О ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЙ ЛОКАЛЬНОЙ УПРАВЛЯЕМОСТИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЛЯПУНОВА СИСТЕМ С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ

С.Н. Попова, И.Н. Банщикова

Удмуртский государственный университет, Ижевск, Россия
ps@uni.udm.ru, banshhikova.irina@mail.ru

Рассмотрим линейную систему управления с дискретным временем

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k, \quad k \in \mathbb{N}_0, \quad x_k \in \mathbb{R}^n, \quad u_k \in \mathbb{R}^m, \tag{1}$$

удовлетворяющую условиям:

1) последовательности матриц $A \doteq \{A_k\}_{k=0}^{+\infty} \subset M_n$ и $B \doteq \{B_k\}_{k=0}^{+\infty} \subset M_{nm}$ ограничены;

2) при каждом $k \in \mathbb{N}_0$ матрица A_k обратима, и последовательность $\{A_k^{-1}\}_{k=0}^{+\infty}$ ограничена.

Пусть $\lambda_1(A) \leqslant \ldots \leqslant \lambda_n(A)$ — полный спектр показателей Ляпунова однородной системы

$$x_{k+1} = A_k x_k. \tag{2}$$

Выбирая управление в системе (1) по принципу линейной обратной связи $u_k = U_k x_k$, где последовательность $U \doteq \{U_k\}_{k=0}^{+\infty} \subset M_{mn}$ предполагается ограниченной, получим систему

$$x_{k+1} = \big(A_k + B_k U_k\big) x_k, \tag{3}$$

для которой также определены показатели Ляпунова: $\lambda_1(A+BU) \leqslant \ldots \leqslant \lambda_n(A+BU)$.

Определение. Полный спектр показателей Ляпунова системы (3) называется *пропорционально локально управляемым*, если найдутся такие числа $l > 0$ и $\delta > 0$, что для любого набора $\alpha_1 \leqslant \ldots \leqslant \alpha_n$, удовлетворяющего неравенствам $|\alpha_j - \lambda_j(A)| \leqslant \delta$, $j = 1, \ldots, n$, существует управление U, $\sup_{k\in\mathbb{N}_0} \|U_k\| \leqslant l \max_{j=1,\ldots,n} |\alpha_j - \lambda_j(A)|$, для которого $\lambda_j(A+BU) = \alpha_j$, $j = 1, \ldots, n$.

Вопрос об управлении показателями Ляпунова системы (3) впервые был поставлен в работе В. А. Лунькова [1]. Определение пропорциональной локальной управляемости показателей Ляпунова систем с непрерывным временем введено в [2].

В докладе исследовано свойство равномерной полной управляемости системы (1) и на его основе получены достаточные условия пропорциональной локальной управляемости показателей Ляпунова системы (3). В частности, установлена

Теорема. *Пусть система* (1) *равномерно вполне управляема, а система* (2) *правильна. Тогда полный спектр показателей Ляпунова системы* (3) *пропорционально локально управляем.*

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 12-01-00195).

Литература

1. Луньков В. А. *О полной приводимости линейной системы управления* // Изв. Ин-та математики и информатитки УдГУ. 1996. Вып. 2(8). С. 15–25.

2. Макаров Е. К., Попова С. Н. *Управляемость асимптотических инвариантов нестационарных линейных систем.* Мн.: Беларуская навука, 2012.