

УДК 551.24

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

д-р физ.-мат. наук, доц. В.Н. КОРОВКИН, А.Н. СОЛОВЬЕВ
(Полоцкий государственный университет)

Представлено математическое моделирование геодинамических процессов по результатам высокоточного повторного нивелирования, полученным в Полоцко-Курземской зоне тектонических разломов. Квазипериодический характер вертикальных движений реперов на исследуемом нивелирном профиле обусловил применение модели, основанной на тригонометрическом ряде Фурье. Наилучшие результаты, характеризующиеся максимальной согласованностью вычисленных скоростей движений реперов с их измеренными значениями, получены при заданном периоде.

Введение. Современные движения земной коры представляют собой сложный физический процесс, связанный с геодинамикой, т.е. внутренним строением Земли и ее самого верхнего слоя, земной коры, тектоническими структурами и разломами. Поэтому принятая при составлении карты современных движений (деформации) земной коры (СДЗК) [4; 6] линейная модель распределения скоростей вертикальных движений земной коры на охватываемой ей площади может рассматриваться только в качестве первого приближения к описанию этого процесса, а значит, требуется выбор более сложных моделей.

Отметим, что классическое представление геодинамической модели территории Беларуси дано в работах [1; 7; 8], согласно которым Беларусь принадлежит к Восточно-Европейской древней платформе, состоящей из Балтийского и Украинского щитов, Русской и Волыно-Азовской плит. При этом почти вся площадь входит в состав Русской плиты со всеми структурными элементами запада этой плиты, и лишь на крайнем юге она включает самую северную часть Украинского щита и небольшой участок Волыно-Азовской плиты. Причем на территории Беларуси и смежных с ней областей развито большинство основных типов структур чехла древних платформ. Среди крупнейших структур выделяются изометричные (синеклизы и антеклизы) и линейные (авлакогены и системы перикратонных прогибов). Фундамент также характеризуется разнообразием типов структур, формаций и значительным возрастным диапазоном пород.

Как известно, структурные элементы земной коры различаются между собой не только по геолого-геоморфологическим и геофизическим признакам (составу пород, возрасту, намагниченности, гравитационным аномалиям и т.д.), но и тектонической подвижностью, максимально проявляющейся на стыках структур, как правило, обозначенных на местности тектоническими разломами различной глубины залегания. Тектонические разломы повсеместно наблюдаются и внутри структур. Подвижность тектонических структур в текущее геологическое время известна как современные движения (деформации) земной коры, которые распространены повсеместно.

Государственные нивелирные сети развиваются в виде полигонов и представляют собой площадные построения. Анализ результатов повторного нивелирования в этих сетях позволяет выйти на геодинамическую модель в виде карты скоростей современных вертикальных движений земной коры (СВДЗК) и установить взаимную подвижность тектонических структур для территории Беларуси. Однако оказалось, что существующие карты [4; 6] не согласуются между собой и несут противоречивую информацию о взаимном перемещении тектонических структур Беларуси (табл. 1) [5]. Это ставит под сомнение достоверность геодинамических моделей, использованных при составлении карт, и заставляет искать новые подходы и экспериментальные данные для их усовершенствования.

В развитие этого был проведен анализ моделей СДЗК территории Беларуси, созданных по космическим снимкам и геолого-геофизическим данным [2; 3].

В результате космогеологического картографирования территории Беларуси установлено, что суперрегиональные, региональные и локальные линейные структуры контролируют положение разнопорядковых неотектонических блоков, отличающихся своими геодинамическими параметрами и скоростями позднеолигоцен-четвертичных и современных вертикальных движений, что подтверждает качественную сторону карт СВДЗК, составленных по данным повторного нивелирования, но не может служить достоверным подтверждением количественных характеристик карт. Поэтому геодинамические модели, представляемые в виде карт СДЗК, должны быть составлены на основе комплексного анализа данных повторных геодезических измерений, результатов дешифрирования аэрокосмических снимков и серии карт геолого-геофизической, структурно-геоморфологической и геодезической изученности района. Кроме того, следует пересмотреть линейную модель распространения скоростей СВДЗК на исследуемой площади и при интерполировании значений этих скоростей между нивелирными реперами использовать более сложные математические подходы, максимально приближенные к описанию физических процессов.

Таблица 1

Сравнение скоростей СВДЗК по карте [6]
и по карте Главного управления геодезии и картографии (ГУГК) [4]

Название структурных элементов платформенного чехла территории Беларуси	Скорости СВДЗК	
	Карта [6]	Карта [4]
1. Белорусская антеклиза	+ (4–5) мм/год	– (1–2) мм/год
2. Вилейский погребенный выступ	+ (1–6) мм/год (восточная часть = 0,5 от общей площади) – (1–2) мм/год	– (1–3) мм/год
3. Подляско-Брестская впадина	+ (5–7) мм/год	– (1–2) мм/год
4. Полесская седловина	+ (5–9) мм/год	– 1 мм/год
5. Припятский прогиб	+ (1–8) мм/год	– (1,4–3,6) мм/год
6. Брагино-Лоевская седловина	+ (2–3) мм/год	– (2–3) мм/год
7. Днепровско-Донецкий прогиб	+ (2–3) мм/год	– (2–3) мм/год
8. Жлобинская седловина	– (0–1) мм/год	– (1–2) мм/год
9. Оршанская впадина	– (0–2) мм/год + (2–6) мм/год (0,1 от общей площади)	– (0,2–2) мм/год + (0,2) мм/год (0,01 от общей площади)
10. Латвийская седловина	– (0–2) мм/год + (2–4) мм/год (западная часть = 0,25 от общей площади)	– 1,3 мм/год + (1–2) мм/год (западная часть = 0,15 от общей площади)
11. Воронежская антеклиза	– (1–2) мм/год	– (1,1) мм/год + 1,0 мм/год (0,05 от общей площади)

Следует отметить, что существует три группы функций, широко применяемых при интерполировании. Первая группа включает в себя степенные ряды типа $(a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots)$. Вторая группа образует функции $\cos Aix$, $\sin Aix$. Эта группа или класс функций имеет отношение к рядам Фурье. Третья группа образуется функциями e^{-ax} , которые встречаются в реальных ситуациях.

Квазипериодический характер поведения нивелирных знаков по Полоцкому профилю [9] заставляет обратиться ко второй группе функций, основанных на рядах Фурье. Мы попытались детальнее исследовать этот подход с привлечением имеющихся экспериментальных нивелирных данных, подбирая по ним оптимальный период для условий профиля с тем, чтобы разработать методику интерполирования скоростей СВДЗК для Беларуси и сходных с ней регионов.

При решении прикладных задач часто возникает необходимость интерполяции – приближение одной функции (экспериментально) с помощью другой, заданной аналитически. При этом существует много видов, методов интерполирования и способов их применения. В инженерных расчетах часто используется особый вид интерполяции – тригонометрический. Причем на класс функций, при которых ее можно использовать, накладывается существенное ограничение – они должны быть периодическими. При этом можно осуществить разложение периодической функции в ряд по тригонометрическим функциям:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n (a_k \cos kx + b_k \sin kx). \quad (1)$$

Ряд вида (1) называется рядом Фурье.

Коэффициенты a_k и b_k находятся по формулам:

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos kx dx, \quad b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin kx dx. \quad (2)$$

Если раскладываемая в ряд Фурье функция имеет период $2l$, то ряд Фурье для данной функции $f(x)$ имеет вид

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n \left(a_k \cos \frac{k\pi x}{l} + b_k \sin \frac{k\pi x}{l} \right). \quad (3)$$

Коэффициенты этого ряда Фурье находятся по формулам:

$$a_k = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{k\pi x}{l} dx, \quad b_k = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{k\pi x}{l} dx. \quad (4)$$

Рассмотрим применение тригонометрической интерполяции на данных повторного нивелирования Полоцкого микрополигона.

Будем использовать для приближения следующий тригонометрический ряд:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos x_i + b_1 \sin x_i + a_2 \cos 2x_i + b_2 \sin 2x_i. \quad (5)$$

Для определения неизвестных коэффициентов a_0, a_1, b_1, a_2, b_2 в формуле (5) зададим экспериментальные данные в виде скоростей вертикальных движений нивелирных знаков по профилю, выраженных в миллиметрах в год (табл. 2).

Таблица 2

Исходные экспериментальные данные по профилю для определения коэффициентов ряда Фурье (вариант 1)

	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$
x , км	1,8	5,3	6,8	9,6	13,5
$f(x)$, мм/год	0,21	-0,96	0,01	0,68	-0,09

По данным таблицы 2 и формуле (5) составляем систему из пяти линейных уравнений, в результате решения которой получаем искомые коэффициенты ряда Фурье:

$$a_0 = -0,1775; \quad a_1 = -0,44336; \quad b_1 = 0,62442;$$

$$a_2 = 0,50471; \quad b_2 = -0,096129.$$

По найденным коэффициентам вычисляем скорости вертикальных движений точек земной поверхности по профилю через 2 км (табл. 3).

Таблица 3

Вычисленные значения скоростей по данным таблицы 2 с использованием тригонометрического ряда Фурье без заданного периода (формула (5))

x , км	1	3	5	7	9	11	13	15
$f(x)$, мм/год	-0,10	0,95	-1,18	-0,04	0,98	-1,22	0,02	0,83

Для наглядности результаты выполненного решения представлены в виде графика, представленного на рисунке 1 (по вертикали – скорости, мм/год; по горизонтали – расстояние от начального, км).

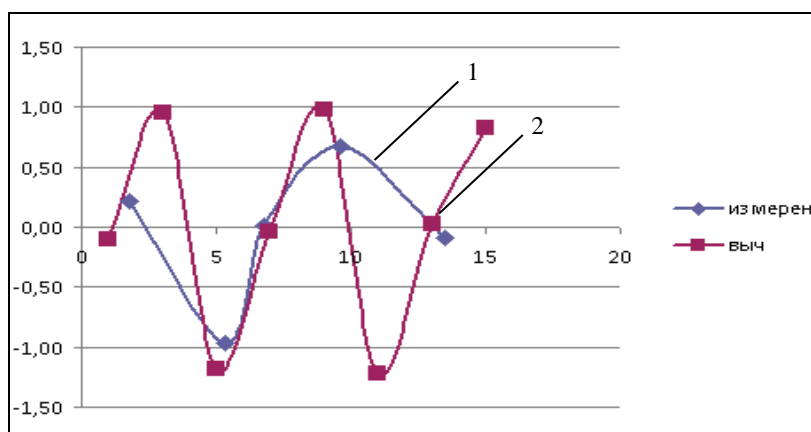


Рис. 1. Графики скоростей вертикальных движений точек земной поверхности по профилю, построенные по измеренным нивелирным данным (линия 1) и по вычисленным данным согласно тригонометрической формуле Фурье без заданного периода (линия 2)

Графики, показанные на рисунке 1, свидетельствуют, что без заданного периода вертикальные скорости движения точек земной поверхности по профилю, найденные по тригонометрической формуле Фурье, имеют существенные отличия от их измеренных значений. Поэтому для тех же эксперименталь-

ных данных таблицы 2 были проведены аналогичные вычисления с использованием тригонометрического ряда Фурье, но с заданным периодом l , согласно формуле (6):

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \frac{\pi x_i}{l} + b_1 \sin \frac{\pi x_i}{l} + a_2 \cos \frac{2\pi x_i}{l} + b_2 \sin \frac{2\pi x_i}{l}. \quad (6)$$

Результаты решения по экспериментальным данным профиля (табл. 2) и формуле (6) с периодом $l = 5,6$ получились следующими:

$$a_0 = 0,04; \quad a_1 = 0,731; \quad b_1 = -0,5464; \quad a_2 = -0,0893; \quad b_2 = 0,2492.$$

Вычисленные значения скоростей (функции $f(x)$) через 2 км по профилю для этого случая представлены в таблице 4 и на рисунке 2 (по вертикали – скорости, мм/год; по горизонтали – расстояние от начального, км).

Таблица 4

Вычисленные значения скоростей по данным таблицы 1
с использованием тригонометрического ряда Фурье с периодом $l = 5,6$ (формула (6))

x , км	1	3	5	7	9	11	13	15
$f(x)$, мм/год	0,53	-0,57	-1,08	0,14	0,69	0,67	0,21	-1,01

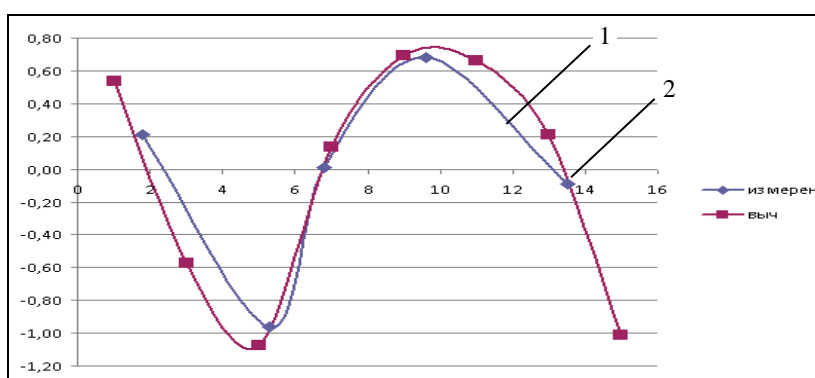


Рис. 2. Графики скоростей вертикальных движений точек земной поверхности по профилю, построенные по измеренным нивелирным данным (линия 1) и по вычисленным данным согласно тригонометрической формуле Фурье с заданным периодом $l = 5,6$ (линия 2)

Из рисунка 2 следует, что сходимость вычисленных и измеренных значений скоростей вертикальных движений точек земной поверхности при заданном периоде существенно улучшилась по сравнению с предыдущим случаем. Однако дополнительное решение с заданным периодом $l = 5,6$ для других реперов профиля (табл. 5) не привело к столь хорошему согласованию вычисленных скоростей с измеренными, как в предыдущем случае.

Таблица 5

Исходные экспериментальные данные по профилю для определения коэффициентов ряда Фурье (вариант 2)

	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$
x , км	2,8	6,1	7,3	17,7	13,5
$f(x)$, мм/год	1,3	0,14	0,02	-0,56	-0,09

При втором варианте выбора экспериментальных данных по профилю решение системы пяти линейных уравнений, полученных из (6) с периодом $l = 5,6$, привело к следующим значениям коэффициентов ряда Фурье и результатам, представленным в таблице 6 и на рисунке 3 (по вертикали – скорости, мм/год; по горизонтали – расстояние от начального, км):

$$a_0 = 2,9588; \quad a_1 = -0,1751; \quad b_1 = -0,6724; \quad a_2 = -0,4969; \quad b_2 = -2,4022.$$

Таблица 6

Вычисленные значения скоростей по данным таблицы 5
с использованием тригонометрического ряда Фурье с периодом $l = 5,6$ (формула (6))

x , км	1	3	5	7	9	11	13	15
$f(x)$, мм/год	-1,41	1,85	2,54	-0,33	3,94	1,45	-1,14	3,38

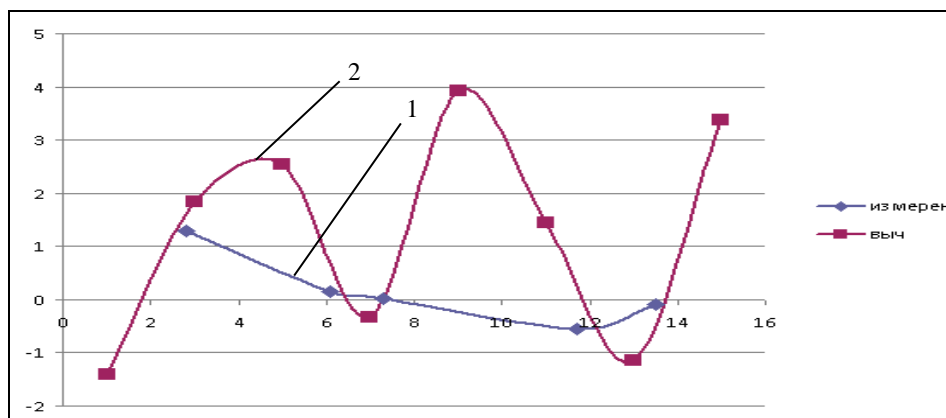


Рис. 3. Графики скоростей вертикальных движений точек земной поверхности по профилю, построенные по измеренным нивелирным данным (линия 1) и по вычисленным для варианта 2 данным согласно тригонометрической формуле Фурье с заданным периодом $l = 5,6$ (линия 2)

Заключение. Представленные результаты четко показывают, что при использовании тригонометрического ряда Фурье для интерполяции могут получиться неоднозначные результаты. Поэтому главную роль играет выбор точек для вычисления коэффициентов ряда Фурье, а также насколько заданный период соответствует наилучшей аппроксимации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гарецкий, Р.Г. Глубинное строение и динамика земных недр территории Белоруссии / Р.Г. Гарецкий, Г.Е. Айзберг, А.М. Синичко. – Минск, 1991. – С. 228 – 257.
2. Губин, В.Н. Космогеологическая модель новейшего поля напряжений земной коры Беларуси / В.Н. Губин // Геотектонические и минеральные ресурсы Беларуси: материалы конф., Минск, 4 – 5 апр. 2008 г. / БГУ. – Минск, 2008.
3. Губин, В.Н. Геодинамика новейшего этапа развития земной коры территории Беларуси по космогеологическим данным / В.Н. Губин // Палеогеодинамика нефтегазоносных бассейнов Восточно-Европейской платформы. – Минск, 1994. – С. 88 – 99.
4. Карта современных вертикальных движений земной коры СССР. – М.: ГУГКСССР, 1988.
5. Коровкин, В.Н. Сравнительный анализ существующих карт современных вертикальных движений земной коры для территории Беларуси / В.Н. Коровкин, Г.А. Шароглазова, Е.Н. Вечерская // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия Ф. Прикладные науки. Строительство. – 2009. – № 12. – С. 142 – 145.
6. Схематическая карта современных вертикальных движений земной коры территории Беларуси и Прибалтики. – Минск: Ин-т геологических наук, 1991.
7. Тектоника Беларуси / под ред. Р.Г. Гарецкого. – Минск: Наука и техника, 1976. – 197 с.
8. Тэктанічная карта Беларусі. Нацыянальны атлас Беларусі. Камітэт па зямельных рэсурсах, геадэзіі і картаграфіі пры Савеце Міністраў Рэсп. Беларусь. – Минск, 2002. – С. 46 – 47.
9. Недра Беларуси 13: отчет о НИР ГПОФИ / Полоц. гос. ун-т; рук. темы Г.А. Шароглазова. – Новополоцк, 2010. – 165 с.

Поступила 05.12.2013

MATHEMATICAL MODELLING OF GEODYNAMIC PROCESSES

V. KOROVKIN, A. SOLOVJEV

Mathematical modelling of geodynamic processes by results of the high-precision repeated levelling, received in Polotsko-Kurzemskaj zone of tectonic breaks, is presented. Quasiperiodic character of vertical movements of bench marks on investigated level profile has caused application of the model based on Fourier trigonometric sequence. The best results, characterised by the maximum coordination of calculated speeds of movements of bench marks with their measured values, are received at the set period.