нелинейной системы (2) с возмущением (3) порядка $m > 1$, в частности, малости в окрестности начала координат, и содержит следующая

Теорема. *Для любых параметров $m > 1$ и $\lambda_1 \leqslant \lambda_2 < 0$ и непустых произвольных конечных или ограниченных счетных множеств*

$$\beta_i = \{\beta_{ik}\} \subset [\lambda_i, +\infty), \quad i \in \{1, 2\},$$

удовлетворяющих условию отделенности $\sup \beta_1 \leqslant \inf \beta_2$, существуют:

1) *двумерная система линейного приближения (1) с ограниченными бесконечно дифференцируемыми на полуоси $[1, +\infty)$ коэффициентами и характеристическими показателями $\lambda_1(A) = \lambda_1 \leqslant \lambda_2(A) = \lambda_2$;*

2) *бесконечно дифференцируемое по своим аргументам t, y_1, y_2 и удовлетворяющее условию (3) возмущение $f : [1, +\infty) \times R^2 \to R^2$ порядка $m > 1$,*
такие что все нетривиальные решения $y(t, c)$, $y(1, c) = c$, нелинейной двумерной возмущенной системы (2) бесконечно продолжимы вправо и их характеристические показатели составляют множества

$$\{\lambda[y(\cdot, c)] : c_2 = 0, \quad c_1 \neq 0\} = \beta_1, \quad \{\lambda[y(\cdot, c)] : c_2 \neq 0\} = \beta_2, \quad c = (c_1, c_2) \in R^2.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского Республиканского (проект Ф14Р-011) и Российского (проект 14-01-90010 Бел-а) фондов фундаментальных исследований.

Литература

1. Perron O. *Die Stabilitatsfrage bei Differentialgleichungen* // Mathematische Zeitschriff. 1930. Bd. 32. H. 5. S. 702–728.

2. Леонов Г. А. *Хаотическая динамика и классическая теория устойчивости движения.* М. — Ижевск: Dynamics, 2006.

3. Leonov G. A. *Strange Attractors and Classical Stability Theory.* St. Petersburg University Press, 2008.

4. Ильин А. В., Изобов Н. А. *Общий многомерный эффект Перрона смены значений характеристических показателей решений дифференциальных систем* // Дифференц. уравнения. 2013. Т. 49, № 8. С. 1087–1088.

5. Изобов Н. А., Ильин А. В. *Конечномерный эффект Перрона смены всех значений характеристических показателей дифференциальных систем* // Дифференц. уравнения. 2013. Т. 49, № 12. С. 1522–1536.

О РЕШЕНИИ ОДНОЙ ЗАДАЧИ В. Г. СПРИНДЖУКА И ПРИЛОЖЕНИИ В ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ УРАВНЕНИЙ

Э.И. Ковалевская

Белорусский государственный аграрный технический унтвенситет, Минск, Беларусь
ekovalevsk@mail.ru

Связь между теориями диофантовых приближений и дифференциальных уравнений в приложениях изложена в [1–3]. Это так называемая *проблема малых знаменателей.*

В последнее десятилетие в работах математиков школы В. С. Владимирова было развито новое направление: исследование дифференциальных уравнений в частных производных от переменных в поле p-адических чисел $\mathbb{Q}_p$. В этой области также возникают малые знаменатели, но уже в неархимедовой метрике. В настоящей работе показано, как получить оценку снизу для малых знаменателей, заданных целочисленными многочленами в пространстве $\mathbb{R}\times\mathbb{C}\times\mathbb{Q}_{p_1}\times\mathbb{Q}_{p_2}$. Доказанная теорема является решением уточненной задачи В. Г. Спринджука (1980 г.) в рассматриваемом пространстве.

Пусть $P = P(t) = a_n t^n + \cdots + a_1 t + a_0 \in \mathbb{Z}[t]$, $a_n \neq 0$, $H = \max(|a_n|, \ldots, |a_1|)$. Пусть $p_i \geqslant 2$ — простое число, $\mathbb{Q}_{p_i}$ — поле p_i-адических чисел, $|\cdot|_{p_i}$ — p_i-адическая норма $(i = 1,2)$. Положим $\mathcal{O} = \mathbb{R}\times\mathbb{C}\times\mathbb{Q}_{p_1}\times\mathbb{Q}_{p_2}$. Определим меру $\overline{\mu}$ в $\mathcal{O}$ как произведение меры Лебега μ_1 в $\mathbb{R}$, меры Лебега μ_2 в $\mathbb{C}$ и меры Хаара μ_{p_i} в $\mathbb{Q}_{p_i}$ $(i = 1,2)$, т. е. $\overline{\mu} = \mu_1\mu_2\mu_{p_1}\mu_{p_2}$. Пусть $T = I\times K\times D_{p_1}\times D_{p_2}\in\mathcal{O}$, где I — интервал в $\mathbb{R}$, K — круг в $\mathbb{C}$, D_{p_i} — диск в $\mathbb{Q}_{p_i}$ $(i = 1,2)$. Пусть $\Psi:\mathbb{N}\to\mathbb{R}_+$ — монотонно убывающая функция, $\lambda = (\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4)$, (v_1,v_2,v_3,v_4) — векторы в $\mathbb{R}^4$. Рассмотрим систему неравенств

$$|P(x)| < H^{-v_1}\Psi(H)^{\lambda_1}, \quad |P(z)| < H^{-v_2}\Psi(H)^{\lambda_2},$$
$$|P(\omega_1)| < H^{-v_3}\Psi(H)^{\lambda_3}, \quad |P(\omega_2)|_p < H^{-v_4}\Psi(H)^{\lambda_4}, \tag{1}$$

когда $(x,z,\omega_1,\omega_2)\in\mathcal{O}$ и $v_1+2v_2+v_3+v_4 = n-4$, $\lambda_1+2\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4 = 1$. Пусть $M_n(v,\lambda)$ — множество точек $(x,z,\omega_1,\omega_2)\in T$, для которых (1) имеет бесконечно много решений в многочленах P. Доказана

Теорема. *Если* $n\geqslant 4$ *и* $\sum_{H=1}^{\infty}\Psi(H)<\infty$, *то* $\overline{\mu}(M_n(v,\lambda)) = 0$.

В доказательстве используется метод *существенных и несущественных областей* Спринджука, развитый и усовершенствованный В. Берником, В. Бересневичем и другими представителями Минской школы теории чисел.

Работа выполнена в рамках ГП БРФФИ «Конвергенция».

Литература

1. Арнольд В. И. *Малые знаменатели и проблема устойчивости движения в классической и небесной механике* // УМН. 1963. Т. 18, №6. С. 91–192.

2. Спринджук В. Г. *Метрическая теория диофантовых приближений.* М.: Наука, 1977.

3. Ptashnik B., Ilkiv V., Kmit I., Pol ishchuk V. *Nonlocal boundary value problems for partial differential equations.* Kiev: Naukova dumka, 2002.

О ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОМ СТЕПЕННОМ МНОЖЕСТВЕ ЛИНЕЙНЫХ СИНГУЛЯРНЫХ СИСТЕМ ЧЕТНОЙ РАЗМЕРНОСТИ

С.Г. Красовский

Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
kras@im.bas-net.by

Рассматриваем исходную линейную систему

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x\in\mathbb{R}^n, \quad t\geqslant 0, \tag{1_A}$$

с кусочно-непрерывной ограниченной матрицей $A(t)$, совокупностью характеристических показателей $\lambda(A)\equiv(\lambda_1(A),\ldots,\lambda_n(A))\in\mathbb{R}^n$, упорядоченной по неубыванию, и коэффициентом неправильности Гробмана $\sigma_\Gamma(A)$.

Определение 1 [1]. *Характеристической степенью Демидовича* $d[x]$ решения $x(t)$ системы (1_A) называется число

$$d[x]\equiv\overline{\lim_{t\to+\infty}}\,\frac{\ln\|x(t)\|-\lambda[x]t}{\ln t},$$