Определение. Пусть система Льенара (2) имеет антиседло $A(x_0, 0)$. Обозначим, через ξ_1 (ξ_2) абсциссу ближайшей слева (справа) к точке A особой точки. Если слева (справа) особых точек нет, то считаем $\xi_1 = -\infty$ $(\xi_2 = +\infty)$. Системой прогноза вокруг особой точки $A(x_0, 0)$ для системы Льенара (2) будем называть систему

$$F(\eta) = F(\mu), \quad G(\eta) = G(\mu), \tag{3}$$

где $F(\eta) = \int_{x_0}^{\eta} f(x)\,dx$, $G(\eta) = \int_{x_0}^{\eta} g(x)\,dx$, $\xi_1 < \eta < x_0$, $x_0 < \mu < \xi_2$.

Исследуем различные распределения предельных циклов системы (2) $2A + S$ с помощью системы прогноза.

Теорема. *При* $L = 1/2$, $a_4 = 1$ *система* (2) *имеет антиседла* $A(-2, 0)$, $E(1, 0)$ *и седло* $O(0, 0)$. *Выполняются следующие утверждения:*

1) *Все решения соответствующей системы прогноза* (3) *для системы Льенара* (2) *типа* $((k_2, k_3), k_1)$ *удовлетворяют неравенству* $k_1 + k_2 + k_3 \leqslant 4$;

2) *Система прогноза* (3) *для рассматриваемой системы Льенара* (2) *может иметь решения следующих типов:* $((0, 4), 0)$, $((4, 0), 0)$, $((0, 0), 4)$, $((1, 1), 2)$, $((2, 2), 0)$;

3) *В каждой области пространства коэффициентов, в которой система прогноза имеет решение типа* $((k_2, k_3), k_1)$, *существует подмножество, в котором система Льенара* (2) *при* $\varepsilon = 0,01$ *имеет такое же распределение* $((k_2, k_3), k_1)$ *предельных циклов*;

4) *Если* $k_2 = 0$ $(k_3 = 0)$, *то система Льенара* (2) *не имеет предельных циклов, окружающих особую точку* $A(-2, 0)$ $(E(1, 0))$;

5) *Система* (2) *может иметь* 5 *предельных циклов в распределении* $((1, 0), 4)$, $((0, 1), 4)$.

Полученный результат согласуется с результатом, полученном в [2], о том, что максимальное число предельных циклов системы (1) при $n = 3$, $m = 3$ не меньше 5.

Литература

1. Christopher C. J., Lunch S. *Small-amplitude limit cycles bifurcation for Lienard systems with quadraric or cubic dambing or restoring forces* // Nonlineariry. 1999. Vol. 12. P. 1099–1112.

2. Yang J., Han M., Romanovski V. G. *Limit cycle bifurcations of some Lienard systems* // J. Math. Anal. Appl. 2010. Vol. 366. P. 242–255.

3. Сидоренко И. Н., Черкас Л. А. *Предельные циклы «нормального размера» некоторых классов полиномиальных систем Льенара* // Весн. Магілеўскага дзярж. ун-та ім. А. А. Куляшова. 2007. Т. 26, № 1. С. 163–170.

4. Сидоренко И. Н., Черкас Л. А. *Предельные циклы кубической системы Льенара с квадратичной функцией трения* // Дифференц. уравнения. 2008. Т. 44, № 2. С. 217–221.

О ПОСТРОЕНИИ РЕШЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ С ПАРАМЕТРОМ

В.Л. Титов

Могилевский государственный технологический университет, Могилев, Беларусь
tttiiittt5@rambler.ru

Рассматривается задача типа [1]

$$\frac{dx}{dt} = A(t, x)x + f_0(t) + \lambda f_1(t), \tag{1}$$

$$x(0, \lambda) = x(\omega, \lambda), \tag{2}$$

где $(t,x) \in I \times \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{C}(D, \mathbb{R}^{n\times n})$, $f_i \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^n)$ $(i = 0, 1)$ матрица-функция $A(t,x)$ удовлетворяет условию Липшица по x (локально) в области $D = \{(t,x) : t \in I, \|x\| < \delta\}$; $I = [0,\omega]$, $\omega > 0$, $0 < \delta \leqslant \infty$, λ — скалярный вещественный параметр.

В данной работе, являющейся продолжением [1] и развитием [2], задача (1), (2) исследуется с помощью метода [3, гл. III].

Введем следующие обозначения:

$$D_\rho = \{(t,x) : t \in I, \ \|x\| \leqslant \rho\}, \quad \alpha = \max_t \|A(t,0)\|, \quad B(\omega,0) = \int_0^\omega A(\tau,0)d\tau, \quad \gamma = \|B^{-1}(\omega,0)\|,$$

$$h_i = \max_t \|f_i(t)\|, \quad \varepsilon = |\lambda|, \quad \varphi(\rho,\varepsilon) = a_0\rho^2 + a_1\rho + a_2, \quad q(\rho) = \frac{1}{2}\gamma\alpha^2\omega^2 + \gamma K\omega\rho(\alpha\omega + 2),$$

$$a_0 = \gamma K\omega\left(\frac{1}{2}\alpha\omega + 1\right), \quad a_1 = \frac{1}{2}\gamma\alpha^2\omega^2, \quad a_2 = \gamma\omega(h_0 + \varepsilon h_1)\left(\frac{1}{2}\alpha\omega + 1\right),$$

где $0 < \rho < \delta$, $t \in I$, $K = K(\rho)$ — постоянная Липшица для $A(t,x)$ в D_ρ.

Теорема. *Пусть выполнены условия:* $\det B(\omega,0) \neq 0$, $\varphi(\rho,\varepsilon) \leqslant \rho$, $q < 1$. *Тогда в области* D_ρ *задача* (1), (2) *однозначно разрешима; ее решение может быть построено как предел равномерно сходящейся последовательности функций* $\{x_k(t)\}_0^\infty$, *определяемых рекуррентным интегральным соотношением и удовлетворяющих условию* (2).

Вычислительная схема соответствующего алгоритма в дифференциальной форме дается соотношением

$$\frac{dx_{k+2}}{dt} = A(t,x_k)x_{k+1} + f_0(t) + \lambda f_1(t), \quad k = 0, 1, 2, \ldots,$$

где $x_0 = 0$, $x_1 = -B^{-1}(\omega,0)\int_0^\omega [f_0(\tau) + \lambda f_1(\tau)]\,d\tau$.

Изучены вопросы сходимости, скорости сходимости последовательности $\{x_k(t)\}_0^\infty$.

Литература

1. Титов В. Л. *О разрешимости периодической краевой задачи для полулинейных дифференциальных систем с параметром* // XV Междунар. науч. конф. по дифференц. уравнениям (Еругинские чтения–2013): тез. докл. междунар. науч. конф., Гродно, 13–16 мая 2013 г. Ч. 1. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2013. С. 67.

2. Лаптинский В. Н., Титов В. Л. *К теории периодических решений полулинейных дифференциальных систем* // Дифференц. уравнения. 1999. Т. 35, № 8. С. 1036–1045.

3. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.

О СОСТОЯНИЯХ РАВНОВЕСИЯ ПРОЕКТИВНО ОСОБОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ НА ЭКВАТОРЕ СФЕРЫ ПУАНКАРЕ

В.Б. Тлячев, Д.С. Ушхо

Адыгейский государственный университет, Россия

stvb2006@rambler.ru

Рассматривается система дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = \sum_{i=0}^{n} P_i(x,y) \equiv P(x,y), \quad \frac{dy}{dt} = \sum_{i=0}^{n} Q_i(x,y) \equiv Q(x,y), \tag{1}$$