Литература

1. Лаптинский В. Н., Лапковский В. К., Подолян С. В. *К задаче о периодических решениях матричного уравнения Ляпунова с параметром* // XV Междунар. науч. конф. по дифференц. уравнениям (Еругинские чтения–2013): тез. докл. междунар. науч. конф., Гродно, 13–16 мая 2013 г. Ч. 1. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2013. С. 58–59.

2. Лаптинский В. Н., Лапковский В. К., Подолян С. В. *Конструктивный анализ периодических решений матричного дифференциального уравнения типа Ляпунова.* Могилев: МГУП, 2004 (Препринт / ИПО НАН Беларуси; № 17). 35 с.

3. Лаптинский В. Н., Лапковский В. К., Подолян С. В. *О периодических решениях линейного матричного уравнения Ляпунова с параметром* // Весн. Магілеўскага дзярж. ун-та імя А. А. Куляшова. Сер. В. 2012. № 2(40). С. 4–11.

4. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ РЕШЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОБОБЩЕННОГО МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ РИККАТИ

В.В. Пугин

Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь

Для уравнения [1]

$$\frac{dX}{dt} = A_0(t) + A_1(t)X + XA_2(t) + A_3(t)X^2 + XA_4(t)X + X^2A_5(t), \quad X \in \mathbb{R}^{n\times n}, \qquad (1)$$

рассматривается задача с условием

$$\int_0^\omega P(\tau)X(\tau)d\tau = 0, \qquad (2)$$

где $P, A_i \in \mathbb{C}([0,\omega],\mathbb{R}^{n\times n})$ $(i=\overline{0,5})$, $\omega > 0$.

Примем следующие обозначения:

$$D_\rho = \{(t,X)\colon 0 \leqslant t \leqslant \omega, \quad \|X\| \leqslant \rho\}, \quad \tilde P(\omega) = \int_0^\omega P(\tau)\,d\tau, \quad \gamma = \|\tilde P^{-1}(\omega)\|,$$

$$\alpha_i = \max_t \|A_i(t)\|, \quad \mu = \max_t \|P(t)\|, \quad \varphi(\rho) = a_0\rho^2 + a_1\rho + a_2,$$

где $t \in [0,\omega]$, $\rho > 0$, $a_0 = \gamma\mu\omega^2(\alpha_3+\alpha_4+\alpha_5)/2$, $a_1 = \gamma\mu\omega^2(\alpha_1+\alpha_2)/2$, $a_2 = \gamma\mu\omega^2\alpha_0/2$.

В данной работе, являющейся продолжением [2], установлено, что при выполнении условий $\det \tilde P(\omega) \neq 0$, $\varphi(\rho) \leqslant \rho$, $d\varphi(\rho)/d\rho < 1$ задача (1), (2) однозначно разрешима в области D_ρ, а ее решение может быть получено как предел равномерно сходящейся последовательности матричных функций $\{X_k(t)\}_0^\infty$, определяемых рекуррентным интегральным соотношением типа [3, 4]

$$X_{k+1}(t) = \int_0^\omega K(t,\tau)[A_0(\tau) + A_1(\tau)X_k(\tau) + X_k(\tau)A_2(\tau) + A_3(\tau)X_k^2(\tau) +$$

$$+ X_k(\tau)A_4(\tau)X_k(\tau) + X_k^2(\tau)A_5(\tau)]d\tau, \quad k = 0,1,2,\ldots, \qquad (3)$$

где $X_0(t)$ — произвольная матричная функция класса $\mathbb{C}([0,\omega],\mathbb{R}^{n\times n})$, такая, что $\|X_0(t)\| \leqslant \rho$,

$$K(t,\tau) = \begin{cases} \tilde{P}^{-1}(\omega)\int_0^t P(\tau)d\tau, & 0 \leqslant \tau \leqslant t \leqslant \omega, \\ -\tilde{P}^{-1}(\omega)\int_t^\omega P(\tau)d\tau, & 0 \leqslant t < \tau \leqslant \omega. \end{cases}$$

Исследованы вопросы сходимости, скорости сходимости алгоритма (3); доказано, что функции $X_m(t), m = 1,2,\ldots,$ удовлетворяют условию (2).

Литература

1. Захар-Иткин М. Х. *Об одном классе граничных задач, имеющем применения в теории многоволновых линий передач* // Успехи мат. наук. 1970. Т.ХXV, вып. 5(155). С. 240–241.

2. Пугин В. В. *О функциональной задаче для обобщенного матричного уравнения Риккати* // XI Белорус. матем. конф.: тез. докл. Междунар. науч. конф. Минск, 5–9 ноября 2012 г. Ч. 2. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2012. С. 55.

3. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.

4. Лаптинский В. Н., Маковецкий И. И., Пугин В. В. *Матричные дифференциальные уравнения Ляпунова и Риккати.* Могилев: БРУ, 2012.

О ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ СИСТЕМЫ МАТРИЧНЫХ УРАВНЕНИЙ ТИПА РИККАТИ С ПАРАМЕТРОМ

Д.В. Роголев

Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь

d-rogolev@tut.by

Рассмотрим краевую задачу [1, 2]

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A}_1(t)\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{B}_1(t) + \mathbf{X}\left(\mathbf{S}_1(t)\mathbf{X} + \mathbf{S}_2(t)\mathbf{Y}\right) + \mathbf{F}_1(t) + \lambda\mathbf{G}_1(t), \tag{1}$$

$$\frac{d\mathbf{Y}}{dt} = \mathbf{A}_2(t)\mathbf{Y} + \mathbf{Y}\mathbf{B}_2(t) + \mathbf{Y}\left(\mathbf{P}_1(t)\mathbf{X} + \mathbf{P}_2(t)\mathbf{Y}\right) + \mathbf{F}_2(t) + \lambda\mathbf{G}_2(t), \tag{2}$$

$$\mathbf{X}(0) = \mathbf{X}(\omega), \quad \mathbf{Y}(0) = \mathbf{Y}(\omega), \tag{3}$$

где $t \in [0,\omega]$, $\mathbf{X}(t),\mathbf{Y}(t) \in \mathbb{R}^{n\times n}$, матрицы $\mathbf{A}_i(t)$, $\mathbf{B}_i(t)$, $\mathbf{S}_i(t)$, $\mathbf{P}_i(t)$, $\mathbf{F}_i(t)$, $\mathbf{G}_i(t)$ $(i = 1,2)$ определены и непрерывны на промежутке $[0,\omega]$; $\omega > 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Примем следующие обозначения:

$$D = \{(t,\mathbf{X},\mathbf{Y}) : 0 \leqslant t \leqslant \omega,\ \|\mathbf{X}\| \leqslant \rho_1,\ \|\mathbf{Y}\| \leqslant \rho_2\}, \quad \tilde{\mathbf{B}}_i(\omega) = \int_0^\omega \mathbf{B}_i(\tau)d\tau,$$

$$\tilde{\gamma}_i = \|\tilde{\mathbf{B}}_i^{-1}(\omega)\|, \quad \alpha_i = \max_t\|\mathbf{A}_i(t)\|, \quad \beta_i = \max_t\|\mathbf{B}_i(t)\|, \quad \delta_i = \max_t\|\mathbf{S}_i(t)\|,$$

$$\mu_i = \max_t\|\mathbf{P}_i(t)\|, \quad \varepsilon = |\lambda|, \quad f_i = \max_t\|\mathbf{F}_i(t)\|, \quad g_i = \max_t\|\mathbf{G}_i(t)\|,$$

$$p_{11} = \tilde{\gamma}_1\left[\frac{1}{2}\beta_1(\alpha_1 + \beta_1 + 2\delta_1\rho_1 + \delta_2\rho_2)\omega^2 + (\alpha_1 + 2\delta_1\rho_1 + \delta_2\rho_2)\omega\right],$$