

6. Ягубкин, А.Н. Технология получения стеновых блоков из арболита с направленной укладкой заполнителя / А.Н. Ягубкин, В.В. Бозылев // Строительная наука и техника. – 2011. – № 6. – С. 66 – 69.
7. Ягубкин, А.Н. Оптимизация процесса уплотнения бетонной смеси при изготовлении арболита / А.Н. Ягубкин, В.В. Бозылев, Ю.П. Голубев // Вестн. Полоцк. гос. ун-та. Серия F. Прикладные науки. Строительство. – 2009. – № 12. – С. 61 – 68.
8. Арболит и изделия из него. Общие технические условия: ГОСТ 19222-84. – Введ. 01.01.85. – М.: Гос. комитет СССР по делам строительства: НИИЖБ Госстроя СССР, 1985. – 21 с.
9. Блоки стеновые из арболита для малоэтажного строительства. Технические условия: СТБ 1105-98. – Введ. 19.03.1998. – Минск: Минстройархитектуры Респ. Беларусь: РУП «Стройтехнорм», 1998. – 26 с.
10. Галузо, О.Г. Теплоизоляционный пенополистиролгазогипс повышенной влагостойкости, технология изготовления и эксплуатационные свойства: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.05: 08.10.2004 / О.Г. Галузо. – Минск, 2004. – 20 с.

УДК 622.867.322; 614.894

Ехилевский С.Г., д-р техн. наук; Ольшаников С.А.; Потапенко Е.П.  
(ПГУ, г. Новополоцк)

**ВЛИЯНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ КРАЕВЫХ УСЛОВИЙ  
НА КВАЗИСТАЦИОНАРНЫЙ ПРОФИЛЬ КОНЦЕНТРАЦИИ  $CO_2$   
В РЕГЕНЕРАТИВНОМ ПАТРОНЕ АППАРАТОВ,  
ПРЕДНАЗНАЧЕННЫХ ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВА СТРОИТЕЛЬНО-  
РЕМОНТНЫХ РАБОТ В АГРЕССИВНЫХ СРЕДАХ,  
НЕПРИГОДНЫХ ДЛЯ ДЫХАНИЯ ЧЕЛОВЕКА**

Обычно при математическом моделировании сорбции углекислого газа в изолирующих дыхательных аппаратах пользуются стационарными граничными условиями, означающими постоянство расхода регенерируемого воздуха и концентрации молекул  $CO_2$  на входе в фильтр [1; 2]. Вместе с тем для оптимизации работы аппарата предлагаются устройства с несколькими регенеративными патронами, отличающимися режимами их работы и способом включения в воздуховодную часть [3 – 5]. Очевидно, рабочий процесс в таких аппаратах выходит за рамки традиционных моделей, так как концентрация  $CO_2$  на входе во второй патрон [4] монотонно

возрастает по мере исчерпания поглотительного ресурса первого. Это делает актуальной данное исследование, ибо без адекватного моделирования невозможен предварительный расчет основных параметров новых дыхательных аппаратов для шахтеров и горноспасателей.

Рассмотрим плоскопараллельное течение воздуха через кислородсодержащий продукт. Если объемный расход воздуха  $Q$  фиксирован, средняя (по сечению воздушного канала) скорость фильтрации  $v$  не зависит от координаты  $x$ , растущей в направлении течения:

$$v = Q/S_1, \quad (1)$$

где  $S_1$  – площадь поперечного сечения воздушного канала.

Гранулы продукта малы по сравнению с геометрическими размерами регенеративного патрона, поэтому флуктуационной зависимостью  $S_1$  от  $x$  можно пренебречь, что и обеспечивает постоянство  $v$ .

Содержание  $CO_2$  в протекающем воздухе задается объемной концентрацией молекул  $W(x,t)$ , где  $t$  – время. Объемный расход воздуха через любое поперечное сечение патрона равен  $vS_1$ . Поэтому за промежуток  $dt$  в результате хемосорбции на участке от  $x$  до  $x+dx$  остается

$$dN = [W(x,t) - W(x+dx,t)]v \cdot S_1 dt \quad (2)$$

молекул  $CO_2$ . Они накапливаются как в самом воздушном канале,

$$dN_1 = [W(x,t+dt) - W(x,t)]S_1 dx, \quad (3)$$

так и расходуются на изменение химического состава гранул кислородсодержащего продукта

$$dN_2 = [U(x,t+dt) - U(x,t)]S_2 dx, \quad (4)$$

где  $U(x,t)$  – объемная концентрация связанного углерода;  $S_2$  – средняя (по длине воздушного канала) площадь поперечного сечения его «стенок».

Заменив фигурирующие в (2) – (4) разности функций их дифференциалами, условие сохранения атомов углерода ( $dN = dN_1 + dN_2$ ) запишем в следующем виде:

$$-vW'_x = (W + \alpha U)', \quad (5)$$

где  $\alpha = S_2/S_1$  и определяется плотностью упаковки гранул  $\varepsilon = w_2/(w_1 + w_2)$ , в которой  $w_1$  и  $w_2$  – суммарные объемы гранул и воздушных каналов соответственно.

Если все гранулы примерно одного размера  $\varepsilon \approx 0,6$  и близко к плотности упаковки одинаковых шариков [1], при этом  $\alpha = \varepsilon/(1-\varepsilon) = 1,5$ .

Дополним (5) уравнением кинетики сорбции:

$$U'_t = \beta(W - \gamma U), \quad (6)$$

где  $\beta$  и  $\gamma$  – феноменологические постоянные, характеризующие скорость и ресурс реакции.

Величина  $\gamma$  определяется тем, во сколько раз в состоянии сорбционного равновесия ( $U'_t = 0$ ) плотность свободного  $\text{CO}_2$  меньше, чем связанного. Твердые вещества в тысячи раз плотнее газов, то есть при удачном выборе сорбента  $\gamma \approx 10^{-3} - 10^{-4}$ . Вместе с тем  $\gamma^{-1}$  можно трактовать как число порций помещающейся в патроне воздуха, которые он может очистить. Если объемы регенеративного патрона и одного выдоха сопоставимы, при длительности выдоха несколько секунд срок защитного действия аппарата будет измеряться в часах.

Поскольку значения  $\beta$  и  $\gamma$  все равно определяются в эксперименте, можно уменьшить число коэффициентов модели, осуществив в (5), (6) следующие замены:

$$\alpha U \rightarrow U, \quad \alpha\beta \rightarrow \beta, \quad \gamma/\alpha \rightarrow \gamma, \quad (7)$$

означающие, что при экспериментальном определении нового  $U$  количество связанных атомов углерода следует формально относить к объему воздушного канала, а не его стенок. В результате вместо (5), (6) получим:

$$-\nu W'_x = (W + U)'_t, \quad (8)$$

$$U'_t = \beta(W - \gamma U), \quad (9)$$

К моменту исчерпания поглотительного ресурса данного слоя  $W$  в нем возрастает до своего значения на входе в патрон. При этом  $U$  в соответствии с ранее изложенным оказывается в  $10^3 - 10^4$  раз больше. Это означает, что  $U$  в работающем слое сорбента растет, по крайней мере, в тысячу раз быстрее, чем  $W$ . Исключение составляет начальный промежуток времени, в течение которого первые порции «грязного» воздуха попросту вдуваются в регенеративный патрон, скачком меняя концентрацию  $\text{CO}_2$  в воздушном канале. По мере продвижения этих порций к концу патрона в нем формируется квазистационарное распределение  $W$ . То есть начальный промежуток времени заканчивается в момент

$$t_{\infty} = L/\nu, \quad (10)$$

где  $L$  – длина воздушного канала.

Дальнейший рост концентрации  $CO_2$  в регенерируемом воздухе носит очень медленный (эволюционный) характер и связан с постепенным исчерпанием огромного поглотительного ресурса патрона. По этой причине для времен  $t \geq t_{kc}$  первым слагаемым в правой части (8) можно пренебречь.

$$-vW'_x \approx U'_t, \quad t \geq t_{kc}. \quad (11)$$

При этом «неучтеными» за все последующее время работы аппарата оказываются молекулы  $CO_2$ , содержащиеся в одной неполной порции неочищенного воздуха, помещающегося в регенеративном патроне. Они расходуются на эволюционный рост концентрации  $CO_2$  в воздушном канале по мере отработки поглотительного ресурса слоев сорбента.

Практический интерес представляют устройства с малыми габаритами и длительным сроком защитного действия, что обеспечивается большой «емкостью» сорбента. По этой причине в существующих аппаратах к моменту протекания первого выдоха через патрон ресурс лобового, а значит и всех остальных слоев сорбента далеко не исчерпан  $U(x, t_{kc}) \ll \gamma^{-1} W(x, t_{kc})$ , что позволяет опустить в (9) второе слагаемое при получении квазистационарного распределения  $W(x, t)$  в момент его формирования.

$$U'_t(x, t_{kc}) \approx \beta W(x, t_{kc}). \quad (12)$$

При этом неучтено оказывается одна порция связанного  $CO_2$  (поступившая в патрон первой). Из (11), (12) следует уравнение:

$$-vW'_x(x, t_{kc}) = \beta W(x, t_{kc}). \quad (13)$$

Вместе с граничным условием:

$$W(0, t) = W_0(t) \quad (14)$$

оно определяет зависимость  $W$  от координаты к моменту формирования квазистационарного распределения концентрации:

$$W(x, t_{kc}) = W_0(t_{kc}) e^{-\xi(x)}, \quad (15)$$

где  $\xi(x)$  – обезразмеренная координата

$$\xi(x) = \beta x / v, \quad (16)$$

обобщенно учитывающая химический состав, структуру и режим работы поглащающего слоя, а  $W_0(t)$  – значение  $W$  в поступающем в патрон воздухе.

Заметим, что  $L$  превышает соответствующий геометрический размер патрона, так как «частицы» воздуха преодолевают в кислородсодержащем продукте своего рода лабиринт.

Относительно существенные изменения  $W_0(t)$  должны происходить гораздо медленнее, чем формирование квазистационарного профиля концентрации. В противном случае данная концепция не может использоваться, так как значение  $W(x, t)$  в толще продукта будет определяться не столь-ко процессом сорбции, сколько скачкообразными изменениями количества вдуваемых в патрон молекул  $CO_2$ . В этом случае динамика сорбции пере-стает быть задачей математической физики.

Очевидно, обезразмеренная длина патрона

$$\xi(L) = \eta = \beta L / v = \beta w_1 / Q, \quad (17)$$

где  $w_1$  – объем воздушного канала. С объемом регенеративного патрона  $w$  он связан соотношением  $w_1 = (1 - \varepsilon)w$ , в котором  $\varepsilon$  – плотность упаковки гранул кислородсодержащего продукта. В существующих аппаратах на основе надпероксидов щелочных металлов  $\eta = 10 - 50$ , в чем можно убедиться непосредственно, измерив степень регенерации первых выдохов [6].

Чтобы рассматривать эволюцию  $W$  после  $t = t_{rc}$ , пренебрегать вторым слагаемым в правой части (9) нельзя, иначе квазистационарный профиль (15) останется стационарным. Уравнение (9) является линейным относительно  $U$ , и позволяет в общем виде выразить плотность связанныго углерода через  $W$ :

$$U(x, t) = e^{-\tau(t)} \cdot \gamma^{-1} \int_0^{\tau(t)} e^\tau W(x, \tau / \beta \gamma) d\tau, \quad (18)$$

где  $\tau(t)$  – обезразмеренное время, введенное согласно

$$\tau(t) = \beta \gamma t. \quad (19)$$

При получении (18) использовано условие:

$$U(x, 0) = 0, \quad (20)$$

означающее, что в начале работы патрона сорбент не загрязнен.

Разделим для  $t > t_{rc}$  промежуток интегрирования в (18) на две части.

$$\gamma U(x, t) e^{\tau(t)} = \int_0^{t_{rc}} e^\tau W(x, \tau / \beta \gamma) d\tau + \int_{t_{rc}}^{\tau(t)} e^\tau W(x, \tau / \beta \gamma) d\tau. \quad (21)$$

Согласно (10), (17), (19) и приведенным выше оценкам в существую-щих аппаратах:

$$\tau_{rc} \equiv \tau(t_{rc}) = \gamma \eta \approx 10^{-2} - 10^{-3}, \quad (22)$$

что позволяет убедиться в справедливости приближения (12)

$$\gamma U(x, t_{kc}) = e^{-\tau_{kc}} \int_0^{\tau_{kc}} e^\tau W(x, \tau/\beta\gamma) d\tau \approx \tau_{kc} \bar{W}(x) \ll W(x, t_{kc}), \quad (23)$$

где  $\bar{W}(x)$  – среднее значение концентрации  $CO_2$  в точке  $x$  за время  $t_{kc}$ .

То есть сравниваемые в (23) величины отличаются на 2–3 порядка.

При получении квазистационарного профиля концентрации (15) мы, опустив второе слагаемое в (9), пренебрегали загрязненностью возникающей до его формирования. Поэтому, чтобы найденная для  $t \geq t_{kc}$  функция  $W(x, t)$  удовлетворяла «начальному» условию (15), при подстановке  $\gamma U$  в (9) следует опустить первое слагаемое в (21):

$$\frac{1}{\beta} U'_t(x, t) = W(x, t) - e^{-\tau(t)} \int_{\tau_{kc}}^{\tau(t)} e^\tau W(\xi, \tau/\beta\gamma) d\tau, \quad t \geq t_{kc}. \quad (24)$$

Выполним в (24) интегрирование по частям и при подстановке нижнего предела используем (15)

$$U'_t(x, t) = \beta e^{-\tau(t)} \left[ e^{\tau_{kc}} \cdot e^{-\xi} W_0(\tau_{kc}) + \int_{\tau_{kc}}^{\tau(t)} e^\tau d_\tau W(x, \tau/\beta\gamma) \right], \quad t > t_{kc}. \quad (25)$$

Для построения искомых зависимостей в обезразмеренных величинах удобно ввести приведенное значение концентрации  $CO_2$  на входе в продукт.

$$\omega_0(\tau) = W_0(\tau)/W_0, \quad (26)$$

где  $W_0$  – характерный масштаб  $W_0(t)$ . В частности в качестве  $W_0$  можно использовать максимальное значение  $W_0(t)$ .

Подставив (26) в (25), а результат в (11), получим уравнение для определения приведенной концентрации  $CO_2$  в регенерируемом воздухе:

$$-\omega'_\xi = e^{-\tau} \left[ e^{\tau_{kc}} \cdot e^{-\xi} \omega_0(\tau_{kc}) + \int_{\tau_{kc}}^{\tau} e^\tau d_\tau \omega_0 \right], \quad \tau > \tau_{kc}, \quad (27)$$

$$\omega(\xi(x), \tau(t)) = W(x, t)/W_0. \quad (28)$$

При этом  $U$ , накопленную после  $t_{kc}$  (см. (21)), следует вычислять по формуле:

$$U(x, t) = (W_0 / \gamma) u(\xi(x), \tau(t)), \quad (29)$$

в которой

$$u(\xi, \tau) = e^{-\tau} \int_{\tau_{kc}}^{\tau} e^{\tau} \omega(\xi, \tau) d\tau, \quad \tau > \tau_{kc} \quad (30)$$

— приведенная концентрация углерода, связанного после  $\tau_{kc}$ .

Если  $\tau_{kc}$  (которое можно трактовать как момент появления проскока) принять за начало отсчета времени, получим следующее выражение:

$$-\omega'_\zeta(\xi, \tau) = e^{-\tau} \left[ e^{-\xi} \omega_0(0) + \int_0^\tau e^{\tau} d_\zeta \omega(\xi, \tau) \right], \quad \tau > 0, \quad (31)$$

$$u(\xi, \tau) = e^{-\tau} \int_0^\tau e^{\tau} \omega(\xi, \tau) d\tau, \quad \tau > 0. \quad (32)$$

Решение (31) будем искать в виде ряда:

$$\omega(\xi, \tau) = e^{-\xi - \tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f_n(\tau)}{n!} \xi^n, \quad (33)$$

где  $f_n(\tau)$  — неизвестные функции, подлежащие определению.

В частности, если на вход в патрон поступает постоянная концентрация  $CO_2$  ( $\omega_0(\tau) = 1$ ), получаем известный результат (см. (10) в [7]):

$$\omega(\xi, \tau) = e^{-\xi} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi^n}{n!} \left( 1 - e^{-\tau} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\tau^k}{k!} \right) \right], \quad (34)$$

Из (34) следует, что  $\omega(0, \tau) = \omega(\xi, \infty) = 1$ , как это и должно быть. Последнее равенство означает, что при больших временах, когда защитный ресурс кислородсодержащего продукта полностью исчерпан, регенерация воздуха не происходит, и весь углекислый газ проскакивает через регенеративный патрон.

Чтобы окончательно убедиться в правильности развитого формализма мысленно разрежем патрон в точке  $\zeta \in (0, \eta)$  и используем значение приведенной концентрации на выходе из первой части патрона, в качестве переменного граничного условия на входе во вторую часть патрона:

$$\omega_0(\tau) = e^{-\zeta} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\zeta^n}{n!} \left( 1 - e^{-\tau} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\tau^k}{k!} \right) \right]. \quad (35)$$

Делать это можно, ибо  $\omega_0(\tau)$  вырастает от  $e^{-\zeta}$  до своего максимального значения за время исчерпания ресурса первой части патрона, что, согласно приведенным оценкам, для продукта на основе надпероксида калия в тысячи раз больше времени формирования квазистационарного профиля концентрации  $CO_2$  во второй части патрона.

Решение для второй части патрона будет иметь вид:

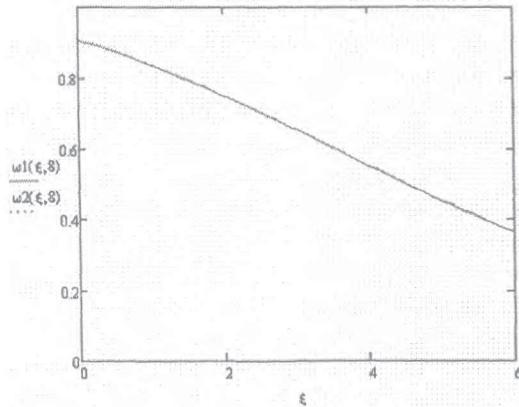
$$\omega_1(\xi, \tau) = e^{-\xi-\zeta} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\xi^m}{m!} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\zeta^n}{n!} \left( 1 - e^{-\tau} \theta(n+m) \sum_{k=0}^{|n+m-1|} \frac{\tau^k}{k!} \right). \quad (36)$$

С другой стороны, поскольку разрезание патрона было формальным и ничего не меняло в сути моделируемого процесса, та же зависимость должна описываться формулой (34), если в нее вместо  $\xi$  подставить  $\xi + \zeta$ .

$$\omega_2(\xi, \tau) = e^{-\xi+\zeta} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\xi + \zeta)^n}{n!} \left( 1 - e^{-\tau} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\tau^k}{k!} \right) \right]. \quad (37)$$

При этом  $\xi$  в (37), так же как и в (36), следует менять в пределах интервала  $(0, \eta - \zeta)$ .

Если развитый подход верен, в указанном интервале изменения  $\xi$  правые части формул (36), (37) должны тождественно совпадать, что и подтверждается численными расчетами (рисунок).



Зависимость приведенной концентрации  $CO_2$  от координаты во второй части патрона, построенная с помощью переменного (функция  $\omega_1$ ) и постоянного (функция  $\omega_2$ ) граничных условий

Таким образом, построен формализм, аналитически описывающий динамическую сорбционную активность при наличии переменной концентрации сорбтива на входе в фильтр. Последнее существенно в регенеративных патронах из нескольких последовательно соединенных частей с отличающимися параметрами сорбентов.

С точки зрения приложений важно также то, что при получении формул не предполагался монотонный рост  $\omega_0(0)$ . Это значит, что они могут описывать и десорбцию примеси при уменьшении ее концентрации на входе в фильтр.

#### Литература

1. Дубинин, М.М. Физико-химические основы сорбционной техники / М.М. Дубинин. – М.–Л.: Гос. химико-техническое изд-во, 1932. – 381 с.
2. Пак, В.В. Об использовании ресурса шахтных респираторов с химически связанным кислородом / В.В. Пак, С.Г. Ехилевский // Изв. вузов. Горный журнал. – 1996. – № 1. – С. 66 – 71.
3. Шахтный изолирующий дыхательный аппарат: пат. 628802 СССР, А 62В7/08 / Йи-Шенг Ли, Рудольф Цезарь Леон, Юджин Норман Пери. – № 2322331/40-23; заявл. 16.02.76; опубл. 15.10.78 // Бюл. № 38. – С. 3.
4. Изолирующий дыхательный аппарат: а.с. 1785712 СССР, А 62 В 7/08 / Н.С. Диценко, Т.Е. Инденбаум, С.И. Фастивец (СССР). – № 4884862/23; заявл. 26.11.90; опубл. 07.01.93 // Бюл. № 1. – С. 2.
5. Изолирующий дыхательный аппарат: пат. 23426 Украина, А 62 В 7/08 / С.Г. Ехилевский, В.В. Пак, Э.Г. Ильинский (Украина). – № 96072701; заявл. 08.07.96; опубл. 08.07.98 // Бюл. № 4. – С 3.
6. Пак, В.В. Значения феноменологических параметров модели хемосорбции в регенеративных патронах шахтных респираторов / В.В. Пак, С.Г. Ехилевский, Э.Г. Ильинский // Изв. вузов. Горный журнал. – 1998. – № 11 – 12. – С. 108–112.
7. Ехилевский, С.Г. Повышение ресурса дыхательных аппаратов на химически связанном кислороде: автореф. дис. ... д-ра техн. наук / С.Г. Ехилевский. – Днепропетровск, 2002. – 36 с.