нечетны. Тогда все продолжимые на $[-\omega, \omega]$ *решения этого уравнения являются* 2ω *-периодическими.*

Доказательство теоремы основано на том, что для рассматриваемого дифференциального уравнения функция $F(t,x)$, определяемая уравнением

$$F - \frac{\overline{a}}{F} = x - \frac{a}{x} + \frac{a_3 + \overline{a}_3}{2a_4},$$

является отражающей функцией [1].

Литература

1. Мироненко В. И. *Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем.* Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2004.

РАЗРЕШИМОСТЬ И СТРУКТУРНЫЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА — РИККАТИ

О.А. Маковецкая

Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь
olya.makzi@gmail.com

Рассмотрим краевую задачу

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X + XB(t) + XQ(t)X + F(t,X), \quad X(t) \in \mathbb{R}^{n\times n}, \tag{1}$$

$$X(0) = X(\omega), \tag{2}$$

где $t \in I$, $A, B, Q \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n\times n})$, $F \in \mathbb{C}(D_{\tilde{\rho}}, \mathbb{R}^{n\times n})$. Предполагается, что матрица-функция $F(t,X)$ в области $D_{\tilde{\rho}} = \{(t,X) : t \in I, \ \|X\| < \tilde{\rho}\}$ удовлетворяет относительно X условию Липшица (локально); $F(t,0) \not\equiv 0$, $I = [0,\omega]$, $\omega > 0$, $0 < \tilde{\rho} \leqslant \infty$.

Следуя [1], решение этой задачи разыскивается в виде

$$X(t) = C + Y(t), \tag{3}$$

где C — постоянная матрица, $Y(t)$ — матрица, подчиненная условиям [2]

$$Y(0) = Y(\omega), \quad \int_0^\omega [A(\tau)Y(\tau) + Y(\tau)B(\tau)]\,d\tau = 0.$$

Обозначим $M = \int_0^\omega A(\tau)d\tau$, $N = -\int_0^\omega B(\tau)\,d\tau$.

Установлено, что в случае, когда матрицы M и N не имеют общих характеристических чисел, задача (1), (2) в представлении (3) эквивалентна интегральной задаче [2]

$$C = -\Phi^{-1} \int_0^\omega [(C + Y(\tau))Q(\tau)(C + Y(\tau)) + F(\tau, C + Y(\tau))]d\tau, \tag{4}$$

$$Y(t) = \Phi^{-1}\Big[\int_0^t \Big(\int_0^\tau A(\sigma)d\sigma\Big)S(\tau)d\tau - \int_t^\omega \Big(\int_\tau^\omega A(\sigma)d\sigma\Big)S(\tau)d\tau +$$

$$+\int\limits_0^t S(\tau)\left(\int\limits_0^\tau B(\sigma)d\sigma\right)d\tau - \int\limits_t^\omega S(\tau)\left(\int\limits_\tau^\omega B(\sigma)d\sigma\right)d\tau, \tag{5}$$

где $S(\tau)=A(\tau)(C+Y(\tau))+(C+Y(\tau))B(\tau)+(C+Y(\tau))Q(\tau)(C+Y(\tau))+F(\tau,C+Y(\tau))$, Φ — линейный оператор, $\Phi Z = MZ - ZN$.

Получены конструктивные условия типа [3, гл. III] однозначной разрешимости задачи (4), (5).

Литература

1. Лаптинский В. Н. *Об одном подходе к отысканию периодических решений дифференциальных уравнений* // Весцi АН БССР. Сер. фiз.-мат. навук. 1990. № 5. С. 25-–30.

2. Лаптинский В. Н., Маковецкая О. А. *Конструктивный анализ и структурные свойства решений периодической краевой задачи для матричного дифференциального уравнения Ляпунова –- Риккати (двусторонняя регуляризация).* Могилев: Белорус.–Рос. ун-т, 2013. 55 с. (Препринт/ ИТМ НАН Беларуси, № 33).

3. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998. 300 с.

О ДВУХТОЧЕЧНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА С ПАРАМЕТРОМ

И.И. Маковецкий

Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь
i_makz@mail.ru

Рассмотрим матричное дифференциальное уравнение

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X + XB(t) + F(t,X) + rG(t,X), \quad X \in \mathbb{R}^{n\times n}, \tag{1}$$

где $A, B \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n\times n})$, $F \in \mathbb{C}(D_{\tilde\rho}, \mathbb{R}^{n\times n})$, $I=[0,\omega]$, $D_{\tilde\rho} = \{(t,X): t\in I,\ \|X\| < \tilde\rho\}$; $\omega>0$, $0<\tilde\rho\leqslant\infty$. Предполагаем, что функции $F(t,X), G(t,X)$ удовлетворяют в $D_{\tilde\rho}$ относительно X условию Липшица (локально); $F(t,0)\not\equiv 0$, $G(t,0)\not\equiv 0$, $r\in\mathbb{R}$.

На основе применения метода [1, гл. III] будем исследовать разрешимость двухточечной краевой задачи для (1) с условием

$$MX(0) + NX(\omega) = 0, \tag{2}$$

где M, N — заданные вещественные $(n\times n)$-матрицы.

Введем следующие обозначения:

$$D_\rho = \{(t,X): t\in I,\ \|X\|\leqslant\rho\}, \quad \mu_1 = \max_t\|V(t)\|, \quad \mu_2 = \max_t\|V^{-1}(t)\|,$$

$$\alpha = \max_t\|A(t)\|, \quad \varepsilon = |r|, \quad P = N^{-1}M, \quad Q = -V(\omega), \quad \gamma = \|\Phi^{-1}\|,$$

$$m = \max\{\|P\|, \|Q\|\}, \quad h_1 = \max_t\|F(t,0)\|, \quad h_2 = \max_t\|G(t,0)\|,$$

$$q = \gamma\mu m\omega(\alpha + L_1 + \varepsilon L_2), \quad p = \gamma\mu m\omega(h_1 + \varepsilon h_2), \quad \|X\|_{\mathbb{C}} = \max_t\|X(t)\|,$$

где $t\in I$, $0<\rho<\tilde\rho$, $\mu=\mu_1\mu_2$, Φ — линейный оператор, $\Phi X = PX - XQ$, $L_1 = L_1(\rho) > 0$, $L_2 = L_2(\rho) > 0$ — постоянные Липшица для матриц $F(t,X), G(t,X)$