Соответственно отображение за период $[-\pi; \pi]$ есть тождественное отображение $U = x,\ \ V = y$.

Это и доказывает теорему.

Литература

1. Мироненко В. И. *Отражающая функция и периодические решения дифференциальных уравнений.* Мн.: Изд-во «Университетское», 1986. 76 с.
2. Мироненко В. В. // Дифференц. уравнения. 2004. Т. 40, № 10. С. 1325–1332.

КЛАССИФИКАЦИИ ВЕЩЕСТВЕННЫХ ВПОЛНЕ РАЗРЕШИМЫХ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

В.Н. Горбузов, В.Ю. Тыщенко

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь

gorbuzov@grsu.by, valentinet@mail.ru

Рассматриваются вещественные голоморфные вполне разрешимые [1] линейные системы уравнений в полных дифференциалах

$$dx = \sum_{j=1}^{m} A_j(t_1, \ldots, t_m) x dt_j \tag{1}$$

и

$$dx = \sum_{j=1}^{m} B_j(t_1, \ldots, t_m) x dt_j, \tag{2}$$

где $x = (x_1, \ldots, x_n)$, квадратные матрицы $A_j = ||a_{ikj}||$ и $B_j = \|b_{ikj}\|$ размера n состоят из 1-периодических по своим аргументам голоморфных функций $a_{ikj} : \mathbf{R}^m \to \to \mathbf{R}$, $b_{ikj} : \mathbf{R}^m \to \mathbf{R}$, $i = \overline{1, n}$, $k = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$.

Общие решения голоморфных вполне разрешимых линейных систем уравнений в полных дифференциалах (1) и (2) определяют, соответственно, накрывающие слоения [1, 2] L^1 и L^2 на многообразии $\mathbf{R}^n \times T^m$, где T^m есть m-мерный тор.

Будем говорить, что голоморфные вполне разрешимые линейные системы уравнений в полных дифференциалах (1) и (2) **топологически (гладко, голоморфно) эквивалентны**, если существует гомеоморфизм (диффеоморфизм, биголоморфизм) $h : \mathbf{R}^n \times T^m \to \mathbf{R}^n \times T^m$, переводящий слои слоения L^1 в слои слоения L^2.

Учитывая, что группы монодромии систем (1) и (2) абелевы, на основании критериев топологической (гладкой, голоморфной) сопряженности вещественных линейных абелевых групп [2] получены критерии топологической (гладкой, голоморфной) эквивалентности этих систем.

В частности, имеют место такие утверждения.

Теорема 1. *Голоморфные вполне разрешимые линейные системы уравнений в полных дифференциалах с периодическими коэффициентами при $m > 1$ структурно неустойчивы.*

Теорема 2. *Голоморфные вполне разрешимые линейные системы уравнений в полных дифференциалах с периодическими коэффициентами при $m = 1$ гладко (голоморфно) эквивалентны тогда и только тогда, когда их группы монодромии $\mathbb{R}$ линейно сопряжены.*

Литература

1. Горбузов В. Н. *Интегралы дифференциальных систем.* Гродно: ГрГУ, 2006.
2. Тыщенко В. Ю. *Накрывающие слоения дифференциальных систем.* Гродно: ГрГУ, 2011.

О ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ ЛИНЕЙНЫХ НЕАВТОНОМНЫХ СИСТЕМ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Ю.М. Гребенцов, В.Н. Лаптинский

Институт технологии металлов НАН Беларуси, Могилев, Беларусь
y7412895@yandex.ru, lavani@tut.by

Исследуется задача об ω-периодических решениях системы

$$\ddot{x} = \lambda A(t)\dot{x} + \lambda Bx + f(t) \tag{1}$$

с непрерывными ω-периодическими $(n \times n)$-матрицей $A(t)$, n-вектором $f(t)$; B — постоянная матрица, λ — скалярный параметр.

На основании [1] решение этой задачи отыскивается в виде

$$x(t, \lambda) = c(\lambda) + z(t, \lambda), \tag{2}$$

где $c(\lambda)$ — постоянный вектор, $z(t, \lambda)$ — ω-периодическая вектор-функция, подчиненная интегральному условию $\int_0^\omega A(\tau)z(\tau, \lambda)\,d\tau = 0$.

Примем следующие обозначения:

$$\tilde{A}(\omega) = \int\limits_0^\omega A(\tau)\,d\tau, \quad \alpha = \max_t \|A(t)\|, \quad \beta = \|B\|, \quad \gamma = \|\tilde{A}^{-1}(\omega)\|, \quad \varepsilon = |\lambda|,$$

$$\sigma = \max_t \|g(t)\|, \quad q = \frac{\omega}{2}\left(\frac{1}{2}\gamma\alpha^2\omega^2 + \beta\right),$$

где $t \in [0, \omega]$, $g(t) = f(t) - A(t)\tilde{A}^{-1}(\omega)\int_0^\omega f(\tau)\,d\tau$.

Теорема. *Пусть выполнены условия* $\det \tilde{A}(\omega) = 0$, $0 < \varepsilon q < 1$. *Тогда ω-периодическое решение уравнения* (1) *существует и единственно и представимо в виде* (2), *при этом справедливы соотношения*

$$c(\lambda) = -\frac{1}{\lambda}\tilde{A}^{-1}\,(\omega)\int\limits_0^\omega f(\tau)d\tau, \quad \|z(t, \lambda)\| \leqslant \frac{\gamma\alpha\omega^3\sigma}{4(1 - \varepsilon q)}, \quad \|\dot{z}(t, \lambda)\| \leqslant \frac{\omega\sigma}{2(1 - \varepsilon q)}.$$

Для построения решения разработан алгоритм типа [1], при этом

$$\|z(t, \lambda) - \tilde{z}_m(t, \lambda)\| \leqslant (\varepsilon q)^{m+1}\frac{\gamma\alpha\omega^3\sigma}{4(1 - \varepsilon q)},$$

$$\|\dot{z}(t, \lambda) - \dot{\tilde{z}}_m(t, \lambda)\| \leqslant (\varepsilon q)^{m+1}\frac{\omega\sigma}{2(1 - \varepsilon q)}, \quad m = 0, 1, 2, \ldots,$$

где $z(t, \lambda) = \sum_{k=0}^\infty \lambda^k z_k(t)$, $\tilde{z}_m(t, \lambda) = \sum_{k=0}^m \lambda^k z_k(t)$.

Литература

1. Лаптинский В. Н. *Об одном подходе к отысканию периодических решений дифференциальных уравнений* // Весцi АН БССР. Сер. фiз.-мат. навук. 1990. № 5. С. 25–30.