ТЕОРИЯ УСТОЙЧИВОСТИ И УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ

КАНОНИЧЕСКИЕ ФОРМЫ ЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ

А.И. Астровский [1], И.В. Гайшун [2]

[1] Белорусский государственный экономический университет, Минск, Беларусь
aastrov@tut.by
[2] Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
gaishyn@mail.com

Предложен метод [1] построения канонических форм Фробениуса для линейных нестационарных систем управления и наблюдения, основанный на квазидифференцируемости [2] коэффициентов по специально построенной нижнетреугольной матрице. Такой подход позволяет существенно ослабить известные [3, 4] требования гладкости коэффициентов при формулировке признаков существования канонических форм. Вопросы наблюдаемости линейных нестационарных систем с квазидифференцируемыми коэффициентами, а также теория канонических форм систем наблюдения со скалярным выходом разработаны авторами в работах [5–9]. В докладе техника квазидифференцирования применяется к задачам управляемости [10] с целью получения новых условий существования канонических форм для систем управления. Для применения техники квазидифференцирования важно наличие нижнетреугольных матриц, относительно которых существует требуемое число квазипроизводных. Авторами разработан конструктивный метод нахождения таких матриц, использующий системы в нижней форме Хессенберга. В связи с этим указан критерий и способ приводимости системы управления к хессенберговой форме. Основные результаты, полученные в данной работе, конструктивны и выражены через параметры исходных систем управления. Приведены примеры, показывающие возможность построения канонических форм Фробениуса в тех случаях, когда классические результаты не применимы.

Литература

1. Астровский А. И., Гайшун И. В. *Линейные системы с квазидифференцируемыми коэффициентами: управляемость и наблюдаемость движений.* Мн.: Беларус. навука, 2013.

2. Дерр В. Я. *Неосцилляция решений линейного квазидифференциального уравнения* // Изв. Ин-та матем. и информ. УдГУ. Ижевск. 1999. Вып. 1(16). С. 3–105.

3. Гайшун И. В. *Введение в теорию линейных нестационарных систем.* М.: Едиториал УРСС, 2004.

4. Silverman L. M., Meadows H. E. *Controllability and observability in time-variable linear systems* // SIAM J. Control. 1967. Vol. 5, no. 1. P. 64–73.

5. Астровский А. И., Гайшун И. В. *Квазидифференцируемость и наблюдаемость линейных нестационарных систем* // Дифференц. уравнения. 2009. Т. 45, № 11. С. 1567–1576.

6. Астровский А. И. *Преобразование линейных нестационарных систем наблюдения со скалярным выходом к каноническим формам Фробениуса* // Докл. НАН Беларуси. 2009. Т. 53, № 6. С. 16–21.

7. Астровский А. И., Гайшун И. В. *Один способ построения канонических форм Фробениуса линейных нестационарных систем наблюдения* // Дифференц. уравнения. 2010. Т. 46, № 10. С. 1479–1487.

8. Астровский А. И., Гайшун И. В.*Квазидифференцируемость и канонические формы линейных нестационарных систем наблюдения* // Дифференц. уравнения. 2010. Т. 46, № 3. С. 423–431.

9. Астровский А. И., Гайшун И. В. *Канонические формы линейных нестационарных систем наблюдения с квазидифференцируемыми коэффициентами относительно различных групп преобразований* // Дифференц. уравнения. 2011. Т. 47, № 2. С. 254–263.

10. Астровский А. И., Гайшун И. В. *Управляемость линейных нестационарных систем со скалярным входом и с квазидифференцируемыми коэффициентами* // Дифференц. уравнения. 2013. Т. 49, № 8. С. 1047–1055.

ЗАДАЧА О МИНИМАЛЬНОМ ЧИСЛЕ ВХОДОВ ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

В. К. Бойко, А. М. Кадан, О. А. Панасик

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь
boiko@grsu.by, alexander.kadan@gmail.com, panasikolga@rambler.ru

Рассмотрим систему

$$\frac{dA_0x(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t), \quad t \in T = [0, t_1], \quad t_1 > 0, \tag{1}$$

с начальным условием

$$x(0) = q, \quad q \in R^n. \tag{2}$$

Здесь A_0, A — постоянные $n \times n$-матрицы такие, что $\det(\lambda A_0 - A) \neq 0$ хотя бы при одном комплексном λ, т. е. пара матриц (A_0, A) — регулярная; B — постоянная $n \times r$-матрица; x — n-вектор фазовых переменных, u — r-вектор управления. В случае множество допустимых управлений может включать только достаточно гладкие функции согласованные с начальным условием (2).

Для задачи (1), (2) существуют различные постановки задач управления (нуль-управляемость, полная управляемость, управляемость в пространстве R^n, H-управляемость, H-относительная управляемость, см. [2–5] и др.).

Будем считать, что матрицы A_0 и A системы (1) зафиксированы, а матрицу B разрешается выбирать так, чтобы полученная система (1) стала управляемой в одном из перечисленных выше смыслов. При этом на матрицу B можно налагать определенные дополнительные условия, например, чтобы число ее столбцов было минимальным. Эту задачу для дифференциальных систем называют задачей о минимальном числе входов (управляющих воздействий) системы. Сохраним это название для нашей задачи.

Авторами построена библиотека матриц управления [5], проверка на которых критериев управляемости рассматриваемых систем позволяет отбирать матрицы управления с минимальным числом столбцов. Подобный алгоритм работает и для алгебро-дифференциальных систем с запаздыванием по управлению.

Литература

1. Булатов В. И. *Об одном критерии существования решений регулярных систем управления* // Тр. Ин-та математики НАН Беларуси. 2001. Т. 10. С. 33–35.

2. Марченко В. М. *О структуре дескрипторных систем* // Тр. Белорусского гос. техн. ун-та. Сер. физ.-матем. наук и инф. 2004. Вып. XII. С. 3–6.

3. Минюк С. А., Панасик О. А. *К теории управляемости линейных стационарных алгебро-дифференциальных систем* // Докл. НАН Беларуси. 2007. Т. 51, № 4. С. 13–18.

4. Панасик О. А. *К теории управляемости линейных алгебро- дифференциальных систем* // Вестник Гродненского гос. ун-та. 2009. Сер. 2. № 1(77). С. 14–20.

5. Бойко В. К., Кадан А. М. *Реализация алгоритма решения задачи о минимальном числе управляющих воздействий системы* // «Высокопроизводительные вычисления — математические модели и алгоритмы» : материалы II Междунар. конф., посвященной К. Якоби. Калининград : Изд-во БФУ им. И. Канта, 2013. С. 62–65.