

УДК 528.063

**О ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ «РОССИЯ – БЕЛАРУСЬ»,
РАЗРАБОТАННОМ И ОТЛАЖЕННОМ
В ПОЛОЦКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ**

*д-р техн. наук, проф. В.И. МИЦКЕВИЧ
(Полоцкий государственный университет)*

Демонстрируются сведения о программном комплексе «Россия – Беларусь», предназначенном для решения различных систем линейных алгебраических уравнений. Показана сфера его применения – обработка результатов эксперимента в любой области знаний по методу наименьших квадратов или по методу многокритериальной оптимизации с оценкой точности конечных результатов. Комплекс позволяет решать различные системы линейных алгебраических уравнений с использованием произвольной квадратной корреляционной матрицы. Несмотря на то, что по программам комплекса может быть решена любая задача с применением взвешенных систем линейных уравнений параметрическим способом, возможна также обработка информации, когда неизвестные параметры δX , количество которых T , могут определяться из одного параметрического уравнения.

Введение. Наиболее важным вопросом, получившим универсальное решение, является метод численного обоснования различных новых способов решения систем уравнений программными продуктами комплекса «Россия – Беларусь». В результате нет необходимости предварительно определять закон распределения погрешностей измерений с тем, чтобы применять «нужный» метод решения данной практической задачи для получения состоятельных, эффективных и несмещенных оценок, поскольку в программном комплексе используются многокритериальные самонастраивающиеся методы, не требующие никаких априорных сведений о законах распределения ошибок наблюдений. Это «восстанавливает» известное изречение Эйнштейна «Учитывать вероятность при обработке измерений некорректно – «Бог не играет в кости».

1. Сведения о технологии работы с программным комплексом «Россия – Беларусь»:

Пользователь заранее записывает в файл MIZ, в бесформатном виде, подряд (все числа реальные с двойной точностью) массив REAL*8 R(200000), который программы GAUSS.EXE (МНК необобщенный), MIZKEVICH2.EXE (МК необобщенный), TIXONOV2.EXE (МК обобщенный), MIXONOV.EXE (МНК обобщенный), BUDO2.EXE (МК обобщенный), LINNIK.EXE (поиск ошибок в исходной информации), PROVOROV.EXE (генератор ошибок в измерении) внутри себя читают.

После составления информации обращаемся к работе программ комплекса, которые обрабатывают информацию, высвечивая при счете сведения о процессе приближений, и по окончании вычислений записывают сведения бесформатно подряд в некоторые файлы.

2. Основные программы комплекса «Россия – Беларусь»:

1. Программа GAUSS

Решает любые системы линейных алгебраических уравнений по методу наименьших квадратов (МНК), не использует заданную корреляционную матрицу K_0 .

2. Программа MIZKEVICH

Предназначена для решения различных систем линейных алгебраических уравнений многокритериальным методом (не использует заданную корреляционную матрицу K_0). Исходная информация к программам, которые читают исходные данные, а также сведения о точностных характеристиках измерений (любую квадратную корреляционную матрицу) составляются однотипно.

3. Программа TIXONOV

Реализует обработку наблюдений по обобщенному МК, методом регуляризации (использует любую квадратную корреляционную матрицу).

4. Обработка независимых результатов измерений по МНК по программе MIXONOV (Мицкевич – Тихонов) с наивысшей точностью решения (использует любую квадратную корреляционную матрицу).

5. Программа BUDO

Реализует обработку наблюдений обобщенным многокритериальным способом (использует любую квадратную корреляционную матрицу).

6. Программа LINNIK

Находит грубые ошибки в измерениях и позволяет при наличии избыточных измерений диагностировать точность ранее выполненных наблюдений.

7. Программа PROVOROV

Применяется для генерации ошибок измерений по закону распределения, близкому к нормальному, по любому номеру варианта и в полном соответствии со стандартами измерений, указанными в исходной информации.

8. Программа VVODINF

Читает исходные данные, расшифровывает их и записывает по особым правилам в файл MIZ в том же порядке их расположения, в котором требует инструкция для работы указанных выше программ.

3. Программы подмножества GEODEZIJA

Рассмотрим программы подмножества GEODEZIJA, обрабатывающие содержимое матриц A , S и L , возникающих при обработке геодезических сетей (эти сведения будут храниться в файле MIZ для последующей работы программного комплекса «Россия – Беларусь»).

1. PLOSKOST

Проектирование и уравнивание геодезических сетей на плоскости. Исходные данные задают по определенным правилам, сообщая сведения о геометрии сети, точности проектируемых измерений и о координатах исходных и определяемых пунктов.

2. PROSTRANSTVO

Проектирование и уравнивание наземных пространственных геодезических сетей. Использует данные о составе измерений и о координатах исходных или определяемых пунктов, снятых с карты, схемы или взятые из каталога координат.

3. VISOTKA

Проектирование и уравнивание нивелирных сетей геометрического, геодезического, барометрического и другого нивелирования.

4. Работы по созданию подмножества программ DEFORMAZIJA

Комплекс используется для определения, моделирования и корректировки моделей при изучении различных явлений и деформаций по единому системному подходу для различных областей знаний.

Над созданием программ GEODINAMIKA работы начаты под руководством Б.Ф. Азарова (Барнаул), ученика К.Л. Проворова.

Мы полагаем, что в случае отказа в работе одной из программ комплекса другие программы будут служить для контроля и подстраховки при эксплуатации комплекса.

Программы MIZKEVICH и BUDO также дают близкие результаты при многокритериальном методе уравнивания, если $K_0 = E$.

Обоснование МНК дал Гаусс, а обоснование МК-метода выполнить универсально невозможно (все зависит от содержимого матриц A , S , L , K_0 , задаваемых в исходной информации).

Предлагаем общий подход к обоснованию МК и любого другого метода на ЭВМ:

- генерируем L по программе PROVOROV;

- записываем после работы каждой программы одно число, характеризующее максимальное отклонение результатов от «истины». Числа, которые выдают программы GAUSS, MIZKEVICH, BUDO, можно увидеть на мониторе в процессе вычислений, а программа PROVOROV генерирует вектор L так, что из обработки системы параметрических уравнений становится известна «истина»: $\sum_{i=1}^T \delta X_i = 0$, следова-

тельно, известно отклонение от «истины»;

- обрабатываем 10 – 20 необходимых вариантов по программам PROVOROV, MIZKEVICH, TIXONOV, BUDO комплекса «Россия – Беларусь» и делаем вывод по дальнейшему применению того МК-метода, который дает большее количество вариантов с наименьшими отклонениями конечных результатов от «истины»;

- решаем установленным с помощью ЭВМ методом исходную систему уравнений, используя исходный (не сгенерированный по программе PROVOROV) вектор L .

Отметим, что изменять целевые функции в программах MIZKEVICH, BUDO и увеличивать размеры матриц достаточно легко.

5. Наибольший объем исходной информации

Матрица коэффициентов параметрических уравнений поправок A может быть размером 300×300 .

Вектор стандартов S , характеризующий индивидуальную точность каждого измерения, – 300.

Вектор свободных членов L – 300.

Корреляционная матрица измерений (или единичная матрица, заменяющая корреляционную) – 300×300 .

Количество строк информации, записанной в редакторе FAR, не более 200.

Общее количество чисел, набираемых в файле для программы READ1, не более 200000. Все программы написаны на языке Fortran-IV и работают в операционных системах WindowsXP и Windows7.

Исходная информация набирается начиная с 1 до 80 позиции. Данные набирают последовательно, осуществляя произвольный переход от одной строки к другой. Например, начало числа может быть в од-

ной строке, а его продолжение – на следующей, можно начинать набор данных не с 1, а с произвольной позиции, и набирать строку не полностью, однако следует стремиться к простоте изображения информации.

Пробелы в строках информации программой игнорируются.

Для удобства набора данных программой разрешены символы 0 + - * ,

Если исходные данные набраны с незамеченными и неисправленными ошибками, программа автоматически сообщит, где находится ошибка, и укажет точное положение ошибки в строке информации, где допущен промах. Поэтому выполнять распечатку исходной информации перед счетом по программе и тем более считывать ее с исходным материалом не следует.

6. Теоретические «отличия» программного комплекса «Россия – Беларусь»

Основные формулы программы GAUSS

$$\delta X = -FL, \quad (1)$$

$$F = QA^T P, \quad (2)$$

$$Q = A^+ (A^+)^T, \quad (3)$$

$$A^+ = Q_{\max} A^T P^{\frac{1}{2}}, \quad (4)$$

$$A^+ = Q_{\min} A^T P^{\frac{1}{2}}. \quad (5)$$

Метод регуляризации, предложенный академиком А.Н. Тихоновым (программа TIXONOV)

$$Q_{\max} = (R_{\text{нов}}^2 + \alpha E)^{-1} R_{\text{нов}}, \quad (6)$$

где α – параметр регуляризации.

Параметрический способ

$$R_{\text{исх}} = A^T P A. \quad (7)$$

Коррелятный способ

$$R_{\text{исх}} = B P^{-1} B^T. \quad (8)$$

Масштабирование $R_{\text{исх}}$

$$R_{\text{нов}} = R_{\text{исх}} \times K, \quad (9)$$

$$K = \left(\left(\sum_{i=1}^T r_{ii} \right) / T \right)^{-1}, \quad (10)$$

$$Q = Q_{\text{нов}} \times K. \quad (11)$$

Благодаря масштабированию коэффициентов матриц нормальных уравнений снята проблема поиска α при обработке любых систем уравнений. Параметр регуляризации, который нами вычисляется итеративным способом, для различных случаев отыскивается по единому алгоритму с применением метода релаксации, известному ещё со времен Гаусса.

Формулы для программы MIXONOV (вычисление Q_{\min})

Согласно формуле Тихонова (6) имеем

$$Q = Q^* R, \quad (12)$$

далее по методу Шермана – Моррисона

$$Q_i^* = Q_{i-1}^* - Z_i^T Z_i / g_i, \quad (13)$$

$$Z_i^T = Q_{i-1}^* r_i^T, \quad (14)$$

где r_i – строка матрицы нормальных уравнений R ;

$$g_i = 1 + r_i Z_i^T, \quad i = 1, \dots, T. \quad (15)$$

Начальное значение

$$Q_0^* = 10^m E; m = \frac{S}{2} - \lg(\max r_{ii}), \quad (16)$$

где S – количество значащих цифр в разрядной сетке ЭВМ.

О программе LINNIK по поиску грубых ошибок в информации о матрицах $L(V)$

Вычисление матрицы коэффициентов условных уравнений B по матрице коэффициентов параметрических уравнений поправок A можно выполнить, опираясь на известные формулы академика Ю.В. Линника:

$$B = E - AF, \quad (17)$$

$$F = QA^T P, \quad (18)$$

$$v_{\text{доп}} = t \sqrt{\sum_{i=1}^N b_i^2 \sigma_i^2}. \quad (19)$$

По формуле (19) вычисляют допуск на величину поправки, полученной из уравнивания по МНК, на первом этапе которого исключены грубые промахи из информации, следуя известным теоретическим разработкам Ю.В. Линника и В.А. Коугия.

Формулы (17), (18) и (19) справедливы и для обобщенного метода уравнивания, заменяя P на K^{-1} .

Не перепутайте равенство (19) с известной формулой Гаусса, которую он применил в классическом коррелятном способе уравнивания:

$$W_{\text{доп}} = t \sqrt{\sum_{i=1}^N b_i^2 \sigma_i^2}. \quad (20)$$

По формуле (20) вычисляют допуск на величину свободного члена условного уравнения.

Обобщенные методы уравнивания по МНК (программы TIXONOV и MIXONOV)

$$F = QA^T K_n^{-1}, \quad (21)$$

$$Q = (A^T K_n^{-1} A)^{-1}, \quad (22)$$

$$K_n = P^{-\frac{n}{2}} K_o P^{-\frac{n}{2}}, \quad (23)$$

$$K_n^{-1} = P^{\frac{n}{2}} K_o^{-1} P^{\frac{n}{2}}, \quad (24)$$

$$K_o = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1N} \\ r_{21} & 1 & \dots & r_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{N1} & r_{N2} & \dots & 1 \end{pmatrix}. \quad (25)$$

Многокритериальные методы уравнивания (программы MIZKEVICH и BUDO) целевые функции

$$\Phi(X) = \sum_{i=1}^N P_{n_i} |L_i(X)|^{m_i}, \quad (26)$$

$$L(X) = U^{\text{выч}} - U^{\text{изм}}, \quad (27)$$

$$\Phi(X) = \left(|L(X)|^{\frac{n}{2}} \right)^T K_n^{-1} |L(X)|^{\frac{n}{2}}. \quad (28)$$

Дополнительные критериальные функции

$$\Phi_1(n_i, X) = \max M, \quad (29)$$

$$\Phi_2(n_i, X) = \max \mu M, \quad (30)$$

где M – ошибка положения:

- в одномерном случае

$$M_i = \mu \sqrt{Q_{ii}};$$

- в двухмерном случае $M_k = \mu \sqrt{Q_{ii} + Q_{i+1,i+1}}$,
 - и т.д.

$$Q = FP_n^{-1}F^T, \quad (31)$$

$$\mu = \sqrt{\frac{V_n^T P_n V_n}{N - T}}, \quad (32)$$

где N – количество уравнений; T – число параметров;

$$P_{ni} = \frac{1}{\sigma_i^n}, \quad (33)$$

$$\mu = \sqrt{\frac{V_n^T K_n^{-1} V_n}{N - T}}. \quad (34)$$

Исследования показали, что программы МК-метода дают решения, близкие к «истине» и лучшие, чем метод наименьших квадратов (МНК) и чем показатели оценки точности результатов уравнивания в 94,6 % случаев [1 – 5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Решение примера академика А.Н. Тихонова по обработке нивелирных сетей по программному комплексу «Россия – Беларусь» методом исключения строк из матрицы коэффициентов параметрических уравнений поправок / В.И. Мицкевич [и др.] // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия Ф. Строительство. Прикладные науки. – 2012. – № 16. – С. 126 – 131.
2. Обработка антирядов измерений одной величины при разных значениях количества неизвестных и разных характеристиках точности измерений с помощью программного комплекса «Россия – Беларусь» / В.И. Мицкевич [и др.] // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия Ф. Строительство. Прикладные науки. – 2012. – № 16. – С. 109 – 113.
3. Субботенко, П.В. Развитие многокритериального способа уравнивания / П.В. Субботенко // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия Ф. Строительство. Прикладные науки. – 2009. – № 12. – С. 90 – 94.
4. Будо, А.Ю. О применении обобщенных нетрадиционных методов уравнивания / А.Ю. Будо // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия Ф. Строительство. Прикладные науки. – 2009. – № 12. – С. 136 – 141.
5. Мицкевич, В.И. Альтернативные методы проектирования и уравнивания геодезических сетей / В.И. Мицкевич, А.Ю. Будо, Е.В. Грищенко. – Новополоцк: ПГУ, 2008. – 280 с.

Поступила 19.11.2013

ABOUT SOFTWARE SYSTEM “RUSSIA – BELARUS”, DEVELOPPED AND DEBUGGED AT POLOTSK STATE UNIVERSITY

V. MITSKEVICH

The paper gives the information about the software system “Russia – Belarus”, designed for different systems of linear algebraic equations. The scope of its use, namely the processing of the experimental results in any field of knowledge by the least squares method or method of multicriteria optimization with estimation precision of the final results, is shown. The system allows to solve various systems of linear algebraic equations using an arbitrary square of the correlation matrix. Despite the fact that the system’s software can solve any problem using weighted linear equation systems in parametric manner, the data processing is also possible, when unknown parameters δH , the number of which is T may be determined from a parametric equation.