатах.

5. По графику определить скорость v_k в момент перехода линейной зависимости $\Delta h = f(v)$ в криволинейную и сравнить ее с величиной v_k^6 полученной путем измерения как:

$$v_k^6 = \frac{Q_k^6}{\omega}.$$

6. Вычислить Re_k для v_k определенной по графику.

7. Привести пример расчета.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение ламинарного течения жидкости.
2. Дайте качественное описание ламинарного течения жидкости.
3. Дайте определение турбулентного течения жидкости.
4. Дайте качественное описание турбулентного течения жидкости.
5. Какую скорость называют критической?
6. Как определить режим движения жидкости?
7. При каких числах Рейнольдса наблюдается ламинарный режим движения жидкости?
8. При каких числах Рейнольдса наблюдается турбулентный режим движения жидкости?
9. В чем состоит физический смысл числа Рейнольдса?
10. Докажите, что число Рейнольдса представляет соотношение сил инерции и сил вязкости.
11. Для решения, каких задач необходимо знать режим движения жидкости?
12. Во сколько раз изменится число Рейнольдса, если диаметр изменить в 2 раза, а расход и температура не меняются?

13. Как изменится число Рейнольдса, если температура жидкости увеличится?

14. Возможен ли переход турбулентного режима в ламинарный при повышении температуры жидкости?

15. Возможен ли переход ламинарного режима в турбулентный при понижении температуры?

16. Как изменится скорость течения жидкости, если ламинарный режим движения жидкости перейдет в турбулентный, а температура жидкости останется постоянной?

17. Как изменится расход жидкости, если турбулентный режим движения жидкости перейдет в ламинарный, а температура жидкости останется постоянной?

18. Происходит ли изменение местных мгновенных скоростей с течением времени при турбулентном движении жидкости?

19. Опишите двухслойную модель турбулентного потока.

ЛИТЕРАТУРА

1. Альтшуль А.Д., Кисилев П.Г. Гидравлика и аэродинамика. – М.: Стройиздат, 1975. – 323 с.

2. Штеренлихт Д.В. Гидравлика: Учебник для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 640 с.

3. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – Л.: Энергия, 1982. – 600 с.

4. Ботук Б.О. Гидравлика. – М.: Высш. шк., 1962. – 450 с.

5. Медведев В.Ф. Гидравлика и гидравлические машины: Учеб. пособие. – Мн.: Выш. шк., 1998. – 311 с.

6. Рабинович Е.З. Гидравлика. – М.: Физматгиз, 1963. – 408 с.

МОДУЛЬ 7

ПОТЕРИ НАПОРА ПРИ РАВНОМЕРНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ

СХЕМА ИЗУЧЕНИЯ МАТЕРИАЛА

Тема занятия	Тип занятия	Вид (форма) занятия	Кол-во часов
1. Классификация потерь напора. Формула Дарси – Вейсбаха. Касательные напряжения и их распределение при равномерном движении жидкости в круглой трубе. Распределение местных скоростей при ламинарном режиме движения. Расход. Средняя скорость. Коэффициент Дарси при ламинарном напорном движении в трубе.	Изучение нового материала	Лекция	2
2. Логарифмический закон распределения осредненных скоростей в турбулентном потоке. Гидравлически гладкие и шероховатые трубы. Толщина вязкого подслоя. Зависимость коэффициента гидравлического трения от числа Рейнольдса и относительной шероховатости. Опыты Никурадзе. График Никурадзе. Обобщенные формулы для коэффициента Дарси. Коэффициенты Дарси для труб с естественной технической шероховатостью.	Изучение нового материала	Лекция	2
3. Определение коэффициента гидравлического трения при движении жидкости в круглой трубе.	Углубление и систематизация учебного материала	Лабораторная работа	2
4. Потери напора по длине.	Углубление и систематизация учебного материала	Практическое занятие	4

1. КЛАССИФИКАЦИЯ ПОТЕРЬ НАПОРА

Потери удельной энергии (напора), затрачиваемой на преодоление сопротивлений движению вязкой жидкости (гидравлических сопротивлений), слагаются из потерь двух видов:

1) потерь напора на преодоление гидравлических сопротивлений по длине, пропорциональных длине участков трубы, по которым движется жидкость, – *потерь по длине* $h_{дл}$;

2) потерь напора на преодоление гидравлических сопротивлений в пределах коротких участков в непосредственной близости к тем или иным местным конструктивным устройствам труб, (вход, выход, расширение, сужение, поворот, трубопроводная арматура, фасонные части и т.п.) – *местных потерь* напора h_m .

Принимается, что *общие потери* напора в системе труб равны сумме потерь напора по длине отдельных участков и всех местных потерь напора:

$$h_{mp} = \sum h_{дл} + \sum h_m . \quad (7.1)$$

Эти потери энергии (в данном случае удельной) обусловлены переходом механической энергии потока в тепловую. Процесс этот необратим.

Наличие гидравлических сопротивлений при движении вязкой жидкости связано с работой сил трения внутри жидкости. Только благодаря силам трения механическая энергия может перейти в теплоту.

Механизм действия сил сопротивления очень сложен. Аналитически пока не удалось получить универсальные соотношения для их вычисления. Потери напора по длине различны для разных видов движения. Поэтому при расчетах потерь напора используют, как правило, эмпирические зависимости.

Приведем классификацию движений по характеру поля скоростей (ограничимся здесь только *установившимся движением*):

1) равномерное движение с постоянными по длине средней скоростью и эпюрой скоростей: ламинарное и турбулентное;

2) неравномерное движение с постоянной по длине средней скоростью и изменяющейся по длине эпюрой скоростей (участки стабилизации эпюры скоростей): ламинарное и турбулентное;

3) неравномерное плавно изменяющееся движение: ламинарное и турбулентное;

4) неравномерное движение с изменением средней скорости и эпюры скоростей в пределах коротких участков, обычно называемых местными сопротивлениями: ламинарное и турбулентное.

Различие кинематической структуры для каждого из перечисленных видов движения определяет различие в расчетных зависимостях для потерь напора по длине. Для турбулентного движения в указанных выше случаях рассматриваются обычно эпюры осредненных скоростей.

1. Равномерное движение. Различие в характере поля скоростей при ламинарном и турбулентном движении сказывается и на зависимости потерь напора по длине при этих режимах движения. Исследования потерь напора по длине при равномерном движении в прямолинейных трубопроводах показывают, что зависимость $h_{\text{дл}}$ от средней скорости v в логарифмических координатах на графике предстает в виде отрезков прямых линий (рис. 7.1), уравнения которых имеют вид:

$$\lg h_{\text{дл}} = \lg b + m \lg v.$$

При этом общий вид зависимости можно выразить так:

$$h_{\text{дл}} = b \cdot v^m,$$

где b – учитывает влияние размеров трубы и шероховатости ее стенок и вида жидкости;

m – показатель степени.

На рис. 7.1 отрезок AK , соответствующий ламинарному движению, образует с осью абсцисс угол $\theta_1 = 45^\circ$, $m_1 = \text{tg } \theta_1 = 1$. Точка K на графике соответствует скорости $v_{\text{н.кр}}$. При ламинарном режиме движения потери удельной энергии по длине пропорциональны первой степени скорости.

При турбулентном режиме движения отрезок NB на графике составляет с осью абсцисс угол θ_2 , $\text{tg } \theta_2 = 1,75 - 2,0$. Точка N соответствует скорости $v_{\text{в.кр}}$. Следовательно, при турбулентном режиме движения потери удельной энергии пропорциональны средней скорости в степени от 1,75 до 2,0.

При значении средней скорости v , заключенном в пределах $v_{\text{н.кр}} < v < v_{\text{в.кр}}$, зависимость $h_{\text{дл}} = f(v)$ определяется конкретными условиями, в которых происходит движение.

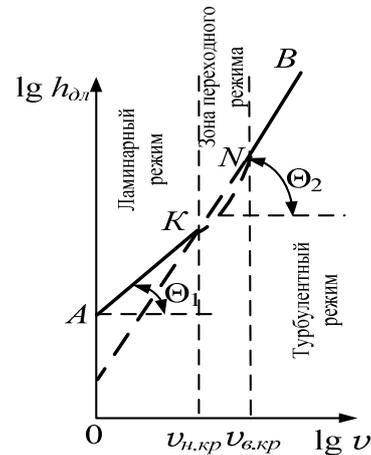


Рис. 7.1. График зависимости $h_{\text{дл}} = f(v)$ при равномерном движении жидкости в прямолинейных трубопроводах

2. Неравномерное движение с постоянной по длине средней скоростью (но с изменяющимся по длине распределением продольных составляющих местных скоростей по живому сечению, то есть с изменяющейся по длине эпюрой скоростей) наблюдается в напорных трубопроводах на начальных участках. При турбулентном режиме движения рассматривается распределение по живому сечению (эпюра) продольных осредненных скоростей и пульсационных добавок. На начальном участке, расположенном непосредственно за входом в трубу или в канал, происходит изменение местных скоростей потока от начального (на входе) их распределения по живому сечению до распределения, соответствующего равномерному движению.

При плавном криволинейном входе из достаточно большого резервуара в трубу эпюра местных осредненных скоростей в поперечных сечениях в створе 1-1 будет весьма близкой к равномерной (коэффициент Кориолиса $\alpha = 1$). Скорость непосредственно на стенке равна нулю. Тормозящее влияние сил вязкости приводит к трансформации эпюры скоростей рис. 7.2. В начале трубы вблизи стенок образуется пограничный, симметричный относительно оси слой, в котором скорости при удалении от стенки увеличиваются. На длине начального участка в средней части поперечного сечения сохраняются практически постоянные скорости. Постепенно (вниз по течению) область постоянных скоростей уменьшается, а толщина пограничного слоя растет. Наконец, пограничный слой смыкается на оси трубы. Длину участка от сечения 1-1 до сечения 2-2, где это происходит, называют *длиной начального участка* $l_{нач}$. Далее по длине потока распределение скоростей остается почти неизменным.

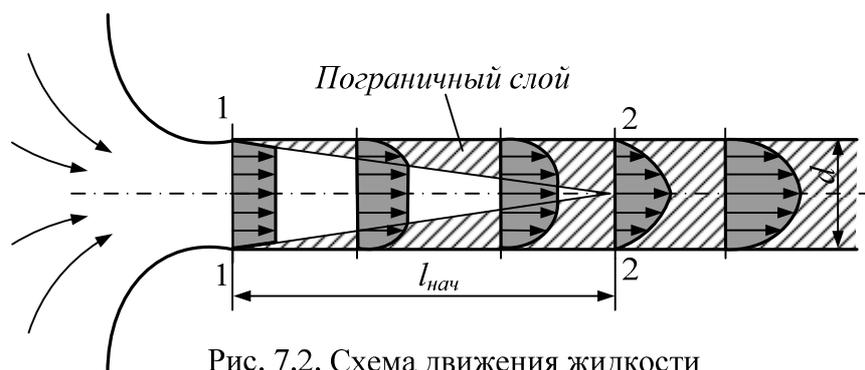


Рис. 7.2. Схема движения жидкости на начальном участке трубы

Толщина пограничного слоя в месте смыкания при симметричном движении равна $d/2$ (d – диаметр трубы). Строго говоря, распределение скоростей приближается к распределению, соответствующему равномерному движению, асимптотически.

В условиях, когда в трубе режим движения ламинарный, на всем протяжении начального участка поток будет ламинарным.

Если интенсивность турбулентности на входе в трубу мала, то сначала образуется ламинарный пограничный слой, затем сравнительно небольшой участок с перемежающимся движением и, наконец, турбулентный пограничный слой. При сильно турбулизованном потоке на входе (например, за центробежным насосом, на входе с острой кромкой или за установленной на входе решеткой или сеткой) длина начального участка меньше, чем при ламинарном потоке.

Распределение каждого из параметров потока (осредненные скорости, турбулентные пульсации скорости, касательные напряжения) принимает вид, соответствующий равномерному потоку, на участках разной длины. Кроме того, различные параметры по-разному зависят от числа Рейнольдса, формы входа и поперечного сечения, шероховатости стенок, начальной интенсивности турбулентности потока на входе и т.д.

Иногда движение, при котором распределение осредненных скоростей не изменяется по длине трубы (рис. 7.3, а), называют также *стабилизированным*, или полностью развитым (ламинарным или турбулентным) движением. Длина стабилизации осредненных скоростей на начальном участке при напорном турбулентном движении в трубе составляет $(30 - 35)d$, если стабилизацию считать законченной в сечении, где отношение u_{\max}/\bar{u} на 3 % превышает значение такого же отношения при равномерном движении.

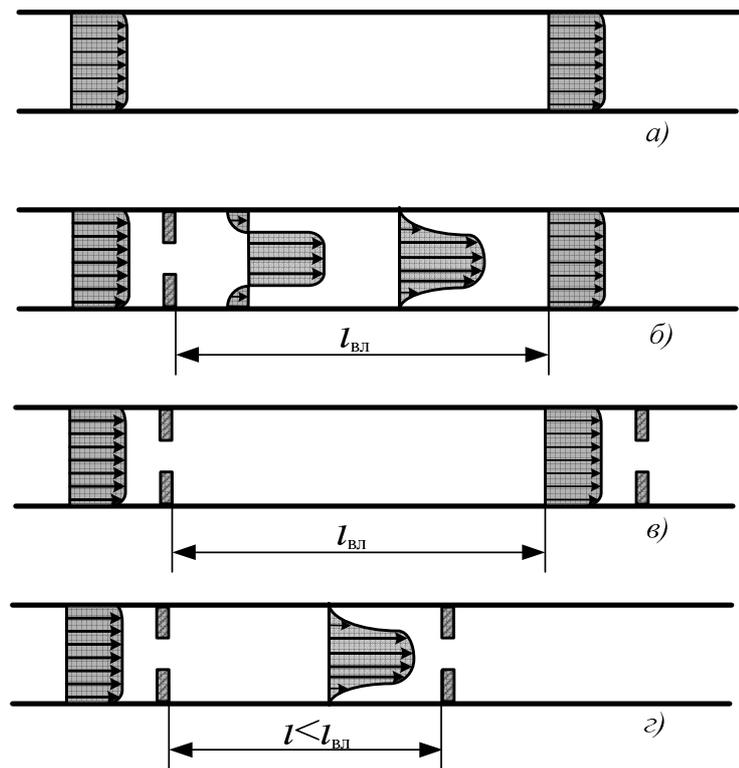


Рис. 7.3. Неравномерное движение жидкости

Стабилизация распределения по живому сечению пульсационных составляющих скорости при турбулентном напорном движении в трубе заканчивается на расстоянии приблизительно $80d$.

Таким образом, при расчетах и исследованиях длина начального участка принимается в зависимости от того, какие параметры и с какой степенью приближения к параметрам равномерного движения нас интересуют.

3. Неравномерное плавно изменяющееся движение. При этом виде движения потери удельной энергии (напора) по длине часто рассчитывают по тем же формулам, что и потери по длине при равномерном движении (см. далее).

4. Неравномерное движение с неплавным изменением средней скорости на коротких участках возникает обычно при протекании жидкости через конструктивные элементы.

При движении жидкости через конструктивные элементы труб и каналов (местные сопротивления) изменяются кинематические характеристики (как осредненные, так и пульсационные, если рассматривается турбулентное движение) по сравнению с движением, не возмущенным наличием местных конструктивных элементов в трубе (канале) (рис. 7.3, б – г).

Если режим движения турбулентный, то за местным возмущающим поток элементом отмечается повышенная пульсация скоростей и более интенсивное перемешивание частиц жидкости; могут произойти отрывы потока от ограничивающих поверхностей (стенок) и образоваться водоворотные зоны с циркуляционным движением жидкости.

По мере удаления вниз по направлению движения от возмущающих поток конструктивных элементов кинематическая структура потока постепенно стабилизируется и приходит к виду, характерному для невозмущенного равномерного движения (рис. 7.3, б).

Длиной зоны влияния данного конструктивного элемента (препятствия) называют длину участка, за пределами которого кинематические характеристики потока (в том числе и пульсационные) принимают вид, характерный для невозмущенного потока. Длина зоны влияния на рис. 7.3, б – г обозначена $l_{вл}$. Ее также называют *длиной участка стабилизации* эпюры скоростей.

При развитом турбулентном напорном движении в трубах приближенно принимают в зависимости от конкретных условий длину зоны влияния конструктивного элемента $(30 \div 60)d$ (d – диаметр трубы).

Равномерное (стабилизированное или полностью развитое) движение имеет место за пределами начального участка ниже по направлению движения или за пределами зоны влияния конструктивных элементов или устройств. При этом движении не изменяются по длине не только скорости, но и распределение местных осредненных и пульсационных скоростей по живому сечению.

В дополнение к сказанному выше отметим, что при равномерном движении также неизменны по длине гидравлический уклон и касательные напряжения на стенке.

Следует иметь в виду, что суммирование потерь напора по формуле (7.1) может давать приемлемые по точности результаты лишь тогда, когда рассматриваемые конструктивные элементы отстоят друг от друга на расстоянии, не меньшем чем длина зоны влияния, то есть между местными сопротивлениями, возмущающими поток, должны иметься участки со стабилизированным движением (рис.7.3, в). В противном случае (рис. 7.3, з) распределение скоростей на подходе к местному препятствию не соответствует равномерному движению и расчеты по формуле (7.1) могут привести к ошибкам.

Потери напора по длине экспериментально определяются следующим образом.

В сечениях, где движение равномерное (т.е. за пределами начального участка или зоны влияния), к отверстиям в стенках трубопровода присоединяются пьезометры (рис. 7.4). Из уравнения Бернулли, составленного для этих сечений, следует, что:

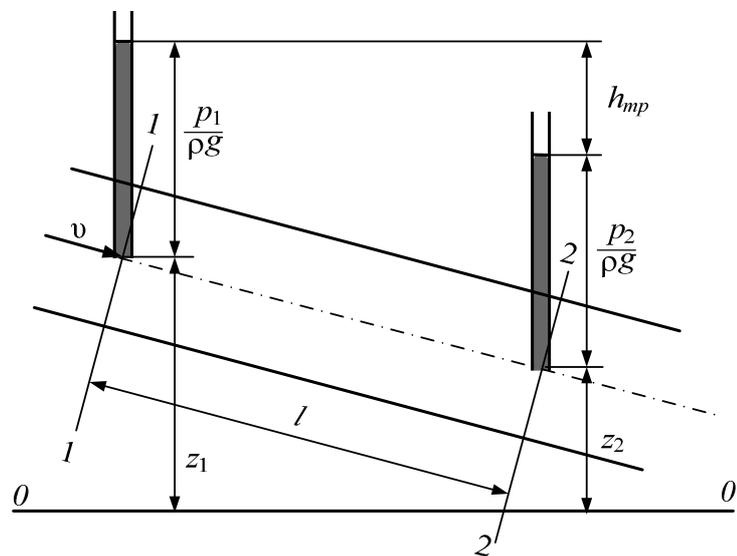


Рис. 7.4. Определение потерь напора по длине

$$h_{mp} = \left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} \right).$$

При равномерном движении ($v_1 = v_2$, $\alpha_1 = \alpha_2$) имеем:

$$h_{mp} = \left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \right)$$

или

$$h_{mp} = \Delta H_n,$$

где ΔH_n – разность пьезометрических напоров.

В горизонтальной прямолинейной трубе ($z_1 = z_2$) при равномерном движении потери напора определяются так:

$$h_{mp} = \frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = \frac{\Delta p}{\rho g}$$

Обычно потери напора выражают через скоростной напор:

$$h_{mp} = \zeta \frac{v^2}{2g}, \quad (7.2)$$

где ζ – коэффициент сопротивления (коэффициент потерь), показывающий, какому количеству скоростных напоров (или долей скоростного напора) соответствует потеря напора, затрачиваемого на преодоление данного сопротивления.

В форме (7.2) выражаются как потери по длине:

$$h_{\text{дл}} = \zeta_{\text{дл}} \frac{v^2}{2g},$$

так и местные потери напора (формула Вейсбаха):

$$h_m = \zeta_m \frac{v^2}{2g},$$

где $\zeta_{\text{дл}}$ – коэффициент сопротивления по длине;
 ζ_m – коэффициент местного сопротивления.

Большинство коэффициентов сопротивления, приводимых в справочниках, найдены экспериментально.

При равномерном движении:

$$\zeta_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d},$$

Тогда:

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \text{ – формула Дарси – Вейсбаха,}$$

где λ – коэффициент гидравлического трения (коэффициент Дарси);
 l – длина трубопровода;
 d – диаметр трубопровода.

Нетрудно выяснить физический смысл коэффициента λ , если рассмотреть условие равномерного движения в трубе цилиндрического объема длиной l и диаметром d , а именно равенство нулю суммы сил, действующих на объем (сил давления и силы трения). Это равенство имеет вид:

$$\frac{\pi d^2}{4} p_{mp} - \pi d \cdot l \cdot \tau_0 = 0,$$

где τ_0 – напряжение трения на стенке трубы.

Решая это уравнение совместно с формулой Дарси – Вейсбаха получаем:

$$\lambda = \frac{4\tau_0}{\rho \frac{v^2}{2}},$$

то есть коэффициент λ есть величина, пропорциональная отношению напряжения трения на стенке трубы к динамическому давлению, подсчитанному по средней скорости.

Ввиду постоянства объемного расхода несжимаемой жидкости вдоль трубы постоянного сечения скорость и удельная кинетическая энергия также остаются строго постоянными, несмотря на наличие гидравлических сопротивлений и потерь напора.

Таким образом, потери на трение или потери по длине – это потери энергии, которые в чистом виде возникают в прямых трубах постоянного сечения, то есть при равномерном течении, и возрастают пропорционально длине трубы. Этот вид потерь обусловлен внутренним трением в жидкости, а потому он имеет место не только в шероховатых, но и в гладких трубах.

2. КАСАТЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ И ИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИ РАВНОМЕРНОМ ДВИЖЕНИИ

Рассмотрим равномерное напорное движение жидкости в прямолинейной наклонной трубе, рис. 7.5, радиусом r_0 с площадью живого сечения ω и смоченным периметром χ . Выделим отсек длиной l и составим уравнение равномерного движения массы жидкости, заключенной в отсеке.

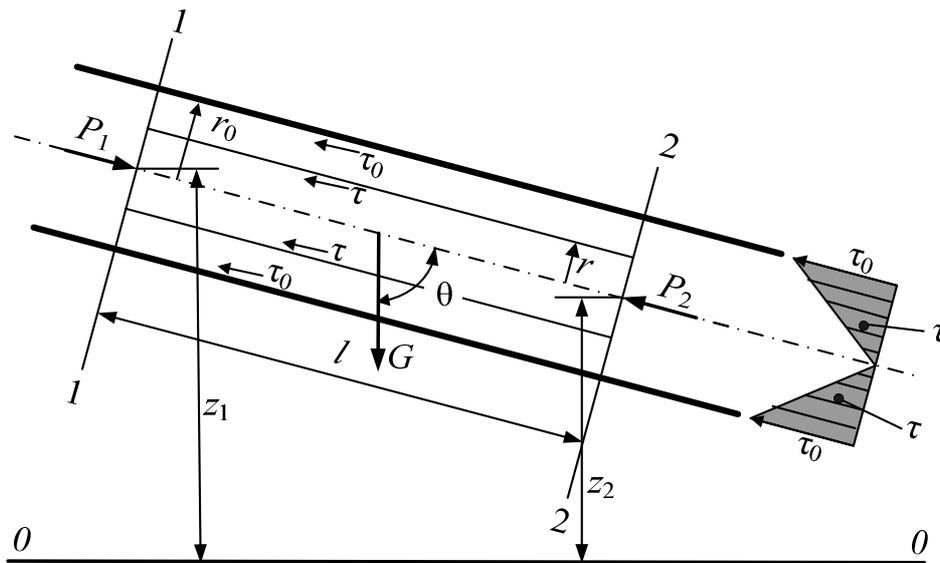


Рис. 7.5. Схема к выводу распределения касательных напряжений по сечению круглой трубы

При равномерном движении сумма проекций на направление движения (на ось трубы) внешних сил, действующих на жидкость в выделенном отсеке, должна быть равна нулю:

$$P - T + G \cos \theta = 0,$$

где P – равнодействующая сила давления в сечениях 1-1 и 2-2;

T – направленная против течения равнодействующая сил трения, действующих на боковой поверхность отсека χl ;

G – вес жидкости в выделенном отсеке.

Тогда:

$$(p_1 - p_2) \cdot \omega - \tau_0 \chi l + \rho g \omega l \cos \theta = 0,$$

где τ_0 – касательное напряжение на стенке трубы;

p_1 и p_2 – давления, действующие в центрах тяжести торцевых сечений отсека $\omega_1 = \omega_2 = \omega$;

z_1 и z_2 – координаты центров тяжести этих сечений.

Учитывая, что $l \cdot \cos \theta = z_1 - z_2$, имеем:

$$(p_1 - p_2) \cdot \omega - \tau_0 \chi l + \rho g \omega (z_1 - z_2) = 0.$$

Разделив все члены уравнения на $\rho g \omega$, получим:

$$z_1 - z_2 + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{\tau_0 \chi l}{\rho g \omega}.$$

При равномерном движении:

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{g\rho} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{g\rho} \right) = h_{\text{дл}}.$$

Тогда касательные напряжения на стенке трубы:

$$\tau_0 = \rho g \frac{\omega}{\chi} \cdot \frac{h_{\text{дл}}}{l}.$$

Так как $\omega / \chi = R$ – гидравлический радиус, а $h_{\text{дл}} / l = J$ – гидравлический уклон, то:

$$\tau_0 = \rho g R J,$$

или

$$\tau_0 = \rho g \frac{r_0}{2} J. \quad (7.3)$$

Распределение касательных напряжений по сечению трубы может быть выяснено следующим образом. Выделим в потоке цилиндрический отсек жидкости, боковая поверхность которого отстоит от оси трубы на размер r , меньший чем радиус трубы r_0 . Тогда для трубы получим:

$$\tau = \rho g \frac{r}{2} J, \quad (7.4)$$

где τ – касательное напряжение, действующее на боковой поверхности выделенного в жидкости цилиндра с радиусом поперечного сечения r .

Сравнивая (7.3) и (7.4), видим, что:

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{r}{r_0} \text{ и } \tau = \tau_0 \frac{r}{r_0}.$$

Так как $r = r_0 - z'$, где z' – расстояние по нормали от стенки трубы до рассматриваемой боковой поверхности отсека, то имеем:

$$\tau = \tau_0 (r_0 - z') / r_0 \text{ или } \tau = \tau_0 \left(1 - \frac{z'}{r_0} \right). \quad (7.5)$$

Следовательно, при равномерном движении касательное напряжение по радиусу трубы распределено по линейному закону. Согласно (7.5) касательное напряжение на стенке (при $z' = 0$) имеет максимальное значение, равное τ_0 . На оси трубы касательное напряжение равно нулю.

Приведем другую формулу для $h_{\text{дл}}$:

$$h_{\text{дл}} = \frac{\tau_0 \cdot l}{\rho \cdot g \cdot R}.$$

Таким образом, видно что при равномерном движении потери напора по длине в данных условиях (l , ρ , g , R) можно определять через касательное напряжение на стенке.

3. ПОТЕРИ НАПОРА ПРИ РАВНОМЕРНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ

А. Ламинарный режим движения

3.1. Распределение местных скоростей. Расход. Средняя скорость

Цилиндрические трубы круглого сечения. Распределение местных скоростей. Рассмотрим равномерное ламинарное напорное движение в цилиндрической трубе круглого поперечного сечения радиусом r_0 (рис. 7.6).

Движение – осесимметричное. Такое движение целесообразно рассматривать в системе координат (x, r) , где ось Ox направлена вдоль оси трубы, а r – радиус точки в нормальном к оси сечении.

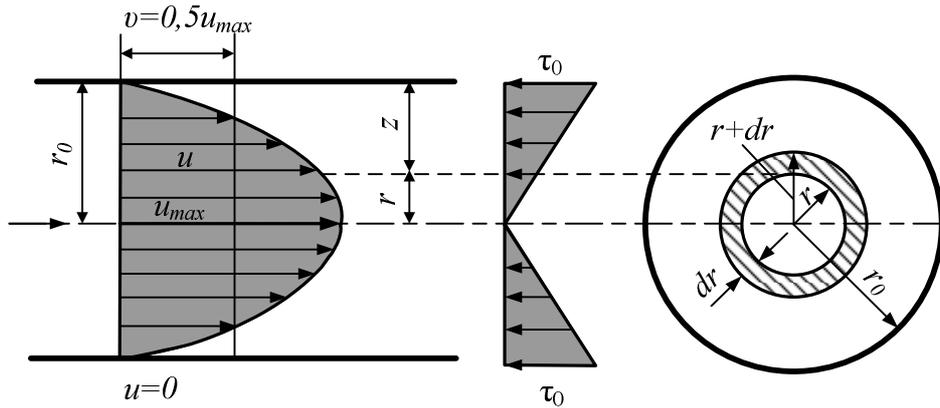


Рис. 7.6. Распределение местных скоростей по живому сечению потока жидкости в цилиндрической трубе при ламинарном режиме движения

При равномерном ламинарном движении жидкости в трубе:

$$u_x = u; \quad u_r = 0.$$

Движение можно представить как совокупность бесконечно тонких кольцевых концентрических слоев, перемещающихся относительно друг друга.

Возникающие между слоями жидкости касательные напряжения по Ньютону:

$$\tau = -\mu \frac{du}{dr}.$$

С ростом r (от оси к стенке трубы) скорость u уменьшается, поэтому градиент скорости $\frac{du}{dr} < 0$. Поскольку касательное напряжение τ – величина положительная, вводится знак минус.

Для касательного напряжения ранее было получено соотношение:

$$\tau = \rho g \frac{r}{2} J,$$

где J – гидравлический уклон.

Тогда получим:

$$\rho g \frac{r}{2} J = -\mu \frac{du}{dr},$$

откуда

$$du = -\frac{\rho g J}{2\mu} r dr = -\frac{gJ}{2\nu} r dr,$$

Полагая, что ν не изменяется в пределах живого сечения [$\nu \neq f(r)$], и учитывая, что J не зависит от r , получаем:

$$\int du = -\frac{gJ}{2\nu} \int r dr.$$

После интегрирования:

$$u = -\frac{gJ}{4\nu} r^2 + C.$$

Находим постоянную интегрирования C из условия «прилипания» жидкости к стенке. При $r = r_0$ скорость $u = 0$, поэтому:

$$C = \frac{gJ}{4\nu} \cdot r_0^2.$$

Тогда для местной скорости в точке живого сечения, расположенной на расстоянии r от оси трубы, имеем:

$$u = \frac{gJ}{4\nu} (r_0^2 - r^2). \quad (7.6)$$

Таким образом, при ламинарном движении жидкости в цилиндрической трубе круглого сечения (напорный поток) распределение местных скоростей по радиусу имеет параболический характер (рис. 7.6). Плоская эпюра скорости – парабола.

Из (7.6) следует, что максимальная скорость имеет место на оси трубы, то есть при $r = 0$:

$$u_{\max} = \frac{gJ}{4\nu} r_0^2.$$

Выразим местную скорость u через u_{\max} :

$$u = u_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right]. \quad (7.7)$$

Безразмерная местная скорость:

$$\frac{u}{u_{\max}} = 1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2. \quad (7.8)$$

Следовательно, эпюры безразмерных местных скоростей при ламинарном движении жидкости в трубах одинаковы и их можно представить параболой (рис. 7.6).

Расход. Для определения расхода в одном из поперечных сечений трубы выделим на расстоянии r от оси трубы элементарную площадку в виде кольца толщиной dr (рис. 7.6). Площадь кольца $d\omega = 2\pi r dr$. Расход через площадку определится по соотношению $dQ = u 2\pi r dr$. Расход через сечение:

$$Q = \int_0^{r_0} u d\omega = 2\pi \int_0^{r_0} u r dr.$$

Подставив значение u из (7.7) и помня замечание о независимости v от r , получим:

$$Q = \frac{2\pi u_{\max}}{r_0^2} \int (r_0^2 - r^2) r dr = \frac{\pi r_0^2}{2} u_{\max}$$

или

$$Q = \frac{\pi g J}{128\nu} d^4$$

Важно отметить, что при заданном J расход в трубе в условиях напорного ламинарного движения пропорционален четвертой степени диаметра.

Средняя скорость. Учитывая, что $v = Q / \omega$, найдем выражение для средней скорости:

$$v = \frac{gJ}{32\nu} d^2 = \frac{gJ}{8\nu} r_0^2. \quad (7.9)$$

Сравнивая формулы для u_{\max} и v , видим, что:

$$v = 0,5 u_{\max},$$

т.е. средняя скорость в сечении напорного ламинарного потока в цилиндрической трубе круглого сечения равна половине максимальной скорости.

Коэффициент кинетической энергии равен:

$$\alpha = \frac{1}{\omega} \int \left(\frac{u}{v} \right)^3 d\omega = \frac{\int_0^{r_0} \left[\frac{gJ}{4\nu} (r_0^2 - r^2) \right]^3 2\pi r dr}{\pi r_0^2 \left(\frac{gJ r_0^2}{8\nu} \right)^3} = 2.$$

Градиент местной скорости $\frac{du}{dr} = -\frac{gJ}{2\nu} r$, то есть изменяется прямо пропорционально расстоянию r данной точки (данного слоя) от оси трубы.

Градиент $\frac{du}{dr} < 0$.

Касательные напряжения линейно увеличиваются от нуля на оси трубы до $\tau_0 = \rho g \frac{r_0}{2} J$ на стенке (рис. 7.6).

Действительно, $\tau = -\mu \frac{du}{dr}$, а $\frac{du}{dr} = -\frac{gJ}{2\nu} r$, откуда $\tau = \rho g \frac{r}{2} J$

3.2. Коэффициент Дарси при ламинарном напорном движении в трубе

Из (7.9) можно записать выражение для гидравлического уклона:

$$J = \frac{h_{\text{дл}}}{l} = \frac{32\nu\nu}{gd^2}.$$

Тогда имеем

$$h_{\text{дл}} = \frac{32\nu l \nu}{gd^2}. \quad (7.10)$$

Зависимость (7.10) определяющая величину потерь напора при ламинарном режиме движения, показывает, что *потери напора при ламинарном режиме пропорциональны первой степени средней скорости зависят от рода жидкости, обратно пропорциональны площади сечения трубы и не зависят от шероховатости стенок трубы.*

Учитывая, что общее выражение для потерь напора по длине труб определяется по формуле Дарси – Вейсбаха:

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{\nu^2}{2g}, \quad (7.11)$$

приравняв его к (7.10), получим:

$$\frac{\lambda \nu^2}{d \cdot 2g} = \frac{32\nu\nu}{gd^2}.$$

Отсюда коэффициент Дарси (коэффициент гидравлического трения):

$$\lambda = \frac{64\nu}{\nu d},$$

или

$$\lambda = \frac{64}{Re}.$$

Если выразить число Re через гидравлический радиус R , то:

$$\lambda = \frac{16}{Re_R}$$

Потери напора по длине трубы круглого сечения при равномерном ламинарном движении пропорциональны средней скорости потока в первой степени. Это следует из (7.11), если подставить в эту формулу $\lambda = 64 \cdot \nu / (\nu \cdot d)$, и из (7.10). Опытные данные подтверждают установленную зависимость $h_{\text{дл}}$ от ν в первой степени.

Б. Турбулентный режим движения

3.3. Логарифмический закон распределения осредненных скоростей в турбулентном потоке

Рассмотрим плоское равномерное турбулентное движение вдоль твердой границы, в системе координат x, y, z . Направление оси Ox совпадает с направлением линий тока осредненного движения, которые представляют собой параллельные прямые. Тогда $\bar{u}_x = \bar{u}_x(z)$; $\bar{u}_y = 0$; $\bar{u}_z = 0$ (см. модуль 5, п. 2), где z – расстояние данной точки от стенки по нормали.

Согласно (6.1) касательное напряжение в турбулентном потоке:

$$\tau = \mu \cdot \frac{d\bar{u}_x}{dz} + \rho \cdot l^2 \cdot \left(\frac{d\bar{u}_x}{dz} \right)^2.$$

Если поток сильно турбулирован, то первый член пренебрежимо мал и тогда:

$$\tau = \tau_{турб} = \rho \cdot l^2 \cdot \left(\frac{d\bar{u}_x}{dz} \right)^2.$$

Для вывода закона распределения скоростей при турбулентном движении сначала введем предположения относительно длины пути перемешивания l . Для определения длины пути перемешивания существует несколько формул, наиболее простой из них является формула Прандтля, согласно которой в безграничном потоке, движущемся вдоль плоской твердой стенки, $l = \chi \cdot z$, где χ – коэффициент.

Измерения показывают, что вблизи стенки трубы при $\delta_e < z < \cong 0,1 r_0$ можно принять $l = 0,4 z$, где δ_e – толщина вязкого подслоя. Однако при удалении от стенки эта зависимость становится не соответствующей данным измерений и должна быть уточнена.

Примем l по формуле А.А. Саткевича для трубы:

$$l = \chi \cdot z \sqrt{1 - z/r_0}. \quad (7.12)$$

Согласно (7.12) l приобретает наибольшее значение при $z = \frac{2}{3} r_0$, а на стенке и на оси трубы длина пути перемешивания $l=0$.

Численные значения коэффициента χ зависят от числа Re , коэффициент χ изменяется при переходе от одних точек к другим в пределах живого сечения. Если поток взвесенесущий или аэрированный, то χ зависит от концентрации твердых частиц или воздуха в жидкости: с увеличением концентрации наносов и воздуха χ уменьшается.

Для турбулентных потоков в трубах χ приближенно можно принять равным 0,4. Это значение получено Никурадзе по данным опытов при турбулентном режиме движения в круглых цилиндрических трубах с искусственно созданной равнозернистой шероховатостью. Для зоны живого сечения, в которой можно вследствие интенсивного перемешивания пренебречь чисто вязкостными напряжениями, то есть в турбулентном ядре, χ можно принимать по:

$$\tau_{турб} = \rho \cdot l^2 \cdot \left(\frac{du}{dz} \right)^2$$

Здесь и далее обозначаем $\bar{u}_x = u$.

Подставив в эту формулу значение l из (7.12), получим:

$$\tau_{турб} = \rho \chi^2 z^2 \cdot \left(1 - \frac{z}{r_0} \right) \cdot \left(\frac{du}{dz} \right)^2.$$

Так как по (7.5) $\tau = \tau_0 (1 - z/r_0)$, то:

$$\tau_{0турб} = \rho \chi^2 z^2 \cdot \left(\frac{du}{dz} \right)^2.$$

Но $\tau_0/\rho = u_*^2$, и тогда:

$$du = \frac{u_*}{\chi} \cdot \frac{dz}{z}.$$

Здесь можно принять χ не зависящим от местоположения рассматриваемой точки по отношению к стенке трубы, то есть от z . Тогда, вынеся u_*/χ за знак интеграла, получим:

$$u = \frac{u_*}{\chi} \cdot \ln z + const,$$

то есть *логарифмический закон распределения скоростей в турбулентном потоке*.

Отметим, что хотя измерение длины пути перемешивания l нельзя осуществить, можно сопоставить измеренные в опыте значения скоростей (это легко сделать) с вычисленными по формуле распределения скоростей. Их полное или удовлетворительное совпадение будет свидетельствовать о правильности принятой формулы для l как функции z (то есть в зависимости от удаления от стенки).

Логарифмический закон распределения скоростей вполне удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными для труб и открытых потоков, за исключением области вблизи стенок, так как в пристенной области нельзя пренебречь вязкостными напряжениями.

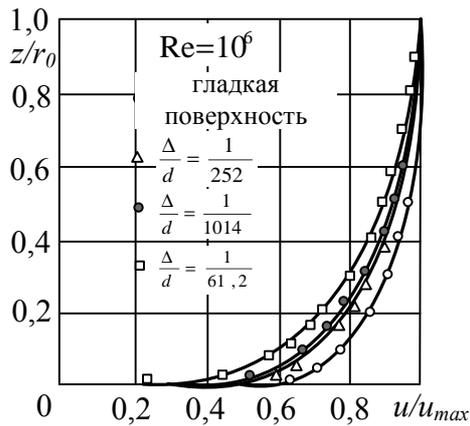


Рис. 7.7. Распределение осредненных скоростей в трубе при турбулентном движении

При турбулентном движении перемешивание частиц жидкости и происходящий при этом обмен количеством движения приводят к выравниванию осредненных скоростей в различных точках живого сечения. Особенно это заметно при сравнении распределения осредненных скоростей в трубе при ламинарном (рис. 7.6) и турбулентном (рис. 7.7) движении. При ламинарном движении $v/u_{\max} = 0,5$, а при турбулентном движении это отношение – переменное и увеличивается с увеличением числа Рейнольдса.

3.4. Шероховатость. Гидравлически гладкие и шероховаты трубы. Толщина вязкого подслоя

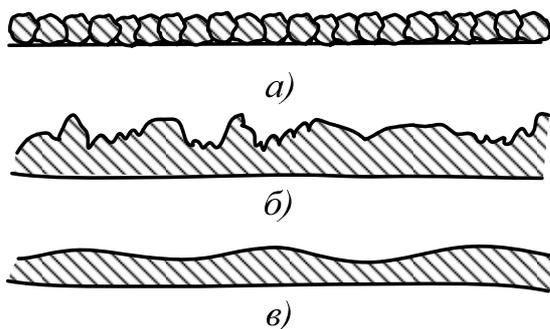


Рис. 7.8. Шероховатость поверхности

Шероховатость поверхности труб может быть весьма различной. Если поверхность труб покрывается специально отсортированными зёрнами песка одной фракции, то получается *равнозернистая шероховатость* (рис. 7.8, а). Она используется только в лабораторных исследованиях.

Поверхность труб обычно *неравнозернистая*, она может быть волнистой с различными высотами и длинами волн (или микроволн) (рис. 7.8, б, в).

Шероховатость стенок труб определяется рядом факторов: материалом стенок, характером механической обработки внутренней поверхности трубы, от чего зависят высота выступов шероховатости, их форма, густота и характер их размещения на поверхности; наличием или отсутствием в трубе ржавчины, коррозии, отложения осадков, защитных покрытий и т.д.

Для грубой количественной оценки шероховатости вводится понятие о средней высоте выступов (бугорков) шероховатости. Эту высоту, измеряемую в линейных единицах, называют *абсолютной шероховатостью* Δ . Опыты показали, что при одной и той же величине абсолютной шерохова-

тости влияние ее на величину гидравлических сопротивлений и распределение скоростей различно в зависимости от диаметра трубы. Поэтому вводится понятие об *относительной шероховатости*, измеряемой отношением абсолютной шероховатости к диаметру трубы, то есть величиной Δ / d .

Учет конкретных особенностей шероховатости необходим в гидравлических исследованиях и расчетах.

Наиболее полные сведения о шероховатости, о размерах выступов и их взаимном расположении дает статистическое описание.

Понятие о гидравлически гладких и гидравлически шероховатых трубах. Соотношение между высотой выступов шероховатости Δ и толщиной вязкого подслоя δ_v определяет структуру потока.

Если высота выступов шероховатости Δ меньше, чем толщина вязкого подслоя δ_v , то все неровности полностью погружены в этот подслой и жидкость в пределах этого подслоя плавно обтекает выступы шероховатости. В этом случае шероховатость стенок не влияет на характер движения и, соответственно, потери напора не зависят от шероховатости. Такие стенки и трубы условно называются *гидравлически гладкими* (рис. 7.9, а).

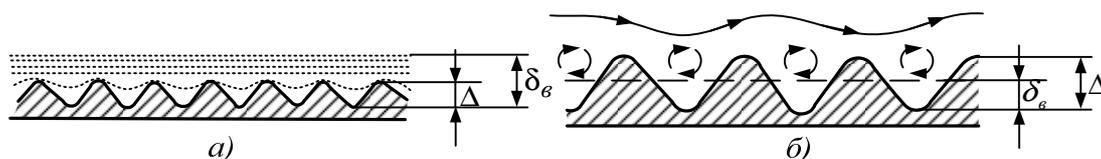


Рис. 7.9. Гидравлически гладкие (а) и гидравлически шероховатые (б) стенки

Если высота выступов шероховатости Δ превышает толщину вязкого подслоя δ_v , то неровности стенок выходят в пределы турбулентного ядра, поток обтекает выступы с отрывом, сопровождающимся интенсивным перемешиванием частиц. В этом случае потери напора зависят от шероховатости, и такие трубы называются *гидравлически шероховатыми* (рис. 7.9, б). В третьем случае, являющемся промежуточным между двумя вышеуказанными, абсолютная высота выступов шероховатости примерно равна толщине вязкого подслоя.

Толщина вязкого подслоя определяется как:

$$\delta_v \approx \frac{30 \cdot d}{Re \cdot \sqrt{\lambda}}. \quad (7.13)$$

Таким образом, с ростом числа Re , а также коэффициента Дарси λ , толщина вязкого подслоя δ_v уменьшается.

Разделение стенок (трубы) на гидравлически гладкие и шероховатые является условным, поскольку, как следует из формулы (7.13), толщина δ_g обратно пропорциональна числу Re . Таким образом, при движении жидкости вдоль одной и той же поверхности с неизменной высотой выступа шероховатости в зависимости от числа Рейнольдса толщина вязкого подслоя может изменяться. При увеличении числа Re толщина δ_g уменьшается и стенка, бывшая гидравлически гладкой, может стать шероховатой, так как высота выступов шероховатости окажется больше толщины вязкого подслоя и шероховатость станет влиять на характер движения, и, следовательно, на потери напора.

3.5. Экспериментальное изучение коэффициента Дарси. График Никурадзе

Важные экспериментальные исследования, посвященные изучению зависимости коэффициента Дарси λ от числа Re и относительной шероховатости, были проведены Никурадзе для шероховатых труб. Стенки труб и имели специально созданную равнозернистую шероховатость. Для создания этой шероховатости сначала через калиброванные отверстия отсеивался песок определенных размеров, который затем равномерно наносился на стенки, предварительно покрытые слоем лака, благодаря чему песок приклеивался к стенкам. Размеры зерен песка принимались за размер выступа шероховатости Δ . В результате были получены трубы с различными значениями относительной шероховатости стенок: Δ / d для труб (или относительной гладкости d / Δ как показано на рис. 7.10). В опытах были измерены потери напора и расход, вычислены средние скорости потоков и коэффициенты λ . Результаты Никурадзе показаны на рис. 7.10. По оси абсцисс отложены значения $\lg Re$ и по оси ординат $\lg (100\lambda)$. Представление опытных данных в таких координатах позволяет по углу наклона прямых (в частности, *I* и *II*) получить показатель степени в степенной зависимости λ от Re .

Все опытные точки, полученные Никурадзе, до $\lg Re = 3,35$ ($Re < 2300$, ламинарный режим движения) независимо от шероховатости стенок труб располагаются на прямой. Это значит, что при ламинарном движении λ не зависит от шероховатости трубы Δ . При $Re 2300 \div 3000$ ($\lg Re = 3,35 \div 3,5$) происходит переход от ламинарного режима к турбулентному. В опытах Никурадзе в пределах $2300 < Re < 4000$ коэффициент λ по-прежнему не зависит от шероховатости. При турбулентном движении $Re > 4000$ характер

экспериментальных кривых различен в зависимости от значения d / Δ . При больших относительных шероховатостях ($d / \Delta = 30$) экспериментальная кривая сначала продолжает подниматься, а затем при $Re = 3 \cdot 10^4$ становится горизонтальной. При меньших относительных шероховатостях кривые ведут себя иначе: сначала независимо от относительной шероховатости экспериментальные точки ложатся на прямую II. Затем по достижении $Re \geq 20d/\Delta$ эти точки на графике рис. 7.10 отходят от прямой II, образуют впадину, и при $Re \geq 500 d / \Delta$ превращаются в горизонтальные прямые.

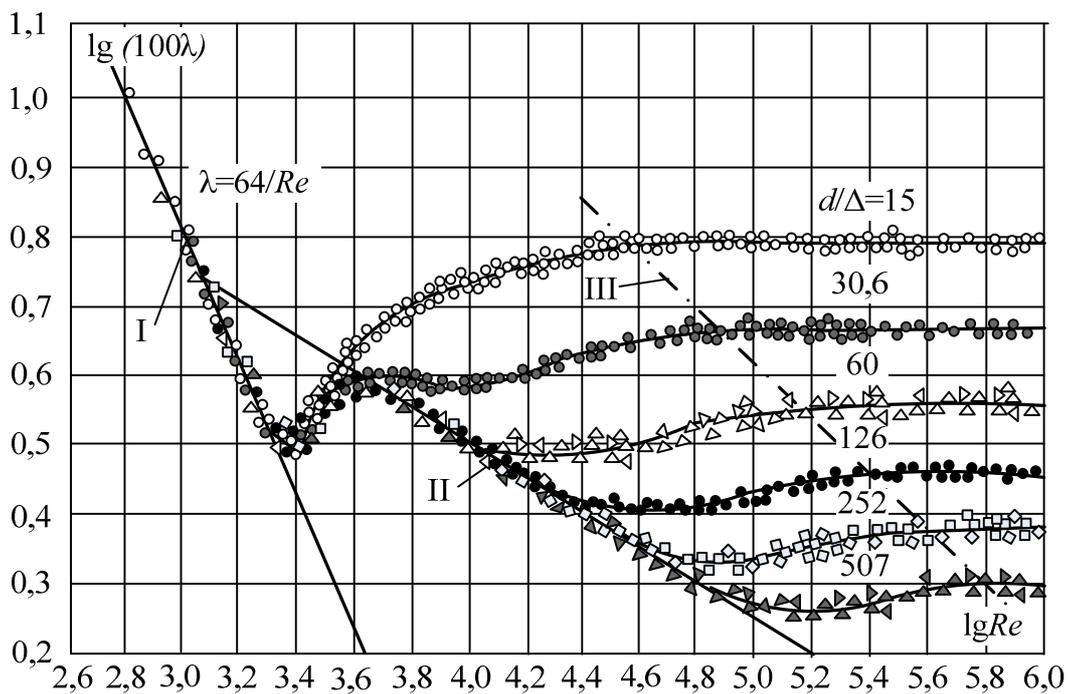


Рис. 7.10. График Никурадзе

Таким образом, исследования, выполненные Никурадзе, наглядно свидетельствуют о наличии различных областей сопротивления при напорном движении в трубах:

1-я область – ламинарный режим движения ($Re \leq 2300$) $\lambda = f(Re^{-1})$, прямая I на рис. 7.10:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \text{ (формула Пуазейля);}$$

2-я область – переход от ламинарного к турбулентному режиму $2300 \leq Re \leq 4000$;

3-я область – турбулентный режим, гидравлически гладкие трубы, $\lambda = f(Re^{-0,25})$, прямая II на рис. 7.10:

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}, \text{ (формула Блазиуса } 4000 < Re < 10^5\text{);}$$

4-я – турбулентный режим (переходная область между областью гидравлически гладких труб и квадратичной областью), $\lambda = f(Re, \Delta / d)$ – между линиями II и III на рис. 7.10:

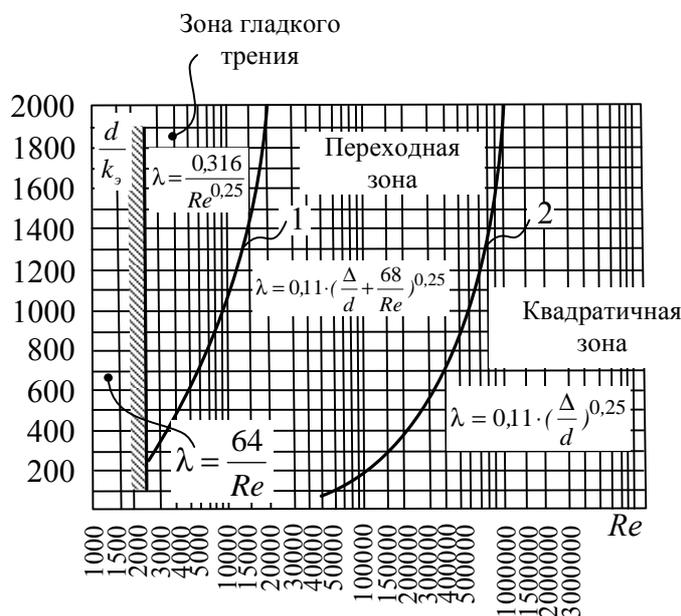


Рис. 7.11. Границы областей применения формул для определения :

- 1) $Re \frac{\Delta}{d} = 10$; 2) $Re \frac{\Delta}{d} = 500$.

$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{\Delta}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25},$$

(формула Альтшуля,
 $\frac{27}{(\Delta/d)^{1,143}} < Re < \frac{500}{(\Delta/d)}$);

5-я – турбулентный режим, квадратичная область сопротивления, $\lambda = f(\Delta / d)$, правее линии III на рис. 7.10:

$$\lambda = (\Delta / d)^{0,25}, \text{ (формула Шифринсона, } Re > \frac{500}{(\Delta / d)}).$$

Границы областей применения формул для определения λ приведены на рис. 7.11.

3.6. Коэффициенты Дарси для труб с естественной технической шероховатостью

Материал, из которого изготовлена труба, и технология ее изготовления существенно влияют на состояние ее внутренней поверхности, а следовательно, на значения эквивалентной шероховатости и вид зависимости $\lambda = f(Re)$.

Естественная техническая шероховатость (см. рис. 7.8, б), образующаяся при изготовлении труб и в результате различных изменений в процессе эксплуатации, не является равнозернистой песочной шероховатостью, влияние которой на вид эпюр скорости и сопротивление труб исследовал Никурадзе. Выступы технической шероховатости имеют неодинаковую высоту, форму и плотность распределения по поверхности трубы. В настоящее время техническая шероховатость оценивается некоторой средней высотой Δ , выступов, называемой *эквивалентной шероховатостью*.

Под эквивалентной шероховатостью понимают высоту выступов равнозернистой шероховатости из однородного песка, при которой в квадратичной области сопротивления получается такое же значение λ , что и в рассматриваемой трубе. Определяют эквивалентную равнозернистую ше-

роховатость трубы следующим образом. Опытным путем определяют λ при различных Re и строят график $\lambda = f(Re)$, который сравнивают с графиками Никурадзе. Исследуемой трубе приписывают относительную шероховатость, равную относительной шероховатости той трубы в опытах Никурадзе, для которой в квадратичной области график совпадает с графиком исследуемой.

Для вычисления Δ_s можно воспользоваться формулой:

$$\lg \Delta_s = \lg d + 0,57 - 0,5 \cdot \sqrt{\lambda_{кв}}$$

В связи с отмеченными особенностями технической шероховатости характер графика $\lambda = f(Re)$ для промышленных труб (рис. 7.12) оказался отличным от аналогичного графика для труб с равнoзернистой шероховатостью.

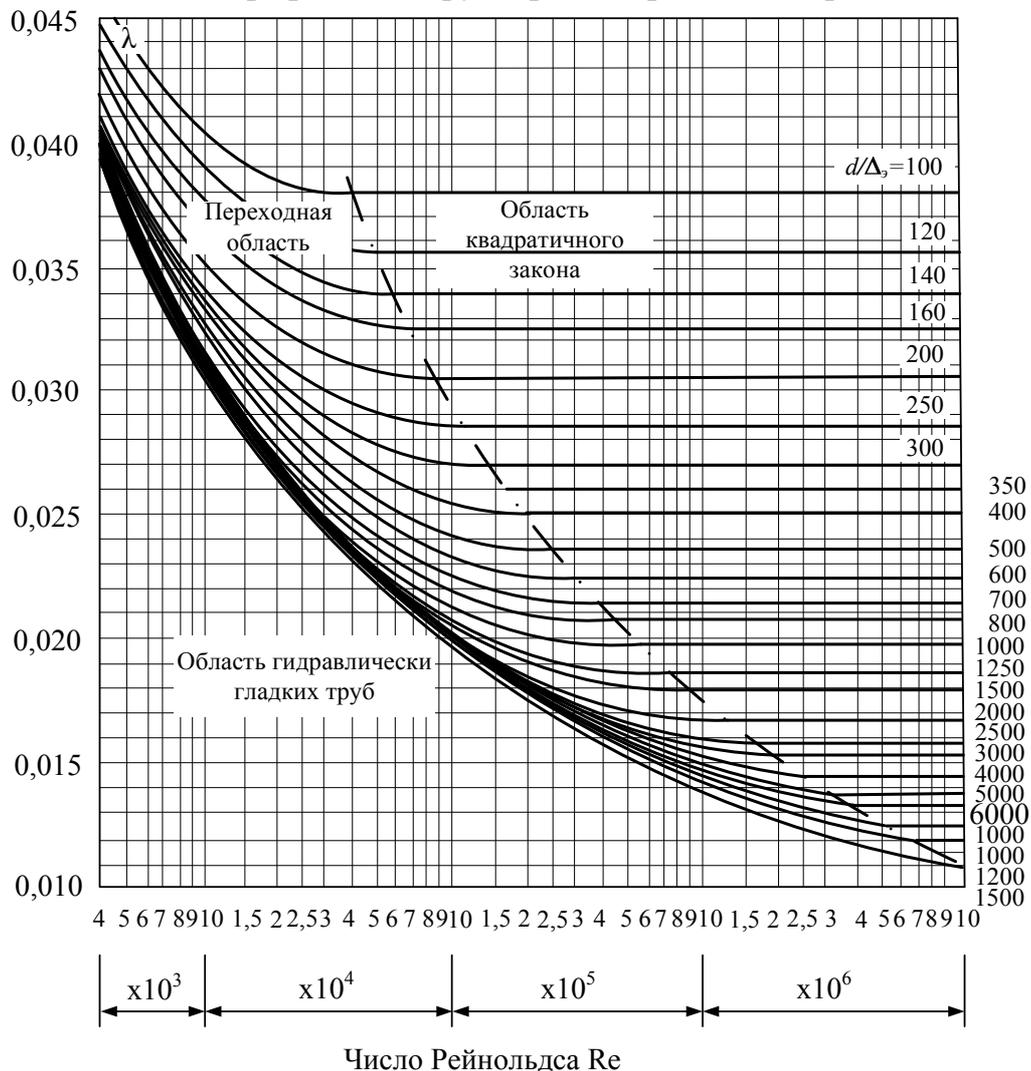


Рис. 7.12. Зависимость коэффициента от числа Рейнольдса для новых стальных труб (номограмма Г. А. Мурина)

ё

Это отличие было зафиксировано в различных опытах. В трубах с технической шероховатостью с увеличением числа Re и следовательно, с уменьшением толщины вязкого подслоя δ_v выступы шероховатости не все

одновременно выступают в турбулентное ядро потока: сначала большие, а по мере возрастания числа Re – остальные. В переходной области для труб с технической шероховатостью в отличие от труб с равнотернистой шероховатостью коэффициенты $\lambda_{пер}$ больше, чем $\lambda_{кв}$ для квадратичной области сопротивления.

Для труб промышленного изготовления с естественной шероховатостью для любой области сопротивления при турбулентном режиме движения А.Д. Альтшуль предложил формулу:

$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{\Delta_э}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25}.$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5 «ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ГИДРАВЛИЧЕСКОГО ТРЕНИЯ ПРИ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ»

Цель работы:

Определить коэффициент гидравлического трения λ при ламинарном и турбулентном режимах движения жидкости по трубопроводу.

Общие сведения

При движении жидкости по прямому трубопроводу постоянного сечения часть удельной механической энергии затрачивается на преодоление сил трения как внутри жидкости, так и о стенки трубопровода и носит название потерь напора по длине $h_{дл}$.

Записывая уравнение Бернулли для двух сечений потока, можно определить потери удельной энергии на участке между сечениями I-I и II-II:

$$z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + h_{дл} \quad (1)$$

$$h_{дл} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + z_1 - z_2, \quad (2)$$

так как $v_1 = v_2, z_1 = z_2$, то $h_{дл} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$. (3)

Отсюда следует, что потери напора $h_{дл}$ можно определить по показаниям пьезометров, установленных в рассматриваемых сечениях.

Теоретически потери напора по длине определяются по формуле Дарси – Вейсбаха:

$$h_{\text{дл}} = \lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (4)$$

где L – длина рассматриваемого участка трубопровода;

d – диаметр рассматриваемого участка;

v – средняя скорость движения жидкости;

λ – коэффициент гидравлического трения (гидравлического сопротивления);

g – ускорение свободного падения, м/с^2 .

Коэффициент гидравлического трения λ является функцией, зависящей как от свойств жидкости (вязкости, плотности), так и параметров трубопровода (диаметра, шероховатости стенок) и условий течения (средней скорости).

Из этих независимых размерных величин можно получить два безразмерных параметра, а именно:

1. Параметр Рейнольдса: $Re = \frac{v \cdot d}{\nu}$ (5)

2. Относительную шероховатость: Δ/d ,

то есть установить зависимость: $\lambda = f\left(Re, \frac{\Delta}{d}\right)$.

При ламинарном режиме движения жидкости ($Re < Re_{кр}$), то есть ($Re < 2320$), коэффициент гидравлического трения λ зависит только от числа Re , $\lambda = f(Re)$. Для определения коэффициента гидравлического трения используют формулу Стокса:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (6)$$

Для турбулентного режима движения из-за сложности происходящих при этом явлений расчетные формулы для определения коэффициента гидравлического трения могут быть получены лишь при принятии определенных гипотез с последующей проверкой полученных результатов экспериментом.

По наиболее распространенной гипотезе Прандтля турбулентный поток состоит из ядра течения и ламинарного слоя, между которыми находится переходная область (рис.1).

При турбулентном режиме ($Re > Re_{кр}$) различают четыре основные зоны чисел Re :

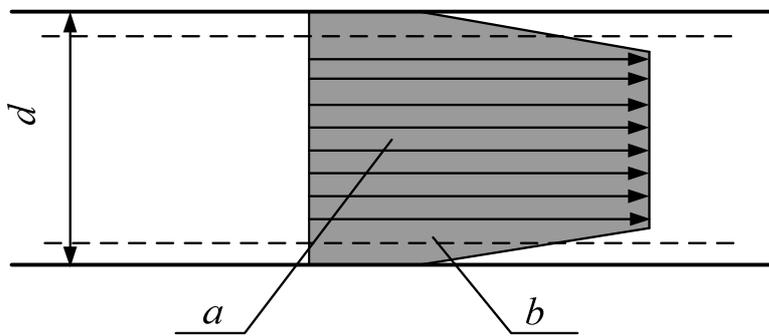


Рис. 1. Схема строения турбулентного потока:
 a – ядро течения; b – ламинарный подслой

Если $2320 \leq Re < 10^4$, то режим течения называется «переходный турбулентный» и коэффициент гидравлического трения определяется по формуле Френкеля:

$$\lambda = \frac{2,7}{Re^{0,53}}, \quad (7)$$

2. При относительно небольших числах Re – $10^4 < Re < \frac{27}{\varepsilon^{1,143}}$ – ($\varepsilon = \Delta/d$ – относительная шероховатость внутренней поверхности трубопровода), когда ламинарный слой закрывает шероховатость стенок трубопровода, возмущения, возникающие при обтекании жидкостью выступов шероховатости, быстро в нем затухают и практически не сказываются на коэффициенте гидравлического трения. Эта зона турбулентного режима называется «зоной гидравлически гладких труб». В этом случае коэффициент гидравлического трения определяется по формуле Блазиуса:

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}. \quad (8)$$

3. С увеличением числа Re ламинарный слой уменьшается. Когда его толщина становится одного порядка с высотой выступов шероховатости, то в этой зоне коэффициент гидравлического трения λ зависит не только от числа Re , но и от шероховатости стенок: $\lambda = f(Re, \Delta/d)$. Эта зона смешанного трения, $\frac{27}{\varepsilon^{1,143}} < Re < 500/\varepsilon$. Коэффициент гидравлического трения определяют по формуле Альтшуля:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta}{d} \right)^{0,25}. \quad (9)$$

4. Зона, в которой число $Re \geq 500/\epsilon$ называется зоной квадратичного сопротивления (зона вполне шероховатых труб). В этой зоне коэффициент гидравлического трения λ зависит только от относительной шероховатости стенок: $\lambda = f(\Delta/d)$ и определяется по формуле Шифринсона:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d} \right)^{0,25}. \quad (10)$$

Графически эти зависимости отражены в графиках Никурадзе (рис. 2).

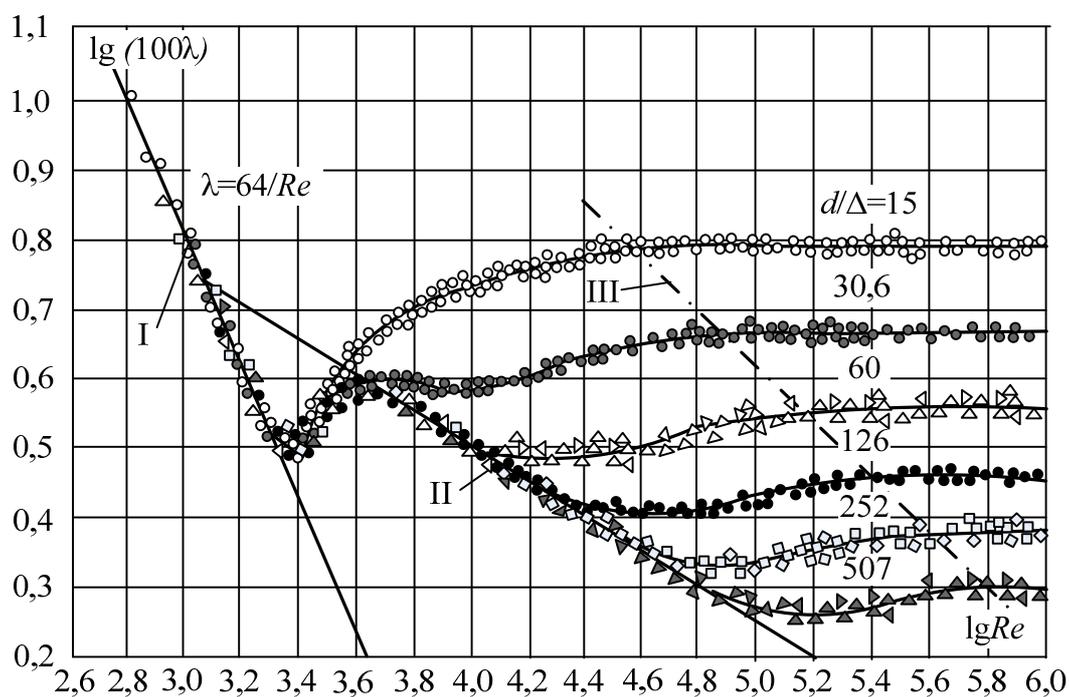


Рис. 2. График Никурадзе

Описание опытной установки

Схема лабораторной установки представлена на рис. 3. Вода из напорного бака 1 поступает в трубопровод 2 с абсолютной шероховатостью $\Delta \approx 0,03$ мм, а затем в трубопровод 3 с абсолютной шероховатостью $\Delta \approx 1,12$ мм. В конце этого трубопровода имеется вентиль 4, с его помощью проводится регулирование расхода воды, а, следовательно, и скорости. Для определения расхода воды имеется мерный бак 5, имеющий водомерное стекло 6. К трубопроводам 2 и 3 подсоединены пьезометры 8. Расстояния между точками присоединения пьезометров по 300 см.

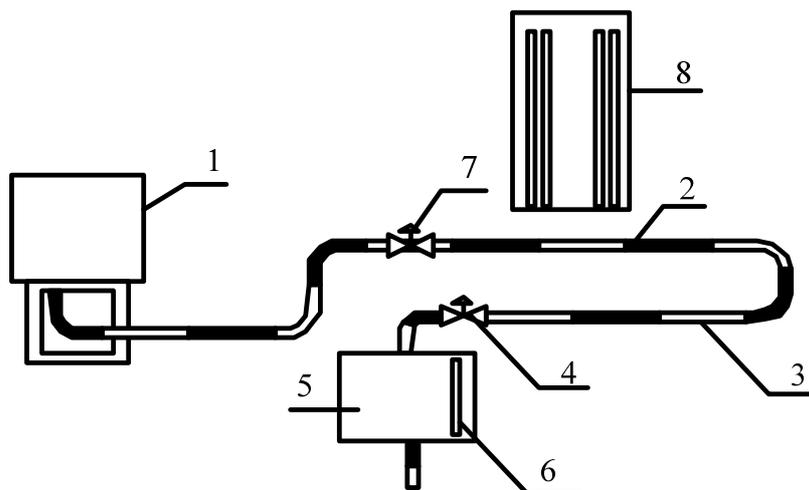


Рис. 3. Схема лабораторной установки

Порядок проведения опыта

1. Открывая вентиль 4, устанавливают разность показаний пьезометров 8.

2. Не изменяя положения вентиля 4, наполняют мерный бак 5 на 10 л, измеряя время наполнения. Одновременно записывают показания по пьезометрам Δh_2 и Δh_3 .

3. По окончании опыта измеряют температуру воды в мерном баке 5.

4. В указанной последовательности опыт проводят 3 раза. В каждом последующем опыте, увеличивая степень открытия вентиля 4, устанавливают различные режимы движения.

5. По опытным данным вычисляют коэффициент гидравлического трения по формуле:

$$\lambda = \frac{\Delta h \cdot 2g \cdot d}{l \cdot v^2}, \quad (11)$$

где Δh – потери напора, соответствующие данному участку (по пьезометрам);

l – длина соответствующего участка;

d – диаметр трубопровода;

v – средняя скорость движения жидкости по трубопроводу;

g – ускорение свободного падения, м/с².

6. Рассчитать теоретические значения коэффициентов гидравлического трения λ для каждого измерения, предварительно определив формулу, по которой следует находить λ .

7. Данные свести в таблицу:

№ п/п	Объем жидкости, $V, \text{см}^3$	Время наполнения, $t, \text{с}$	Потери напора по пьезометрам, см		Расход, $Q, \text{см}^3/\text{с}$	Скорость, $v, \text{см}/\text{с}$	Re	Опытные значения		Теоретические значения	
			Δh_2	Δh_3				λ_2	λ_3	λ_2	λ_3

Примечание: индексы 2 и 3 относятся к трубам 2 и 3 (см. рис.3) соответственно.

8. Указать по каким формулам определяли теоретическое значение коэффициента гидравлического трения λ .

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Пример 1. По стальному трубопроводу диаметром $d = 200$ мм, длиной $l = 3000$ м перекачивается нефть в количестве 90 т/час. Плотность нефти $\rho = 900 \text{ кг}/\text{м}^3$, средняя вязкость – зимой $\nu = 15$, летом $\nu = 5$.

Определить потери напора на трение по длине трубопровода.

Потери напора на трение по длине определяются по формуле Дарси – Вейсбаха:

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Предварительно находим секундный весовой расход жидкости:

$$G = \frac{90 \cdot 1000}{3600} = 25 \text{ кг}/\text{с}$$

и соответствующий ему объемный расход:

$$Q = \frac{G}{\rho} = \frac{25}{900} = 0,028 \text{ м}^3/\text{с}.$$

При этом средняя скорость движения жидкости в трубопроводе будет равна:

$$v = \frac{Q}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{0,028}{\frac{3,14 \cdot 0,2^2}{4}} = 0,89 \text{ м}/\text{с}.$$

Кинематическая вязкость, определяемая по формуле:

$$\nu = 0,0731 \cdot E - \frac{0,0631}{E}$$

будет:

$$\text{– зимой} \quad \nu = 0,0731 \cdot 15 - \frac{0,0631}{15} = 1,092 \text{ см}^2/\text{с};$$

$$\text{– летом} \quad \nu = 0,0731 \cdot 5 - \frac{0,0631}{5} = 0,355 \text{ см}^2/\text{с}.$$

Далее устанавливаем характер режима движения жидкости в трубопроводе. Для этого находим число Рейнольдса:

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu}$$

Имеем:

$$\text{– зимой} \quad Re = \frac{89 \cdot 20}{1,092} = 1630;$$

$$\text{– летом} \quad Re = \frac{89 \cdot 20}{0,355} = 5014.$$

Сравнивая полученные значения с критическим значением числа Рейнольдса $Re_{кр} = 2300$, приходим к выводу, что зимой (когда $Re < Re_{кр}$) в трубопроводе будет иметь место ламинарный режим, а летом (когда $Re > Re_{кр}$) – турбулентный.

Сначала рассматриваем зимние условия перекачки. Для этого случая коэффициент λ в формуле Дарси – Вейсбаха определяется по формуле Пуазейля:

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64}{1620} = 0,0395.$$

Соответствующие потери напора будут:

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,0395 \cdot \frac{3000 \cdot 0,89^2}{0,2 \cdot 2 \cdot 9,81} = 23,9 \text{ м}.$$

В летних условиях так как $Re = 5014$ имеем турбулентный режим движения в области гидравлически гладких труб ($4000 < Re < 10^5$). Поэтому для определения коэффициента λ применяем формулу Блазиуса:

$$\lambda = \frac{0,3165}{Re^{0,25}} = \frac{0,3165}{5014^{0,25}} = 0,0376.$$

При этом

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,0376 \cdot \frac{3000 \cdot 0,89^2}{0,2 \cdot 2 \cdot 9,81} = 22,7 \text{ м}.$$

Задача 1. Определить потери напора при подаче воды со скоростью $v = 0,12$ м/с через трубку диаметром $d = 0,02$ м и длиной $l = 20$ м при температуре воды $t = 10$ °С.

Ответ: $h_{\text{дл}} = 0,0257$ м.

Задача 2. Определить потери напора при движении воды в трубопроводе длиной $l = 2000$ м, диаметром $d = 200$ мм, скорость движения воды $v = 0,1$ м/с при температуре воды $t = 10$ °С. Трубы бетонные с тщательно сглаженной поверхностью ($\Delta = 0,5$ мм).

Ответ: $h_{\text{дл}} = 0,14$ м.

Задача 3. Определить потери напора при движении воды в трубопроводе длиной $l = 1000$ м при расходе $Q = 100$ л/с, если трубы чугунные, бывшие в эксплуатации, диаметром $d = 250$ мм, высота выступа шероховатости $\Delta = 1,35$ мм, температура воды $t = 10$ °С.

Ответ: $h_{\text{дл}} = 26,4$ м.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как определить общие потери напора в системе труб?
2. Как зависит потеря напора по длине $h_{\text{дл}}$ от скорости потока при равномерном движении жидкости в круглой трубе?
3. Объясните, как происходит движение жидкости на начальном участке трубопровода?
4. Оказывает ли влияние режим движения жидкости на потери напора по длине?
5. По какому закону изменяются скорости в сечении при ламинарном режиме движения в трубе круглого сечения?
6. По какому закону изменяются касательные напряжения в трубе круглого сечения?
7. Как связаны средняя и максимальная скорости в поперечном сечении круглой трубы при ламинарном режиме движения?
8. По какому закону изменяются скорости в сечении при турбулентном режиме движения в трубе круглого сечения?
9. Что такое абсолютная шероховатость?
10. Что такое относительная шероховатость?
11. Дайте понятие гидравлически гладких и гидравлически шероховатых труб.

12. Чем обусловлены потери на трение?
13. Изобразите зависимость коэффициента λ от числа Рейнольдса и относительной шероховатости и поясните ее.
14. Как изменится коэффициент гидравлического трения λ при увеличении температуры транспортируемой с постоянным расходом жидкости при ламинарном режиме движения?
15. Как изменится коэффициент λ в квадратичной области сопротивления при увеличении температуры?
16. Как изменится коэффициент λ с увеличением скорости в переходной области?
17. Во сколько раз изменятся потери напора при ламинарном режиме, если расход увеличится в два раза?
18. Во сколько раз изменятся потери напора в области квадратичного сопротивления, если расход уменьшить в два раза?
19. Во сколько раз изменятся коэффициент λ в квадратичной области сопротивления при увеличении расхода в два раза?
20. Что такое эквивалентная шероховатость?
21. Почему значение λ , полученное в опытах Мурина, отличается от значений λ в опытах Никурадзе?
22. Как изменится коэффициент λ при увеличении абсолютной шероховатости Δ , если режим движения ламинарный?
23. Как изменится коэффициент λ в области гидравлически шероховатых труб при увеличении относительной шероховатости?

ЛИТЕРАТУРА

1. Альтшуль А.Д., Кисилев П.Г. Гидравлика и аэродинамика. – М.: Стройиздат, 1975. – 323 с.
2. Штеренлихт Д.В. Гидравлика: Учебник для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 640 с.
3. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – Л.: Энергия, 1982. – 600 с.
4. Ботук Б.О. Гидравлика. – М.: Высш. шк., 1962. – 450 с.
5. Медведев В.Ф. Гидравлика и гидравлические машины: Учеб. пособие. – Мн.: Выш. шк., 1998. – 311 с.
6. Рабинович Е.З. Гидравлика. – М.: Физматгиз, 1963. – 408 с.