

МЕХАНИКА

УДК 621.01

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ КОРОМЫСЛОВО-ПОЛЗУННОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКА

канд. техн. наук, доц. **В.Ф. КОРЕНСКИЙ**
(Полоцкий государственный университет)

Исследуется кинематический синтез присоединяемого коромысло-ползунного механизма по размаху коромысла и ходу ползуна в общем случае его схемы. Рассмотрен пример синтеза присоединённого коромысло-ползунного механизма в частном случае перпендикулярности направляющей для ползуна и биссектрисы угла размаха коромысла. Поставлено дополнительное условие приближения функции угла давления к оптимальному значению, равному нулю, и с равномерным отклонением от него на допустимую величину. Получены уравнения синтеза, рассмотрены ограничения. В целом рассматривается общий случай синтеза, объединяющий все известные частные случаи коромысло-ползунного механизма с задаваемым углом размаха коромысла и, соответственно, задаваемым ходом ползуна.

Введение. Механизмы – структурные составляющие машин. Их изучение и совершенствование является важным элементом в развитии производства [1, 2].

В коромысло-ползунном рычажном четырехзвеннике входное звено не может совершать полный оборот, поэтому такие механизмы, как правило, применяют в комбинированных схемах, где качательное движение коромысла они преобразуют в возвратно-поступательное движение ползуна [3, 4].

Алгебраический синтез коромысло-ползунного механизма достаточно строго рассмотрен для случая, когда ползун осуществляет ход в направлении перпендикуляра к биссектрисе угла размаха коромысла. Однако это частный случай указанного механизма, примеры же его использования в машинах более разнообразны [5 – 7].

Основная часть. Принимая во внимание широкое распространение схемы коромысло-ползунного механизма в передаточных механизмах машин и отсутствие по нему достаточных исследований, рассматриваем его геометрический синтез исходя из общего вида кинематической схемы.

Обозначим длину коромысла OA , шатуна AB и эксцентриситет OC (рис. 1) соответственно через l_{OA} , l_{AB} и e .

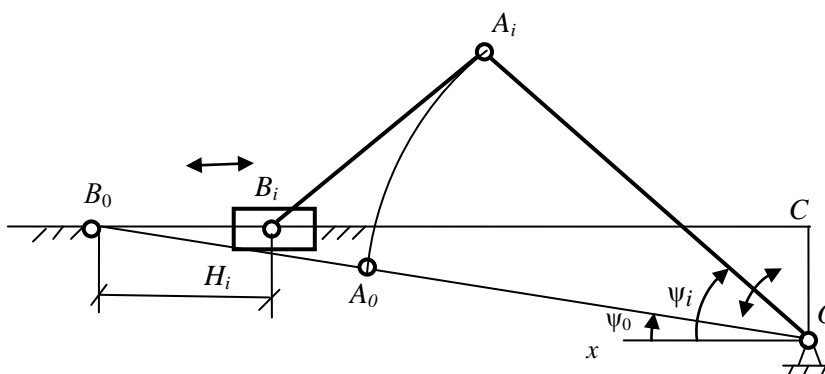


Рис. 1. Коромысло-ползунный рычажный механизм и его кинематические параметры

Введем систему координат XOY , ось OX направим влево параллельно направляющей ползуна B ; угол коромысла OA с положительным направлением оси OX в некотором (i -м) положении механизма обозначим через ψ_i ; интервал изменения этого угла пусть будет

$$\psi_1 \leq \psi_i \leq \psi_2, \tag{1}$$

где ψ_1 и ψ_2 – предельные значения угла ψ_i , а

$$\psi_{12} = \psi_2 - \psi_1 \quad (2)$$

есть размах коромысла, устанавливаемый при синтезе (либо анализе) присоединяющего механизма (ψ_{12} – входной параметр синтеза).

Построим крайнее возможное положение механизма (OA_0B_0C), в котором коромысло OA и шатун AB расположены на одной прямой, угол коромысла OA с осью OX при этом положении пусть будет ψ_0 . Расстояния $B_0B_i = H_{0i}$ рассматриваем как положительные перемещения ползуна B от положения B_0 . Интервал изменения перемещений

$$H_{01} \leq H_{0i} \leq H_{02}$$

соответствует интервалу углов ψ_i по (1).

От того, достигает ли ползун B в интервале (1) положения B_0 либо не достигает, зависит вид графика (рис. 2) функции перемещений:

$$H_{0i} = H(\psi_i) \quad (3)$$

При

$$\psi_1 \leq \psi_0 < \psi_2$$

график выражается двумя ветвями (ab и bc).

При

$$\psi_1 = \psi_0$$

точки a и b размещаются в точке b . При этом $H_{01} = 0$ и график функции перемещений определяется лишь одной ветвью – bc . Причем в точке b сохраняется минимум. Если ползун B не достигает положения B_0 , перемещение H_{01} является условным, а график функции (3) располагается на ветви bc и заключен между точками a^* и c с координатами $(H_{01}; \psi_1)$ и $(H_{02}; \psi_2)$.

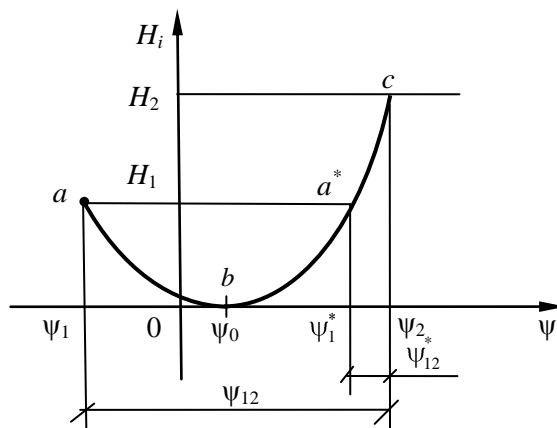


Рис. 2. Схема образования кинематических графиков положения коромысло-ползунного механизма

Проведенный анализ форм получаемых графиков позволит в дальнейшем более легко представлять границы выбора независимых параметров синтеза коромысло-ползунного механизма.

Для получения кинематических уравнений синтеза переместим механизм $OABC$ из рассматриваемого положения OA_iB_iC в соседнее, близкое положение OA_jB_jC , сообщив углу ψ_i малое приращение $\Delta\psi_{ij}$, в пределах которого функция (3) изменяется монотонно (рис. 3).

При этом перемещение ползуна B будет $H_j = B_0B_j$, а приращение его составит $\Delta H_{ij} = B_iB_j = H_j - H_i$. Угол давления γ шатуна AB на ползун B при этом получит приращение $\Delta\gamma_{ij} = \gamma_j - \gamma_i$, где γ_i и γ_j соответственно значения угла γ в положениях механизма i и j . Обозначим функцию изменения угла γ

$$\gamma_i = \gamma_i(\psi_i) \quad (4)$$

Перемещение шатуна AB из положения A_iB_i в соседнее A_jB_j представим как результат двух перемещений: вначале поворот из положения A_iB_i вокруг центра B_i на угол $\Delta\gamma_{ij}$ в промежуточное положение $A_j^*B_i$ ($A_j^*B_i \parallel A_2B_2$), затем – поступательное перемещение с ползуном B из промежуточного положения $A_j^*B_i$ в конечное A_jB_j на величину ΔH_{ij} .

Указанное преобразование можно описать с помощью следующих трех простейших фигур:

- 1) параллелограмма $B_iA_j^*A_jB_j$, у которого $l_{A_jA_j^*} = l_{B_iB_j} = \Delta H_{ij}$;
- 2) двух равнобедренных треугольников A_iOA_j и $B_iA_jA_j^*$ с углами при вершинах $\Delta\psi_{ij}$ и $\Delta\gamma_{ij}$;
- 3) косоугольного треугольника $A_iA_jA_j^*$, у которого две стороны – основания указанных равнобедренных треугольников.

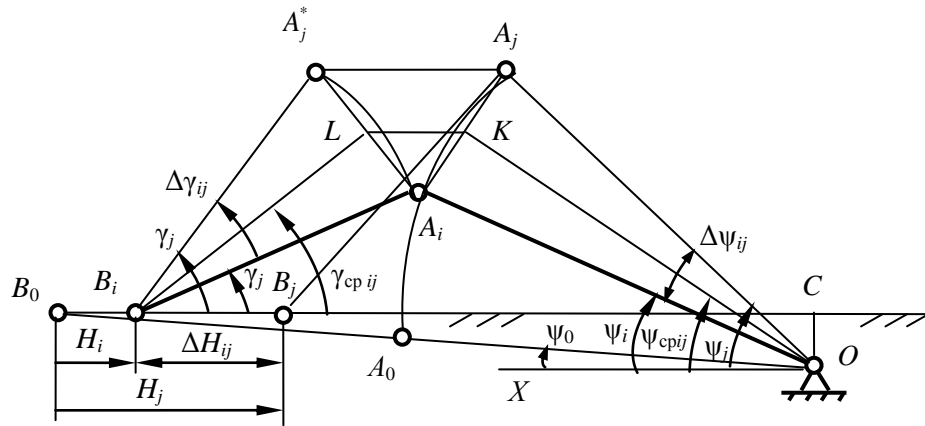


Рис. 3. Кормыслово-ползунный механизм в соседних (близких) положениях i и j

Углы высот OK_i и B_iL_i треугольников A_iOA_j и $B_iA_jA_j^*$ с направляющей ползуна B (т.е. с осью OX) обозначим $\psi_{sp ij}$ и $\gamma_{sp ij}$. Через границы интервалов углов $\Delta\psi_{ij}$ и $\Delta\gamma_{ij}$ ($\psi_i, \psi_j, \gamma_i, \gamma_j$) эти величины выразим так:

$$\psi_{sp ij} = \frac{\psi_i + \psi_j}{2};$$

$$\gamma_{sp ij} = \frac{\gamma_i + \gamma_j}{2}.$$

В треугольнике $A_iA_jA_j^*$ стороны

$$l_{A_iA_j} = 2l_{OA} \sin(\Delta\psi_{ij} / 2);$$

$$l_{A_iA_j^*} = 2l_{AB} \sin(\Delta\gamma_{ij} / 2),$$

а третья сторона

$$l_{A_jA_j^*} = l_{B_iB_j} = \Delta H_{ij}.$$

Углы при вершинах A_j и A_j^* найдем непосредственно из рисунка 3, опираясь на факт, что $A_jA_j^* \parallel OX$, $A_iA_j \perp OK$, а $A_iA_j^* \perp B_iL$:

$$\angle A_i = 90^\circ - \psi_{sp ij};$$

$$\angle A_j^* = 90^\circ - \gamma_{sp ij}.$$

При этом

$$\angle A_i = 180^\circ - \angle A_j - \angle A_j^* = \psi_{sp ij} + \gamma_{sp ij}.$$

Опираясь на полученные результаты, по теореме синусов из треугольника $A_i A_j A_j^*$ устанавливаем связь кинематических параметров коромысло-ползунного механизма для воспроизведения перемещения ΔH_{ij} :

$$\frac{\Delta H_{ij}}{\sin(\psi_{cpj} + \gamma_{cpj})} = \frac{2l_{OA} \sin \frac{\Delta \psi_{ij}}{2}}{\cos \gamma_{cpj}} = \frac{2l_{AB} \sin \frac{\Delta \gamma_{ij}}{2}}{\cos \psi_{cpj}}. \quad (5)$$

Уравнения (5) дают общее представление о кинематике коромысло- (кривошипно) ползунного механизма для воспроизведения задаваемых функций (3) и (4) и могут быть использованы как для анализа, так и для синтеза. Устремляя в них $\Delta \psi_{ij} \rightarrow 0$ и переходя к пределам

$$\begin{aligned} \lim \psi_{cpj} &= \psi_i; \quad \lim \gamma_{cpj} = \gamma_i; \quad \lim \sin \left(\frac{\Delta \psi_{ij}}{2} \right) = \frac{\Delta \psi_{ij}}{2}; \\ \lim \sin \left(\frac{\Delta \gamma_{ij}}{2} \right) &= \frac{\Delta \gamma_{ij}}{2}; \quad \lim \left(\frac{\Delta H_{ij}}{\Delta \psi_{ij}} \right) = \left(\frac{dH}{d\psi} \right)_i; \\ \lim \left(\frac{\Delta H_{ij}}{\Delta \gamma_{ij}} \right) &= \lim \left(\frac{\Delta H_{ij}}{\Delta \psi_{ij}} \cdot \frac{\Delta \psi_{ij}}{\Delta \gamma_{ij}} \right) = \lim \left(\frac{\Delta H_{ij}}{\Delta \psi_{ij}} \right) \cdot \lim \frac{\Delta \psi_{ij}}{\Delta \gamma_{ij}} = \left(\frac{dH}{d\psi} \cdot \frac{d\psi}{d\gamma} \right)_i, \end{aligned}$$

получаем для синтеза механизма

$$\begin{aligned} l_{OA} &= \frac{\cos \gamma_i}{\sin(\gamma_i + \psi_i)} \cdot \left(\frac{dH}{d\psi} \right)_i, \\ l_{AB} &= \frac{\cos \psi_i}{\sin(\psi_i + \gamma_i)} \cdot \left(\frac{dH}{d\gamma} \right)_i \end{aligned} \quad (6)$$

по кинематическим характеристикам $\psi_i, \gamma_i, \left(\frac{dH}{d\psi} \right)_i, \left(\frac{dH}{d\gamma} \right)_i$ в одном (i -м) его положении.

Определив l_{OA} и l_{AB} , дополнительно можем найти эксцентриситет e , составляя уравнение проекций контура $OA_i B_i C$ на направление оси OY (направление эксцентриситета):

$$e = l_{OA} \sin \psi_i - l_{AB} \sin \gamma_i. \quad (7)$$

Чтобы спроектировать коромысло-ползунный механизм по двум конечным его положениям – ходу ползуна B и углу размаха коромысла OA , необходимо рассмотреть интегральные формы уравнений (5), положив в них

$$\begin{aligned} \sum \Delta \psi_{ij} &= \psi_{12} = \psi_2 - \psi_1, \\ \sum \Delta \gamma_{ij} &= \gamma_{12} = \gamma_2 - \gamma_1, \\ \sum \Delta H_{ij} &= H_{12} = H_{02} \pm H_{01} \end{aligned} \quad (8)$$

в зависимости от графика функции (3) на рисунке 2; границы интервалов углов ψ и γ замерены от оси OX соответственно по и против хода часовой стрелки, а перемещение H_{12} равно суммарному ходу ползуна B от возможного крайнего положения B_0 (в отрицательном направлении оси OX).

Представив средние значения интервалов углов как

$$\psi_{cp} = \frac{\psi_1 + \psi_2}{2}; \quad \gamma_{cp} = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}, \quad (9)$$

с помощью уравнений (5) получаем

$$l_{OA} = \frac{H_{12}}{\sin(\psi_{cp} + \gamma_{cp})} \cdot \frac{\cos \gamma_{cp}}{2 \sin \frac{\psi_{12}}{2}}; \quad (10)$$

$$l_{AB} = \frac{H_{12}}{\sin(\psi_{cp} + \gamma_{cp})} \cdot \frac{\cos \psi_{cp}}{2 \sin \frac{\gamma_{12}}{2}} \quad (11)$$

При синтезе задаем перемещения звеньев механизма ψ_{12} , γ_{12} и H_{12} с помощью углов ψ_{cp} и γ_{cp} – положения интервалов углов ψ и γ с осью OX . Вычислив по этим данным l_{OA} и l_{AB} , эксцентриситет e и угол луча OB_0 с осью OX найдем из уравнений:

$$e = l_{OA} \sin\left(\psi_{cp} - \frac{\psi_{12}}{2}\right) - l_{AB} \sin\left(\gamma_{cp} - \frac{\gamma_{12}}{2}\right); \quad (12)$$

$$\psi_0 = \arcsin\left(\frac{e}{l_{OA} + l_{AB}}\right). \quad (13)$$

Заметим, что в уравнениях (5) функции (3) и (4) изменяются монотонно, поэтому уравнения (9) – (13) должны выбираться на тех участках графиков (см. рис. 2), где они также изменяются монотонно (равномерно убывают или равномерно возрастают).

В качестве примера рассмотрим упомянутый ранее случай синтеза коромыслово-ползунного механизма по известному углу ψ_{12} размаха коромысла и задаваемому ходу H_{12} ползуна B , когда направляющая $x - x$ ползуна B и биссектриса OK угла ψ_{12} взаимно перпендикулярны (рис. 4).

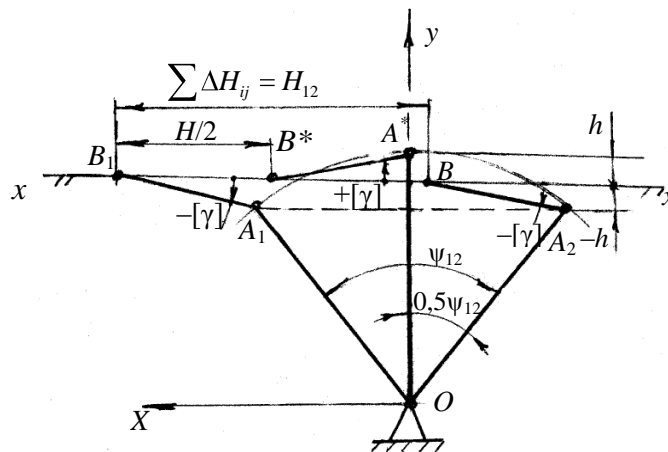


Рис. 4. Коромыслово-ползунный механизм с наилучшим приближением угла давления к оптимальному

Потребуем, чтобы на участке H_{12} угол давления γ имел наилучшее приближение [8] к оптимальному своему значению $\gamma_{opt} = 0$, равномерно уклоняясь от него на допустимую величину $[\gamma]$ (рис. 5), которая в поступательной кинематической паре может достигать $[\gamma] = \pm 30^\circ$ [6].

Предполагая, что в пределах заданного угла ψ_{12} функция (3) изменяется монотонно, замечаем, однако, что функция (4) является монотонной лишь в пределах половины этого угла; в этих пределах она изменяется от $-[\gamma]$ до $+[\gamma]$ и один раз пересекает ось ψ . Поэтому минимальный участок движения механизма, на котором функции (3) и (4) изменяются монотонно, составляет половину кинематического цикла механизма (рис. 6), а в формулы (10) – (13) необходимо вместо величин ψ_{12} , H_{12} подставить величины:

$$\frac{\psi_{12}}{2}; \frac{H_{12}}{2}; \gamma_{12} = 2[\gamma]; \gamma_{cp} = 0;$$

$$\psi_1 = 90^\circ - \frac{\psi_{12}}{2}; \psi_2 = 90^\circ; \psi_{cp} = 90^\circ - \frac{\psi}{4}.$$

При таких подстановках указанные формулы дают:

$$l_{OA} = \frac{H_{12}}{2 \sin \frac{\Psi_{12}}{4} \cdot 2 \cos \frac{\Psi_{12}}{4}} = \frac{H_{12}}{2 \sin \frac{\Psi_{12}}{2}};$$

$$l_{AB} = \frac{H_{12} \cos \left(90^\circ - \frac{\Psi_{12}}{4} \right)}{2 \cos \frac{\Psi_{12}}{4} \cdot 2 \sin[\gamma]} = \frac{H_{12} \operatorname{tg} \frac{\Psi_{12}}{4}}{4 \sin[\gamma]}.$$

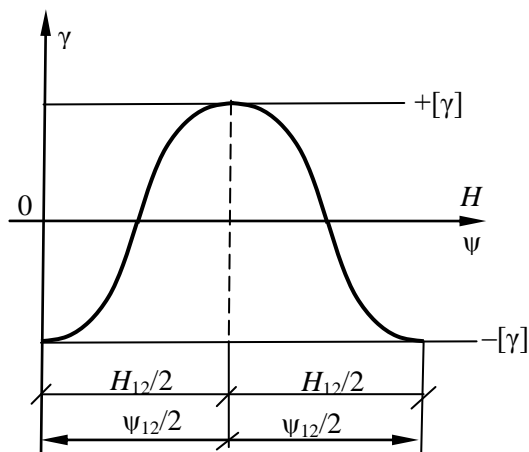


Рис. 5. График наилучшего приближения угла давления к оптимальному значению

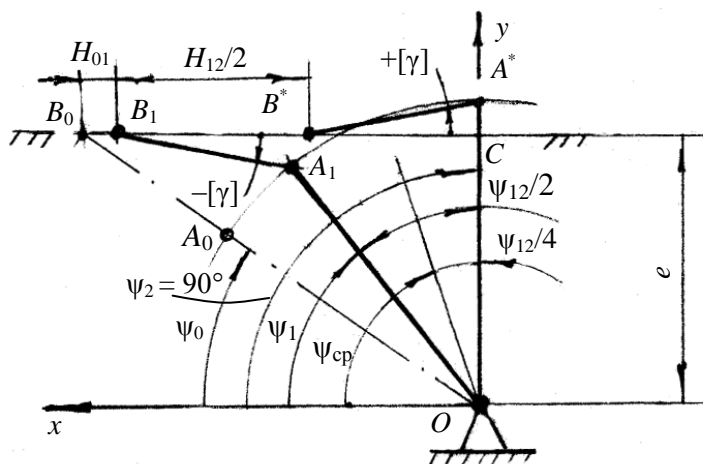


Рис. 6. Цикл монотонного изменения функций в рассматриваемом механизме

Зная l_{OA} и l_{AB} , можем найти

$$e = l_{OA} \sin \left(90^\circ - \frac{\Delta \Psi_{12}}{2} \right) - l_{AB} \sin[-\gamma] = \frac{H_{12}}{4 \operatorname{tg} \frac{\Psi_{12}}{2}}.$$

При необходимости найдем

$$\Psi_0 = \arcsin \left(\frac{e}{l_{OA} + l_{AB}} \right).$$

Рассмотренный пример относится к случаю, когда функция (3) симметрична относительно величины $\psi_{cp} = 90^\circ$.

Уравнения (10), (11) в этом случае достаточно было составить лишь для одного участка ее монотонности.

Уравнения для второго участка обеспечили бы тот же результат. В общем случае функции (3), когда $\psi_1 < \psi_0 < \psi_2$ (две ветви графика на рисунке 2) указанные уравнения придется составить дважды:

- при
$$H_{12} = H_{01}, \quad \psi_{cp1} = \frac{\psi_1 + \psi_0}{2}, \quad \gamma_{cp1} = \frac{\gamma_1 + \gamma_0}{2},$$

где $\gamma_0 = -\psi_0$;

- при
$$H_{12} = H_{02}, \quad \psi_{cp2} = \frac{\psi_0 + \psi_2}{2}, \quad \gamma_{cp2} = \frac{\gamma_2 + \gamma_0}{2},$$

где ψ_2 и γ_2 со своими знаками.

В результате будем иметь:

$$l_{OA} = \frac{H_{01}}{\sin(\psi_1 + \gamma_1)} \cdot \frac{\cos \frac{\gamma_1 + \psi_0}{2}}{2 \sin \frac{\psi_1 + \psi_0}{2}} = \frac{H_{02}}{\sin(\psi_2 + \gamma_2)} \cdot \frac{\cos \frac{\gamma_2 - \psi_0}{2}}{2 \sin \frac{\psi_2 - \psi_0}{2}}; \tag{14}$$

$$l_{AB} = \frac{H_{01}}{\sin(\psi_1 + \gamma_1)} \cdot \frac{\cos \frac{\psi_0 - \psi_1}{2}}{2 \sin \frac{\psi_0 - \gamma_1}{2}} = \frac{H_{02}}{\sin(\psi_2 + \gamma_2)} \cdot \frac{\cos \frac{\psi_2 + \psi_0}{2}}{2 \sin \frac{\gamma_2 + \psi_0}{2}},$$

а поделив второе уравнение на первое, будем иметь:

$$\frac{l_{OA}}{l_{AB}} = \frac{\sin \psi_0 - \sin \gamma_1}{\sin \psi_0 - \sin \psi_1} = \frac{\sin \gamma_2 - \sin \psi_0}{\sin \psi_2 - \sin \psi_0}. \tag{15}$$

Задавшись $\gamma_2 = [\gamma]$, если $H_2 > H$, $\gamma_1 < [\gamma]$, ($\psi_0 + \gamma_1 < [\gamma]$), и памятуя то, что $\psi_1 = \psi_2 - \psi$ (ψ задано), находим из (14) величину угла ψ_2 , затем из формул (15) – l_{OA} и l_{AB} .

В заключение из формулы

$$e = l_{OA} + l_{AB} \sin \psi_0 \tag{16}$$

находим эксцентриситет e .

Синтез механизма с одной ветвью графика функции (3) – ветвью a^*c (см. рис. 2) – можно выполнить аналогично, если эту ветвь дополнить двумя ветвями условных перемещений: a^*b и ba^* .

Мы рассмотрели порядок синтеза коромыслово-ползунного механизма при $\psi_0 \neq 0$. В практике проектирования машин чаще встречаются случаи, когда $\psi_0 = 0$. При этом $e = 0$, а $\psi_2 = \psi_{12}$. Синтез проводится аналогично и проще.

При одной ветви графика функции (3) и $e = 0$ уравнения синтеза механизма имеют вид:

$$l_{OA} = \frac{H}{\sin(\psi + \gamma_2)} \cdot \frac{\cos \frac{\gamma_2}{2}}{2 \sin \frac{\psi}{2}};$$

$$l_{AB} = \frac{H}{\sin(\psi + \gamma_2)} \cdot \frac{\cos \frac{\psi}{2}}{2 \sin \frac{\gamma_2}{2}}.$$

При двух ветвях и $e = 0$ уравнения (14), (15) записывают в виде:

$$l_{OA} = \frac{H_{01}}{\sin(\psi_1 + \gamma_1)} \cdot \frac{\cos \frac{\gamma_1}{2}}{2 \sin \frac{\psi_1}{2}} = \frac{H_{02}}{\sin(\psi_2 + \gamma_2)} \cdot \frac{\cos \frac{\gamma_2}{2}}{2 \sin \frac{\psi_2}{2}},$$

$$l_{AB} = \frac{H_{01}}{\sin(\psi_2 + \gamma_2)} \cdot \frac{\cos \frac{\gamma_2}{2}}{2 \sin \frac{\psi_1}{2}} = \frac{H_{02}}{\sin(\psi_2 + \gamma_2)} \cdot \frac{\cos \frac{\gamma_2}{2}}{2 \sin \frac{\psi_2}{2}},$$

$$\frac{l_{OA}}{l_{AB}} = \frac{\sin \gamma_1}{\sin \psi_1} = \frac{\sin \gamma_2}{\sin \psi_2}.$$

Заключение. В результате исследования установлены общие принципы синтеза коромысло-ползунковых механизмов исходя из их назначения – преобразовать известный угол размаха коромысла в требуемую функцию перемещения ведомого ползуна B . Получены уравнения синтеза, установлены области существования.

Работа может быть полезной в конструкторских бюро и в практике курсового проектирования по ТММ на машиностроительных факультетах вузов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kiper, G. Getriebetechnik – eine Grunwiesenschaft des konstruierens / G. Kiper // Konstruktion. – 1955. – № 7. – С. 247 – 250.
2. Hellmich, H. Bedeutung der Getriebetechnik / H. Hellmich, Ind. Anz., 1957. – S. 16.
3. Черкудинов, С.А. Шарнирно-рычажные механизмы мощных вытяжных прессов / С.А. Черкудинов // Автоматизация машиностроительных процессов; АН СССР. – М., 1959.
4. Артоболевский, И.И. Механизмы в современной технике: в 7-ми т. / И.И. Артоболевский – М.: Наука, 1979. – Т. 1 – 3.
5. Кожевников, С.Н. Механизмы / С.Н. Кожевников, Я.И. Есипенко, Я.М. Раскин; под ред. С.Н. Кожевникова. – М.: Машиностроение, 1976.
6. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. – М.: Наука, 1975.
7. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин / под ред. Г.Н. Девойно. – Минск: Выш. шк., 1986.
8. Чебышев, П.Л. О простейшей суставчатой системе, доставляющей движения, симметрические около оси / П.Л. Чебышев // Полн. собр. соч. П.Л. Чебышева; под ред. И.И. Артоболевского, И.Г. Бруевича. – М.–Л.: АН СССР, 1948. – Т. IV: Теория механизмов.

Поступила 30.09.2008