СЧЕТНЫЙ ВАРИАНТ ЭФФЕКТА ПЕРРОНА СМЕНЫ ЗНАЧЕНИЙ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Н.А. Изобов [1], **А.В. Ильин** [2]

[1] Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
{izobov@im.bas-net.by}
[2] Московский государственный университет, Москва, Россия
{iline@cs.msu.su}

Рассматриваем линейные дифференциальные системы

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in R^n, \quad t \geqslant t_0, \tag{1}$$

с ограниченными бесконечно дифференцируемыми коэффициентами и характеристическими показателями $\lambda_1(A)\ldots \leqslant \lambda_n(A)$. Эти системы являются линейными приближениями для нелинейных дифференциальных систем

$$\dot{y} = A(t)y + f(t,y), \quad y \in R^n, \quad t \geqslant t_0, \tag{2}$$

также с бесконечно дифференцируемыми по своим переменным $t, y_1, \ldots, y_n$ возмущениями $f : [t_0, +\infty) \times R^n \to R^n$ порядка $m > 1$ малости в окрестности начала координат $y = 0$ и возможного роста вне ее:

$$\|f(t,y)\| \leqslant C_f \|y\|^m, \quad y \in R^n, \quad t \geqslant t_0. \tag{3}$$

Различным обобщениям и уточнениям известного эффекта Перрона [1; 2, с. 50–51; 3, с. 43–44] частичной смены знака отрицательных характеристических показателей двумерной линейной системы (1) под действием нелинейных возмущений второго порядка посвящены несколько наших работ. В частности, реализованный в работах [4, 5] общий n-мерный эффект Перрона смены значений всех характеристических показателей в двумерном случае для произвольных параметров $\lambda_1 \leqslant \lambda_2 < 0$, $m > 1$ и

$$\beta_1 \in [\lambda_1 + \infty), \quad \beta_2 \in [\lambda_2 + \infty), \quad \beta_1 \leqslant \beta_2,$$

устанавливает существование двумерной системы (1) с характеристическими показателями $\lambda_1(A) = \lambda_1 \leqslant \lambda_2(A) = \lambda_2$ и удовлетворяющего условию (3) возмущения $f(t,y)$ порядка $m > 1$ таких, что все нетривиальные решения $y(t,c)$, $c = (c_1, c_2) \in$ $\in R^2$, возмущенной двумерной системы (2) бесконечно продолжимы вправо и имеют характеристические показатели

$$\lambda[y(\cdot,c)] = \begin{cases} \beta_1, & c_2 = 0, \quad c_1 \neq 0, \\ \beta_2, & c_2 \neq 0. \end{cases}$$

Существенным обобщением сформулированного двумерного эффекта Перрона смены значений было бы доказательство его аналога в случае произвольных конечных или бесконечных счетных множеств β_1 и β_2. Такой бесконечный вариант двумерного эффекта Перрона смены значений $\lambda_1 \leqslant \lambda_2 < 0$ характеристических показателей двумерной системы линейного приближения (1) на счетное множество $\beta_1 \cup \beta_2$ значений характеристических показателей всех нетривиальных решений двумерной же нелинейной системы (2) с возмущением (3) порядка $m > 1$, в частности, малости в окрестности начала координат, и содержит следующая

Теорема. *Для любых параметров* $m > 1$ *и* $\lambda_1 \leqslant \lambda_2 < 0$ *и непустых произвольных конечных или ограниченных счетных множеств*

$$\beta_i = \{\beta_{ik}\} \subset [\lambda_i, +\infty), \quad i \in \{1, 2\},$$

удовлетворяющих условию отделенности $\sup \beta_1 \leqslant \inf \beta_2$, *существуют:*

1) *двумерная система линейного приближения* (1) *с ограниченными бесконечно дифференцируемыми на полуоси* $[1, +\infty)$ *коэффициентами и характеристическими показателями* $\lambda_1(A) = \lambda_1 \leqslant \lambda_2(A) = \lambda_2$;

2) *бесконечно дифференцируемое по своим аргументам* t, y_1, y_2 *и удовлетворяющее условию* (3) *возмущение* $f : [1, +\infty) \times R^2 \to R^2$ *порядка* $m > 1$,
такие что все нетривиальные решения $y(t, c)$, $y(1, c) = c$, *нелинейной двумерной возмущенной системы* (2) *бесконечно продолжимы вправо и их характеристические показатели составляют множества*

$$\{\lambda[y(\cdot, c)] : c_2 = 0, \quad c_1 \neq 0\} = \beta_1, \quad \{\lambda[y(\cdot, c)] : c_2 \neq 0\} = \beta_2, \quad c = (c_1, c_2) \in R^2.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского Республиканского (проект Ф14Р-011) и Российского (проект 14-01-90010 Бел-а) фондов фундаментальных исследований.

Литература

1. Perron O. *Die Stabilitatsfrage bei Differentialgleichungen* // Mathematische Zeitschriff. 1930. Bd. 32. H. 5. S. 702–728.

2. Леонов Г. А. *Хаотическая динамика и классическая теория устойчивости движения.* М. — Ижевск: Dynamics, 2006.

3. Leonov G. A. *Strange Attractors and Classical Stability Theory.* St. Petersburg University Press, 2008.

4. Ильин А. В., Изобов Н. А. *Общий многомерный эффект Перрона смены значений характеристических показателей решений дифференциальных систем* // Дифференц. уравнения. 2013. Т. 49, № 8. С. 1087–1088.

5. Изобов Н. А., Ильин А. В. *Конечномерный эффект Перрона смены всех значений характеристических показателей дифференциальных систем* // Дифференц. уравнения. 2013. Т. 49, № 12. С. 1522–1536.

О РЕШЕНИИ ОДНОЙ ЗАДАЧИ В. Г. СПРИНДЖУКА И ПРИЛОЖЕНИИ В ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ УРАВНЕНИЙ

Э.И. Ковалевская

Белорусский государственный аграрный технический униветситет, Минск, Беларусь
ekovalevsk@mail.ru

Связь между теориями диофантовых приближений и дифференциальных уравнений в приложениях изложена в [1–3]. Это так называемая *проблема малых знаменателей.*

В последнее десятилетие в работах математиков школы В. С. Владимирова было развито новое направление: исследование дифференциальных уравнений в частных производных от переменных в поле p-адических чисел $\mathbb{Q}_p$. В этой области также возникают малые знаменатели, но уже в неархимедовой метрике. В настоящей работе