АВТОНОМНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПФАФФА

Н.Д. Василевич

Белорусский государственный аграрный технический университет, Минск, Беларусь
VasilevichND@gmail.com

Пусть $\mathbb{C}^n$ — линейное векторное пространство над полем комплексных чисел, $\mathbb{R}^m$ — линейное векторное пространство над полем действительных чисел $\mathbb{R}$, $M^{n\times m}(\mathbb{C})$ — линейное пространство всех комплексных матриц, у которых n строк и m столбцов, $GL(n,\mathbb{C})$ — группа невырожденных квадратных комплексных матриц порядка n.

Лемма. *Пусть в C^n действует мультипликативная абелева группа линейных преобразований с образующими $A_1,\ldots,A_m \in GL(n,\mathbb{C})$, где каждая матрица A_j диагонализируема: $A_j = \operatorname{diag}(\lambda_{1j},\ldots,\lambda_{nj})$, и все $\lambda_j \neq 0$. Тогда если матрица $H = (\lambda_{ij})$ (у которой n строк и m столбцов) не является мультипликативной матрицей Пуанкаре, то замыкание орбиты любой точки $y(y_1,\ldots,y_n) \in \mathbb{C}^n$, у которой отличны от нуля все координаты, не содержит начало координат 0 в $\mathbb{C}^n$.*

Теорема. *Пусть во вполне интегрируемом автономном дифференциальном уравнении Пфаффа*

$$dy = (A_1 dx_1 + \ldots + A_n dx_m)y, \tag{1}$$

где $y \in \mathbb{C}^n$, $a(x_1,\ldots,x_m) \in \mathbb{R}$, семейство попарно коммутирующих матриц $\{A_1,\ldots \ldots, A_m\}$ имеет нормальную форму и H — матрица из $M^{nxm}(\mathbb{C})$, столбцы $\lambda_1,\ldots \ldots,\lambda_m$ которой совпадают с диагоналями матриц $A_1,\ldots,A_m$ соответственно. Тогда замыкание любой интегральной поверхности уравнения (1) содержит начало координат $0 \in \mathbb{C}^n$ в том и только в том случае, когда H является аддитивной матрицей Пуанкаре.

Литература

1. Василевич Н. Д. *Об уравнениях Пфаффа с алгебраическими поверхностями* // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. 1981. № 25. С. 28–32.

О ПРОСТРАНСТВЕ ЛИУВИЛЛЕВЫХ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Р.Р. Гонцов

Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН, Россия
rgontsov@inbox.ru

Рассмотрим на сфере Римана $\overline{\mathbb{C}}$ систему из p линейных дифференциальных уравнений

$$\frac{dy}{dz} = B(z)\,y, \quad y(z) \in \mathbb{C}^p, \tag{1}$$

с матрицей $B(z)$ коэффициентов, являющихся мероморфными (рациональными) функциями. Пусть матрица $B(z)$ имеет n особых точек (полюсов) $a_1,\ldots,a_n$.

Скажем, что решение $y(z)$ этой системы принадлежит классу *лиувиллевых функций* (или является лиувиллевым), если все его компоненты выражаются в элементарных или алгебраических функциях и их первообразных. Множество лиувиллевых решений системы (1) образует подпространство $\mathcal{L}$ в p-мерном пространстве всех