$V = \{v \in \mathbb{R}^r : v_* \leqslant v \leqslant v^*\}$; $X^* = \{x \in \mathbb{R}^n : g_* \leqslant Hx \leqslant g^*\}$; $H \in \mathbb{R}^{m \times n}$ — постоянная матрица.

Вводятся понятия импульсного управляющего воздействия, программного и позиционного решений задачи. Основное внимание в докладе уделяется построению позиционного решения поставленной задачи.

Классические методы построения позиционных решений [1, 2] основаны на их представлении в аналитической и табличной формах. Эта работа проводится до начала процесса управления и наталкивается, как правило, на большую трудность, называемую «проклятие размерности». При этом в процессе управления никакие существенные вычисления не выполняются. В данном докладе описывается метод реализации позиционных решений с помощью принципа управления в реальном времени, при котором большая часть вычислений выполняется в процессе управления в режиме реального времени. Метод базируется на специальном (динамическом) аналоге двойственного метода [3] линейного программирования. С помощью него осуществляется коррекция в реальном времени основного элемента метода — опоры. Приводятся дополнительные приемы ускорения вычислений. Для стационарных динамических объектов управления ускорение достигается с помощью рекуррентных уравнений, распараллеливания вычислений и метода «разновесов».

Литература

1. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. *Математическая теория оптимальных процессов.* М.: Наука. 1983. 392 с.

2. Беллман Р., Дрейфус С. *Прикладные задачи динамического программирования.* М.: Наука, 1965. 460 с.

3. Габасов Р., Кириллова Ф. М., Тятюшкин А. И. *Конструктивные методы оптимизации. Ч. 1: Линейные задачи.* Мн.: Университетское. 1984. 214 с.

О ПОСТРОЕНИИ ОПОРНОЙ ФУНКЦИИ МНОЖЕСТВА ДОСТИЖИМОСТИ В ЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО БЫСТРОДЕЙСТВИЯ С ФАЗОВЫМ ОГРАНИЧЕНИЕМ

М.Н. Гончарова

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь
m.gonchar@grsu.by

Рассмотрим линейную управляемую систему

$$\dot{x} = Ax + u, \tag{1}$$

где x — n-мерный вектор состояния объекта, u— n-мерный вектор управления, A — постоянная матрица. На управление наложено ограничение $u \in U$, где U есть компакт в n-мерном пространстве. Допустимым является управление $u(t)$, являющееся интегрируемой по Лебегу функцией на рассматриваемом интервале, принимающей значения из множества U. На состояние объекта в каждый момент времени наложено линейное фазовое ограничение

$$F(t) = \{x \in R^n \mid (c, x) \leqslant b, \quad c \neq 0\}. \tag{2}$$

Здесь через (c, x) обозначено скалярное произведение векторов c и x.

Исследуется задача оптимального быстродействия объекта (1) из заданного начального множества M_0 в конечное множество M_1, удовлетворяющих фазовому ограничению (2). Начальный момент времени t_0 считаем фиксированным, конечный момент времени t_1 определяем из условия попадания объекта на конечное множество.

Обозначим через $X(t)$ множество достижимости в момент времени t для задачи оптимального быстродействия, расматриваемой для системы (1) без фазового ограничения (2) и через $D(t) = X(t) \bigcap F$ — множество достижимости в момент времени t для задачи оптимального быстродействия, расматриваемой для системы (1) с фазовым ограничением (2).

Теорема. *Если* $D(t) = X(t)$, *то опорная функция*

$$c(D(t), \psi) = c(e^{(t-t_0)A} M_0, \psi) + \int\limits_{t_0}^{t} c(e^{(t-s)A} U, \psi)\, ds. \tag{3}$$

Если $D(t) \neq X(t)$, *то найдется такое неотрицательное чсло* λ, *что*

$$c(D(t), \psi) = c(X(t), \psi - \lambda c), \tag{4}$$

причем равенство (4) достигается в точке, принадлежащей границе множества F.

Идея доказательства. В первой части теоремы рассматривается ситуация, когда значения t достаточно малы, и множество достижимости, построенное для задачи без фазового ограничения полностью располагается внутри множества F. В этом случае формула (3) доказана, например, в [1].

При достаточно больших значениях t в множестве $X(t)$ найдутся точки, не принадлежащие множеству F. Тогда правило множителей Лагранжа и теорема Куна — Таккера (например, [2]) позволяют обосновать формулу (4).

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь в рамках Государственной программы научных исследований Республики Беларусь на 2011–2015 гг. (шифр задания «Конвергенция 1.3.02»).

Литература

1. Киселев Ю. Н., Аввакумов С. Н., Орлов М. В. *Оптимальное управление. Линейная теория и приложения.* М.: МАКС Пресс, 2007. 272 с.

2. Васильев Ф. П. *Методы оптимизации.* М.: Изд-во «Факториал Пресс», 2002. 824 с.

ВНЕШНЯЯ ОЦЕНКА ПУЧКА РЕШЕНИЙ ИНТЕРВАЛЬНОЙ СТАЦИОНАРНОЙ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ДИСКРЕТНОЙ СИСТЕМЫ

В.В. Горячкин, В.В. Крахотко

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
krakhotko@bsu.by

Рассмотрим дискретную стационарную 2-D систему

$$x(t+1, s) = Ax(t, s+1) + Dx(t, s) + Bu(t, s) + Cv(t, s),$$
$$x(0, s) = \alpha(s), \quad (t, s) \in Z_+ \times Z, \tag{1}$$