

ной техники, в частности шарнирных сопряжений механизмов копирования рельефа поля, лап культиваторов показали повышение срока службы деталей в 2-3 раза.

УДК 539.3

АНАЛИЗ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ДЛИННЫХ ТОНКОСТЕННЫХ ТРУБ

А.В. Чигарев, А.Р. Покульницкий

Белорусский национальный технический университет, Минск

Тонкостенные трубы, изготовленные из различных типов стали, значительно распространены в промышленности. Они находят свое применение в том числе в нефтедобывающей и нефтеперерабатывающей отраслях. Анализ собственных частот и форм малых колебаний имеет важное значение как для проектирования, так и для проведения экспертизы уже существующих промышленных конструкций. Решение задач динамики тонкостенных оболочек позволяет увеличить срок службы таких труб. В работе получены значения собственных частот колебаний, а также их формы. Для исследования собственных частот использовались методы теории упругости. Численное моделирование проводилось с использованием метода конечных элементов. Проведено сравнение аналитических результатов с численными, полученными с использованием программного комплекса ANSYS.

Дифференциальные уравнения динамики оболочки в перемещениях с учетом внешней нагрузки и компонентов распределённых сил инерции представимы в виде:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2R^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{1+\mu}{2R} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta \partial x} + \frac{\mu}{R} \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{1-\mu^2}{E\delta} P_1 - \rho \frac{1-\mu^2}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \\ & \frac{1+\mu}{2R} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial W}{\partial \theta} - \frac{\delta^2}{12R^2} \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial^3 W}{\partial \theta^3} + \frac{\partial^3 W}{\partial \theta^2 \partial x} - \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} \right) + \frac{1-\mu^2}{E\delta} P_2 - \rho \frac{1-\mu^2}{E} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0, \\ & \mu \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{1}{R} W + \frac{\delta^2}{12R^2} \left(R^3 \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2R \frac{\partial^4 W}{\partial \theta^2 \partial x^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial^4 W}{\partial \theta^4} - \frac{1}{R} \frac{\partial^3 V}{\partial \theta^3} - R \frac{\partial^3 V}{\partial \theta \partial x^2} \right) - \frac{R(1-\mu^2)}{E\delta} P_3 + \rho \frac{R(1-\mu^2)}{E} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

где P_1, P_2, P_3 – компоненты распределённой внешней нагрузки.

Решение системы уравнений (1) будем искать в следующем виде:

$$U = A_{\min} \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos(n\theta) \sin(\omega t); \quad (2)$$

$$V = B_{\min} \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin(n\theta) \sin(\omega t); \quad (3)$$

$$W = C_{\min} \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin(n\theta) \sin(\omega t); \quad (4)$$

где m – число полуволн в продольном направлении, n – число полуволн в окружном направлении трубы; θ – угловая координата в окружном направлении; L – длина трубы; A_{max} , B_{max} , C_{max} – амплитуды колебаний вдоль соответствующих направлений; ω – круговая частота колебаний; U, V, W – перемещение середины поверхности оболочки в продольно, окружном, и радиальном направлении.

Формулы (2 – 4) удовлетворяют граничным условиям свободного опирания по краям трубы, т.е. $x=0$ и $x=L$ сосуда. Краевые условия имеют вид: $W=0, M_1=0, V=0, N_1=0$ (где N_1 , – компонент напряженного состояния, M_1 – изгибающий момент в сечении $x=\text{Const}$). Тогда уравнение шестой степени относительно круговой частоты колебаний ω , за вычетом членов уравнения, не оказывающих значительного влияния на итоговые значения искомой величины, представимо в виде

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1-\mu^2}{E} R^2 \rho \omega^2 \right)^3 + \left(\frac{1-\mu^2}{E} R^2 \rho \omega^2 \right)^2 \left(1 + \frac{3-\mu}{2} (n^2 + \lambda^2) + k^2 (n^2 + n^4 + \lambda^2 \left(\frac{1-\mu}{2} + 2n^2 \right)) \right) + \left(\frac{1-\mu^2}{E} R^2 \rho \omega^2 \right) \\ & \left(\frac{\mu-1}{2} (n^2 + n^4) + \lambda^2 (n^2 (\mu-1) + \frac{\mu-3}{2} - \mu^2) + k^2 (-n^2 + n^4 \frac{\mu+3}{2} + n^6 \frac{\mu-3}{2} + \lambda^2 \left(\frac{\mu-1}{2} + n^2 \frac{3+2\mu-\mu^2}{4} + n^4 \frac{3\mu-9}{2} \right)) \right) \\ & + \left(k^2 \left(n^4 \frac{1-\mu}{2} + n^6 (\mu-1) + n^8 \frac{1-\mu}{2} + \lambda^2 \left(n^2 \frac{5-2\mu-3\mu^2}{4} + n^4 (-3+2\mu+\mu^2) + n^6 (2-2\mu) \right) \right) \right) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнение частот позволяет определить спектр частот собственных колебаний длиной тонкой трубы для каждой заданной пары m и n , а также оценить влияние на него отношения $\frac{R}{L}$. Так, для трубы с параметрами $E=2.1 \times 10^{11}$ Па; $\frac{R}{L}=0.2$; $\frac{\delta}{R}=0.001$; $\rho=7850$ кг/м³; $\mu=0.3$. Для случая $m=1$; $n=4$ значения собственных частот равны: $\omega_1=5.29$ с⁻¹; $\omega_2=243.8$ с⁻¹; $\omega_3=423.08$ с⁻¹. Самым медленным является поперечное колебание. Остальные колебания являются продольными. Спектр частот собственных колебаний для фиксированного значения $m=1$ и переменного значения n для рассматриваемой трубы представлен на рис. 1 при разных отношениях $\frac{R}{L}$ (изменяя длину трубы).

Из графика видно, что с увеличением длины L трубы за счёт снижения величины λ , собственная частота тонкостенной трубы уменьшается.

Произведено сравнение полученных аналитических результатов с конечно-элементным моделированием. Для моделирования формы колебаний применялся программный комплекс ANSYS. Форма и частота первой собственной частоты колебаний представлены на рис. 2.

Значение первой собственных частоты полученной в программном комплексе ANSYS равно $\omega_1=5.32$ с⁻¹. Расхождение результатов при численном и аналитическом решениях составляет 0,5 %.

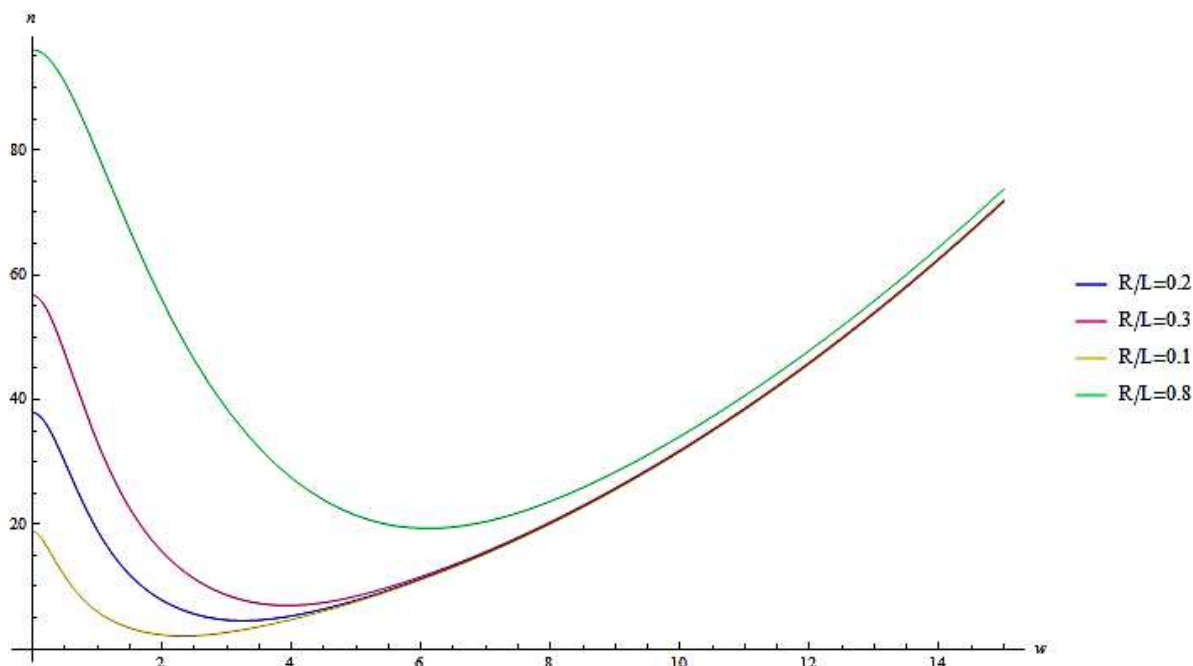


Рис. 1. Спектр собственных частот трубы в зависимости от длины трубы

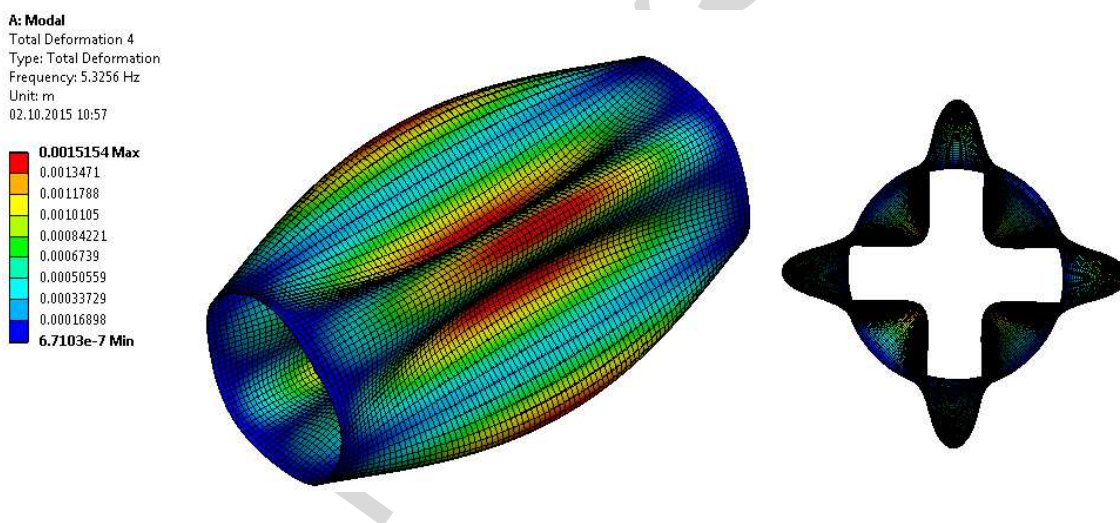


Рис. 2. Форма колебаний для частоты ω_1

В работе аналитически определены собственные частоты колебаний (задачи о колебаниях) тонкостенной круговой цилиндрической трубы.

Произведено сравнение полученных аналитических результатов с конечно-элементного моделирования в программном комплексе ANSYS.

Анализ показал, что расхождение результатов при численном и аналитическом решениях составляет 0.5 %. С увеличением длины L трубы за счёт снижения величины λ , собственная частота трубы уменьшается.

Литература

1. Колкунов, Н.В. Основы расчета упругих оболочек / Н.В. Колкунов. – Москва: Высшая школа, 1963. – 278 с.
2. Флюгге, В. Статика и динамика оболочек / В. Флюгге. – Москва: Государственное издательство литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1961. – 306 с.
3. Ван Цзи-Де. Прикладная теория упругости. – Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. – 400 с.

УДК 621.01: 658.512

МОДЕЛИРОВАНИЕ НА ТОЧЕЧНОЙ ТКАНИ ПЕРЕДАЧИ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛА ПРИ АДДИТИВНОМ СИНТЕЗЕ И ОБРАБОТКЕ ИЗДЕЛИЯ

С.А. Чижик¹, М.Л. Хейфец¹, С.А. Филатов²

¹Президиум НАН Беларуси, Минск

²Институт тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова НАН Беларуси,
Минск

На базе передачи доминирующих свойств функциональных слоев, рассмотрены аддитивные методы послойного синтеза с управляемым наследованием свойств материала, использующие технологические барьеры в процессах высокоинтенсивной обработки.

Для изучения явлений пространственно-временного распределения результатов технологических воздействий при аддитивном синтезе или интенсивной обработке материала потоками энергии следует его рассматривать с позиции общей теории систем, как систему распределенную. Такой подход предполагает, что свойства системы определяются как свойствами элементов, из которых она построена, так и организацией взаимодействий этих элементов.

Для описания свойств композиционного материала в первую очередь рассматривается распределенная система взаимодействующих элементов в масштабе технологической среды. Состояние материала и его изменения можно моделировать на дискретной однородной среде логических функций, относящихся к классу моделей «непрерывных сред» с дискретными модификациями.

Для выделения моделей тканей с локальными взаимодействиями точек – клеток используют название «точечная ткань», поскольку передача возбуждения здесь осуществляется по принципу «от точки к точке». Точечная ткань – это множество локально взаимодействующих точек – клеток. Как модель непрерывной возбудимой среды, точечная ткань является