(2), например, систем с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами.

А. А. Козловым в статье [3] на основании иного, чем у Е. К. Макарова и С. Н. Поповой, подхода была доказана глобальная управляемость показателей Ляпунова двумерных систем вида (2) с вышеуказанными коэффициентами в случае равномерной полной управляемости соответствующей системы (1), а позднее, в цикле работ [4, 5], им, совместно с А. Д. Бураком, эти результаты были распространены и на трехмерный случай систем (2).

Обобщая этот подход, авторами данной работы установлено следующее утверждение.

Теорема. *Пусть* $n = 4$, $m \in \{1, \ldots, 4\}$. *Если система* (1) *с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами равномерно вполне управляема, то показатели Ляпунова соответствующей замкнутой системы* (2) *глобально управляемы.*

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования (грант Министерства образования № 20130402.)

Литература

1. Былов Б. Ф., Виноград Р. Э., Гробман Д. М., Немыцкий В. В. *Теория показателей Ляпунова и ее приложения к вопросам устойчивости.* М.: Наука, 1966. 576 с.

2. Макаров Е. К., Попова С. Н. *Управляемость асимптотических инвариантов нестационарных линейных систем* Мн.: Беларус. навука, 2012. 407 с.

3. Козлов А. А. *Об управлении показателями Ляпунова двумерных линейных систем с локально-интегрируемыми коэффициентами* // Дифференц. уравнения. 2008. Т. 44, № 10. С. 1319–1335.

4. Козлов А. А., Бурак А. Д. *О существовании линейно-независимых направлений движения для равномерно вполне управляемой трехмерной линейной системы с локально интегрируемыми коэффициентами* // Весн. Віцебскага дзярж. ун-та. 2013. № 3(75). С. 29–45.

5. Козлов А. А., Бурак А. Д. *Об управлении характеристическими показателями линейных дифференциальных систем с разрывными и быстро осциллирующими коэффициентами* // Весн. Віцебскага дзярж. ун-та. 2013. № 5(77). С. 11–31.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ В КЛАССЕ ИМПУЛЬСНЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Во Тхи Тань Ха

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
thanhhavothi229@gmail.com

Рассматривается линейная задача оптимального управления в реальном времени в классе многомерных импульсных управляющих воздействий:

$$c'x(t^*) \to \max;$$

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x(t_*) = x_0; \quad x(t^*) \in X^*;$$

$$u(t) = \sum_{\vartheta \in T_h} \delta(t - \vartheta) v(\vartheta), \quad t \in T; \quad v(\vartheta) \in V, \quad \vartheta \in T_h.$$

Здесь $T = [t_*, t^*[$; $h = (t^* - t_*)/N$; $N > 1$ — натуральное число; $T_h = \{t_*, t_* + h, \ldots \ldots, t^* - h\}$; $\delta(t)$, $t \in T$, — δ-функция Дирака; $A(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $t \in T$, — кусочно-непрерывная функция; $B(t) \in \mathbb{R}^{n \times r}$, $t \in T$, — непрерывная функция; $c, x_0 \in \mathbb{R}^n$;

$V = \{v \in \mathbb{R}^r : v_* \leqslant v \leqslant v^*\}$; $X^* = \{x \in \mathbb{R}^n : g_* \leqslant Hx \leqslant g^*\}$; $H \in \mathbb{R}^{m\times n}$ — постоянная матрица.

Вводятся понятия импульсного управляющего воздействия, программного и позиционного решений задачи. Основное внимание в докладе уделяется построению позиционного решения поставленной задачи.

Классические методы построения позиционных решений [1, 2] основаны на их представлении в аналитической и табличной формах. Эта работа проводится до начала процесса управления и наталкивается, как правило, на большую трудность, называемую «проклятие размерности». При этом в процессе управления никакие существенные вычисления не выполняются. В данном докладе описывается метод реализации позиционных решений с помощью принципа управления в реальном времени, при котором большая часть вычислений выполняется в процессе управления в режиме реального времени. Метод базируется на специальном (динамическом) аналоге двойственного метода [3] линейного программирования. С помощью него осуществляется коррекция в реальном времени основного элемента метода — опоры. Приводятся дополнительные приемы ускорения вычислений. Для стационарных динамических объектов управления ускорение достигается с помощью рекуррентных уравнений, распараллеливания вычислений и метода «разновесов».

Литература

1. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. *Математическая теория оптимальных процессов.* М.: Наука. 1983. 392 с.

2. Беллман Р., Дрейфус С. *Прикладные задачи динамического программирования.* М.: Наука, 1965. 460 с.

3. Габасов Р., Кириллова Ф. М., Тятюшкин А. И. *Конструктивные методы оптимизации. Ч. 1: Линейные задачи.* Мн.: Университетское. 1984. 214 с.

О ПОСТРОЕНИИ ОПОРНОЙ ФУНКЦИИ МНОЖЕСТВА ДОСТИЖИМОСТИ В ЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО БЫСТРОДЕЙСТВИЯ С ФАЗОВЫМ ОГРАНИЧЕНИЕМ

М.Н. Гончарова

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь
m.gonchar@grsu.by

Рассмотрим линейную управляемую систему

$$\dot{x} = Ax + u, \tag{1}$$

где x — n-мерный вектор состояния объекта, u— n-мерный вектор управления, A — постоянная матрица. На управление наложено ограничение $u \in U$, где U есть компакт в n-мерном пространстве. Допустимым является управление $u(t)$, являющееся интегрируемой по Лебегу функцией на рассматриваемом интервале, принимающей значения из множества U. На состояние объекта в каждый момент времени наложено линейное фазовое ограничение

$$F(t) = \{x \in R^n \mid (c, x) \leqslant b, \quad c \neq 0\}. \tag{2}$$

Здесь через (c, x) обозначено скалярное произведение векторов c и x.