## МОДУЛЬ 8

# ПОТЕРИ НАПОРА ПРИ НЕРАВНОМЕРНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ

#### ВВЕДЕНИЕ

Местными гидравлическими сопротивлениями называются элементы трубопроводов, в которых потери энергии происходят за счет деформации потока, вызванные изменением размеров или конфигурации их. Причинами этих потерь являются изменение скорости, отрыв транзитного потока от стенок и вихреобразования. В местном гидравлическом сопротивлении часть механической энергии, которой обладает поток, переходит в тепло и рассеивается в нем.

К простейшим местным сопротивлениям относятся внезапные или постепенные расширения, сужения и повороты канала, трубопровода. Более сложные сопротивления (например, вентиль, клапан и др.) представляют собой соединения или комбинации перечисленных простейших сопротивлений.

При протекании вязкой жидкости через местные сопротивления и участки трубопровода, непосредственно примыкающие к ним (см. модуль 7, п. 1), происходит изменение вектора средней скорости. Обычно причиной изменения средней скорости служит изменение геометрии границ потока (т.е. изменение площади сечения) или изменение направления движения жидкости. Во многих случаях может происходить изменение и значения средней скорости, и направления движения (например, при прохождении жидкости через некоторые фасонные части трубопроводов).

В рассматриваемых случаях на коротких участках потока происходят изменения кинематических параметров. В пределах таких участков движение жидкости неравномерное.

В водопроводных магистральных трубах потери напора на местные сопротивления обычно весьма невелики (не более 10 ÷ 20 % потерь напора на трение). В воздухопроводах вентиляционных и пневмотранспортных установок, в дутьевых установках, котельных потери на преодоление местных сопротивлений часто значительно больше потерь напора на трение. Местные сопротивления являются весьма существенными и при расчете паропроводов.

Тема зацятия	Тип зацетие	Вид (форма)	Кол-во
тема запятия		занятия	
1. Потери напора на начальных участ- ках. Потери напора в местных сопро- тивлениях.	Изучение нового материала	Лекция	2
2. Формула Вейсбаха. Потери напора при внезапном расширении. Формула Борда.	Изучение нового материала	Лекция	2
3. Выход из трубы. Диффузор. Вне- запное сужение. Вход в трубу. Конфу- зоры. Поворот.	Изучение нового материала	Лекция	2
4. Эквивалентная длина. Взаимное влияние местных сопротивлений. За- висимость коэффициентов местных со- противлений от числа Рейнольдса.	Изучение нового материала	Лекция	2
<ol> <li>Определение коэффициентов мест- ных сопротивлений.</li> </ol>	Углубление и сис- тематизация учеб- ного материала	Лаборатор- ная работа	2

### СХЕМА ИЗУЧЕНИЯ МАТЕРИАЛА

### 1. ПОТЕРИ НАПОРА НА НАЧАЛЬНЫХ УЧАСТКАХ ТРУБОПРОВОДОВ

На начальных участках труб происходит изменение распределения кинематических параметров потока от начального их распределения (на входе) до распределения, соответствующего стабилизированному (или равномерному) движению (см. рис. 7.2). Распределение скоростей по живому сечению на входе близко к равномерному. На длине начального участка происходит изменение эпюры скоростей, которая асимптотически приближается к виду, характерному для полностью развитого (стабилизированного) данного режима движения. Как известно, плоская эпюра скоростей при стабилизированном ламинарном движении – парабола, а при стабилизированном турбулентном движении – логарифмическая кривая. Потери напора на начальных участках больше, чем на участках такой же длины данного трубопровода, но при равномерном (стабилизированном) движении: при ламинарном движении – приблизительно на  $(0,1 \div 1,5) \nu^2/2g$  в зависимости от интенсивности турбулентности на входе.

Длина начального участка при ламинарном напорном движении жидкости в трубе по С.М. Таргу равна 0,04 *Re*<sub>d</sub>.

При турбулентном напорном движении длина начального участка зависит от того, будет ли данная труба гидравлически гладкой или гидравлически шероховатой.

Для турбулентного движения длину  $l_{\mu a q}$  для всех областей сопротивления можно определить по формуле, предложенной В.С. Боровковым и Ф.Г. Майрановским:

$$\frac{l_{\mu a \Psi}}{d} = \frac{0,52}{\lambda},$$

где  $\lambda$  – коэффициент Дарси при стабилизированном (равномерном) движении.

Для ламинарного движения с учетом того, что  $\lambda = 64$  / *Re*, эта формула имеет вид:

$$\frac{l_{\mu a u}}{d} = \frac{2,56}{\lambda}.$$

Сравнение этих формул показывает, что при одинаковых значениях  $\lambda$  и *d* длина  $l_{Hay}$  при ламинарном режиме движения в 5 раз больше, чем при турбулентном.

### 2. ПОТЕРИ НАПОРА В МЕСТНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЯХ

При протекании жидкости через местные сопротивления происходит изменение направления вектора средней скорости и его значения, изменение площади и / или ориентации живого сечения. Обычно причиной этих изменений является изменение геометрии границ потока.

При обтекании турбулентным потоком какой-либо преграды (рис. 8.1, *a*) происходит отрыв транзитной струи от твердой стенки. При этом возникают *циркуляционные области A* (если жидкость – вода, то эти зоны называются водоворотными). Остальная часть потока, именуемая *транзитной струей*, отделяется от циркуляционных областей *поверхностью раздела abcd*.

Рис. 8.1. Обтекание преграды турбулентным потоком *а* – действительный поток; *б* – осредненный поток



Поверхность раздела носит неустановившийся и неустойчивый характер: периодически эта поверхность получает местные искривления, которые прогрессируют и переходят в отдельные водовороты (вальцы); эти водовороты попадают затем в транзитную струю и уносятся ею; поверхность раздела снова восстанавливается с тем, чтобы в последующие моменты времени опять распасться и свернуться в водовороты. Постоянное возникновение в районе поверхности раздела водоворотов, попадающих в транзитную струю, способствует повышению пульсаций скоростей и давлений в ней.

Переходя от рис. 8.1, *а* к **осредненному** потоку, водоворотную область показывают несколько условно (рис. 8.1, *б*). Штриховыми линиями здесь представлены линии тока осредненного потока, а не траектории частиц жидкости.

Водоворотная область характеризуется возвратным течением. Сечение 2-2, где заканчивается водоворотная зона, характеризуется как повышенной пульсацией скоростей и давлений, так и наличием сильно деформируемой эпюры скоростей. На протяжении некоторого участка потока между сечениями 2-2 и 3-3 происходит: а) затухание пульсаций до величин, свойственных равномерному движению, и б) выравнивание эпюры скоростей, причем в сечении 3-3 эта эпюра принимает «нормальную» форму, свойственную равномерному течению.

Через поверхность раздела благодаря пульсационным поперечным скоростям происходит некоторый обмен жидкости между водоворотной областью и транзитной струей. Турбулентные касательные напряжения, действующие вдоль поверхности раздела, относительно велики. Поэтому потеря напора в пределах водоворотной зоны получается большая. На длине переходного участка потери напора также повышенные по сравнению с участками равномерного движения.

Если по поверхности раздела *abcd* установить криволинейную твердую стенку, то получим безотрывную транзитную струю, потеря напора при этом значительно уменьшится. Такое снижение потерь напора объясняется тем, что касательные напряжения, возникающие вдоль установленной стенки, значительно меньше турбулентных касательных напряжений, действующих вдоль поверхности раздела.

В результате всех этих явлений часть удельной энергии (напора) затрачивается на преодоление сопротивлений движению жидкости, возникающих в связи с работой сил трения внутри вязкой жидкости, часть механической энергии переходит в теплоту. При этом местные потери напора определяются по рис. 8.2:

$$h_{M.C} = \zeta_{M.C} \frac{\upsilon^2}{2g}$$

где  $\zeta_{m,c}$  – безразмерный коэффициент местного сопротивления.



Рис. 8.2. Схема построения линий полного напора для определения потерь напора на местном сопротивлении: P-P – пьезометрическая линия; H-H – линия полного напора

Коэффициент местного сопротивления показывает, какая часть потерянного пьезометрического напора приходится на единицу скоростного.

$$\zeta_{M.C} = \frac{h_{M.C}}{v^2/2g}.$$

Коэффициенты местных сопротивлений ζ<sub>м</sub>, также как и коэффициенты Дарси λ, могут являться функцией ряда факторов. Среди них главным является геометрическая форма. При напорном установившемся движении в общем случае для данной геометрической формы:

$$\zeta_{M,c} = f(Re, \Delta/d, Ka),$$

где Ка-число Кармана;

 $Ka = \frac{\sigma_u}{v}$  – учитывает турбулентность потока;

σ<sub>*u*</sub> – среднеквадратичное значение пульсационных составляющих;

υ – средняя скорость потока.

Во многих случаях относительная шероховатость не влияет на  $\zeta_{m.c}$ . Влияние числа *Ка* на  $\zeta_{m.c}$  изучено пока недостаточно.

Большинство коэффициентов местных сопротивлений при напорном движении в трубопроводах не зависит от числа Re при  $Re > 5 (10^3 - 10^4)$ .

Рассматривая далее вопрос о величине потерь напора в местных сопротивлениях, будем иметь в виду только область квадратичного сопротивления.

### 3. ПОТЕРИ НАПОРА ПРИ ВНЕЗАПНОМ РАСШИРЕНИИ. ФОРМУЛА БОРДА

На рис. 8.3 показан случай, когда труба, имеющая диаметр  $D_1$ , переходит в трубу, имеющую больший диаметр  $D_2$  ( $D_2 > D_1$ ). Струя, выходящая из первой трубы, на некоторой длине расширяется и в сечении 2-2 заполняет все сечение второй трубы. На длине  $l_e$  струи имеет место отрыв ее от стенок трубы и образование водоворотной зоны A.



Рис. 8.3. К выводу формулы Борда. Внезапное расширение трубопровода

На протяжении расширяющейся струи и переходного участка получаем неравномерное движение.

Между сечениями 1-1 и 2-2 возникает местная потеря напора. Эту потерю назовем *потерей напора на внезапное расширение* и будем обозначать ее через  $h_{s.p.}$ . Впервые расчетную зависимость для  $h_{s.p.}$  получил французский инженер Борда, который уподобил резкое расширение струи явлению удара неупругих твердых тел.

Выведем формулу Борда, пользуясь уравнениями Бернулли и количества движения. Соединяем сечения 1-1 и 2-2 уравнением Бернулли.

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{e.p.}.$$
(8.1)

Примем, что распределение скоростей в сечении 1-1 и 2-2 равномерное, то есть  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ , тогда (8.1) перепишем в следующем виде:

$$h_{g.p.} = \left(\frac{\upsilon_1^2}{2g} - \frac{\upsilon_2^2}{2g}\right) + \left(\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma}\right). \tag{8.2}$$

Разность давлений найдем, пользуясь теоремой механики об изменении количества движения к цилиндрическому объему, заключенному между сечениями 1-1 и 2-2 и стенкой трубы. **Примечание.** Количество движения системы можно выразить через массу системы M и скорость центра масс  $\overline{v}_c$ :

$$\mathcal{K}\mathcal{I} = \overline{Q} = M \cdot \overline{\upsilon}_c$$
.

Теорема импульсов для системы: изменение количества движения системы за какое-либо время равно векторной сумме всех импульсов внешних сил, действующих на систему, за то же время.

$$\Delta \mathcal{K}\mathcal{A} = \overline{Q} - \overline{Q}_0 = \sum \overline{S} ,$$

где  $\bar{Q}_0$  – количество движения системы в момент t = 0;

 $\overline{Q}$  – количество движения в момент время *t*;

 $\overline{S}$  – импульс внешней силы, действующей на точку за время t.

Полный импульс силы  $\overline{F}$  за время *t*, или импульс силы  $\overline{S}$ , определяют по формуле:

$$\overline{S} = \int_{0}^{t} \overline{F} dt = (\sum \overline{F}) dt \,.$$

Масса жидкости, котороя за время dt проходит через сечения 1-1 и 2-2:  $M = \rho \cdot Q \cdot dt$ ,

где *Q* (без черты) – расход жидкости. Тогда:

$$\Delta K \mathcal{I} = \rho \cdot Q \cdot (\upsilon_2 - \upsilon_1) dt = (\sum \overline{F}) dt .$$
(8.3)

В конечном счете, получим:

$$\Delta \mathcal{K}\mathcal{A} = \rho \cdot Q \cdot (\upsilon_2 - \upsilon_1) = \sum \overline{F} . \tag{8.4}$$

Рассмотрим проекции внешних сил на ось потока. В сечении 1-1, взятом по большому диаметру сразу за расширением, действует в направлении потока  $P_1 = p_1 \omega_1$  и сила воздействия кольцевой стенки площадью  $\omega_2 - \omega_1$  на поток  $R = p_1(\omega_2 - \omega_1)$ . Сумма этих сил  $P_1 + R = p_1 \cdot \omega_2$ . Сила давления в сечении 2-2, направлена против движения,  $P_2 = p_2 \cdot \omega_2$ . Проекциями сил трения на боковой стенке пренебрегаем из-за небольшой длины выделенного отсека. Проекция собственного веса отсека между сечениями 1-1 и 2-2 равна нулю.

Запишем (8.4) с учетом всех сил:

$$\rho \cdot Q \cdot (\upsilon_2 - \upsilon_1) = p_1 \omega_2 - p_2 \omega_2, \qquad (8.5)$$

откуда, имея в виду, что  $\rho = \frac{\gamma}{g}$  и  $\upsilon_2 = \frac{Q}{\omega_2}$ , получаем:

$$\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} = \frac{Q(\upsilon_2 - \upsilon_1)}{\omega_2 g} = \frac{(\upsilon_2 - \upsilon_1)}{g} \upsilon_2.$$
(8.6)

Подставляя (8.6) в (8.2), имеем:

$$h_{g.p.} = \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} + \frac{2(v_2 - v_1)v_2}{2g} = \frac{v_1^2 - v_2^2 + 2v_2^2 - 2v_1v_2}{2g}, \quad (8.7)$$

или окончательно:

$$h_{g.p.} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g},$$
 (8.8)

где разность ( $v_1 - v_2$ ) называют *потерянной скоростью*.

Формула (8) называется формулой Борда. Согласно этой формуле потеря напора при резком расширении равняется скоростному напору, отвечающему потерянной скорости.

Так как по уравнению неразрывности  $\upsilon_1 \omega_1 = \upsilon_2 \omega_2$ , то формулу (8.8) можно представить:

$$h_{g.p.} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 \frac{\upsilon_1^2}{2g},$$
$$h_{g.p.} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2 \frac{\upsilon_2^2}{2g}.$$

или

Отсюда коэффициенты сопротивления при внезапном расширении потока:

$$\zeta_{6.p1.} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2; \quad \zeta_{6.p2.} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2.$$

# 4. ВЫХОД ИЗ ТРУБЫ. ДИФФУЗОР. ВНЕЗАПНОЕ СУЖЕНИЕ. ВХОД В ТРУБУ. КОНФУЗОРЫ. ПОВОРОТ

Выход из трубы в неподвижную жидкость (бак, бассейн, водохранилище) является частным случаем внезапного расширения при  $\omega_2 >> \omega_1$ . В этом случае (рис. 8.4) можно использовать выражение для коэффициента сопротивлений при внезапном расширении:

$$\zeta_{6.p1.} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2,$$

а так как  $\omega_2$  в этом случае гораздо больше, чем  $\omega_1$ , то принимаем:

$$\zeta_{Bblx} = 1.$$

Постепенное расширение (рис. 8.5) (диффузоры). В расчетах потери напора в диффузорах часто разделяются на потери, связанные с расширением сечения  $h_p$  и потери по длине диффузора  $h_{\partial n}$ . Соответственно коэффициент сопротивления делится на коэффициенты сопротивления расширения  $\zeta_p$  и  $\zeta_{\partial n}$ .

$$\zeta_{\partial u \phi} = \zeta_p + \zeta_{\partial n}.$$





Рис. 8.4. Выход из трубы

Рис. 8.5. Постепенное расширение

При движении жидкости в диффузоре скорости по длине уменьшаются. Соответственно, по уравнению Бернулли давление увеличивается (градиент dp/dl > 0 – положительный градиент давления). При этом вблизи стенок жидкость обладает столь малой кинетической энергией, что при значительном нарастании давления она останавливается или даже начинает двигаться обратно. Происходит вихреобразование и отрыв потока от стенки. Интенсивность этих явлений возрастает с увеличением угла расширения диффузора. Безотрывное движение жидкости в диффузоре наблюдается при угле  $\theta = 8 - 10^{\circ}$ .

Внезапное сужение. При внезапном сужении (рис. 8.6), так же как и

при внезапном расширении, за кромкой сужения происходит отрыв потока от твердой стенки и образование транзитной струи, которая сначала испытывает сжатие, а затем – расширяется. Между твердой стенкой и поверхностью транзитной струи образуется водоворотная зона. Образуются вихри, которые в результате обмена жидкостью между во-



Рис. 8.6. Внезапное сужение

доворотной зоной и транзитной струей проникают в поток, где гасятся трением. В результате работы сил трения часть механической энергии потока переходит в теплоту.

При числах *Re*>10<sup>4</sup> коэффициент  $\zeta_{в.с.}$  зависит только от отношения  $\omega_2/\omega_1$ . Значения коэффициента  $\zeta_{e.c.}$  приведены в справочниках или определяются по формуле  $\zeta_{B,C_1} = 0.5 \cdot (1 - \omega_2 / \omega_1)$ .



Вход в трубу (рис. 8.7) является частным случаем внезапного сужения. Если труба присоединена перпендикулярно стенке бассейна и кромка входного отверстия острая, то  $\zeta_{ex} = 0,5$ ; при слегка скругленной кромке  $\zeta_{ex} = 0,2 \div 0,25$ , а при весьма плавном очертании входной кромки  $\zeta_{ex} = 0.05 \div 0.1$ .

Рис. 8.7. Вход в трубу

Постепенное сужение (конфузоры) (рис. 8.8). При движении жидкости в конфузоре вдоль потока скорость растет, а давление уменьшается (градиент давления dp/dl < 0). Причин к появлению вихреобразования и



отрыва потока в конфузоре нет. Лишь на выходе из конфузора при прямолинейных образующих труб имеется сжатие потока и отрыв потока от стенки, но эта зона меньше, чем при внезапном сужении.

Опыты показывают, что при одном и том же угле конусности θ потери напора на участках расширения больше, чем на участках сужения.

Поворот. При изменении направления потока появляются центробежные силы, направленные от центра кривизны к внешней стенке трубы. Давление в пределах поворота у внешней стенки больше, чем у внутренней. Соответственно, скорости у внешней стенки меньше, чем у внутренней. Вследствие этого, вдоль боковых стенок трубы, вблизи поверхности которых скорость невелика, будет происходить движение жидкости от внешней стенки к внутренней, то есть возникает поперечная циркуляция в потоке. В результате образуется так называемый парный (двойной) вихрь, который



Рис. 8.9. Поворот

накладывается на поступательное движение; линии тока становятся винтообразными (рис. 8.9). Происходит отрыв потока от обеих стенок, образуются водоворотные области с обратными направлениями линий тока в них у стенок трубы.

Повышенная пульсация скоростей и

интенсивное перемешивание частиц наряду с затратами энергии потока на поддержание водоворотных областей на поворотах приводят к увеличенным потерям напора на повороте по сравнению с потерями на прямолинейных участках.

### 5. ЭКВИВАЛЕНТНАЯ ДЛИНА. ВЗАИМНОЕ ВЛИЯНИЕ МЕСТНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ

Эквивалентная длина. Для упрощения расчета трубопроводов часто используют понятие о так называемой *эквивалентной длине* местного сопротивления, то есть об участке данного трубопровода такой длины, на котором потери напора по длине равны местной потере напора:

$$h_{M,c} = \zeta_{M,c} \frac{\upsilon^2}{2g} = h_{\partial \pi, \Im \kappa \theta_{-}} = \lambda \frac{l_{\Im \kappa \theta}}{d} \frac{\upsilon^2}{2g},$$
$$\frac{l_{\Im \kappa \theta}}{d} = \frac{\zeta_{M,c}}{\lambda}.$$

ИЛИ

Взаимное влияние местных сопротивлений. Приводимые в справочниках экспериментальные данные о коэффициентах местных сопротивлений относятся к движению жидкости с нормальным (выравненным) полем скоростей. В практике местные сопротивления размещены иногда настолько близко одно к другому, что поток между ними не успевает выравниваться, поскольку вихреобразования, возникающие при проходе через местное сопротивление, сказываются на значительном протяжении вниз по течению. То расстояние после местного сопротивления, в пределах которого устанавливается нормальная (выравненная) эпюра скоростей и прекращается влияние местного сопротивления на поток, называется *длиной влияния*  $l_{\rm вл}$  местного сопротивления.

Иногда совокупная потеря напора в системе исчисляется путем простого суммирования потерь напора в отдельных местных сопротивлениях, как если бы каждое сопротивление существовало самостоятельно и независимо от других местных сопротивлений. Этот метод простого суммирования (так называемый принцип наложения потерь, или суперпозиция) дает правильные результаты лишь в том случае, если сопротивления расположены на взаимных расстояниях, превышающих длину влияния. В противном случае возмущающее влияние одного местного сопротивления сказывается на других. Так (рис. 8.10), поворот трубы под углом 30° вызывает сопротивление с коэффициентом  $\zeta = 0,11$ ; поворот под углом 60° дает  $\zeta = 0,47$ ; если же соединить оба поворота последовательно, то вместо увеличения коэффициента сопротивления достигается его уменьшение до  $\zeta = 0,4$ .



Рис. 8.10. К расчету взаимного влияния местных сопротивлений

При больших числах Рейнольдса для оценки длины влияния пользуются соотношением:

$$l_{BR} \ge (30 - 40)d$$
.

В действительности длина влияния зависит как от геометрии местного сопротивления, так и от числа Рейнольдса (возрастая с его увеличением) и относительной шероховатости трубопровода, то есть:

$$\frac{l_{\scriptscriptstyle BI}}{d} = f\left(\zeta_{\scriptscriptstyle KB}; Re; \frac{\Delta}{d}\right).$$

Исследования показали, что длина влияния местного сопротивления во всей области турбулентного движения описывается зависимостями вида:

$$\frac{l_{_{B\!\Pi}}}{d} = f\left(\lambda; \zeta_{_{K\!B}}\right),$$

где λ – коэффициент гидравлического трения трубы, на которой расположены местные сопротивления;

*ζ<sub>кв</sub>* – коэффициент рассматриваемого местного сопротивления в квадратичной области.



Рис. 8.11. Зависимость коэффициента суммарного сопротивления двух поворотов от расстояния между ними

В случаях, когда расстояние между отдельными местными сопротивлениями меньше длины влияния, суммарную величину коэффициента местных сопротивлений можно установить с помощью экспериментов. Она может быть как больше, так и меньше суммы соответствующих величин коэффициентов единичных сопротивлений в зависимости от длины прямого участка между ними.

На рис. 8.11 показано изменение суммарного коэффициента сопротивления двух незакругленных поворотов под углом α = 45° в зависимости от длины вставки между ними.

# 6. ЗАВИСИМОСТЬ КОЭФФИЦИЕНТОВ МЕСТНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ОТ ЧИСЛА РЕЙНОЛЬДСА

Приведенные в справочных таблицах данные о коэффициентах местных сопротивлений относятся к турбулентному движению с большими числами Рейнольдса, когда влияние вязкости проявляет себя незначительно. При движении жидкости с малыми числами Рейнольдса коэффициенты местных сопротивлений зависят не только от геометрических характеристик каждого местного сопротивления, но и от числа Рейнольдса.

Зависимость коэффициента  $\zeta_{M}$  для различных местных сопротивлений от числа Рейнольдса приведены в справочной литературе. В большин-

стве случаев с увеличением Re коэффициент сопротивления  $\zeta_{M}$  уменьшается (рис. 8.12). Автомодельность коэффициентов от Re при резких переходах наступает при  $Re \ge 3000$ , а при плавных переходах – при  $Re \ge 10000$ .

При очень малых числах *Re* жидкость течет через местные сопротивления без отрыва; потери напора обуславливаются непосредственным действием сил вязкого трения и пропорциональны скорости потока в первой степени. Коэффициенты местного сопротивления в этом случае связаны с числом Рейнольдса зависимостью:





$$\zeta_{M.C} = A/Re,$$

где *А* – коэффициент, зависящий от вида местного сопротивления и степени стеснения потока (приведен в таблицах).

С увеличением числа *Re* наряду с потерями на трение возникают потери напора, обусловленные отрывом потока и образованием вихрей (переходная область сопротивления). При достаточно больших числах Рейнольдса вихреобразование приобретает основное значение, потери напора становятся пропорциональны квадрату скорости, так как коэффициент перестает зависеть от числа Рейнольдса и определяется только геометрией потока.

Для ориентировочной оценки коэффициентов местных сопротивлений (в переходной области) может служить следующая формула:

$$\zeta_{M.C} = \frac{A}{Re} + \zeta_{\kappa \beta}$$

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6 «ИЗМЕРЕНИЕ ПОТЕРЬ НАПОРА В МЕСТНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЯХ»

#### Цель работы:

1. Получить опытным путем значения коэффициентов местных сопротивлений  $\zeta$  (дзэта): вентиля –  $\zeta_{вент}$ ; пробочного крана –  $\zeta_{np.kp}$ ; внезапного расширения –  $\zeta_{в.p}$ ; внезапного сужения –  $\zeta_{в.c}$ .

2. Сравнить значения ζ<sub>*в.р.*</sub> и ζ<sub>*в.с.*</sub>, полученные в опытах, с теоретическими.

#### Общие сведения

Всякое изменение направления потока жидкости и его скорости (всякая деформация) влечет за собой уменьшение энергии потока. Потерянная механическая энергия обращается в тепловую, которая рассеивается в окружающей среде (стенках трубопровода, атмосфере, грунте). Участки трубопровода, на которых происходят потери энергии потока жидкости, называются *гидравлическими сопротивлениями*.

Гидравлическое сопротивление называется местным, если участок трубопровода, занимаемый им, одного порядка с диаметром трубопровода. Примерами местных сопротивлений могут служить сужение и расширение потока (изменение скорости потока по величине), колена, изменение скорости потока по направлению, тройники (то и другое вместе), вентили, задвижки, краны, клапаны и др.

Потери энергии, возникающие при деформации потока жидкости на местных сопротивлениях, отнесенные к единице веса жидкости, называются *местными потерями напора*.

Напор, теряемый на местных сопротивлениях  $h_{M,C}$ , выражается в долях скоростного напора и определяется как:

$$h_{m.c.} = \zeta_{m.c} \cdot \frac{\upsilon^2}{2g}, \qquad (1)$$

где  $\zeta_{M,C}$  – коэффициент местного сопротивления, являющийся для данного сопротивления величиной постоянной.

170

Скоростной напор жидкости до и после местного сопротивления остается постоянным (если d = const), восстанавливаясь, несмотря на изменения в пределах местного сопротивления, за счет перехода в него пьезометрического напора.

Коэффициент местного сопротивления показывает, какая часть потерянного на данном местном сопротивлении пьезометрического напора приходится на единицу скоростного, то есть:

$$\zeta_{M,C} = \frac{h_{M,C} \cdot 2g}{v^2},\tag{2}$$

где  $h_{M,c} = \Delta p / \gamma$  – потерянный пьезометрический напор;

 $\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$  – разность пьезометрических напоров до и после мест-

ного сопротивления;

υ – средняя скорость движения жидкости в трубопроводе.

При ламинарном движении коэффициент  $\zeta_{M,C}$  является функцией числа *Re*:

$$\zeta_{\scriptscriptstyle M,C} = A + \frac{B}{Re},\tag{3}$$

где A и B – const, различные для разных местных сопротивлений.

При малых значениях Re второе слагаемое оказывает существенное влияние на  $\zeta_{_{M,C}}$ .

Для случая внезапного расширения – сужения коэффициент местного сопротивления  $\zeta_{\rm M,c}$  может быть определен теоретически.

При внезапном расширении основные потери напора возникают за счет соударения частиц жидкости, движущихся со скоростью  $v_1$ , с частицами жидкости, движущихся со скоростью  $v_2$ , незначительная часть энергии расходуется на вихреобразование (рис. 1).



Рис. 1. Внезапное расширение

Французский ученый Борд, исходя из теории удара, получил зависимость для определения потерь энергии при внезапном расширении потока в напорном трубопроводе:

$$h_{g.p.} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g},$$
(4)

где  $v_1$  и  $v_2$  – средние скорости потока соответственно на узком и широком участках трубопровода.

Теорему Борда можно сформулировать следующим образом: потеря напора при внезапном расширении потока равна скоростному напору, соответствующему потерянной скорости.

Воспользовавшись уравнением неразрывности:

$$\upsilon_1 \cdot \omega_1 = \upsilon_2 \cdot \omega_2,$$

формулу (4) можно привести к одному из следующих двух видов:

$$h_{g.p.} = (1 - \frac{\omega_1}{\omega_2})^2 \cdot \frac{\upsilon_1^2}{2g}$$
(5)

$$h_{g.p.} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2 \cdot \frac{\upsilon_2^2}{2g}.$$
 (6)

Если ввести обозначения:

$$\left(1-\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 = \zeta_{e.p.}; \qquad \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}-1\right)^2 = \zeta_{e.p.}$$

то выражения (5) и (6) могут быть приведены к общему виду формул для определения потерь напора:

$$h_{6.p.} = \zeta_{6.p.} \cdot \frac{v_1^2}{2g}$$
 или  $h_{6.p.} = \zeta_{6.p.} \cdot \frac{v_2^2}{2g}$  (7)

При внезапном сужении (рис. 2) происходит сжатие струи (ее площадь уменьшается до  $\omega_c$ ). Учитывая, что потери напора обусловлены в основном расширением струи, коэффициент  $\zeta_{g.c.}$  можно определить по формуле:

$$\zeta_{\theta.c.} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_c} - 1\right)^2 \tag{8}$$

Заменяя степень сжатия струи коэффициентом сжатия:



Рис. 2. Внезапное сужение

#### Описание опытной установки

Вода в трубопровод (рис. 3) поступает из напорного бака и, пройдя по трубопроводу с установленными на нем местными сопротивлениями 1, 2, 3, 4, 5 сливается в мерный бак 6. Пьезометрические напоры до и после местных сопротивлений измеряются пьезометрами, установленными на щите 8. С помощью вентиля 5, можно регулировать расход и, следовательно, скорость движения жидкости в трубопроводе.



Рис. 3. Схема лабораторной установки

### Порядок проведения работы

1. Полностью открыть вентиль 1 и пробочный кран 2.

2. Открыть вентиль 5 с таким расчетом, чтобы мениски жидкости в пьезометрах оставались в пределах стеклянных трубок.

3. Не изменяя положение вентиля 5, измерить секундный расход жидкости в трубопроводе. Для этого по водомерному стеклу 7 (цена одного деления 2,5 л = 2500 см<sup>3</sup>), установленному на мерном бачке 6, определить, за какое время t (по секундомеру) протекает объем воды V (например, 10 л).

4. Расход жидкости *Q* определяют по формуле: Q = V/t, (см<sup>3</sup>/с).

5. Измерить перепад уровней жидкости  $\Delta h$  (потерянный пьезометрический напор) в пьезометрах до и после пробочного крана 1, вентиля 2, внезапного расширения 3 и внезапного сужения 4.

6. Изменяя степень открытия вентиля 5, повторить экспериментальное наблюдение трижды.

7. Закончив опыты, слить воду из мерного бака 6, перекрыть трубопровод.

8. Для каждого замера определить значение коэффициентов местных сопротивлений ζ<sub>*м*,*c*</sub> по формуле:

$$\zeta_{M.c} = \frac{2g \cdot \Delta h}{v^2},$$

где  $\Delta h$  – потери напора на соответствующих местных сопротивлениях;  $\upsilon$  – средняя скорость потока  $\upsilon = Q/\omega$ ;

ω – площадь поперечного сечения потока;

g – ускорение свободного падения, см/ $c^2$ .

8. Сравнить полученные результаты для  $\zeta_{{}_{6.p.}}$  с теоретическим

$$\zeta_{e.p.} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2$$
, полученные значения  $\zeta_{e.c.}$  с теоретическим  $\zeta_{e.c.} = \left(\frac{1}{\epsilon} - 1\right)^2$ .

9. Данные свести в табл. 1.

Таблица 1

	ы ви	Вид сопротивления							
Измеряемые и искомые величины	Единиц измерен	пробочный		вентиль		внезапное		внезапное	
		кран				расширение		сужение	
		1	2	1	2	1	2	1	2
Объем жидкости, V	CM <sup>3</sup>								
Время наполнения объ-	C								
ема, <i>t</i>	0								
Расход, $Q = V / t$	$cm^3/c$								
Скорость, $\upsilon = Q / \omega$	см/с								
Разность уровней, $\Delta h$	СМ								
Диаметр, <i>d</i>	СМ	2,56	2,56	2,56	2,56	2,56	2,56	2,56	2,56
Диаметр, <i>D</i>	СМ			—	—		10	10	10
Площадь, ω <sub>1</sub>	см <sup>2</sup>								
Площадь, ω <sub>2</sub>	см <sup>2</sup>	-	-	_	_	-			
Коэффициент $\zeta_{M.C}$ (экс-									
периментальные значе-									
ния), $\zeta_{M.C} = \frac{2g \cdot \Delta h}{v^2}$									
Теоретическое значе-									
ние $\zeta_{\theta.p.} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2$ .	—	_	_	_	_	_		_	_
Теоретическое значе-									
ние $\zeta_{\boldsymbol{\theta}.\boldsymbol{c}.} = \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)^2$	_	—	—	—	—	—	_		

Экспериментальная таблица

#### Коэффициент сжатия ε можно принимать по табл. 2.

Таблица 2

$\omega_1 / \omega_2$	0,01	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
3	0,611	0,612	0,616	0,622	0,633	0,644	0,662

Коэффициент сжатия

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется местным сопротивлением?

2. Почему возникают потери напора в местных сопротивлениях?

3. Опишите движение жидкости на начальном участке трубопровода.

4. Как определить длину начального участка при ламинарном режиме движения жидкости в круглой трубе?

5. Как определить длину начального участка при турбулентном режиме движения жидкости в круглой трубе?

6. Как Вы думаете, почему длина начального участка при ламинарном режиме движения больше, чем при турбулентном?

7. Опишите движение жидкости через местные сопротивления.

8. Изобразите схематически характер течения при внезапном расширении потока.

9. Выведите формулу Борда. Какой она имеет физический смысл?

10. Изобразите схематически характер течения для местного сопротивления выход из трубы.

11. Изобразите схематически характер течения жидкости через диффузор.

12. Изобразите схематически характер течения жидкости через внезапное сужение.

13. Изобразите схематически характер течения жидкости через вход в трубу.

14. Изобразите схематически характер течения жидкости через конфузор.

15. Что такое эквивалентная длина?

16. Объясните, почему происходит взаимное влияние местных сопротивлений? 17. Что такое длина влияния местного сопротивления?

18. Можно ли использовать табличное значение коэффициента ζ при небольших числах *Re*? Объясните Ваш ответ.

19. Как происходит изменение значения коэффициента ζ от числа *Re*?

20. При каких числах *Re* наблюдается автомодельность коэффициента ζот *Re*?

### ЛИТЕРАТУРА

1. Альтшуль А.Д., Кисилев П.Г. Гидравлика и аэродинамика.– М.: Стройиздат, 1975. – 323 с.

2. Штеренлихт Д.В. Гидравлика: учебник для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 640 с.

3. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – Л.: Энергия, 1982. – 600 с.

4. Ботук Б.О. Гидравлика. – М.: Высш. шк., 1962. – 450 с.

5. Медведев В.Ф. Гидравлика и гидравлические машины: Учеб. пособие. – Мн.: Выш. шк., 1998. – 311 с.

6. Рабинович Е.З. Гидравлика. – М.: Физматгиз, 1963. – 408 с.

#### МОДУЛЬ 9

# ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ ТРУБОПРОВОДОВ ПРИ НАПОРНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ

#### ВВЕДЕНИЕ

При напорном движении трубопровод работает полным сечением. В этом случае живое сечение потока равно площади поперечного сечения трубопровода  $\omega$ . При таком движении любое изменение расхода потока в какомлибо сечении трубопровода не вызывает изменения живого сечения потока, а приводит лишь к изменению давления и скорости движения жидкости.

Под простым трубопроводом будем понимать трубопровод, не имеющий ответвлений и состоящий из труб одного диаметра. Движение жидкости в трубопроводе обусловлено напором, равным разности H напоров в резервуарах – питателе и приемнике (рис. 9.1, a) или разности напоров в резервуаре-питателе и в струе на выходе из трубы (рис. 9.1,  $\delta$ ). Если указанная разность напоров не будет изменяться во времени, то движение *установившееся*.



Рис. 9.1. Гидравлические схемы движения жидкости в простом трубопроводе: *a* – истечение под уровень; *б* – истечение в атмосферу

Установившееся движение такое, когда в каждой точке области, где движется жидкость, местные скорости во времени не изменяются.

На различных участках трубопровода движение жидкости может быть равномерным и неравномерным. Равномерное движение наблюдается на линейных участках трубопровода находящихся вне зоны влияния местных сопротивлений и входа в трубу. Неравномерное движение наблюдается вблизи местных сопротивлений и участки стабилизации. Равномерным движением называется движение, при котором площадь живого сечения имеет постоянную форму и величину, причем местные скорости в соответственных точках по длине трубопровода одинаковы. При равномерном движении эпюры скоростей для всех сечений имеют не только одинаковую площадь, но и одинаковую форму. Средняя скорость при таком движении всегда постоянная для всех сечений.

Неравномерным движением называется такое движение, при котором:

а) живые сечения вдоль потока изменяют свою величину;

б) живые сечения вдоль потока сохраняют свою величину, но местные скорости в соответственных точках оказываются неравными друг другу.

По соотношению напоров, потерянных на преодоление сопротивлений на линейных участках и на участках местных сопротивлений, простые трубопроводы делятся на длинные и короткие.

В гидравлически длинном трубопроводе потери напора по длине настолько превышают местные потери, что при расчете трубопровода их не учитывают, а принимают как некоторую часть потерь по длине. Обычно потери напора в местных сопротивлениях принимают  $5 \div 10$  % от потерь по длине.

*В коротком трубопроводе* потери напора по длине и местные потери сопоставимы по значению. При гидравлическом расчете коротких трубопроводов учитываются как местные потери напора, так и потери напора по длине.

Полная потеря напора  $h_{nom}$  на пути от сечения 1-1 до сечения 2-2 (рис. 9.2) выразится в виде:



Рис. 9.2. Сложение потерь напора

Потери напора по длине определяются по формуле Дарси – Вейсбаха:

$$h_{\partial n} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{\upsilon^2}{2g},$$

а потери напора в местных сопротивлениях по формуле Вейсбаха:

$$h_{M} = \zeta_{M} \frac{\upsilon^{2}}{2g}.$$

## СХЕМА ИЗУЧЕНИЯ МАТЕРИАЛА

Тема занятия	Тип занятия	Вид (форма) занятия	Кол-во часов
1. Расчет простого трубопровода постоян- ного диаметра. Три типа задач расчета тру- бопровода.	Изучение ново- го материала	Лекция	2
2. Последовательное и параллельное со- единение труб. Расчет трубопровода с не- прерывным изменением расхода по длине.	Изучение ново- го материала	Лекция	2
3. Сифонный трубопровод. Гидравличе- ский расчет разветвленного трубопровода.	Изучение ново- го материала	Лекция	2
4. Гидравлический удар в трубах. Формула Н.Е. Жуковского.	Изучение ново- го материала	Лекция	2
5. Расчет трубопроводов	Углубление и систематизация учебного материала	Практиче- ское занятие	6

# 1. РАСЧЕТ ПРОСТОГО ТРУБОПРОВОДА ПОСТОЯННОГО ДИАМЕТРА

Случай истечения жидкости под уровень (рис. 9.3). Рассмотрим установившееся движение жидкости: скорость  $\upsilon$  в трубопроводе не изменяется во времени; разность H уровней в сосудах A и B, соединяемых трубопроводом, постоянна.



Рис. 9.3. Истечение жидкости под уровень

Найдем величину расхода *Q* для трубопровода. С этой целью используем уравнение Бернулли:

1. Намечаем живые сечения 1-1 и 2-2 (рис. 9.3): для этих сечений известно давление ( $p = p_{am}$ ) и, кроме того, известны скорости ( $v_A \approx v_B \approx 0$ ).

2. Намечаем плосткость сравнения 0-0; эту плоскость удобно провести по сечению 2-2; при этом *z*<sub>2</sub> обратится в нуль.

3. Запишем уравнение Бернулли:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_{nom.}.$$
 (9.1)

4. Выясняем значения отдельных членов, входящих в это уравнение:

 $z_1 = H; v_1 = v_A = 0; v_2 = v_A = 0; p_1 = p_2 = p_{am}; z_2 = 0; \alpha = 1,$  (9.2)

где *H* – разность уровней жидкости в сосудах *A* и *B*.

5. Подставляем (9.2) в (9.1), получаем:

$$H = h_{nom}$$
.

Как видно, при истечении под уровень разность уровней Н целиком расходуется на потери напора в трубе.

Выразим теперь потерю напора  $h_{nom}$  через скорость в трубе:

$$H = h_{M.c.} + h_{\partial \pi} = \left(\sum \zeta_{M}\right) \frac{\upsilon^{2}}{2g} + \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{\upsilon^{2}}{2g} = \left(\sum \zeta_{M} + \lambda \frac{l}{d}\right) \cdot \frac{\upsilon^{2}}{2g}.$$
 (9.3)

Дальше получаем:

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\sum \zeta_{M} + \lambda \frac{l}{d}}} \cdot \sqrt{2gH}$$

$$Q = \omega \cdot \upsilon = \frac{\pi \cdot d^{2}}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sum \zeta_{M} + \lambda \frac{l}{d}}} \sqrt{2gH} .$$
(9.4)

откуда:

Случай истечения в атмосферу (рис. 9.4). Здесь также рассматриваем установившееся движение:  $\upsilon = \text{const}$ ; H = const, где H – превышения уровня жидкости в сосуде A над центром выходного сечения.



Рис. 9.4. Истечение в атмосферу

Используя уравнение Бернулли (9.1), сечения 1-1, 2-2 и плоскость сравнения *0-0*, получаем:

$$z_1 = H; v_1 = v_A = 0; v_2 = v; p_1 = p_2 = p_{am}; z_2 = 0; \alpha = 1.$$

Подставляя эти величины в уравнение Бернулли, получаем

$$H = h_{nom} + \frac{v^2}{2g}, \qquad (9.5)$$

где v – скорость в сечении 2-2;  $h_{nom} = h_{\partial n} + h_{M}$ .

Из расмотрения (9.5) можно сделать следующее правило: *при* истечении в атмосферу напор *H* тратится на потери напора в трубе и на образование скоростного напора в выходном живом сечении.

Далее:

$$H = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{\upsilon^2}{2g} + \left(\sum \zeta_{\scriptscriptstyle M}\right) \frac{\upsilon^2}{2g} + \frac{\upsilon^2}{2g} = \left(1 + \sum \zeta_{\scriptscriptstyle M} + \lambda \frac{l}{d}\right) \cdot \frac{\upsilon^2}{2g}, \qquad (9.6)$$

откуда:

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{1 + \sum \zeta_{M} + \lambda \frac{l}{d}}} \cdot \sqrt{2gH}$$

и, следовательно: 
$$Q = \omega \cdot \upsilon = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \sum \zeta_M + \lambda \frac{l}{d}}} \sqrt{2gH}$$
. (9.7)

#### 2. ТРИ ТИПА ЗАДАЧ РАСЧЕТА ТРУБОПРОВОДА

Можно выделить три типа задач расчета простого трубопровода, методика решения которых выясняется ниже на примере трубопровода постоянного диаметра.

Задача первого типа

Дано:

расход жидкости – Qвязкость – vразмеры трубопровода – l, dшероховатость стенок –  $\Delta$ Найти – H Порядок решения задачи:

1. По известным Q, d, v находится число Re:

$$Re = \frac{4Q}{\pi \cdot d \cdot \nu}$$

и определяется режим движения жидкости.

2. По найденому числу Рейнольдса определяется значение λ в зависимости от зоны сопротивления.

3. Напор *Н* определяется из формул:

– для случая истечения под уровень:

$$H = \left(\sum \zeta_{M} + \lambda \frac{l}{d}\right) \cdot \frac{8 \cdot Q^{2}}{\pi^{2} \cdot d^{4}g}$$
(9.8)

– для случая истечения в атмосферу:

$$H = \left(1 + \sum \zeta_{M} + \lambda \frac{l}{d}\right) \cdot \frac{8 \cdot Q^{2}}{\pi^{2} \cdot d^{4}g}$$
(9.9)

#### Задача 2-ого типа

Дано: напор – Hвязкость жидкости – vразмеры трубопровода – l, dшероховатость стенок –  $\Delta$ Найти – Q

Порядок решения задачи:

1. Определяется режим движения путем сравнения напора *H* с его критическим значением:

$$H_{\kappa p} = \frac{32 \cdot v^2 l}{g \cdot d^3} Re_{\kappa p}, Re_{\kappa p} = 2320.$$
(9.10)

Если  $H < H_{\kappa p}$ , режим ламинарный, если  $H > H_{\kappa p}$  – турбулентный.

2. Задача решается методом последовательных приближений. В случае ламинарного режима расход определяется из формул (9.4) или (9.7); (9.8') или (9.9'). Однако прямое вычисление здесь затруднено, так как коэффициенты  $\zeta_{M}$  и  $\lambda$  являются функцией числа *Re*. Поэтому в первом приближении  $\lambda$  определяется из выражения:

$$\lambda = \frac{64}{Re_{\kappa p}} = \frac{64}{2320}.$$
(9.11)

Далее определятся расход Q и средняя скорость  $\upsilon = Q/\omega$ . По найденной средней скорости определяется число  $Re_1$ . Число  $Re_1$  сравнивается с  $Re_{\kappa p}$ , если разность между  $Re_{\kappa p}$  и вновь рассчитанным  $Re_1$  оказывается  $\leq 5$  %, то расчет считают оконченным. Если же разность оказывается > 5 %, то по формуле (9.11) определяется величина  $\lambda_1$ , где уже вместо  $Re_{\kappa p}$  подставляют значение  $Re_1$ . Далее по одной из формул (9.4) или (9.7); (9.8') или (9.9') определяют значение  $Q_1$ , затем – среднею скорость  $\upsilon_1$  и далее число  $Re_2$ . Затем  $Re_2$  сравнивают с  $Re_1$ , если разность  $\leq 5$  %, то расчет считают оконченным. Если же разность оказывается > 5 %, то повторяют расчет до тех пор, пока разность между последним значением числа  $Re_i$  и предыдущим  $Re_{i-1}$ не окажется  $\leq 5$  %. Такой метод решения задачи называется *методом последовательно приближения*.

В случае турбулентного режима в качестве первого приближения *предполагают, что трубопровод работает в области квадратичного сопротивления*. Такое предположение позволяет по известным d и  $\Delta$  определить величину  $\lambda$  по формуле Шифринсона:

$$\lambda = 0.11 \left(\frac{\Delta}{d}\right)^{0.25}$$

По формулам (9.4) или (9.7) определятся Q. По найденному Q рассчитывается  $Re_1$ . Далее по формуле  $Re_{\kappa g} = 500 \frac{d}{\Delta}$  определяют нижнюю границу области квадратичного сопротивления. Если  $Re_1 \ge Re_{\kappa g}$ , то сделанное предположение подтверждается и на этом расчет окончен. Если же  $Re_1 < Re_{\kappa g}$ , то по значению  $Re_1$  определяют в какой области работает трубопровод (см. модуль 7, п. 3.5 и рис. 7.11). Для этой области по соответствующей формуле определяют  $\lambda_1$ , затем находят  $Q_1$  и далее  $Re_2$ . После чего  $Re_2$  сравнивают с  $Re_1$ , если разность  $\leq 5$ %, то расчет считают оконченным. Если же разность оказывается > 5%, то повторяют расчет до тех пор, пока разность между последним значением числа  $Re_i$  и предыдущим  $Re_{i-1}$  не окажется  $\leq 5$ %. При этом следят в какой области сопротивления работает трубопровод и  $\lambda_i$  определяют по соответствующей формуле.

Целесообразно графическое решение задачи, основанное на построении характеристики трубопровода H = f(Q). Характеристика строится по уравнениям (9.8) или (9.9) с учетом вида истечения жидкости из трубопровода. Для построения графика задаются значениями Q и для каждого Q определяют значение H. Строят график (рис. 9.5).



По оси ординат откладывается заданный напор *H* (известный из задания) и по графику определяется соответствующий ему расход *Q*.

### Задача З-его типа

Дано: напор – Hрасход – Qвязкость жидкости – vдлина трубопровода – lшероховатость стенок –  $\Delta$ Найти – d

Задача решается графически, путем построения зависимости требуемого напора H от диаметра трубопровода d при заданном расходе Q. Задавая





ряд значений d, для каждого из которых определяется величина  $\lambda$  с учетом области сопротивления, вычисляют соответствующие значения напоров H по формулам (9.8) или (9.9).

Результаты подсчетов сводятся в график H = f(d) (рис. 9.6), позволяющий по заданному H определить d и далее уточнить необходимую величину H при выборе ближайшего большего стандартного диаметра d.

### 3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ И ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ТРУБ

Рассмотрим систему из последовательно соединенных длинных труб различных диаметров и длин. В общем случае материал труб может быть различным. Система соединяет два резервуара (рис. 9.7).

По трубопроводу, составленному из последовательно соединенных труб, проходит неизменяющийся по



из последовательно соединенных труб

длине транзитный расход Q. На каждом (*i*-том) участке рассматриваемого трубопровода для пропуска расхода Q затрачивается часть суммарного напора H, равная:

$$H_i = \lambda_i \frac{l_i}{d_i^5} \frac{8 \cdot Q^2}{g \cdot \pi^2} = h_{\partial \pi \cdot i}, \qquad (9.12)$$

где i = 1, 2, 3, ..., n – номер участка трубопровода.

Поскольку местными потерями пренебрегаем, напор *H* затрачивается на преодоление потерь напора по длине и равен сумме потерь напора на отдельных участках:

$$H = H_1 + H_2 + \dots + H_n = \sum_{i=1}^{i=n} H_i .$$
(9.13)

При параллельном соединении длинных трубопроводов между точками *M* и *N* проходит несколько труб (рис. 9.8).

Разность пьезометрических напоров в начале и в конце труб составляет напор *H*, полностью затрачиваемый на преодоление сопротивлений. На каждом участке трубы движение происходит под



действием одного и того же напора. Но связи с различными длинами участков гидравлические уклоны на каждом участке будут разными:

$$I_i = \frac{H}{l_i},$$

где *i* – номер участка трубы.

Расход, проходящий по любому участку, равен:

$$Q_i = \frac{\pi \cdot d_i^2}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda \frac{l_i}{d_i}}} \sqrt{2gH} .$$
(9.14)

Для всех *n* участков имеем *n* уравнений для  $Q_i$  в форме (9.14).

Сумма расходов на отдельных участков должна быть равна общему расходу, поступающему в систему параллельно соединенных трубопроводов в точке M, и выходящему из системы в точке N:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = \sum_{i=1}^{i=n} Q_i$$
 (9.15)

Тким образом, имеем n + 1 уравнение: n уравнений вида (9.14) и уравнение (9.15).

В результате можем определить необходимый напор *H* и расход в каждой из параллельно соединенных линий.

Из (9.14) найдем:

$$H = \lambda_i \frac{l_i \upsilon_i^2}{d_i 2g} = Q_i^2 \lambda_i \frac{l_i}{d_i 2g \omega_i^2}.$$
(9.16)

### 4. РАСЧЕТ ТРУБОПРОВОДА С НЕПРЕРЫВНЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ РАСХОДА ПО ДЛИНЕ

Часто встречаются случаи, когда по длине трубопровода происходит раздача некоторой части расхода или всего расхода, причем отбор жидкости (воды) потребителями происходит в нескольких сечениях по длине трубопровода (рис. 9.9).

К таким трубопроводам относятся городские и сельские водопроводы, дренажные коллекторы работают в условиях увеличения расхода по длине.



Рассмотрим случай, когда жидкость (вода) забирается из трубопровода равномерно по его длине. Такой случай представлен на рис. 9.9. Обозначим через q расход, отдаваемый трубой на сторону с одной единицы ее длины. Очевидно, что при равномерной отдаче воды на сторону расход в трубе Q уменьшается по линейному закону. Имея это в виду, эпюру расходов воды в самой трубе можно представить трапецией: правая крайняя ордината этой эпюры выражает транзитный расход  $Q_m$ ; левая крайняя ордината этой эпюры выражает расход в начальном сечении трубы, этот расход равен  $Q_m + ql$ .

Потерю напора для трубы, имеющий переменный по длине расход определяют по выражению:

$$h_{\partial n} = Q_{pacy}^2 \frac{\lambda \cdot l}{d \cdot 2g \cdot \omega^2}.$$

В случае отсутствия транзитного расхода ( $Q_m = 0$ ) расчетный расход определяется:

$$Q_{pacy} = \frac{1}{\sqrt{3}}ql = 0,58 \cdot ql.$$

При наличии транзитного расхода ( $Q_m \neq 0$ ) расчетный расход находят по следующей приближенной формуле:

$$Q_{pacy} \approx Q_m + 0.55 \cdot ql.$$

## 5. СИФОННЫЙ ТРУБОПРОВОД

Сифоном называется самотечная труба, часть которой расположена выше горизонта жидкости в сосуде, который ее питает (рис. 9.10).

Ограничимся рассмотрением истечения жидкости из сифона под уровень.



Рис. 9.10. Сифон

Если трубу, представленную на чертеже, каким-либо образом заполнить жидкостью, то после этого начнется движение жидкости из верхнего сосуда в нижний. В том, что жидкость в такой трубе будет двигаться, можно убедится из следующего.

Наметим сечение трубы n-n и обозначим превышение его над горизонтом жидкости: в левом сосуде – через h' и в правом сосуде – через h''. Если предположить, что жидкость, заполняющая сифон, находится в покое, то можем написать:

а) давление в сечении *n-n* с левой стороны:

$$p_1 = p_{am} + (-h\gamma);$$

б) давление в сечении *n-n* с правой стороны:

$$p_2 = p_{am} + (-h \gamma),$$

где (-h') и (-h'') – соответствующие заглубления сечения *n*-*n* под горизонтом жидкости в сосудах.

Как видно,  $p_1 > p_2$ . отсюда понятно, что жидкость в трубе не может находиться в покое: она будет двигаться слева направо, то есть в сторону меньшего давления.

Рассмотрим установившееся движение жидкости в сифоне. Наметим два сечения: 1-1 и 3-3. Соединяя эти сечения уравнением Бернулли, получим формулу для расхода Q в трубе в виде следующей зависимости:

$$Q = \omega \cdot \upsilon = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda \frac{l}{d}}} \sqrt{2gH} .$$

Характерным для сифона является то, что в нем имеет место вакуум. Наибольшая величина вакуума будет в сечении *n*-*n*, наиболее высоко расположенном.

Найдем максимальную величину вакуума в сифоне. С этой целью наметим по линии *n-n*, где ищем вакуум, сечение 2-2 и затем соединим сечения 1-1 и 2-2 уравнением Бернулли (плоскость сравнения проведем на уровне горизонта жидкости в левом сосуде):

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_{nom.},$$

где  $z_1 = 0;$  $z_2 = h'$ :

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_{am}}{\gamma}; \quad \frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_n}{\gamma}; \quad \frac{\alpha v_1^2}{2g} \approx 0; \quad \frac{\alpha v_2^2}{2g} \approx \frac{v^2}{2g},$$

где *v* – скорость в трубе;

*p*<sub>*n*</sub> – давление в сечении *n*-*n*.

Потери напора  $h_{nom}$  на пути от сечения 1-1 до сечения 2-2 выражаем через формулу Дарси – Вейсбаха:

$$h_{nom} = h_{\partial \pi} = \lambda \frac{l_{1-2}}{d} \cdot \frac{\upsilon^2}{2g},$$

l – длина трубы сифона от сечения 1-1 до сечения 2-2. где

Запишем уравнение Бернулли с учетом выше сформулированных условий:

$$\frac{p_{am}}{\gamma} = h' + \frac{p_n}{\gamma} + \frac{\upsilon^2}{2g} + \lambda \frac{l_{1-2}}{d} \cdot \frac{\upsilon^2}{2g}$$

$$\frac{p_{am}}{\gamma} - \frac{p_n}{\gamma} = h' + \left(1 + \lambda \frac{l_{1-2}}{d}\right) \frac{\upsilon^2}{2g};$$

ИJ

так как

$$\frac{p_{am}}{\gamma} - \frac{p_n}{\gamma} = h_{Ba\kappa}^{Ma\kappa},$$
$$h_{Ba\kappa}^{Ma\kappa} = h' + \left(1 + \lambda \frac{l_{1-2}}{d}\right) \frac{\upsilon^2}{2g}.$$

(9.20)

то

Из формулы (9.20) видно, что  $h_{ga\kappa}^{Ma\kappa}$  зависит от h'; если h' будет велико, то и  $h_{ga\kappa}^{Ma\kappa}$  будет велико. При больших  $h_{ga\kappa}^{Ma\kappa}$  струя в сифоне может разорваться, и сифон перестанет работать. Считают, что для нормальной работы сифона величина  $h_{ga\kappa}^{Ma\kappa}$  должна быть такой, при которой удовлетворяется условие:

$$h_{\scriptscriptstyle BAK}^{\scriptscriptstyle MAK} < h_{\scriptscriptstyle BAK}^{\scriptscriptstyle \partial On}$$
,

где  $h_{Bak}^{don}$  – вакуум, допустимый по условиям невозможности образования разрыва турбулентной струи.

Величину  $h_{ga\kappa}^{\partial on}$  для воды (при нормальном атмосферном давлении) можно принять равной:

$$h_{\text{вак}}^{\partial on} = 6 \div 7$$
 м вод. ст.

Анализируя вопрос о разрыве струи в сифоне, надо учитывать следующие обстоятельства.

1. В сифоне из жидкости должен выделяться растворенный воздух (в связи с уменьшением давления в районе сечения *n*-*n*). Этот воздух скапливается в виде воздушного «мешка» в верхней точке сечения *n*-*n*. Выпуск его через какой-либо клапан невозможен: при открытии клапана в районе сечения *n*-*n* атмосферный воздух будет поступать в трубу, увеличивая воздушный «мешок». Этот «мешок» может быть удален из сифона только при помощи особого насоса.

2. При достаточно большей величине h' движение жидкости в сифоне следует представлять себе по схеме на рис. 9.11, a: наибольший объем кавитационных паровоздушных областей (с давлением паров  $p_{n,n}$ ) имеет место в сечении n-n. По мере движения жидкости от сечения n-n к выходу эти кавитационные области, увлекаемые потоком, закрываются и постепенно исчезают.

Увеличивая размер h' можно получить условия, когда объем паровоздушной области увеличиться настолько, что мы получим картину, приближающую к схеме на рис. 9.11, б. При дальнейшем увеличении h' произойдет полный разрыв струи, как показано на рис. 9.11, в.



В заключении отметим, что напорная линия 1 и пьезометрическая линия 2 в случае сифона выглядят, как показано на рис. 9.10: первая «ступенька» линии 1 выражает потерю напора на вход в трубу, потерю по длине до первого поворота трубы и потерю напора в этом повороте. Полная потеря в сифоне равна *H*.

# 6. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОГО ТРУБОПРОВОДА

Различают следующие виды сложного трубопровода:

а) разветвленный или тупиковый;

б) кольцевой.

Рассмотрим расчет разветвленного сложного трубопровода, питаемого из бака *Б*, установленного на водонапорной башне (рис. 9.12). Такой трубопровод состоит из *магистрали* (линия 1-2-3-4) и *ответвлений* (линий 2-5 и 3-6).



Рис. 9.12. К расчету разветвленного трубопровода: *P* – река, *K* – береговой колодец, *C* – насосная станция, *Б* – водонапорная башня, *I* – самотечная труба, *I* – всасывающая труба, *III* – напорная труба, 1-2-3-4 – магистраль, 2-5 и 3-6 – ответвления

Случай, когда высотное положение водонапорного бака не задано. Для гидравлического расчета рассматриваемой сети труб должны быть заданы:

– длины *l* отдельных труб и начертание сети их в плане местности в горизонталях;

– расчетные расходы воды, забираемые в отдельных точках сети:  $q_4, q_5, q_6$ :

— расход q', забираемый с 1 м длины того или другого трубопровода (линия 2-5);

– минимально допустимые отметки горизонта воды в воображаемых пьезометрах, подключенных к концевым точкам сети (точкам 4, 5, 6):  $\nabla'_4, \nabla'_5, \nabla'_6$ . Задавая  $\nabla'_4, \nabla'_5, \nabla'_6$ , мы тем самым задаем гидродинамические давления в точках 4, 5, 6, а также высоты *a*, на которые вода в этих точках может подняться («самотеком») над поверхностью земли, если трубопровод, как показано на рис. 9.12, проложен в земле (см., например, точку 4).

В результате гидравлического расчета можем найти: диаметр труб *d*, а также отметку горизонта воды в водонапорной баке, обеспечивающую подачу заданных расходов воды в заданные точки сети.
#### Общий ход расчета.

1. Устанавливаем расчетные расходы воды для отдельных участков сети. Расчетный расход какого-либо участка сети должен равняться сумме расходов, забираемых из сети ниже (по течению) этого участка. Например, расчетный расход для участка 3-4:

$$Q_{3-4} = q_4;$$

расчетный расход для участка 1-2:

$$Q_{1-2} = q_4 + q_5 + q_6 + q'l_{2-5};$$

расчетный расход для участка 2-5:

$$Q_{2-5} = q_5 + 0,55q'l_{2-5}.$$

2. Выбираем линию трубопроводов, которую следует рассматривать как магистральную. В качестве магистрали намечаем линию: наиболее нагруженную расходами, наиболее длинную, характеризуемую наибольшими отметками ⊽ поверхности земли.

#### Расчет магистрали 1-2-3-4.

Задаемся для отдельных участков магистрали так называемой экономической скоростью v<sub>эк</sub>; эта скорость может быть принята равной v<sub>эк</sub>≈ 1 м/с, данная скорость зависит от диаметра труб.

2. Установив скорости для отдельных участков магистрали, находим диаметры труб магистрали:

$$d' = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot \upsilon_{_{\mathcal{H}}}}};$$

полученное значение *d*' округляем до ближайшего (большего или меньшего) сортаментного значения *d*.

3. Зная для каждой трубы ее диаметр и расход, определяем для всех участков магистрали потери напора по формуле:

$$h = \left(\sum \zeta_{\scriptscriptstyle M} + \lambda \frac{l}{d}\right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot d^4 g}.$$
(9.21)

4. Имея величины h для отдельных участков магистрали, строим пьезометрическую линию (рис. 9.12). Построение этой линии начинаем с конца магистрали, зная отметку  $\nabla'_4$ . Идя от точки n против течения и откладывая по вертикали вверх найденные величины  $h_{3-4}$ ,  $h_{2-3}$ ,  $h_{1-2}$ , получаем пъезометрическую линию. Построив пьезометрическую линию, легко можем написать следующую зависимость, по которой и определяем отметку  $\nabla_{E}$ :

$$\nabla_{\mathcal{B}} = \nabla_{4}' + \sum h,$$

где  $\sum h$  – потери напора по длине всей магистрали.

Отметка  $\nabla_{\mathcal{B}}$  определяет высоту водонапорной башни  $H_{\mathcal{B}}$ .

#### Расчет ответвлений.

Построив пьезометрическую линию для магистрали, мы тем самым задали напоры в начале каждого ответвления. В случае ответвлений задан напор в начале и в конце каждого ответвления. Находим потерю напора как разницу напоров в начале и в конце ответвления. Из формулы (9.21) находим диаметр ответвления. Полученное значение диаметра округляем до ближайшего большего сортаментного значения.

# 7. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ УДАР КАК НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ УПРУГОЙ ЖИДКОСТИ В УПРУГИХ ТРУБОПРОВОДАХ

Неустановившееся движение характеризуется тем, что значения местных скоростей и давления в пространстве, занятом движущейся жидкостью, изменяются с течением времени, то есть:

$$u_x = f(x, y, z, t); \ u_y = f(x, y, z, t);$$
  
 $u_z = f(x, y, z, t); \ p = f(x, y, z, t).$ 

Неустановившееся движение, так же как и установившееся, может быть безнапорным и напорным, одномерным, плоским и трехмерным, ламинарным и турбулентным. Примером неустановившегося напорного движения может служить гидравлический удар.

Гидравлический удар – явление, возникающее в текущей жидкости при быстром изменении скорости в одном из сечений. Это явление характеризуется возникновением волны повышенного или пониженного давления, которая распространяется от места изменения скорости и вызывает в каждом сечении колебания давления и деформации стенок трубопровода. При резком уменьшении скорости движения воды в стальных трубопроводах на каждое уменьшение скорости 1 м/с давление в трубопроводе возрастает приблизительно на 1,0 – 1,2 МПа, то есть на 10 – 12 ат. Вследствие этого могут возникать осложнения в нормальной работе трубопровода вплоть до разрыва стенок и аварий оборудования насосных станций. При гидравлическом ударе возможно также и резкое падение давления вплоть до давления насыщенных паров жидкости при данной температуре.

Как следствие появления столь низкого давления при гидравлическом ударе возможен даже разрыв жидкости. При этом может быть нарушена нормальная работа трубопровода. Вместе с тем в некоторых случаях гидравлический удар может иметь и положительное значение.

Первые исследования гидравлического удара были, выполнены Н.Е. Жуковским в 1898 г. Им была детально проанализирована физика процесса, выведены дифференциальные уравнения удара, дано их общее решение, найдены основные расчетные зависимости для вычисления изменения давлений при гидравлическом ударе. Н.Е. Жуковский провел также экспериментальные исследования гидравлического удара на водопроводе г. Москвы. В дальнейшее развитие исследований и расчетов гидравлического удара большой вклад внесли советские ученые.

К возникновению гидравлического удара могут приводить различные причины: 1) быстрое закрытие или открытие запорных и регулирующих устройств; 2) внезапная остановка насоса; 3) выпуск воздуха через гидранты на оросительной сети при заполнении трубопроводов водой (обычно гидравлический удар может начаться в заключительной стадии выпуска воздуха): 4) пуск насоса при открытом затворе на нагнетательной линии.

Характер процесса гидравлического удара зависит от вызвавших его причин. Так, при резком закрытии затвора в конце трубопровода гидравлический удар начнется с повышения давления, которое от затвора будет распространяться вверх по трубопроводу, а затем сменится понижением давления. Если закрытый затвор в конце трубопровода резко откроется, то гидравлический удар начнется с понижения давления, которое затем сменится повышением давления.

## 7.1. Гидравлический удар при мгновенном закрытии затвора

Рассмотрим случай гидравлического удара при закрытии затвора, расположенного в конце горизонтальной прямолинейной цилиндрической трубы круглого поперечного сечения, подсоединенной к открытому резервуару (рис. 9.13).

Исходные данные для расчета: длина трубы *L*, диаметр *D*, площадь  $\omega$ , толщина стенок трубы *e*, средняя скорость потока в трубе при установившемся движении (до гидравлического удара)  $\upsilon_0$ , модуль упругости материала стенок трубы *E*, модуль упругости жидкости  $E_{\mathcal{H}}$ , плотность жидкости  $\rho$ ; избыточный гидродинамический напор в трубопроводе до гидравлического удара  $H_0 = p_0/\rho g$ .



Рис. 9.13. Схема трубопровода к рассмотрению гидравлического удара

Кроме того, примем следующие допущения:

1) размеры резервуара столь велики, что уровень в нем остается постоянным независимо от явлений, происходящих в трубопроводе;

2) потери напора и скоростной напор до закрытия затвора малы, поэтому пьезометрическая линия практически совпадает с горизонтальной линией;

3) движение жидкости в трубе принимается одномерным, то есть все местные скорости считаются равными средней скорости, давление также считается одинаковым во всех точках живого сечения. Характеристики такого движения зависят только от продольной координаты.

В момент времени  $t_0$  затвор мгновенно закрылся. Если бы жидкость была абсолютно несжимаема ( $E_{\mathcal{H}} = \infty$ ), а стенки трубопровода абсолютно неупругие ( $E = \infty$ ), то вся масса жидкости мгновенно остановилась бы и при этом произошло бы очень большое повышение давления.

В реальных условиях упругость стенок трубопровода и сжимаемость жидкости изменяют характер протекания процесса и значения возникающих повышений давления.



Рис. 9.14. Участок трубопровода вблизи задвижки в момент ее закрытия

Поверхность *n-n* на рис. 9.14, отделяющая часть жидкости, находящейся под действием волны гидравлического удара, от невозмущенной гидравлическим ударом жидкости, есть фронт ударной волны.

За бесконечно малый отрезок времени  $\Delta t$  после мгновенного закрытия остановится слой *mmnn*, непосредственно примыкающий к затвору. Толщина этого слоя  $\Delta l$  зависит от упругих свойств жидкости и материала

стенок трубопровода. В момент времени  $t = t_0 + \Delta t$  слои жидкости, расположенные выше по течению от сечения *n*-*n*, продолжают двигаться со скоростью  $v_0$  в сторону затвора. Под влиянием этих слоев остановившаяся масса жидкости в отсеке *m*-*n* сжимается, стенки трубопровода растягиваются, давление повышается на  $\Delta p$  и становится равным  $p = p_0 + \Delta p$ . В освободившийся в результате этого объем в отсек *m*-*n* через сечение *n*-*n* за время  $\Delta t$  поступает часть жидкости еще не остановившихся слоев.

Повышение давления при гидравлическом ударе можно определить, применив теорему об изменении количества движения (импульсов) к массе остановившейся жидкости.

В проекциях на направление движения имеем:

– импульс внешних сил, действующих на выбранную массу:

 $-\Delta p\omega \Delta t$ ,

– изменение количества движения выбранной массы:

 $-(\rho\omega_0\Delta l\upsilon_0 + \rho\omega\upsilon_0\Delta t\upsilon_0),$ 

где  $\rho \omega v_0 \Delta t$  – масса жидкости, втекшей в отсек *mn* за время  $\Delta t$ . Приняв  $\omega = \omega_0$  имеем:

$$\Delta p \Delta t = \rho \Delta l \upsilon_0 + \rho \upsilon_0^2 \Delta t \,.$$

Обозначив  $c = \Delta l / \Delta t$ , получим формулу Н.Е. Жуковского:

$$\Delta p = \rho c \upsilon_0 + \rho \upsilon_0^2, \qquad (9.22)$$

или

$$\Delta p / \rho g = \Delta H = c \upsilon_0 / g + \upsilon_0^2 / g , \qquad (9.23)$$

где *с* – скорость распространения волны гидравлического удара вдоль трубопровода, то есть скорость ударной волны. В общем случае *с* – скорость распространения любого малого возмущения в жидкости.

Так как  $\upsilon_0 \ll c$ , обычно считают:

$$\Delta p = \rho c \upsilon_0.$$

После мгновенного закрытия затвора фронт *n-n* ударной волны распространяется вдоль трубопровода со скоростью *c*. Слои жидкости последовательно, начиная от ближайшего к затвору, останавливаются, их скорость гасится до нуля.

На рис. 9.15 показан «мгновенный снимок» состояния трубопровода, эпюры распределения давления и скорости по длине трубопровода в момент времени  $t = t_0 + l/c$ . Фронт *n-n* ударной волны прошел путь l за промежуток времени l/c после закрытия задвижки. На этом участке трубопровода давление увеличилось на  $\Delta p$  и стало равным  $p = p_0 + \Delta p$ , а скорость движения жидкости погасилась до нуля, то есть v = 0, стенки трубопровода растянуты, жидкость находится в сжатом состоянии, плотность равна  $\rho + \Delta \rho$ .



В момент времени  $t = t_0 + L/c$  фронт *n-n* ударной волны достиг резервуара и занял положение *n*'*n*' (рис. 9.16).



В этот момент времени жидкость в трубопроводе находится в мгновенном состоянии покоя ( $\upsilon = 0$ ) по всей длине трубопровода *L*. Давление увеличилось на  $\Delta p$  и стало равным  $p = p_0 + \Delta p$ , стенки трубопровода растянуты, жидкость сжата, плотность равна  $\rho + \Delta \rho$ . Такое состояние системы не является устойчивым, так как по исходному предположению уровень, а следовательно, и давление в резервуаре не зависит от явлений, происходящих в трубопроводе. Таким образом, давление в резервуаре на уровне оси трубопровода (рис. 9.15) сохранит свое первоначальное значение, равное  $p_0$ .

$$t = t_0 + L/c$$

В связи с этим в момент времени  $t = t_0 + L/c$  возникает движение жидкости из трубы в резервуар со скоростью  $v_0 = |\Delta p/\rho c|$ , равной первоначальной, но направленной в противоположную сторону, то есть слой жидкости в трубопроводе, примыкающий к резервуару, начнет вытекать в сторону резервуара. При этом давление в трубопроводе падает до давления  $\rho_0$  и стенки трубопровода восстанавливают первоначальную форму. Явление распространяется по трубопроводу к затвору.

Следовательно, в момент времени  $t = t_0 + L/c$  возникает обратная отраженная от резервуара волна, которая со скоростью с распространяется от резервуара к затвору. В трубопроводе восстанавливается первоначальное давление  $p_0$  и создается скорость –  $v_0$ . Рис. 9.17 соответствует моменту времени  $t = t_0 + L/c + (L-l)/c = t_0 + (2L-l)/c$ . К этому моменту времени отраженная волна прошла путь L-l, равный расстоянию от резервуара до сечения *n*-*n*. На этом участке трубопровода давление равно  $p_0$ , скорость движения жидкости  $v = -v_0$ , стенки трубопровода и жидкость находятся в начальном состоянии, соответствующем давлению  $p_0$ . На участке трубопровода длиной *l* давление равно  $p = p_0 + \Delta p$ , скорость движения жидкость ор +  $\Delta p$ .

В момент  $t = t_0 + 2L/c$  отраженная волна достигнет задвижки и заключенная в трубопроводе масса жидкости приобретет всюду начальный объем и давление  $\rho_0$ , находясь, однако, в состоянии движения в сторону резервуара. Инерция движущейся массы приведет к тому, что в момент времени  $t = t_0 + 2L/c$  давление в сечении *m-m* у задвижки понизится на  $\Delta p = \rho c v_0$ .



Рис. 9.17. Гидравлический удар. Момент времени  $t = t_0 + (2L - l)/C$ 

Считаем, что давление при установившемся движении  $p_0$  таково, что в процессе гидравлического удара давление в трубе остается выше давления насыщенных паров жидкости  $p > p_{Hn}$  при данной температуре. Вследствие этого жидкость не может оторваться от затвора и внутри нее не образуются пустоты (каверны).

Понижение давления будет сопровождаться остановкой жидкости и деформацией стенок трубы. Явление будет распространяться от затвора к резервуару со скоростью *c*. Таким образом, в момент времени  $t = t_0 + 2L/c$  у задвижки возникнет волна пониженного давления  $p = p_0 - \Delta p$ . Эта волна начнет распространяться со скоростью *c* от затвора к резервуару, создавая в трубопроводе новое состояние, характеризующееся падением скорости движения жидкости до v = 0 и сжатием стенок трубы.

К моменту времени  $t = t_0 + 2L/c + l/c$  эта волна пройдет путь l, то есть достигнет сечения *n*-*n*.

На рис. 9.18 показаны «мгновенный снимок» состояния трубопровода, эпюры распределения по длине трубопровода давления  $p/\rho g$  и скорости  $\upsilon$  в момент времени  $t = t_0 + (2L+l)/c$ . На участке трубопровода длиной *l* в этот момент времени давление равно  $p = p_0 - \Delta p$ , скорость движения жидкости  $\upsilon = 0$ , жидкость находится в состоянии, соответствующем давлению  $p = p_0 - \Delta p$ , плотность  $\rho - \Delta \rho$ , стенки трубопровода сжаты; на участке трубопровода длиной L - l в этот момент времени давление равно  $p_0$ , скорость движения жидкости  $\upsilon = -\upsilon_0$ , стенки трубопровода и жидкость находятся в начальном состоянии, соответствующем давлению  $p_0$ , плотность равна  $\rho$ .



Рис. 9.18. Гидравлический удар. Момент времени  $t=t_0+(2L+l)/C$ 

В момент времени  $t = t_0 + 3L/c$  волна пониженного давления достигнет резервуара.

Так как наступивший покой всей жидкости в этом разреженном (при  $p < p_0$ ) состоянии не может сохраняться вследствие того, что в резервуаре давление постоянно  $p = p_0$ , то в сечении n'-n' снова появляется скорость движения жидкости  $v_0$  в направлении от резервуара к затвору, то есть в момент времени  $t = t_0 + 3L/c$  возникает отраженная от резервуара волна, которая со скоростью с распространяется к задвижке, создавая в трубопроводе новое состояние с первоначальным давлением  $p_0$  и скоростью  $v_0$ .

В момент времени  $t = t_0 + 3L/c + (L-l)/c$  эта волна достигнет сечения на расстоянии *l* от затвора.

На рис. 9.19 показаны «мгновенный снимок» состояния трубопровода, эпюры распределения скорости  $\upsilon$  и давления  $p/\rho g$  по длине трубопровода в момент времени  $t = t_0 + 3L/c + (L-l)/c$ . На участке трубопровода длиной l в этот момент времени давление равно  $p = p_0 - \Delta p$ , скорость движения жидкости  $\upsilon = 0$ , жидкость находится в разреженном состоянии, соответствующем указанному давлению, плотность  $\rho = \Delta \rho$ , стенки трубопровода сжаты. На участке трубопровода длиной L-l в этот момент времени давление равно  $p_0$ , скорость движения жидкости  $\upsilon = \upsilon_0$ , стенки трубопровода и жидкость находятся в начальном состоянии, соответствующем давлению  $p_0$ , плотность равна  $\rho$ .



Рис. 9.19. Гидравлический удар. Момент времени  $t = t_0 + 3L/c + (L - l)/c$ 

В момент времени  $t = t_0 + 4L/c$  отраженная волна достигнет затвора. В этот момент времени вся жидкость в трубопроводе будет находиться в первоначальном состоянии с давлением  $p_0$  и скоростью  $v_0$ , направленной в сторону закрытой задвижки. В связи с этим произойдет новый гидравлический удар, давление у затвора опять мгновенно повысится до  $p = p_0 + \Delta p$  и явление повторится в вышеописанной последовательности. На рис. 9.20 показано изменение давления в сечении *m-m* у затвора. Давление представлено отрезками, отличающимися от  $p_0$  попеременно на  $+\Delta p$  и  $-\Delta p$ , причем чередование происходит через промежуток времени 2L/c, который называется *фазой удара*  $\tau_0$ . Период колебаний масс жидко-

сти при гидравлическом ударе равен  $T_0 = 2\tau_0$ .

Диаграмма давления в точке, находящейся на расстоянии *l* от затвора, показана на рис. 9.21. Промежутки времени, в течение которых давление в точке *l* отличается OT будут  $p_{0},$ меньше, чем в сечении у затвора. Длительность этих промежутков равна  $\tau_l = 2(l-l)/c$  как для повышенного давления, так и для пониженного. Период же колебаний остается прежним:  $T_0 = 2\tau_0$ .

Изменение скорости в точке, находящейся на расстоянии *l* от затвора, показано на рис. 9.22. Здесь в соответствии с проведенным выше анализом, чередуются фазы скорости  $\upsilon = +\upsilon_0 c$  фазаскорости  $\upsilon = 0$ ΜИ И  $v = -v_0$ . У входа в трубопровод скорость скачкообразно меняется от  $+v_0$  на  $-v_0$  в моменты времени L/c, 5L/c, 9L/c и т.д. и от +v<sub>0</sub> на -v<sub>0</sub> в моменты 3*L/c*, 7*L/c* и т. д.



Рис. 9.22. Диаграмма изменения скорости

Рассмотренный выше процесс гидравлического удара соответствует случаям, когда потерями на трение можно пренебречь.

Гидравлический удар, начинающийся с волны повышения давления называют *положительным*, а начинающийся с волны понижения давления – *отрицательным*.

Если внезапно откроется прежде закрытое регулирующее устройство в конце трубопровода, то давление у затвора вначале резко уменьшится на  $\Delta p$ , затем через интервал времени, равный фазе, сменится повышением давления и т.д. Процесс можно проанализировать так же, как для гидравлического удара, начинающегося с повышения давления.

С резкого понижения давления начинается и гидравлический удар при внезапной остановке насоса. Вода из нагнетательной линии после отражения с большой скоростью возвращается по направлению к насосу. Если на напорной линии за насосом установлен обратный клапан, при ударе воды об обратный клапан пониженное давление сменится резким повышением давления.

## 7.2. Скорость распространения волны гидравлического удара

Определим скорость распространения ударной волны в упругом трубопроводе круглого поперечного сечения. Рассмотрим отсек длиной  $\Delta l$ (см. рис. 9.14).

В течение времени  $\Delta t$  движение жидкости выше рассматриваемого участка  $\Delta l$  происходит, как и до закрытия затвора, со скоростью  $v_0$ . За счет этого в рассматриваемый отсек за время  $\Delta t$  войдет объем жидкости:

$$\Delta W = Q\Delta t = \omega_0 \upsilon_0 \Delta t . \tag{9.24}$$

Этот объем займет часть объема отсека  $\Delta l$ , который образовался за счет растяжения стенок трубопровода ( $\Delta W_1$ ) из-за повышения давления на  $\Delta p$  и за счет сжатия жидкости в отсеке( $\Delta W_2$ ).

При растяжении стенок радиус трубы станет равным  $r = r_0 + \Delta r$ , площадь сечения трубы  $\omega$  увеличится по сравнению с первоначальным значением  $\omega_0$  и  $\Delta W_1$  примет вид:

$$\Delta W_1 = (\omega - \omega_0) \Delta l = \Delta \omega \Delta l . \qquad (9.25)$$

Первоначальный объем жидкости в отсеке  $\omega_0 \Delta l$  при увеличении давления на  $\Delta p$  уменьшится на величину:

$$\Delta W_2 = \beta_c \omega_0 \Delta l \Delta p \,, \tag{9.26}$$

или с учетом того, что  $\beta_c = 1/E_{\mathcal{H}}$  (см. модуль 1, п. 1), на величину:

$$\Delta W_2 = \omega_0 \Delta l \Delta p / E_{\mathcal{H}} . \tag{9.27}$$

Понятно, что

$$\Delta W = \Delta W_1 + \Delta W_2$$

Подставляя значения  $\Delta W$ ,  $\Delta W_1$  и  $\Delta W_2$  по (9.24), (9,25) и (9.26), получаем:

$$\omega_0 \upsilon_0 \Delta t = \omega_0 \Delta l \frac{\Delta p}{E_{\mathcal{H}}} + \Delta \omega \Delta l \qquad (9.28)$$

$$\upsilon_0 \frac{\Delta t}{\Delta l} = \frac{\Delta \omega}{\omega_0} + \frac{\Delta p}{E_{\mathcal{H}}}$$
(9.29)

ИЛИ

Подставляя из (9.23)  $v_0$  и переходя к пределу  $\Delta t \rightarrow 0$ , получаем:

$$\frac{dp}{\rho c^2} = \frac{d\omega}{\omega_0} + \frac{dp}{E_{\mathcal{H}}}$$

Отсюда скорость распространения ударной волны

$$c = \sqrt{\frac{dp/\rho}{dp/E_{\mathcal{H}} + d\omega/\omega_0}}.$$
(9.30)

Приведем формулу (9.30) к виду, удобному для использования в расчетах. Примем, что напряжение в стенках трубы подчиняется формуле Мариотта:

$$\sigma = pD/2e$$
.

Далее принимаем, что деформации подчиняются закону Гука, E и  $E_{\mathcal{H}}$  не зависят от давления. С учетом сказанного:

$$\frac{d\omega}{\omega_0} = \frac{d(\pi r^2)}{\pi r_0^2} = 2\frac{\pi r dr}{\pi r_0^2} = 2\frac{dr}{r_0}$$

Заменяя относительное удлинение  $dr/r_0 = d\sigma/E$ , получаем:

$$\frac{d\omega}{\omega_0} = 2\frac{d\sigma}{E}.$$

Подставив согласно формуле Мариотта:

$$d\sigma = \frac{D}{2e}dp,$$
  
$$\frac{d\omega}{\omega_0} = \frac{dp}{E}\frac{D}{e}.$$
 (9.31)

получим

Подставив (9.31) в (9.30), найдем:

$$c = \sqrt{\frac{E_{\mathcal{H}}/\rho}{1 + \frac{D}{e} \cdot \frac{E_{\mathcal{H}}}{E}}}.$$
(9.32)

Если труба абсолютно жесткая ( $E = \infty$ ), то:

$$c_0 = \sqrt{E_{\mathcal{H}}/\rho} \ . \tag{9.33}$$

Последнее выражение представляет собой скорость распространения возмущений (в данном случае – ударной волны) при неупругих стенках трубопровода. Она равна скорости звука  $c_0$  в жидкости, занимающей неограниченно большой объем.

Если стенки трубы упругие, то (*D/e*) (*K/E*) > 0 и  $c < c_0$ . При температуре воды 10 °C принимают  $c_0 = 1425 \div 1435$  м/с. Для расчетов примем  $E_{\mathcal{H}c} = 20, 3 \cdot 10^8$  Па, тогда:

$$c_{0} = \sqrt{\frac{20, 3 \cdot 10^{8}}{1000}} = 1425 \text{ M/c},$$

$$c = \frac{1425}{\sqrt{1 + \frac{D}{e} \cdot \frac{E_{\mathcal{H}}}{E}}}.$$
(9.34)

для воды

7.3. Гидравлический удар при резком понижении давления (с разрывом сплошности потока)

Если давление в трубопроводе понизится до давления (упругости) насыщенных паров жидкости при данной температуре, то начнется «холодное кипение», образуются пары жидкости. При резком уменьшении давления могут образоваться полости, заполненные смесью пара и воздуха (при достаточно низком давлении), то есть произойдет *разрыв сплошности потока*, разрыв «колонны» жидкости. Так как движение жидкости в трубопроводе не остановилось, то при возникновении отраженных волн с изменением направления массы жидкости устремляются к месту разрыва сплошности. При быстром сжатии полости с пониженным давлением происходит соударение масс (колонн) жидкости. Повышение давления при этом превышает  $\Delta p$ , найденное по формуле Жуковского.

По исследованиям различных авторов повышение давления при разрыве сплошности  $\Delta p_{p.cn.}$  может быть найдено по следующему соотношению:

$$\Delta p_{p.cn.} = \rho c \upsilon_0 + (1 \div 2) p_0,$$

где *р*<sub>0</sub> – давление при установившемся движении.

Для уточнения коэффициента перед *р* требуется дальнейшее накопление экспериментальных данных.

Гидравлический удар с разрывом сплошности потока может произойти при внезапной остановке насоса (рис. 9.22). Подача воды насосом прекращается, а движение воды по инерции по трубопроводу еще происходит. При этом в потоке могут возникнуть разрывы сплошности. При перемене направления движения, которая произойдет вследствие отражения и преломления волн гидравлического удара, разорвавшиеся части колонны жидкости встречаются, и давление очень сильно возрастает по сравнению с гидравлическим ударом без разрыва сплошности.

На характер и количественные характеристики гидравлического удара с разрывом сплошности помимо указанных факторов (модуля упругости жидкости и материала стенок трубопровода, отношения диаметра к толщине стенки, относительного времени закрытия регулирующего устройства, воздухосодержания, объемного содержания твердых частиц и т.д.) влияют и такие важные факторы, как режимы работы насосной станции, очертание трассы трубопровода (наличие переломов в вертикальном профиле и конфигурация сети в плане, наличие обратных клапанов, тупиковых участков, отводов, мест разделения и соединения потоков, резких поворотов трубопроводов и т.д.).

Влияние этих факторов на место образования разрывов сплошности, объемы полостей, образующихся при разрыве, длины и скорости движения соударяющихся колонн приводятся в нормативных документах.

Разрыв сплошности потока возможен, если повышение давления при гидравлическом ударе, найденное по формуле Жуковского, будет больше, чем сумма давления  $\rho g H_0$  и практически максимально возможного вакуумметрического давления, то есть:

$$\rho c \upsilon_0 > \rho g \left( H_0 + h_{\text{Bak.max}} \right).$$

Как известно, максимальное значение  $h_{ga\kappa, \max} \approx 7 \div 8$  м. Наиболее опасными с точки зрения возникновения разрыва сплошности являются места непосредственно у насосной станции (у насосов) и места переломов трассы с выпуклостью на продольном профиле, обращенной вверх.

## 7.4. Защита от воздействия гидравлических ударов

При проектировании гидросистем должны предусматриваться как мероприятия по недопущению опасных повышений и понижений давления в трубопроводе, так и меры по защите, если опасные колебания давления возникнут. Эти меры отражены в нормативах.

Ниже приводятся основные меры по гашению гидравлических ударов.

1. Сброс части жидкости из трубопровода при повышении давления, если такой сброс возможен по соображениям охраны окружающей среды.

Воду сбрасывают в какие-либо понижения местности, в водоемы или обратно в источник водоснабжения. В последнем случае вода может быть пропущена через насос и всасывающую линию, если на напорном (нагнетательном) трубопроводе нет обратного клапана; через обводные линии (байпасы) в обход обратного клапана и насоса; через медленно закрывающиеся обратные клапаны. В этих случаях необходимо учитывать, что насос при обратном направлении движения воды и отсутствии тормозов может работать как турбина с недопустимой частотой вращения. При большой скорости движения воды в обводных линиях могут появиться кавитационные явления, что уменьшает расход, проходящий по этим линиям.

К этим мерам защиты относится и сброс воды через специальные предохранительные клапаны или другие устройства (например, разрывные мембраны). При превышении давления клапаны, протарированные на определенное давление, открываются и давление понижается. Разрывные мембраны, изготовленные из тонкого листа металла, устанавливаются на отводе от основного трубопровода. Мембрана полностью перекрывает поперечное сечение отвода. При превышении определенного давления мембрана разрушается, и часть жидкости выливается.

После сброса жидкости клапаны должны автоматически закрываться.

2. Впуск и защемление воздуха. Если возможно образование разрыва сплошности потока, то эффективным средством борьбы с чрезмерным повышением давления здесь может служить впуск воздуха в места образования разрыва сплошности и последующее защемление воздуха. Для впуска и защемления воздуха служат специальные устройства – клапаны. Защемленный в местах разрыва сплошности потока воздух не позволяет разошедшимся колоннам воды при обратном движении соударяться, ибо такое соударение вызвало бы, как ранее указывалось, очень сильное повышение давления.

Воздух после гашения гидравлического удара должен быть удален из трубопровода, причем это удаление должно выполняться так, чтобы не возникли в трубопроводе нежелательные колебания давления.

3. Впуск воды в трубопровод осуществляется из бассейнов, которые отделены от защищаемых трубопроводов обратными клапанами. При понижении давления в трубопроводе вследствие остановки насосов на соединительной (бассейн – трубопровод) линии открывается обратный клапан, и вода из бассейна в необходимом количестве поступает в трубопровод. Когда давление начнет подниматься (но не до того большого значения, как это было без впуска воды), то обратный клапан закроется, и впуск воды в трубопровод прекратится.

Впуск и защемление воздуха, и впуск воды целесообразно осуществлять во всех сечениях, где возможен разрыв сплошности потока, или, по крайней мере, в нескольких, наиболее опасных местах.

4. Воздушно-гидравлические колпаки применяются для гашения гидравлических ударов, возникающих в напорных трубопроводах. Размеры колпаков при установке их на напорных трубопроводах насосных станций определяются из условий пуска и остановки насосного агрегата.

#### 7.5. Гидравлический таран

В настоящее время особый интерес представляют неэнергоемкие механизмы, в частности для водоснабжения. Одним из таких механизмов является гидравлический таран, в котором процессы, происходящие при гидравлическом ударе, используются для подъема воды.

Гидравлический таран состоит (рис. 9.22) из ударного клапана 1, нагнетательного клапана 2, воздушного колпака 3. Через питающую трубу 4 таран соединяется с бассейном 5, через нагнетательный трубопровод 6 – с приемным резервуаром 7.



Рис. 9.22. Гидравлический таран

Представим, что в начальный момент времени нагнетательный и ударный клапаны закрыты, избыточное давление в воздушном колпаке  $p_k = \rho g h$ , а вода в питающей трубе 4 неподвижна. Для того чтобы таран начал автоматически работать, необходимо резко открыть ударный клапан 1. Через клапан начнется истечение воды, скорость которой вследствие

инерции воды, находящейся в питающей трубе 4, будет постепенно увеличиваться от нуля в первоначальный момент времени до какой-то конечной величины  $\upsilon$ , стремясь в пределе к скорости установившегося движения  $\upsilon_0$ , соответствующей напору  $H_1$  и гидравлическим сопротивлениям системы «питательный трубопровод – ударный клапан».

С увеличением скорости истечения гидродинамическое давление, действующее снизу вверх на ударный клапан, будет увеличиваться. Когда сила гидродинамического давления превысит вес клапана, он резко закроется. Произойдет гидравлический удар, давление в трубе 4 перед нагнетательным клапаном повысится до некоторого значения  $p > p_k$ , нагнетательный клапан 2 откроется и вода под повышенным давлением начнет поступать в воздушный колпак 3, сжимая в нем воздух. Из воздушного колпака вода по нагнетательному трубопроводу 6 поступит в приемный резервуар 7. В момент закрытия ударного клапана 1 в питающей трубе 4 начнется волновой процесс, который приведет к уменьшению скорости и изменению давления в питающем трубопроводе 6. В связи с этим спустя некоторое время после закрытия ударного клапана давление в питательном трубопроводе падает, нагнетательный клапан 2 закрывается, а ударный клапан 1 автоматически открывается; начинается новый цикл, протекающий так же, как и первый. Таран начинает работать автоматически, подавая воду определенными порциями в воздушный колпак, который сглаживает изменение скорости нагнетаемой воды, обеспечивая сравнительно равномерное движение (во времени) в нагнетательном трубопроводе. Таран непосредственно использует энергию падающей воды для подъема части этой воды на необходимую высоту.

Если через  $Q_1$  обозначить расход воды, сбрасываемой через ударный клапан 1, а через  $Q_2$  – расход, поступающий в приемный резервуар, то коэффициент полезного действия таранной установки выразится отношением:

$$\eta = \frac{Q_2 H_2}{\left(Q_1 + Q_2\right) H_1}.$$

Такие простые установки, какими являются гидравлические тараны, могут обеспечивать подъем воды на высоту  $H_2 = (2 \div 10)H_1$ . При этом расход  $Q_2 = (0,4 \div 0,07)Q_1$ , а коэффициент полезного действия  $\eta = (0,85 \div 0,2)$ . Надо отметить, что при работе гидравлического тарана весьма велики непроизводительные потери воды.

## ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

**Пример 1.** Расход воды по стальному сифонному трубопроводу (рис. 9.33) с эквивалентной шероховатостью  $\Delta = 0,4$  мм, диаметром d = 25 мм и общей длиной l = 12 м, Q = 1,0 л/с. Температура воды t = 20 °C.

Определить потребный напор H и давления в наивысшей точке сифона (сечение 3-3), если z = 4 м,  $l_1 = 4,5$  м. Потерей напора в плавном закруглении пренебречь.

1. Составим уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2 относительно плоскости 2-2:



Рис. 9.33. Пример 1

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{{\upsilon_1}^2}{2g} + H = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{{\upsilon_2}^2}{2g} + h_{1-2}$$

Так как  $p_1 = p_2 = p_{\text{атм}}$ , а  $v_1 = v_2 = 0$ , то из уравнения имеем:

$$H = h_{1-2}$$
.

2. Скорость движения воды:

$$\upsilon = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4,0 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,025} = 2,04 \text{ m/c}.$$

3. Кинематический коэффициент вязкости воды:

$$v_{20} = 0,0101 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{c}.$$

4. Число Рейнольдса:

$$Re = \frac{\upsilon \cdot d}{\upsilon} = \frac{2,04 \cdot 0,025}{0,0101 \cdot 10^{-4}} = 50495.$$

5. Параметр, определяющий зону гидравлического сопротивления:

$$Re\frac{\Delta}{d} = 50495\frac{0.4}{25} = 808 > 500 - зона квадратичного сопротивления.$$

6. Коэффициент гидравлического трения:

$$\lambda = 0.11 \sqrt[4]{\frac{\Delta}{d}} = 0.11 \sqrt[4]{\frac{0.4}{25}} = 0.039.$$

7. Сумма коэффициентов местных сопротивлений:

$$\Sigma \zeta = \zeta_{\rm \tiny BX} + \zeta_{\rm \tiny Bblx} = 0,5 + 1 = 1,5.$$

8. Потребный напор:

$$H = (\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta) \frac{\nu^2}{2g} = (0,039 \frac{12}{0,025} + 1,5) \frac{2,04^2}{2 \cdot 9,81} = 4,3 \text{ M}.$$

9. Составляя уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 3-3 относительно плоскости 1-1, получим:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_3}{\rho g} + \frac{v_3^2}{2g} + z + h_{1-3}.$$

Отсюда с учетом того, что  $\upsilon_1 = 0$ ,  $\upsilon_3 = 2,04$  м/с,  $p_1 = p_{amm} = 0,1 \cdot 10^6$  Па, имеем:

$$\frac{p_3}{\rho g} = \frac{p_a}{\rho g} - \frac{\upsilon_3^2}{2g} - z - h_{1-3}.$$
  
Так как  $h_{1-3} = (\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta) \frac{\upsilon^2}{2g}$ , где  $\Sigma \zeta = \zeta_{ex} = 0.5$ ,

То

$$\frac{p_3}{\rho g} = \frac{0.1 \cdot 10^6}{1000 \cdot 9.81} - 4 - (0.039 \frac{4.5}{0.025} + 0.5) \frac{2.04^2}{2 \cdot 9.81} = 4,53 \text{ м.}$$

$$p_3 = 1000 \cdot 9.81 \cdot 4.5 = 44145 \text{ Па} = 44 \text{ кПа.}$$

ИЛИ



Рис. 9.34. К примеру 2

Пример 2. Вода из закрытого резервуара, избыточное давление над свободной поверхностью, в котором p =30 КПа, (рис. 9.34) вытекает в атмосферу по трубопроводу переменного сечения с геометрическими размерами:  $d_1 = 32$ мм,  $l_1 = 65$  м;  $d_2 = 38$  мм;  $l_2 = 35$  м. Уровень свободной поверхности относительно оси трубы в питающем резервуаре

H = 8 м. Температура воды t = 10 °С. Эквивалентная шероховатость всех участков трубопровода  $\Delta = 0,15$  мм. Определить расход воды при полностью открытом запорном кране ( $\zeta_{\kappa} = 4,5$ ), построить напорную и пьезометрическую линии. Составим уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2 относительно оси трубы:

$$\frac{p}{\rho g} + H = \frac{v_2^2}{2g} + h_{np}$$
$$\frac{p}{\rho g} + H = \lambda_1 \frac{l_1}{d} \frac{v_1^2}{2g} + \zeta_{ex} \frac{v_1^2}{2g} + \zeta_{\kappa} \frac{v_1^2}{2g} + \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g} + \zeta_{e.p.} \frac{v_2^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

По условию коэффициенты местных сопротивлений  $\zeta_{\text{вх}} = 0,5$ ;  $\zeta_{\text{к}} = 4,5$ :

$$\zeta_{\text{B,p}} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2 = \left(\frac{d_2^2}{d_1^2} - 1\right)^2 = \left(\frac{38^2}{32^2} - 1\right)^2 = 0,17$$

Пользуясь уравнением неразрывности, выразим скорость υ<sub>2</sub> через υ<sub>1</sub>:

$$\upsilon_1 \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} = \upsilon_2 \frac{\pi \cdot d_2^2}{4}, \ \upsilon_2 = \upsilon_1 \frac{d_1^2}{d_2^2}, \ \upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 \frac{d_1^4}{d_2^4}.$$

Подставляя значения  $\zeta$  и  $\upsilon_2$  в исходное уравнение, получим:

$$\frac{p}{\rho g} + H = \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{\nu_1^2}{2g} + 0.5 \frac{\nu_1^2}{2g} + 4.5 \frac{\nu_1^2}{2g} + 4.5 \frac{\nu_1^2}{2g} + \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{\nu_1^2}{2g} \cdot \frac{d_1^4}{d_2^4} + 0.17 \frac{\nu_1^2}{2g} \cdot \frac{d_1^4}{d_2^4} + 1.0 \frac{\nu_1^2}{2g} \cdot \frac{d_1^4}{d_2^4}.$$
(9.35)

Примем в первом приближении, что движение воды в обеих частях трубопровода отвечает квадратичной зоне сопротивления. Значения  $\lambda$  в этом случае:

$$\lambda_1 = 0.11 \cdot \sqrt[4]{\frac{\Delta}{d}} = 0.11 \cdot \sqrt[4]{\frac{0.15}{32}} = 0.0288, \ \lambda_2 = 0.11\sqrt[4]{\frac{0.15}{38}} = 0.0276$$

Подставляя известные величины в уравнение (9.35) получаем:

$$\frac{30 \cdot 10^3}{1000 \cdot 9,81} + 8 = \frac{v_1^2}{2g} \cdot (0,0288 \frac{65}{0,032} + 0,5 + 4,5 + 0,0276 \frac{35}{0,038} \frac{32^4}{38^4} + 0,17 \frac{32^4}{38^4} + \frac{32^4}{38^4}) = 11,06 = \frac{v_1^2}{2g}76,79.$$
$$11,06 = \frac{v_1^2}{2g}76,79.$$
$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 11,06}{76,79}} = 1,68 \text{ M/c},$$
$$v_2 = v_1 \frac{d_1^2}{d_2^2} = 1,68 \frac{32^2}{38^2} = 1,19 \text{ M/c}.$$

Кинематический коэффициент вязкости воды  $v = 0,0131 \cdot 10^{-4}$  м/с. Числа Рейнольдса:

$$Re_{1} = \frac{v_{1} \cdot d_{1}}{v} = \frac{1,68 \cdot 0,032}{0,0131 \cdot 10^{-4}} = 41038; Re_{2} = \frac{1,19 \cdot 0,038}{0,0131 \cdot 10^{-4}} = 34519.$$

Проверяем условие квадратичности зоны сопротивления:

$$Re_1 \cdot \frac{\Delta}{d_1} = 41038 \cdot \frac{0.15}{32} = 192 < 500; Re_2 \frac{\Delta}{d_2} = 34519 \cdot \frac{0.15}{38} = 136 < 500.$$

Уточняем коэффициент гидравлического трения:

$$\lambda_1 = 0.11 \cdot 4 \sqrt{\frac{\Delta}{d_1} + \frac{68}{Re_1}} = 0.11 \cdot 4 \sqrt{\frac{0.15}{32} + \frac{68}{41038}} = 0.031,$$
$$\lambda_2 = 0.11 \sqrt[4]{\frac{0.15}{38} + \frac{68}{34519}} = 0.0305.$$

Скорости движения воды по участкам трубопровода во втором приближении:

$$\frac{v_1^2}{2g}(0,031\frac{65}{0,032}+0,5+4,5+0,0305\frac{35}{0,038}\cdot\frac{32^4}{38^4}+0,17\frac{32^4}{38^4}+\frac{32^4}{38^4})=11,06;$$
  
$$v_1 = \sqrt{\frac{2\cdot9,81\cdot11,06}{82,6}} = 1,62 \text{ M/c}, v_2 = 1,62\frac{32^2}{38^2} = 1,15 \text{ M/c}.$$

Расход воды в трубопроводе

$$Q = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \cdot \upsilon_1 = \frac{3.14 \cdot 0.032^2}{4} \cdot 1.62 = 1.3 \cdot 10^{-3} \text{ m/c} = 1.3 \text{ m}^3/\text{c}.$$

Потери по длине и в местных сопротивлениях

$$\begin{split} h_{gx} &= 0.5 \frac{1.62^2}{2 \cdot 9.81} = 0,067 \text{ m}; \ h_{\kappa} = 4.5 \frac{1.62^2}{2 \cdot 9.81} = 0,6 \text{ m}; \\ h_{l_1} &= \lambda_1 \cdot \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} = 0,031 \frac{65}{0,032} \cdot \frac{1.62^2}{2 \cdot 9.81} = 8,4 \text{ m}, \\ h_{l_2} &= \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g} = 0,0305 \frac{35}{0,038} \cdot \frac{1.15^2}{2 \cdot 9.81} = 1,89 \text{ m}, \\ h_{gp} &= 0,17 \frac{1.15^2}{2 \cdot 9.81} = 0,01 \text{ m}. \end{split}$$

Скоростной напор в выходном сечении  $\frac{v_2^2}{2g} = \frac{1.15^2}{2 \cdot 9.81} = 0.067$  м.

Скоростной напор в трубе 
$$d_1 \frac{v_1^2}{2g} = \frac{1,62^2}{2 \cdot 9,81} = 0,13$$
 м

Построение напорной и пьезометрической линии показано на рис. 9.35.



Рис. 9.35. Напорная и пьезометрическая линии

Задача 1. Общая длина одной из исполнительных магистралей гидросистемы l = 10 м; диаметр d = 10 мм; скорость движения рабочей жидкости  $\upsilon = 7,5$  м/с; вязкость  $\upsilon = 0,5$  Ст. В связи с нагреванием рабочей жидкости в системе происходит понижение вязкости до  $\upsilon = 0,15$  Ст и турбулизация потока в гидравлически гладкой трубе. Насколько изменится суммарная потеря напора в указанной магистрали при турбулизации потока и неизменном расходе жидкости?

Ответ: *h<sub>nom</sub>* = 14,6 м.

Задача 2. Определить расход керосина в гладкой горизонтальной трубе длиной l = 40 м; диаметром d = 40 мм, если разность давлений в начальном и конечном сечениях трубы  $\Delta p = 160$  кПа. Вязкость керосина v = 0.02 Ст; плотность  $\rho = 800$  кг/м<sup>3</sup>.

Указание. Задачу следует решать методом последовательных приближений, задавшись сначала значением коэффициента  $\lambda$ , в первом приближении.

Ответ: Q = 58 л/с.



Задача 3. Определить потребный напор, который необходимо создать в сечении 0-0 для подачи в бак воды с вязкостью v = 0,008 Ст, если длина трубопровода 1 = 80 М: его диаметр d = 50 мм; расход жидкости Q = 15 л/с; высота  $H_0 =$ 30 м; давление в баке  $p_2 = 0,2$  МПа; коэффициент сопротивления  $\zeta_1 = 5;$ крана колена  $\zeta_2$ 0,8; = шероховатость стенок трубы

 $\Delta = 0,04$  MM.

Ответ: *H<sub>nom</sub>* = 169,5 м.



Рис. 9.37. К задаче 4

Задача 4. При каком диаметре трубопровода подача насоса составит Q = 1 л/с, если на выходе из него располагаемый напор  $H_{pacn} = 9,6$  м; длина трубопровода l = 10 м; эквивалентная шероховатость  $\Delta = 0,05$  мм; давление в баке  $p_0 = 30$  кПа; высота  $H_0 = 4$  м; вязкость жидкости v =0,015 Ст и ее плотность  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>? Местными гидравлическими сопротивлениями в трубопроводе пренебречь. Учесть потери при входе в бак.

Ответ: *d* = 24,1 м.



Задача 5. Определить расход в трубе для подачи воды (вязкость v = 0,01 Ст) на высоту H = 16,5 м, если диаметр трубы d = 10 мм; ее длина l = 20 м; располагаемый напор в сечении трубы перед краном  $H_{pacn} = 20$ м; коэффициент сопротивления крана  $\zeta_1 = 4$ , колена  $\zeta_2 = 1$ . Трубу считать гидравлически гладкой.

Рис. 9.37. К задаче 4 Указание. Задачу решить методом последовательных приближений, задавшись коэффициентом Дарси λ, а затем уточняя его.

#### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какой трубопровод называется простым?

2. При каких условиях в трубопроводе будет наблюдаться установившееся движение жидкости?

3. Какой трубопровод называется гидравлически длинным?

4. Какой трубопровод называется гидравлически коротким?

5. Проведите расчет простого трубопровода для случая истечения под уровень.

6. Проведите расчет простого трубопровода для случая истечения в атмосферу.

7. Расскажите порядок расчета задачи первого типа для простого трубопровода.

8. Расскажите порядок расчета задачи второго типа для простого трубопровода.

9. Расскажите порядок расчета задачи третьего типа для простого трубопровода.

10. Расскажите, как произвести расчет трубопровода из последовательно соединенных труб.

11. Расскажите, как произвести расчет трубопровода из параллельно соединенных труб.

12. Расскажите, как произвести расчет трубопровода с непрерывным изменением расхода по длине.

13. Какой трубопровод называется сифонным?

14. Объясните, как происходит движение жидкости по сифонному трубопроводу.

15. В каком сечении сифонного трубопровода будет наблюдаться наибольшая величина вакуума? Отчего зависит величина вакуума?

16. В каком случае сифон может прекратить работать?

17. Расскажите, как произвести расчет разветвленного трубопровода.

18. Какое явление в трубопроводе называется гидравлическим ударом?

19. Какие причины могут привести к гидравлическому удару?

20. Расскажите, как происходит распространение фронта ударной волны при мгновенном закрытии затвора.

21. Расскажите, как формируется обратная отраженная волна при мгновенном закрытии затвора.

22. Что называется фазой удара при гидравлическом ударе?

23. Расскажите, как с течением времени происходит изменение давления в сечении трубопровода при гидравлическом ударе.

24. Запишите формулу, позволяющую определить скорость распространения ударной волны в трубопроводе. 25. Объясните, как возникает гидравлический удар при резком понижении давления (с разрывом сплошности потока)?

26. Какие меры существуют для защиты от воздействия гидравлических ударов?

27. Объясните принцип работы гидравлического тарана.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Альтшуль А.Д., Кисилев П.Г. Гидравлика и аэродинамика.– М.: Стройиздат, 1975. – 323 с.

2. Штеренлихт Д.В. Гидравлика: учебник для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 640 с.

3. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – Л.: Энергия, 1982. – 600 с.

4. Ботук Б.О. Гидравлика. – М.: Высш. шк., 1962. – 450 с.

5. Медведев В.Ф. Гидравлика и гидравлические машины: Учеб. пособие. – Мн.: Выш. шк., 1998. – 311 с.

6. Рабинович Е.З. Гидравлика. – М.: Физматгиз, 1963. – 408 с.

# МОДУЛЬ 10

# ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ ОТВЕРСТИЙ И НАСАДКОВ

#### ВВЕДЕНИЕ

Исследования истечения жидкости из отверстий и насадков имеют большое практическое значение, так как результаты этих исследований находят применение при решении многих технических задач (при измерении количества проходящей жидкости, при расчете и создании сильной, дальнобойной и компактной струи, при расчете распространения свободной струи в массе жидкости, расчете воздушных завес, обеспечении быстрого опорожнения резервуаров, при конструировании сопл и форсунок и в ряде других случаев).

При истечении из отверстий и присоединенных к отверстиям достаточно коротких патрубков-насадков можно считать, что потери напора состоят лишь из местных потерь.

При движении жидкости в коротких трубах местные потери и потери на преодоление сопротивлений по длине имеют сопоставимое значение и вследствие этого следует учитывать оба эти вида потерь, суммируя их при расчете.

Истечение жидкости из отверстий и насадков может происходить в различных условиях. Вытекающая струя может непосредственно на выходе из отверстия и насадка находиться под атмосферным давлением – это будет *истечение в атмосферу*. Могут быть случаи, когда струя вытекает *под уровень жидкости*, находящейся в другом сосуде, резервуаре, водохранилище.

И в том, и в другом случае истечение может происходить при постоянном напоре (когда *H* или *z* постоянны) или при переменном напоре, когда *H* или *z* изменяются во время истечения.

Истечение из отверстий и насадков происходит при преобладающем действии сил тяжести (к действующим факторам относятся также силы вязкости и поверхностного натяжения), под воздействием напора *H* (рис. 10.3) – при истечении в атмосферу или разности уровней *z* (рис. 10.6) – при истечении под уровень из затопленного отверстия или насадка.

Различают следующие виды отверстий: по относительному размеру отверстия – *малое* и *большое*, по относительной толщине стенки – отверстия в *тонкой* и *толстой* стенке.

Малым считается такое отверстие, диаметр (или вертикальный размер – для отверстий, форма которых отличается от круглой) которого менее чем 0,1 напора *H*. Такое ограничение относительного вертикального размера отверстия позволяет считать с практически приемлемой погрешностью скорости отдельных струек в живом сечении вытекающей струи одинаковыми.

*Большим отверстием* соответственно считают такое, для которого d > 0,1 H, где d – диаметр или наибольший размер отверстия по вертикали.

Отверстием в *тонкой стенке* называется отверстие, края которого имеют острую кромку, а толщина стенки не превышает 3*d*. В этом случае вытекающая из отверстия струя не касается стенки в пределах ее толщины и стенка вследствие этого не оказывает прямого воздействия на форму струи и гидравлические характеристики отверстия.

В створе самого отверстия траектории частиц жидкости криволинейны, причем кривизна их достаточно велика (рис. 10.6). На некотором расстоянии от стенки кривизна линий токов уменьшается, отдельные струйки располагаются почти параллельно, происходит заметное уменьшение живого сечения вытекающей струи. Для круглого малого отверстия в тонкой стенке наибольшее сжатие струи наблюдается на расстоянии около 0,5 диаметра от внутренней плоскости стенки сосуда. Это сечение называется *сжатым*. Сжатие струи характеризуется коэффициентом сжатия є, представляющим собой отношение площади сжатого живого сечения  $\omega_c$  к площади отверстия  $\omega$ :

$$\varepsilon = \omega_c / \omega$$
.

Виды сжатия струи при истечении могут быть различными.

Когда струя испытывает сжатие по всему периметру отверстия, наблюдается *полное сжатие*.



Рис. 10.1. Неполное сжатие

стия в дне сосуда.

*Неполное сжатие* происходит в тех случаях, когда струя не испытывает сжатия по одной стороне или же по нескольким сторонам отверстия. Такие случаи могут встречаться, если прямоугольное отверстие в вертикальной или наклонной боковой стенке сосуда примыкает непосредственно к дну (отсутствует сжатие по одной из сторон, рис. 10.1) или расположено в углу и также примыкает к дну (сжатие отсутствует по двум сторонам). Такое положение может создаться при соответствующем расположении отверПри неполном сжатии коэффициенты сжатия имеют большие значения, чем в случае полного сжатия. При полном сжатии можно выделить случаи совершенного и несовершенного сжатия.

Если отверстие расположено достаточно далеко от боковых стенок, свободной поверхности и дна, то кривизна траекторий крайних струек вы-

текающей струи будет наибольшей, сжатие также будет максимальным. В этом случае *сжатие совершенное*. Совершенное сжатие наблюдается, когда расстояние от крайних граней контура отверстия до стенок и дна сосуда превышает утроенный соответствующий поперечный размер отверстия, то есть если  $l_1 > 3a$ ;  $l_2 > 3b$  (рис. 10.2).



Рис. 10.2. Совершенное сжатие

Несовершенное сжатие наблюдается, когда отверстие расположено ближе к стенкам и дну, чем на указанные выше расстояния, то есть если  $l_1 < 3a$  и  $l_2 < 3b$ . При несовершенном сжатии коэффициенты сжатия больше, чем при совершенном сжатии.

Тема занятия	Тип занятия	Вид (форма) занятия	Кол-во часов
1. Истечение жидкости из малого отвер- стия в тонкой стенке. Сжатие струи. Ко- эффициенты сопротивления, скорость, расход.	Изучение ново- го материала	Лекция	2
<ol> <li>Истечение через большое отверстие.</li> <li>Истечение через малое затопленное отверстие с острой кромкой.</li> </ol>	Изучение ново- го материала	Лекция	2
3. Истечение через насадки. Типы наса- док. Вакуум в насадках. Зависимость ко- эффициентов истечения из отверстия и насадков от числа Рейнольдса.	Изучение ново- го материала	Лекция	2
4. Истечение жидкости при переменном напоре.	Изучение ново- го материала	Лекция	2
5. Истечение жидкости через отверстия при постоянном напоре.	Углубление и систематизация учебного материала	Лабораторная работа	2
6. Истечение жидкости через насадки при постоянном напоре.	Углубление и систематизация учебного материала	Лабораторная работа	2

# СХЕМА ИЗУЧЕНИЯ МАТЕРИАЛА

# ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ПРИ ПОСТОЯННОМ НАПОРЕ

# 1. ИСТЕЧЕНИЕ ЧЕРЕЗ МАЛОЕ НЕЗАТОПЛЕННОЕ ОТВЕРСТИЕ С ОСТРОЙ КРОМКОЙ

Рассмотрим истечение жидкости плотностью р из резервуара через малое незатопленное отверстие (рис. 10.3, *a*). Глубина погружения центра тяжести отверстия под свободной поверхностью равна *H* (напор).

Истечение происходит при постоянном напоре, то есть уровень жидкости в резервуаре является неизменным. Это возможно, если свободная поверхность жидкости занимает большую площадь (рис. 10.3,  $\delta$ ) или если в резервуар подается такой же расход, что и вытекает через отверстие (рис. 10.3, a).



Рис. 10.3. Истечение жидкости через отверстие при постоянном напоре

При постоянном напоре скорости истечения будут неизменными во времени, то есть движение будет установившимся. При этом линии тока и траектории движения частиц жидкости совпадают.

Малым отверстием называется такое, у которого наибольший вертикальный размер d не превышает 0,1H. При выполнении этого условия скорости на верхней и нижней границах вытекающей из отверстия струи можно считать одинаковыми.

Пусть свободная поверхность жидкости в резервуаре находится под давлением  $p_0$ . Истечение происходит в газовую среду с давлением  $p_c$  через незатопленное отверстие с острой кромкой.

Траектории частиц при приближении к отверстию искривляются. Действующая центробежная сила направлена внутрь формирующейся струи. Сечения струи постепенно уменьшаются. Сжатие продолжается и на некотором расстоянии от плоской стенки после выхода струи из резервуара. Движение жидкости на этом участке вблизи стенки неравномерное. Живые сечения потока на этом участке криволинейные, постепенно уменьшающиеся. По мере удаления от отверстия кривизна линий тока уменьшается, и на некотором расстоянии от стенки движение приближается к плавно изменяющемуся.

В связи с криволинейностью линий тока давление и местные скорости в сечениях струи на участке сужения изменяются весьма сложно.

Ближайшее к отверстию сечение струи, в котором движение может быть принято плавно изменяющимся, находится на расстоянии примерно 0,5*d* от внутренней поверхности стенки резервуара. Это сечение называется *сжатым сечением* струи.

Скорости во всех точках сжатого живого сечения можно считать параллельными и в силу малости отверстия одинаковыми.

Коэффициент сжатия есть отношение площади сжатого живого сечения ω<sub>c</sub> к площади отверстия ω:

$$\varepsilon = \omega_c / \omega. \tag{10.1}$$

Ниже сжатого сечения площади живых сечений струи изменяются слабо и жидкость движется в виде компактной струи. На достаточно большом расстоянии от отверстия в связи с насыщением струи воздухом (аэрация) струя начинает дробиться и теряет компактность.

Чтобы получить формулы для определения скорости и расхода, применим уравнение Бернули. Составим его для сечений, движение в которых можно считать плавно изменяющимся. Выберем сечения *A-A* в резервуаре (см. рис. 10.3, *a*, *б*) и сжатое сечение струи *C-C*. В сжатом сечении давления не распределяются по гидростатическому закону, так как здесь p = const. Но для малого отверстия этим можно пренебречь и принять в пределах сечения справедливым соотношение  $z + p / \rho g = \text{const.}$  Горизонтальную плоскость сравнения удобно провести через центр *сжатого* сечения. Тогда:

$$H + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} = 0 + \frac{p_c}{\rho g} + \frac{\alpha_c v_c^2}{2g} + h_{mp}, \qquad (10.2)$$

где *H* – глубина погружения центра тяжести выходного отверстия в стенке резервуара;

 $p_0$  и  $p_c$  – давление в выбранных точках в сечениях *А*-*А* и *С*-*С*;

 $\upsilon_0$  и  $\upsilon_c$  – средняя скорость движения жидкости соответственно в сечениях *А*-*А* и *С*-*С*;

 $\alpha_0$  и  $\alpha_c$  – коэффициенты Кориолиса в сечениях *А-А* и *С-С*;  $h_{mp}$  – потери напора на участке между сечениями *А-А* и *С-С*. Потери удельной энергии (в данном случае местные потери) здесь выразим как:

$$h_{mp}=\zeta_{o.\kappa.}\frac{\upsilon_c^2}{2g},$$

где  $\zeta_{o.\kappa.}$  – коэффициент потерь при истечении из отверстия с острой кромкой.

Перенеся известные величины в левую часть уравнения (10.2), получим:

$$H + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} = (\alpha_c + \zeta_{o.\kappa.}) \frac{\upsilon_c^2}{2g} - \frac{\alpha_0 \upsilon_0^2}{2g}$$

Учитывая, что по уравнению неразрывности  $\upsilon_c \cdot \omega_c = \upsilon_0 \cdot \omega_0$  или  $\upsilon_c \cdot \varepsilon \cdot \omega = \upsilon_0 \cdot \omega_0$  ( $\omega_0$  – площадь сечения резервуара *A*-*A*), имеем:

$$H + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} = \left[ \alpha_c + \zeta_{o.\kappa.} - \alpha_0 \left( \frac{\varepsilon \omega}{\omega_0} \right)^2 \right] \frac{\upsilon_c^2}{2g}$$

Отсюда в общем случае ( $p_0 \neq p_{am}$ ):

$$\upsilon_{c} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_{c} + \zeta_{o.\kappa.} - \alpha_{0} \left(\frac{\omega\varepsilon}{\omega_{0}}\right)^{2}}} \sqrt{2g\left(H + \frac{p_{0} - p_{c}}{\rho g}\right)} \quad (10.3)$$

В большинстве случаев в гидротехнической практике происходит истечение в атмосферу ( $p_c = p_{am}$ ) из сосудов или резервуаров, на свободной поверхности которых  $p_0 = p_{am}$ , то есть:

$$p_0 = p_{am} = p_c$$

Тогда для средней скорости в сжатом сечении получим:

$$\upsilon_c = \varphi_0 \sqrt{2gH} , \qquad (10.4)$$

(10.5)

где

$$\varphi_{0} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_{c} + \zeta_{o.\kappa.} - \alpha_{0} \left(\frac{\varepsilon\omega}{\omega_{0}}\right)^{2}}}$$

1

Этот множитель называется коэффициентом скорости. Определим расход с учетом (10.1):

$$Q = \omega_c \upsilon_c = \varepsilon \omega \upsilon_c.$$

Используя (10.3), получаем:

$$Q = \varepsilon \cdot \varphi_0 \cdot \omega \cdot \sqrt{2gH} ,$$
  

$$Q = \mu_0 \cdot \omega \cdot \sqrt{2gH}$$
(10.6)

ИЛИ

где  $\mu_0 - \kappa o_2 \phi \phi u \mu e h m pacxoda$ , который является произведением коэффициента сжатия є и коэффициента скорости  $\phi_0$ .

Зная коэффициенты є и  $\phi_0$ , а также  $\omega$ ,  $\omega_0$  и *H*, можно вычислить расход *Q* по (10.6).

Коэффициент скорости  $\varphi_0$  отражает влияние распределения скоростей в сжатом сечении (коэффициент Кориолиса  $\alpha_c$ ), потерь напора (коэффициент  $\zeta_{o.\kappa.}$ ) и соотношения площадей  $\varepsilon \cdot \omega = \omega_c$  (в жатом сечении) и  $\omega_0$  (в сечении *A*-*A* в резервуаре).

Часто при  $p_0 = p_c$  формулу для средней скорости в сжатом сечении из (10.2) получают в виде:

$$\upsilon_c = \varphi \sqrt{2gH_0} , \qquad (10.6)$$

где выражение  $H_0 = H + \frac{\alpha_0^2 v_0^2}{2g}$  называется напором с учетом скорости подхода  $v_0$ ,

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \zeta_{o.\kappa.}}} \,. \tag{10.7}$$

Множитель  $\varphi$ , также как и  $\varphi_0$ , называется коэффициентом скорости. Коэффициент скорости  $\varphi$  отражает влияние распределения скоростей в сжатом сечении ( $\alpha_c$ )и потерь напора ( $\zeta_{o.\kappa.}$ ).

Для расхода запишем:

$$Q = \omega_c \upsilon_c,$$

или с учетом (10.1) и (10.5):

$$Q = \varepsilon \cdot \phi \cdot \omega \cdot \sqrt{2gH_0} ,$$
  

$$Q = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2gH_0} .$$
(10.7)

В невязкой (идеальной) жидкости сопротивления отсутствуют:  $h_{mp} = 0$ ;  $\alpha_c = 1$ ;  $\zeta_{o.\kappa.} = 0$ ;  $\varphi = 1$ . При движении вязкой жидкости имеются потери напора:  $\zeta_{o.\kappa.} > 0$ ,  $\alpha_c > 1$ ,  $\varphi < 1$ . Обычно условно принимается  $\alpha_c = 1$ , хотя распределение скоростей в пределах сжатого сечения, строго говоря, неравномерное. В тех случаях, когда можно пренебречь влиянием соотношения площадей  $\varepsilon \cdot \omega \kappa \omega_0$  или влиянием скоростного напора  $\alpha_0 v_0^2 / 2g$ , в расчетах используются только коэффициент скорости  $\phi = 1/\sqrt{\alpha_c + \zeta_{o.\kappa.}}$  и коэффициент расхода  $\mu = \varepsilon \phi$ .

Тогда основные расчетные формулы принимают вид:

$$\upsilon_c = \mathbf{\phi} \cdot \sqrt{2gH} \ . \tag{10.8}$$

$$Q = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2gH} . \tag{10.9}$$

При истечении из отверстия происходит изменение сечения струи, называемое *инверсией струи*. Наиболее ярко это явление проявляется при истечении через отверстия полигональной формы. На рис. 10.4 показаны несколько примеров, характеризующих инверсию струи. При истечении через квадратное отверстие струя постепенно превращается в крест с тонкими прозрачными ребрами, ориентированными нормально к сторонам квадрата. Вытекающая через треугольное отверстие струя постепенно принимает форму звезды с ребрами, перпендикулярными сторонам треугольника. Объ-



Рис. 10.4. Инверсия струи

ясняется это интересное и зрелищно красивое явление совместным действием поверхностного натяжения (благодаря которому углы сначала притупляются, а затем образуются «звезды») и инерции.

# 2. КОЭФФИЦИЕНТЫ СЖАТИЯ, СКОРОСТИ И РАСХОДА ПРИ ИСТЕЧЕНИИ ЧЕРЕЗ НЕЗАТОПЛЕННОЕ МАЛОЕ ОТВЕРСТИЕ

Для вычисления площади, скорости и расхода струи необходимо знать коэффициенты истечения  $\varepsilon$ ,  $\varphi$  и  $\mu$ . Значения этих коэффициентов могут зависеть от нескольких факторов: формы и кромки отверстия, режима движения жидкости, поверхностного натяжения, а также от положения отверстия относительно стенок резервуара. Значение коэффициента сжатия  $\varepsilon = \omega_c / \omega$  для данного отверстия зависит от степени сжатия струи.

Полученные зависимости є,  $\varphi$  и  $\mu$  при совершенном сжатии от *Re* представлены на рис. 10.5. Как видно, с увеличением *Re* до 10<sup>5</sup> коэффициент скорости  $\varphi$  растет, при дальнейшем увеличении *Re* значения  $\varphi$  могут считаться постоянными и равными  $\varphi = 0.97$ .

Коэффициент сжатия є с ростом *Re* уменьшается, а при  $Re > 10^5$  коэффициент є также может считаться постоянным и приниматься равным для совершенного сжатия 0,61 ÷ 0,64.

Зависимость µ от *Re* достаточно сложная. Вначале при небольших значениях *Re* коэффициент µ растет, достигает максимума, а затем уменьшается, приближаясь при больших *Re* к по-



Рис. 10.5. Графики зависимости ε, φ, μ от числа Re

стоянному значению, приблизительно равному 0,6.

При  $Re > 10^5$  можно считать, что для круглого отверстия  $\mu$  не зависит от Re (наступает автомодельная область относительно Re). Точнее,  $\mu$ , перестает зависеть от Re при  $Re_H > 3 \cdot 10^5$ . В этих условиях  $\mu = 0.6 \div 0.62$ .

## 3. ИСТЕЧЕНИЕ ЧЕРЕЗ МАЛОЕ ЗАТОПЛЕННОЕ ОТВЕРСТИЕ С ОСТРОЙ КРОМКОЙ

При истечении через отверстие под уровень жидкости отверстие называется затопленным. Рассмотрим истечение через затопленное отверстие (рис. 10.6) при условии, что положения свободных поверхностей жидкости по обе стороны от отверстия не изменяются во времени, давление на свободной поверхности до отверстия и за ним атмосферное.



затопленное отверстие

Запишем уравнение Бернулли для сечений *А-А* и *B-B*, совпадающих со свободной поверхностью до отверстия и за ним. Плоскость сравнения *0-0* проведем через центр отверстия. Пренебрегая скоростными напорами в сечениях *А-А* и *B-B*, получим:

$$z_1 = z_2 + \sum h_{mp}$$
$$z = \sum h_{mp} ,$$

ИЛИ

где

$$z = z_1 - z_2; \sum h_{mp} = \sum \xi v_c^2 / 2g.$$

Здесь z – разность (перепад) уровней жидкости до отверстия и за ним;  $v_c$  – средняя скорость в сжатом сечении *C*-*C* затопленной струи.

Между сечениями А-А и В-В должны быть учтены потери напора:

**a**)<sup>2</sup>

а) потери между сечениями *А-А* и *С-С*, аналогичные потерям при истечении в атмосферу через малое отверстие с острой кромкой:

$$h_{mp} = \xi_{o.\kappa.} \frac{\sigma_c}{2g};$$

б) потери между сечениями *C*-*C* и *B*-*B*, связанные с внезапным расширением струи от сжатого сечения до сечения во втором резервуаре, равные:

$$h_{mp} = \alpha_c \frac{v_c^2}{2g}.$$

Соответственно скорость в сжатом сечении

$$\upsilon_{c} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_{c} + \xi_{o.\kappa.}}} \sqrt{2gz}$$
$$\upsilon_{c} = \varphi \sqrt{2gz}$$

или

Так как площадь струи в сжатом сечении, как и ранее, равна  $\omega_c = \varepsilon \omega$ , то расход, проходящий через затопленное отверстие, при указанных выше условиях равен:

 $Q = \varepsilon \phi \omega \sqrt{2gz}$ 

 $Q = \mu \omega \sqrt{2gz}$ 

Подчеркнем, что при истечении через малое *затопленное* отверстие в формулы для скорости и расхода входит *z* – разность отметок уровней жидкости до отверстия и за ним.

Опыты показывают, что коэффициент расхода µ при истечении через затопленное отверстие может приниматься равным коэффициенту µ для незатопленного отверстия.

#### 4. ИСТЕЧЕНИЕ ЧЕРЕЗ НАСАДКИ

*Насадками* называются присоединенные к отверстию короткие трубки определенной длины. При истечении в газовую среду насадок будет называться *незатопленным*.

Внешним цилиндрическим насадком (насадком Вентури) называется прямая цилиндрическая трубка длиной  $l = (3 \div 4)d$ , присоединенная под прямым углом с внешней стороны резервуара к отверстию того же диаметра (рис. 10.7).
При входе в такую короткую трубку кривизна линий тока (траекторий) значительна, благодаря чему во входной части трубки происходит сжатие потока. Площадь сжатого сечения равна  $\omega_c$ . За сжатым сечением следует расширение потока до заполнения всего поперечного сечения насадка. Между транзитной струей и стенкой насадка образуется кольцевая вихревая водоворотная зона.



Рис. 10.7. Истечение через внешний цилиндрический насадок

Содержащийся в воде воздух и выделившиеся из жидкости пары, зажатые в водоворотной зоне, довольно быстро уносятся транзитным (поступательно движущимся) потоком. В этой зоне понижается давление, создается вакуум. Значение вакуума, как будет показано ниже, зависит от скорости движения жидкости или, в конечном счете, от напора.

Значение вакуума по длине водоворотной зоны изменяется: увеличиваясь от входа, достигает максимума в сжатом сечении, а затем уменьшается до нуля примерно в конце водоворотной зоны.

Если в створе сжатого сечения к насадку присоединить жидкостный вакуумметр (рис. 10.8), то вакуумметрическая высота, определяемая по высоте поднятия жидкости в трубке прибора, будет равна:

$$h_{BBK} = \frac{p_{am} - p_c}{\rho g}$$

В связи с наличием вакуума действующий напор увеличивается на значения вакуума в сжатом сечении. Скорость в сжатом сечении увеличивается по сравнению с истечением через отверстие с острой кромкой. Насадок как бы «подсасывает» жидкость.



Рис. 10.8. Вакуум в насадке

В то же время в насадке происходят и дополнительные по сравнению с отверстием с острой кромкой потери напора, связанные с внезапным расширением струи за сжатым сечением. Соотношение влияния «подсасывания» и указанных дополнительных потерь напора на пропускную способность и определяет степень изменения расхода через насадок по сравнению с отверстием.

Запишем уравнение Бернулли, выбрав два сечения: на поверхности жидкости в резервуаре *А*-*А* и в струе на выходе из насадка.

Считая на выходе из насадка  $\alpha = 1$  и пренебрегая скоростным напором в сечении *A*-A  $\alpha_0 v_0 / 2g$ , получим:

$$H=(1+\Sigma\zeta_{\mu,\mu})\frac{\upsilon^2}{2g},$$

где υ – скорость в выходном сечении насадка.

В рассматриваемом случае сопротивления движению жидкости состоят из сопротивлений при сужении, аналогичных сопротивлениям в отверстии с острой кромкой в стенке резервуара и сопротивлений при внезапном расширении струи  $\zeta_{s.p}$  от площади сжатого сечения  $\omega_c$  до площади на выходе из насадка ω.

Обозначим коэффициент сопротивлений при истечении через отверстие с острой кромкой через  $\zeta_{o.\kappa}$ , тогда:

$$\sum \zeta_{u.h} = \zeta_{o.\kappa} + \zeta_{o.p} ,$$

при этом целесообразно все коэффициенты сопротивлений отнести к скорости U в выходном сечении насадка.

Подсчитаем численные значения коэффициентов сопротивлений при достаточно больших значениях числа Re, когда коэффициент сжатия є не зависит от числа Re. Коэффициент  $\zeta_{a,\kappa}$ , отнесенный к скорости в сжатом сечении  $v_c$ , равен 0,06. С учетом  $\frac{v}{v_c} = \frac{\omega_c}{\omega} = 0,61 \div 0,64$ , если отнести, как указывалось, ζ<sub>*о.к*</sub> к υ, получим:

$$\zeta_{o.\kappa} = 0.06 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 = 0.16 \div 0.146.$$

При внезапном расширении струи в насадке от ω<sub>c</sub> до ω, приняв  $\omega_{c} / \omega = \varepsilon = 0,61 \div 0,64$ , получим:

$$\zeta_{ep} = \left(\frac{\omega}{\omega_c} - 1\right)^2 = 0,40 \div 0,32.$$

Коэффициентом сопротивлений при входе в трубку является сумма коэффициентов сопротивлений на сужение и на расширение струи внутри насадка, равная при средних значениях  $\zeta_{o.\kappa}$  и  $\zeta_{e.p}$ :

$$\zeta_{\mu,\mu} = \zeta_{o,\kappa} + \zeta_{e,p} \approx 0,5.$$
  
Тогда  $\upsilon_{\mu,\mu} = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_{\mu,\mu}}} \sqrt{2gh} = \varphi_{\mu,\mu} \sqrt{2gH}$  (10.10)

Здесь для цилиндрического насадка:

$$\varphi_{\mu,\mu} = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta_{\mu,\mu}}},$$

где  $\zeta_{u,\mu} = 0,5$  или можно принять  $\phi_{u,\mu} = 0,82$ .

Расход внешнего цилиндрического насадка

$$Q_{u,H} = \mu_{u,H} \cdot \omega \cdot \sqrt{2gH} ,$$

где µ<sub>и.н</sub> – коэффициенты расхода внешнего цилиндрического насадка;

ω – площадь выходного отверстия насадка.

Для внешнего цилиндрического насадка:

$$\mu_{\boldsymbol{u}.\boldsymbol{\mu}} = \varepsilon \boldsymbol{\varphi}_{\boldsymbol{u}.\boldsymbol{\mu}} = \boldsymbol{\varphi}_{\boldsymbol{u}.\boldsymbol{\mu}}, \qquad (10.11)$$

так как *сжатия потока на выходе из насадка нет*, то есть  $\varepsilon = 1$ .

Коэффициенты расхода внешнего цилиндрического насадка  $\mu_{u,h}$  в общем случае зависят от числа Рейнольдса, Фруда, Вебера, относительной длины, конструктивных особенностей и относительной шероховатости проточной части насадка. Влиянием сил поверхностного натяжения и сил тяжести на коэффициенты расхода рассматриваемых насадков можно пренебречь при  $We_u > 200$  и  $Fr_u > 10$ .

Для насадка с острыми входными кромками и  $l = (3 \div 4)d$  получены следующие опытные данные: при  $Re_{\mu} = 10^3$ ;  $5 \cdot 10^3$ ;  $\ge 10^4$  соответственно  $\mu_{u,\mu} = 0,73$ ; 0,8; 0,82.

Итак, при истечении через внешний цилиндрический насадок коэффициент расхода  $\mu_{u,h}$  на 32 % больше, чем  $\mu_{o,\kappa}$  (отверстие с острой кромкой), при достаточно больших *Re* и прочих равных условиях.

При необходимости увеличить расход через отверстие достаточно присоединить к внешней стенке резервуара цилиндрический насадок.

#### 5. ВАКУУМ ВО ВНЕШНЕМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ НАСАДКЕ

Найдем выражение для вакуума в сжатом сечении при истечении через внешний цилиндрический насадок в атмосферу. Составив уравнение Бернулли для сечений *A*-*A* и *C*-*C* (рис. 10.7), получим, пренебрегая  $\alpha_0 v_0^2/2g$ :

$$H + \frac{p_{amm}}{\rho g} = \frac{p_c}{\rho g} + \frac{\alpha_0 v_c^2}{2g} + h_{mp}$$

Заменим:

$$\upsilon_c^2 = \frac{\upsilon^2}{\varepsilon^2}; h_{mp} = \xi_{o.\kappa.} \frac{\upsilon_c^2}{2g} = \frac{\xi_{o.\kappa.}}{\varepsilon^2} \frac{\upsilon^2}{2g}$$

где  $\upsilon = \upsilon_{\mu\mu}$  – скорость в выходном сечении внешнего цилиндрического насадка.

Тогда

$$\frac{p_{amm} - p_c}{\rho g} = \frac{\upsilon^2}{2g} \left( \frac{\alpha_c}{\varepsilon^2} + \frac{\xi_{o.\kappa.}}{\varepsilon^2} \right) - H$$

Учитывая, что  $v^2 / 2g = \phi_{\mu\mu}^2 H$ , запишем:

$$\frac{p_{am} - p_c}{\rho g} = h_{ga\kappa} = \left\lfloor \frac{\varphi_{\mu\mu}^2 (\alpha_c + \xi_{o\kappa})}{\varepsilon^2} - 1 \right\rfloor H.$$

Приняв  $\alpha_c = 1$  и подставив известные уже значения  $\phi_{u.n} = 0,82$ ,  $\xi_{o.\kappa} = 0,06$  и  $\epsilon = 0,64$  (для сжатого сечения), получим значение вакуума во внешнем цилиндрическом насадке при истечении жидкости в атмосферу:

$$h_{ga\kappa} = \frac{p_{am} - p_c}{\rho g} \approx 0,75H.$$
(10.12)

Предельное (из физических соотношений) значение вакуума ограничено возможным наименьшим давлением в сжатом сечении, которое из условия отсутствия разрыва сплошности жидкости не должно быть меньше давления насыщенных паров жидкости  $p_{Hn}$  (или упругости паров жидкости) при температуре в условиях истечения. Поэтому для воды при t = 20 °C можно получить предельное значение вакуумметрической высоты, соответствующей максимально возможному вакуумметрическому давлению:

$$h_{gak} = \frac{p_{am} - p_{Hn}}{\rho g} \approx 9.8 \text{ M}$$

а с учетом (10.12) – предельное значение напора для внешнего цилиндрического насадка:

$$H_{np} \approx 1.3 \frac{p_{amm} - p_{\mu n}}{\rho g} \approx 13 \text{ M}$$

При напорах, близких к  $H_{np}$ , возможно появление кавитации и нарушение сплошности потока.

Практически при истечении воды в атмосферу и  $h_{gak} \approx 8$  м начинается поступление воздуха через выходное сечение, жидкость частично или полностью отрывается от стенок, то есть происходит срыв вакуума и переход к истечению из отверстия. Соответственно коэффициент расхода уменьшается и насадок теряет свои преимущества в пропускной способности по сравнению с отверстием в тонкой стенке.

Исходя из описанного явления, считают, что допустимое значение вакуума в рассматриваемом насадке соответствует вакуумметрической высоте  $h_{sak, don} = 8$  м.

Практически принимаемое значение предельного напора, при котором  $h_{ga\kappa}$  не превысит  $h_{ga\kappa, don} = 8$  м, то есть насадок будет устойчиво работать с полностью заполненным сечением:

$$H_{np.don} = \frac{h_{вак.don}}{0.75} \cong 10,7$$
 м.

Таким образом, при проектировании гидротехнических сооружений и устройств, работающих по типу внешних цилиндрических насадков, следует предусматривать максимальные напоры не более 10,7 м. На практике иногда в водоворотную область по специальным воздухопроводам подают воздух, находящийся под атмосферным давлением, для обеспечения устойчивой работы, для уменьшения возможной вибрации конструкций. Естественно, коэффициент расхода при этом уменьшается, но надежность работы сооружения повышается.

# 6. ИСТЕЧЕНИЕ ЧЕРЕЗ ВНЕШНИЙ ЗАТОПЛЕННЫЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ НАСАДОК

Для случая истечения через внешний затопленный цилиндрический насадок (рис. 10.9) применим уравнение Бернулли к сечениям *А-А* и *В-В*. Последнее сечение нормально к направлению вытекающего потока, горизонтальная плоскость сравнения проходит по оси насадка. Пренебрегая скоростными напорами в сечениях, получим:

$$z_1 = z_2 + \Sigma \zeta \cdot \upsilon^2 / 2g$$

Отсюда:

const



$$\upsilon = \boldsymbol{\varphi} \cdot \sqrt{2g \cdot z} , \qquad (10.13)$$

где  $z = z_1 - z_2$ .

Расход определяется по формуле:

$$Q = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2g \cdot z} \,.$$

Значения коэффициентов расхода при истечении через затопленный и незатопленный насадки принимаются равными.

Найдем выражение для значения вакуума в сжатом сечении затопленного внешнего цилиндрического насадка, используя уравнение Бернулли.

Выберем сечения *А-А* и *С-С*, горизонтальная плоскость сравнения проходит по оси насадка. Имеем:

$$z_2 + z + \frac{p_{amm}}{\rho g} = \frac{p_c}{\rho g} + \frac{\alpha_c \upsilon_c^2}{2g} + h_{mp}.$$

Заменим:

$$v_c^2 = \frac{v^2}{\varepsilon^2}; \quad h_{mp} = \zeta_{o\kappa} \frac{v_c^2}{2g} = \frac{\zeta_{o\kappa}}{\varepsilon^2} \frac{v^2}{2g}$$

тогда:

$$\frac{p_{amm} - p_c}{\rho g} = \frac{\upsilon^2}{2g} \left( \frac{\alpha_c}{\varepsilon^2} + \frac{\xi_{o\kappa}}{\varepsilon^2} \right) - z - z_2.$$

Учитывая, что из (10.12)  $\upsilon^2 / 2g = \varphi^2 z$ , получаем:

$$\frac{p_{amm} - p_c}{\rho g} = \left[\frac{\varphi^2(\alpha_c + \zeta_{o\kappa})}{\varepsilon^2} - 1\right]z - z_2.$$

Подставив  $\alpha_c = 1$ ;  $\phi_{\mu\mu} = 0.82$ ;  $\zeta_{o.\kappa} = 0.06$  и  $\epsilon = 0.64$ , получим значение вакуума в затопленном внешнем цилиндрическом насадке:

$$h_{\scriptscriptstyle BBK} \approx 0,75 \cdot (z_1 - z_2). \tag{10.14}$$

#### 7. ИСТЕЧЕНИЕ ЧЕРЕЗ НЕЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ НАСАДКИ

Сходящиеся насадки. Насадок, имеющий форму усеченного конуса, сходящегося по направлению к выходному отверстию, называется коническим (круглого сечения) *сходящимся насадком* (рис. 10.10, *a*). В водомерных устройствах на каналах мелиоративных систем применяются также сходящиеся насадки с квадратным и прямоугольным поперечными сечениями.



Опытные данные показывают, что при изменении угла конусности θ изменяются и коэффициенты μ, φ и ε.

Но если коэффициент  $\mu$  достигает максимального значения, равного 0,946 при  $\theta = 13, 4^{\circ}$ , а затем уменьшается, то коэффициент скорости  $\varphi$  непрерывно растет и при  $\theta = 49^{\circ}$  равен 0,984. Сжатие струи, происходящее при выходе из насадка, оценивается коэффициентом  $\varepsilon = 0,98$  при  $\theta = 13 \div 14^{\circ}$ .

Увеличение угла конусности приводит к уменьшению потерь на расширение струи после сжатия в пределах насадка. При углах  $\theta = 13, 4^{\circ}$  эти потери практически ничтожны, так как в этом случае  $\omega_c$  примерно равна площади  $\omega$  на выходе из насадка.

Соответственно коэффициент  $\mu$  достигает максимума при  $\theta = 13, 4^{\circ}$ . При дальнейшем увеличении  $\theta$  сжатие на выходе из насадка увеличивается, коэффициент  $\mu$  уменьшается.

Коноидальные насадки (рис. 10.10, б) имеют сложную форму. Вход выполняется по форме вытекающей через отверстия струи, а выходной участок цилиндрический. За счет этого сжатие струи на выходе из насадка отсутствует,  $\varepsilon = 1$ . Коэффициенты  $\mu = \varphi = 0,97 \div 0,98$  при достаточно больших числах *Re*.

Расходящиеся насадки (рис. 10.10, в, г). Расходящаяся форма насадка способствует отрыву потока от стенок насадка. Вакуум в сжатом сечении расходящегося насадка больше, чем в сжатом сечении внешнего цилиндрического насадка. С увеличением угла конусности  $\theta$  растет и вакуум. По этим соображениям принимают  $\theta = 5 \div 7^{\circ}$ , а предельный напор меньшим, чем у внешнего цилиндрического насадка, чтобы обеспечить работу расходящегося насадка без срыва вакуума, то есть полным сечением.

Сжатия струи в выходном сечении нет,  $\varepsilon = 1$ , поэтому  $\mu = \phi$ .

При  $\theta = 5 \div 7^{\circ}$  и острой кромке входного отверстия применительно к формуле  $Q = \mu \omega_{gbix} \sqrt{2gH}$  рекомендуется  $\mu = \phi \approx 0.45$ .

Если к отверстию в тонкой стенке присоединить внешний цилиндрический или расходящийся насадки, то во втором случае при прочих одинаковых условиях расход будет значительно больше. При этом за расходящимся насадком скорость и кинетическая энергия струи будут меньше.

Такие насадки применяют при необходимости пропустить относительно большой расход при малых скоростях на выходе или в устройствах, когда необходимо достичь значительного вакуума (водоструйные насосы, гидроэлеваторы и т.п.). Как правило, отсасывающие трубы гидравлических турбин также представляют собой расходящиеся насадки.

236

При соединении входной части, выполненной по форме струи с расходящимся коническим насадком, можно получить наибольшее возможное увеличение расхода.

## 8. СРАВНЕНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОТВЕРСТИЙ И НАСАДКОВ

При проектировании конструкций, в которых происходит истечение через отверстия и насадки, необходимо сравнивать различные водопропускные устройства по проходящему через них расходу и кинетической энергии, соответствующей этому расходу.

Известно, что при незатопленных отверстиях и насадках:

$$Q = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2gH}$$
 и  $\upsilon = \phi \cdot \sqrt{2gH}$ .

Кинетическая энергия проходящего в единицу времени количества жидкости:

$$\frac{m\cdot\upsilon^2}{2} = \frac{\rho Q \upsilon^2}{2} = \rho \cdot g \cdot \mu \cdot \varphi^2 \cdot \omega \cdot H \cdot \sqrt{2gH} .$$

Тогда при равенстве площадей  $\omega$  и напоров *H* расход зависит от  $\mu$ , а кинетическая энергия – от  $\mu \phi^2$ ,что и учитывают при сравнении водопропускных элементов. Осредненные данные этих параметров для больших чисел *Re* сведены в табл. 10.1.

Таблица 10.1.

Отверстие и насадок	φ	μ	$\mu \phi^2$	$\zeta = \frac{1}{\varphi^2} - 1$
Отверстие в тонкой стенке	0,97	0,62	0,583	0,06
Внешний цилиндрический насадок	0,82	0,82	0,551	0,49
Конический сходящийся насадок (θ = 13°)	0,97	0,95	0,894	0,06
Коноидальный насадок	0,97	0,97	0,913	0,06
Конический расходящийся насадок (данные отнесены к выходному се- чению)	0,45	0,45	0,091	3,94

Осредненные данные ф, µ, ζ для отверстия и насадков

Проведем сравнение, как указывалось, при равенстве  $\omega$  и *H* во всех случаях. Наибольшая скорость истечения, как видно из табл. 10.1, обеспечивается при истечении через отверстие в тонкой стенке, через сходящий-

ся и коноидальный насадки. Максимальная пропускная способность наблюдается при истечении через расходящийся и коноидальный насадки.

Расход при истечении через внешний цилиндрический насадок больше, чем через отверстие в тонкой стенке, но вытекающая через отверстие струя обладает большей кинетической энергией, чем при истечении через внешний цилиндрический насадок.

Из всех сравниваемых устройств коноидальный насадок характеризуется максимальной кинетической энергией струи.

Расходящиеся насадки обеспечивают минимальные значения скорости и кинетической энергии струи. Наибольшее значение ζ у конического расходящегося насадка.

## ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ НАПОРЕ

## 9. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЯВЛЕНИЯ

Изменение напора при истечении может быть вызвано:

1) изменением положения уровня в резервуаре (сосуде, водохранилище и т.п.), из которого вытекает жидкость (в питателе);

2) изменением положения уровня в резервуаре, в который втекает жидкость (в приемнике);

3) одновременным изменением положений уровней в обоих резервуарах (в питателе и приемнике);

4) другими причинами, например, изменением давления над свободными поверхностями жидкости.

При изменении напора во времени изменяются параметры потока (расход, скорости, давление). Поэтому истечение жидкости из резервуара при переменном напоре представляет один из случаев неустановившегося движения.

Для определения параметров неустановившегося движения уравнение Бернулли, полученное для установившегося движения, в общем случае не пригодно. Однако при истечении из резервуара большой площади  $\Omega$ (питателя), через отверстие, насадок или трубу площадью  $\omega << \Omega$  в другой резервуар (приемник) также большой площади или в газовую среду уровни в резервуарах изменяются медленно; ускорения струи малы, скорость изменяется заметно, только если процесс продолжителен. Имеет место *квазиустановившееся* движение. При расчете параметров квазиустановившихся потоков принято время процессов разбивать на бесконечно большое число бесконечно малых интервалов dt и в пределах каждого интервала считать движение установившимся и пользоваться уравнением Бернулли.

Основная задача при рассмотрении истечения с переменным напором – определение времени, за которое напор изменится от начального значения  $H_1$  до некоторого назначенного значения  $H_2$ .

Истечение при переменном напоре может происходить через незатопленные или затопленные отверстия, насадки различных форм, трубы. В процессе истечения убыль жидкости в резервуаре-питателе может частично восполняться притоком от внешнего источника, а может и не восполняться. Площади поперечных сечений резервуаров могут быть постоянными или переменными по высоте, так как имеются многообразные схемы истечения.

## 10. ИСТЕЧЕНИЕ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ НАПОРЕ И ПОСТОЯННОМ ПРИТОКЕ

Рассмотрим истечение из резервуара через отверстие в атмосферу. Площадь резервуара  $\Omega$  не постоянна по высоте, площадь отверстия  $\omega(\omega \leq \Omega; \upsilon >> \upsilon_0)$ , начальный напор над центром отверстия  $H_1$ . В резервуар от внешнего источника поступает жидкость, расход притока  $Q_{np} = \text{const}$ . Пренебрегая  $\alpha_0 \upsilon_0^2 / 2g$ , получим, что при неизменности напора, то есть при установившемся движении, для вытекания расхода  $Q_{np}$  через отверстие площадью  $\omega$  потребуется напор  $H_{np}$ , определяемый из формулы:

$$Q_{np} = \mu \omega \sqrt{2gH_{np}}, \qquad (10.15)$$
$$H_{np} = \frac{Q_{np}^2}{2g\mu^2\omega^2}.$$

откуда:

Если напор над центром отверстия равен  $H_{np}$ , то движение будет установившимся, напор не будет изменяться и из отверстия будет вытекать точно такой же расход, что и поступает в резервуар, то есть  $Q_{np}$ .

Если напор  $H_1$  над центром отверстия в начальный момент времени не равен  $H_{np}$ , то возможны два случая:

1) при  $H_1 < H_{np}$  через отверстие будет вытекать расход  $Q < Q_{np}$ . Объем жидкости в резервуаре будет увеличиваться, напор повышаться, а расход постепенно увеличиваться. Когда напор станет равным  $H_{np}$ , расход достигнет значения  $Q_{np}$ , то есть отток станет равным притоку, движение станет установившимся;

2) при  $H_1 > H_{np}$  через отверстие будет вытекать расход  $Q > Q_{np}$ . В связи с этим уровень жидкости в резервуаре будет постепенно понижаться, напор и расход будут уменьшаться до тех пор, пока напор не станет равным  $H_{np}$  и соответственно вытекающий расход не сравняется с расходом притока  $Q_{np}$ . После этого будет происходить истечение при постоянном напоре  $H_{np}$ , и расходе  $Q = Q_{np}$ .

Определим время изменения напора в резервуаре от  $H_1$  до  $H_2$ . Используя изложенное выше допущение о возможности применения формулы расхода при постоянном напоре (то есть при установившемся движении), рассмотрим истечение за бесконечно малый интервал времени dt при некотором промежуточном значении напора H (рис. 10.11).



Рис. 10.11. Истечение при переменном напоре

За время *dt* через отверстие вытечет объем жидкости:

$$dW = Qdt = \mu\omega\sqrt{2gH}dt,$$

а втечет в резервуар объем жидкости, равный  $Q_{np}dt$ . Изменение объема жидкости в резервуаре за время dt составит:

$$\left(Q_{np}-\mu\omega\sqrt{2gH}\right)dt$$

Заключенное в скобки выражение может быть положительным или отрицательным в зависимости от соотношения Q и  $Q_{nv}$ .

В результате изменения объема за время dt уровень жидкости в резервуаре изменится (поднимется или опустится) на бесконечно малую величину dH. При этом изменение объема жидкости равно  $\Omega dH$ , где  $\Omega$  – площадь поперечного сечения резервуара на уровне H.

Очевидно, что:

$$\Omega dH = (Q_{np} - \mu \omega \sqrt{2gH}) dt,$$

Подставив  $Q_{np}$  по (10.14), получим:

$$\Omega dH = \mu \omega \sqrt{2g} \left( \sqrt{H_{np}} - \sqrt{H} \right) dt \,.$$

Отсюда:

$$dt = \frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \cdot \frac{dH}{\sqrt{H_{np}} - \sqrt{H}}.$$
(10.16)

Введем новую переменную:  $y = \sqrt{H_{np}} - \sqrt{H}$ , тогда  $dy = -dH/2\sqrt{H}$  и  $dH = -2\sqrt{H}dy$ . Но  $-\sqrt{H} = y - \sqrt{H_{np}}$ , поэтому  $dH = 2(y - \sqrt{H_{np}})dy$ . Подставив  $dH = 2(y - \sqrt{H_{np}})dy$  и  $\sqrt{H_{np}} - \sqrt{H} = y$  в (10.15), получим:  $Q = 2(y - \sqrt{H_{np}})dy = 2Q$  (  $\sqrt{H_{np}}dy$ )

$$dt = \frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \cdot \frac{2(y - \sqrt{H_{np}})dy}{y} = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \left( dy - \frac{\sqrt{H_{np}}dy}{y} \right)$$

Отсюда находим выражение для времени t, за которое напор над центром отверстия изменится от  $H_1$  до  $H_2$ :

$$t = \frac{2}{\omega\sqrt{2g}} \int_{y_1 = \sqrt{H_{np}} - \sqrt{H_1}}^{y_2 = \sqrt{H_{np}} - \sqrt{H_2}} \frac{\Omega}{\mu} (1 - \frac{\sqrt{H_{np}}}{y}) dy$$
(10.17)

В (10.16) под знаком интеграла кроме переменной *у* имеются еще переменные  $\Omega$  и  $\mu$ . В общем случае  $\Omega$  может зависеть от *H*, а коэффициент расхода  $\mu$  также может изменяться с изменением напора, так как при этом изменяются числа Рейнольдса, Вебера, Фруда, которые могут влиять на  $\mu$ . Рассмотрим только те случаи, когда допустимо принимать изменения коэффициента расхода в процессе истечения настолько незначительным, что можно принять  $\mu$  постоянным.

Далее могут представиться два случая.

1. Площадь поперечного сечения резервуара с глубиной не изменяется ( $\Omega = \text{const}$ ), тогда в (10.15) можно вынести  $\Omega$  за знак интеграла:

$$y_2 = \sqrt{H_{np}} - \sqrt{H_2} ;$$
  
$$t = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \int_{y_1 = \sqrt{H_{np}} - \sqrt{H_1}}^{y_2 = \sqrt{H_{np}} - \sqrt{H_2}} \left(1 - \frac{\sqrt{H_{np}}}{y}\right) dy$$

ИЛИ

$$t = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \left(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2} + \sqrt{H_{np}} \ln\frac{\sqrt{H_{np}} - \sqrt{H_1}}{\sqrt{H_{np}} - \sqrt{H_2}}\right).$$
 (10.18)

2. Площадь поперечного сечения резервуара изменяется в зависимости от глубины и тем самым от напора *H*.

Здесь также возможны два случая:

а) зависимость площади  $\Omega$  от H можно выразить аналитически:  $\Omega = f(H)$ . Примером является горизонтальный цилиндрический резервуар диаметром  $D = 2r_0$ , длиной L (рис.10.12).



Рис. 10.12. Истечение при переменном напоре из цилиндрического резервуара

сти из такого резервуара при отсутствии притока ( $Q_{np} = 0$ ;  $H_{np} = 0$ ):

$$dt = -\frac{\Omega}{\mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2g}} \cdot \frac{dH}{\sqrt{H}}.$$
 (10.19)

Выразив площадь  $\Omega$  через *H*:

При истечении жидко-

$$\Omega=2L\sqrt{H(2r_0-H)}\,,$$

проинтегрируем (10.19), заменив dH через  $d(2r_0 - H)$ . Получим:

$$t = \frac{2L}{\mu\omega\sqrt{2g}} \int_{2r_0}^0 \sqrt{2r_0 - H} d(2r_0 - H).$$

Время, за которое из резервуара выльется вся жидкость (время полного опорожнения резервуара), равно:

$$T = \frac{4LD\sqrt{D}}{3\cdot\mu\cdot\omega\cdot\sqrt{2g}}.$$
 (10.20)

б) зависимость площади  $\Omega$  от H не выражается аналитически. Примерами таких резервуаров служат водохранилища и пруды. Если зависимость  $\Omega = f(H)$  не выражается аналитически, то взять интеграл (10.17) невозможно.

Рассмотрим приближенное решение задачи об опорожнении водохранилища (рис. 10.13) через донный водовыпуск площадью выходного сечения  $\omega$  при условии, что задан приток  $Q_{np}$ , коэффициент расхода водовыпуска  $\mu$  и кривая  $\Omega = f(H)$ .

Объем жидкости, которая должна вытечь из водохранилища, разобьем горизонтальными плоскостями на m слоев равной высоты  $\Delta h$  (значения  $\Delta h$  принимаются исходя из необходимой точности расчета). Объем *n*-ного слоя:

$$\Delta W = \Omega \Delta h = \frac{\Omega_{n-1} + \Omega_n}{2} \Delta h;$$

$$t_{H_{1}}^{H_{m}} = \frac{\Delta h}{2\mu\omega\sqrt{2g}} \left[ \left( \frac{\Omega_{1}}{\sqrt{H_{1}} - \frac{Q_{np}}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + \frac{\Omega_{2}}{\sqrt{H_{2}} - \frac{Q_{np}}{\mu\omega\sqrt{2g}}} \right) + \left( \frac{\Omega_{2}}{\sqrt{H_{2}} - \frac{Q_{np}}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + \frac{\Omega_{3}}{\sqrt{H_{3}} - \frac{Q_{np}}{\mu\omega\sqrt{2g}}} \right) + \dots \right] = \frac{\Delta h}{2\mu\omega\sqrt{2g}} \left[ \frac{\Omega_{1}}{\sqrt{H_{2}} - \frac{Q_{np}}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + \frac{\Omega_{2}}{\sqrt{H_{3}} - \frac{Q_{np}}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + \dots + \frac{\Omega_{n}}{\sqrt{H_{n}} - \frac{Q_{np}}{\mu\omega\sqrt{2g}}} \right] \right]. (10.21)$$

Величины  $\Omega_1, \Omega_2, ..., \Omega_m$  находятся по кривой  $\Omega = f(H)$ .



Рис. 10.13. Схема к решению задачи об опорожнении водохранилища

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7 «ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ МАЛЫЕ ОТВЕРСТИЯ ПРИ ПОСТОЯННОМ НАПОРЕ»

# Цель работы

Определить опытным путем коэффициенты скорости  $\phi$ , расхода  $\mu$ , сжатия  $\epsilon$  и сопротивления  $\zeta$  при истечении через малое отверстие.

#### Общие сведения

При истечении реальной жидкости из резервуара через малое отверстие при условии, что уровень жидкости в резервуаре остается постоянным, уравнение Бернулли, записанное для сечений I и II относительно некоторой плоскости сравнения 0-0, примет вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{\upsilon_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{\upsilon_2^2}{2g} + h_n.$$

Сумма левой и правой части уравнения и первые три слагаемые в правой представляют удельные энергии жидкости, отнесенные к единице ее веса (напоры) в рассматриваемых сечениях. Формула потерь напора при прохождении жидкости через отверстие имеет вид:

$$h_n = \zeta_0 v_2^2 / 2g ,$$

где  $\zeta$  – коэффициент местного сопротивления.

Считая  $\upsilon_1 = 0$  получили, что средняя скорость вытекающей струи:

$$\upsilon_{2} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_{2} + \zeta_{0}}} \sqrt{2g(z_{1} - z_{2}) + \frac{p_{1} - p_{2}}{\gamma}},$$

где  $v_2$  – действительная скорость истечения реальной жидкости ( $v_d$ ).

Обозначив разность геометрических напоров  $z_1 - z_2 = h$  и считая  $\alpha_1 = 1$  получим:

$$\upsilon_2 = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta_0}} \sqrt{2gH} \; ,$$

где  $H = h + \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$  – действительный напор. Чаще всего  $p_1 = p_2$ , поэтому:

$$\upsilon_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_0}} \sqrt{2gh} ,$$
$$\upsilon_m = \sqrt{2g \cdot h} ,$$

где  $v_m$  – теоретическая скорость или скорость истечения идеальной жидкости ( $h_n = 0$ ):

$$\varphi = \frac{\upsilon_{\partial}}{\upsilon_m} = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_0}}$$

где  $\phi$  – коэффициент скорости. Здесь  $\upsilon_{\partial} = \upsilon_2$ 

В случае, когда скорость  $v_1$  можно считать равной нулю и когда максимальный вертикальный размер отверстия (*A*-*B*) < 0,2*H* отверстие называется малым. При:

$$Re = \frac{\sqrt{2gH} \cdot d_0}{v} < 10^5, \varphi = \text{const}$$

Для круглых отверстий с тонкой стенкой (толщина стенки 2*d*) и острой кромки  $\varphi = 0,97 - 0,98$ ; коэффициент  $\zeta_0 = \frac{1}{\omega^2} - 1 \approx 0,05$ .

При истечении через малое отверстие жидкость испытывает сжатие при огибании кромок отверстий за счет инверсии своих частиц. Поэтому площадь сечения струи  $\omega_c$  меньше отверстия  $\omega_0$ . Отношение  $\omega_c / \omega_0 = 0,64$  называется коэффициентом сжатия є для малых отверстий. Действительный расход через малое отверстие равен:

$$Q_{\partial} = \upsilon_{\partial} \cdot \omega_{c} = \varphi \cdot \varepsilon \cdot \omega_{0} \cdot \upsilon_{m} = \mu \cdot \omega_{0} \sqrt{2gH} ,$$
$$Q_{m} = \omega_{0} \sqrt{2gH} ,$$
$$\mu = Q_{\partial} / Q_{m} .$$

то

так как

При  $Re < 10^5$  коэффициенты  $\mu, \epsilon, \rho, \rho_0$  являются функцией числа Re.

Коэффициент скорости  $\varphi$  может быть определен координатным способом. Дальность полета струи *x* вытекающей из отверстия находящегося на высоте *y* над горизонтальной плоскостью может быть выражена как:

$$x = v_{\partial} \cdot t$$
,  $y = \frac{gt^2}{2}$ ,

где *t* – время полета струи до плоскости.

Из этих уравнений:

$$\upsilon_{\partial} = \frac{x\sqrt{g}}{\sqrt{2y}} \cdot \upsilon_m = \sqrt{2gH} \cdot \mathbf{v}_m$$
$$\phi = \frac{\upsilon_{\partial}}{\upsilon_m} = \frac{x}{2\sqrt{y \cdot H}} \cdot \mathbf{v}_m$$

Таким образом:

#### Описание опытной установки

Схема лабораторной установки представлена на рис. 1. Установка состоит из напорного 1 и питающего 2 баков, соединенных между собой трубопроводом 3. Вода из питающего бака в напорный подается центробежным насосом 4. Расход жидкости, а следовательно, и скорость истечения струи регулируется с помощью задвижки 5. Напорный патрубок насоса дросселируется так, чтобы поддерживался постоянный напор.

## Порядок выполнения работы

1. Установить на шайбе диафрагму с круговым отверстием.

2. Включить насос и дождаться установления в напорном баке постоянного напора.

3. Записать величину напора *H* по водомерному стеклу (пьезометру).

- 4. Измерить дальность полета струи *х*.
- 5. Записать значение у.

6. Поворачивая в резьбе диафрагмы винты, подвести их острия к поверхности струи, после чего закрыть задвижку 2.

7. Штангенциркулем замерить расстояние между отверстиями, то есть диаметр струи, а затем – диаметр отверстия.

8. Открыть сливную задвижку 5.

9. Понизить напор на 9 – 10 см и повторить замеры.

10. Полученные данные поместить в таблицу и произвести необходимые расчеты. Привести пример расчета.



Рис. 1. Схема лабораторной установки: 1 – напорный бак; 2 – питающий бак; 3 – соединительный трубопровод; 4 – центробежный насос; 5 – кран, регулирующий расход воды; 6 – отражательный щиток; 7 – дифлектор; 8 – фланец; 9 – диафрагма; 10 – измерительная линейка

Определяемые величины	Размер- ность	Истечение из отверстий		
		ОПЫТЫ		
		1	2	3
1. Диаметр отверстия, $d_0$	MM			
2. Диаметр струи, <i>d</i> <sub>c</sub>	ММ			
3. Площадь отверстия, ω <sub>0</sub>	см <sup>2</sup>			
4. Площадь живого сечения струи, ω <sub>c</sub>	cm <sup>2</sup>			
5. Действующий напор по пьезометру, Н	СМ			
6. Вертикальная проекция струи, у	СМ			
7. Горизонтальная проекция струи, х	СМ			
8. Коэффициент сжатия струи, $\varepsilon = \omega_c / \omega_0$	б. р.			
9. Коэффициент скорости струи,				
$\varphi = \frac{\upsilon_{\partial}}{\upsilon_m} = \frac{x}{2\sqrt{y \cdot H}}$	б. р.			
10. Действительная скорость, $v_{\partial} = \frac{x\sqrt{g}}{\sqrt{2y}}$	см/с			
11. Теоретическая скорость, $\upsilon_m = \sqrt{2gH}$	см/с			
12. Расход действительный, $Q_{\partial} = v_{\partial} \cdot \omega_c$	см <sup>3</sup> /с			
13. Расход теоретический, $Q_m = \omega_0 \sqrt{2gH}$	см <sup>3</sup> /с			
14. Коэффициент расхода, $\mu = Q_{\partial} / Q_m$	б. р.			
15. Коэффициент сопротивления, $\zeta_0 = \frac{1}{\phi^2} - 1$	б. р.			

## Таблица экспериментов

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8 «ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ НАСАДКИ ПРИ ПОСТОЯННОМ НАПОРЕ»

### Цель работы

1. Определение коэффициентов φ, ζ, μ насадка Вентури, конически расходящегося и конически сходящегося насадков.

2. Измерение вакуумметрического давления.

#### Общие сведения

Насадками называются короткие патрубки длиной 3 – 4 диаметра входного отверстия.

Различаются цилиндрические, конические и коноидальные насадки, внутренняя поверхность которых выполнена в форме поверхности вытекающей струи.

Цилиндрические насадки делятся на внутренние (насадки Борда) и внешние (насадки Вентури), конические насадки могут быть сходящиеся и расходящиеся (рис. 1, *a*, *в*).



Рис. 1. Нецилиндрические насадки: *а* – конически сходящийся насадок; *б* – коноидальный насадок; *в* – конически расходящийся насадок; *г* – коноидально расходящийся насадок

Струя при входе в насадок, как и в отверстиях, претерпевает сжатие, далее расширяется и заполняет все сечение насадки. Над сжатым сечением образуется зона с пониженным (ниже атмосферного) давлением жидкости – область вакуумметрического давления. Сопротивление насадка обусловлено сжатием и последующим расширением струи. Коэффициент сопротивления  $\zeta_{h}$  является суммой коэффициентов сопротивлений входа  $\zeta_{ex}$  и расширения  $\zeta_{pacw}$ .

Струя жидкости на выходе из насадка заполняет его сечение полно-

стью, то есть коэффициент сжатия насадки  $\varepsilon_{\mu} = 1$  (рис. 2). Вакуум в сжатом сечении насадка увеличивает действующий напор. При турбулентном движении, когда потери напора по длине малы вследствие короткой длины насадка, а вакуум достигает примерно 0,75 · *H*, пропускная способность внешнего цилиндрического насадка существенно больше (до 33 %) при прочих равных условиях расхода через от-



Рис. 2. Истечение через цилиндрический насадок

верстие. При ламинарном истечении, потери по длине, соизмеримы с ме-

стными, вследствие малого сжатия величина вакуума не велика. Поэтому расход через насадок оказывается меньше расхода через отверстие. Записывая уравнение Бернулли для сечений *А*-*А* и *В*-*В* и считая, что  $v_A = 0$ , определим скорость истечения через насадок:

$$\upsilon_B = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_H}} \cdot \sqrt{2gH} = \upsilon_\partial, \ \upsilon_m = \sqrt{2gH}$$

где  $\frac{1}{\sqrt{1+\zeta_{_{H}}}} = \phi - \kappa \phi \phi$ ициент скорости насадка;

 $\upsilon_{\partial}$  – действительная, а  $\upsilon_m$  – теоретическая скорость истечения. Расход Q через насадок определяется как:

$$Q = \omega_B \cdot \upsilon_B = \omega_B \cdot \mu \cdot \sqrt{2gH} = \omega_B \cdot \varphi \cdot \sqrt{2gH}$$

Так как  $\mu = \varepsilon \cdot \phi$ , то при  $\varepsilon = 1$ ,  $\mu = \phi$ .

ω – площадь сечения струи (или отверстия) на выходе из насадка.

Коэффициент скорости  $\phi = v_{\partial} / v_m$  может быть определен координатным методом по формуле:

$$\varphi = \frac{x}{2 \cdot \sqrt{y \cdot H}},$$

где  $x = v_{\partial}t$  – дальность полета струи,

$$y = \frac{g \cdot t^2}{2}$$
 – высота падения струи.

Тогда коэффициент сопротивления насадка  $\zeta_{\mu} = \frac{1}{\phi} - 1$ . Следует заме-

тить, что практически при одинаковых диаметрах входных отверстий  $\zeta_{ex}$  насадков примерно равны. Коэффициент  $\zeta_{H}$ , в основном, зависит от  $\zeta_{pacul} = (\omega_2 / \omega_1 - 1)^2$ .

Таким образом, с увеличением  $\omega_2$  при постоянном  $\omega_1$ , (а  $\omega_1$ , зависит только от *H*)  $\zeta_{pacu}$  увеличивается. Соответственно растет  $\zeta_{\rm H}$  и уменьшается  $\varphi$  насадка. То есть у конически расходящихся насадков коэффициент  $\varphi$  и, соответственно,  $\mu$  меньше, чем хотя бы у цилиндрических с тем же диаметром входного отверстия. Коэффициент расхода  $\mu$  может быть определен как  $\mu = Q_0 / Q_m$  путем замера действительного расхода  $Q_0$  и подсчета теоретического расхода  $Q_m = \omega_0 \cdot \sqrt{2g \cdot H}$ , где  $\omega_0$  – площадь выходного отверстия.

Вакуум, образующийся над сжатым сечением струи в насадке оказывает всасывающее воздействие на струю, что ведет к увеличению скорости жидкости в сжатом сечении и к увеличению расхода через насадок в це-

лом. Кроме того, с увеличением выходного отверстия, расход через насадок также увеличивается. Все это обусловливает повышенный расход через конически расходящийся насадок.

При больших напорах Н струи истекающей жидкости (через конически

расходящиеся и цилиндрические насадки) могут оторваться от стенок (явление срыва струи) за счет того, что давление в зоне сжатия струи (сечение *C*-*C* на рис. 2) станет меньше давления парообразования. В этом случае жидкость вскипает, и струя отрывается от стенки. Практически это наступает при значении вакуумметрического давления в зоне сжатия струи 6 ÷ 7 м вод. ст. Вакуум-

метрическое давление может быть измерено с



Рис. 3. Вакуум в насадке

помощью вакуумметра по схеме на рис. 3. Опыты показывают что  $h_{eak} = 0,75H$ .

#### Описание установки

На напорном баке 1 (рис. 4) установлена задвижка, 2 к наружному фланцу которой крепится шайба с резьбовым отверстием. В отверстие ввинчивается исследуемый насадок. При повороте маховика задвижки 2 жидкость струей вытекает через насадок. Для измерения дальности полета *х* 

струи на борту бака 3 установлена линейка 4. Высота падения струи у указана на шайбе. Напор Н измеряется по пьезометру 5. Для измерения действительного расхода внутри бака 3 установлен мерный бак 6 с делениями в лит-



Рис. 4. Лабораторная установка

рах на внутренней стенке. Для понижения уровня жидкости в баке 1 служит сливная задвижка 7.

### Порядок проведения работы

а) цилиндрический и конический сходящийся насадки:

1. Установить на шайбе исследуемый насадок.

2. Записать величину напора по пьезометру 5.

3. Открыть полностью задвижку 2.

4. Замерить координату струи х.

5. Закрыть задвижку и сменить насадок.

б) конически расходящийся насадок:

1. Установить на шайбе насадок.

2. Присоединить к штуцеру насадка резиновую трубку, соединенную со стеклянной, конец которой должен быть опущен в стакан с водой или подкрашенной жидкостью.

3. Зажать резиновую трубку зажимом.

4. Закрыть выходное отверстие насадка пробкой.

5. Открыть полностью задвижку 2.

6. Закрыть отверстие в мерном баке 6 пробкой.

7. Резко выдернуть пробку из насадка и одновременно включить секундомер.

8. Замерить координату струи *х*, *h*<sub>вак</sub> и величину напора по пьезометру 5.

9. Определить время *t* наполнения 50 или 100 л воды в мерном баке.

10. Данные занести в таблицу.

11. Закрыть задвижку, воду из мерного бака слить.

12. Открытием задвижки 7 понизить уровень жидкости в баке 1 на  $5 \div 8$  см и повторить опыты описанные в *a*) и *б*).

#### Обработка опытных данных

По измеренным x и y определить коэффициенты скорости  $\varphi$ , сопротивления  $\zeta_{H}$ , расхода  $\mu$  всех насадков. Определить отношение  $h_{ga\kappa}/H$ . Для конически расходящегося насадка определить коэффициент расхода как отношение по формуле:

$$\mu = Q_{\partial} / Q_m.$$

	Тип насадка				
Измеряемые и определяемые величины	конически	цилиндри-	конически		
	сходящийся	ческий	расходящийся		
Напор Н					
Координата х					
Координата у					
Коэффициент скорости ф					
Коэффициент сопротивления $\zeta_{\rm H}$					
Коэффициент расхода μ					
Вакууметричекая высота <i>h</i> <sub>вак</sub>					
Площадь выходного отверстия $\omega_0 = \frac{\pi d^2}{4}$					
Теоретический расход $Q_m = \omega_0 \sqrt{2gH}$					
Объем воды V					
Время наполнения t					
Действительный расход $Q_{\partial} = V / t$					

### Таблица экспериментов

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- 1. Какое отверстие называется малым?
- 2. Какое отверстие называется большим?
- 3. Какое отверстие считается отверстием в тонкой стенке?
- 4. В каком случае наблюдается полное сжатие струи?
- 5. В каком случае наблюдается неполное сжатие струи?
- 6. В каком случае наблюдается совершенное сжатие струи?
- 7. Объясните, как формируется сжатое сечение струи.

8. Выведите формулу для определения скорости истечения жидкости из отверстия.

9. Выведите формулу для определения расхода жидкости при истечении из отверстия.

10. Что показывает коэффициент скорости ф?

11. Что называется инверсией струи?

12. Как коэффициенты сжатия ε, скорости φ и расхода μ зависят от числа *Re*?

13.Как определить расход жидкости при истечении через малое затопленное отверстие с острой кромкой? 14. Что называется насадками?

15.Как происходит истечение жидкости через внешний цилиндрический насадок?

16.Объясните, почему при истечении жидкости через внешний цилиндрический насадок в сжатом сечении образуется вакуум?

17. Какие причины приводят к возникновению сопротивления движения жидкости через внешний цилиндрический насадок?

18.Как можно увеличить расход жидкости через отверстие, если не изменять напор и диаметр отверстия?

19. Какой величиной ограниченно вакуумметрическое давление в сжатом сечении при истечении жидкости через насадок?

20. Чему равно предельное значение вакуумметрического давления при истечении жидкости через насадок?

21. Чему равно предельное значение напора при истечении жидкости через насадок?

22. Какие существуют виды нецилиндрических насадков?

23.У какого насадка наибольшая скорость истечения? Почему?

24. У какого насадка наибольший расход? Почему?

25.По какой формуле можно определить время истечения жидкости из отверстия при переменном напоре?

### ЛИТЕРАТУРА

1. Альтшуль А.Д., Кисилев П.Г. Гидравлика и аэродинамика.– М.: Стройиздат, 1975. – 323 с.

2. Штеренлихт Д.В. Гидравлика: учебник для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 640 с.

3. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – Л.: Энергия, 1982. – 600 с.

4. Ботук Б.О. Гидравлика. – М.: Высш. шк., 1962. – 450 с.

5. Медведев В.Ф. Гидравлика и гидравлические машины: Учеб. пособие. – Мн.: Выш. шк., 1998. – 311 с.