Доклад посвящен построению асимптотических приближений в виде программы и обратной связи к решению следующей задачи оптимального управления:

$$\dot{y} = A_1(t)y + A_2(t)z + B_1(t)u, \quad y(t_*) = y_*,$$

$$\mu\dot{z} = A_3(t)y + A_4(t)z + B_2(t)u, \quad z(t_*) = z_*,$$

$$y(t^*) = 0, \quad z(t^*) = 0, \quad J(u) = \frac{1}{2}\int\limits_{t_*}^{t^*} (y'M(t)y + \mu z'N(t)z + u'P(t)u)\,dt \to \min,$$

где μ — малый положительный параметр, t_*, t^* — заданные моменты времени ($t_* < t^*$), y — n-вектор медленных переменных, z — m-вектор быстрых переменных, u — r-вектор управления, $M(t)$, $N(t)$ — неотрицательно определенные симметрические матрицы, а $P(t)$ — положительно определенная симметрическая матрица для всех $t \in [t_*, t^*]$.

Предполагается, что матрица $A_4(t)$, $t \in [t_*, t^*]$, устойчивая, т. е. действительные части всех ее собственных значений отрицательны.

Суть предлагаемого метода состоит в построении асимптотики множителей Лагранжа в виде разложений по целым степеням малого параметра. Старшие коэффициенты этих разложений могут быть найдены в результате решения двух невозмущенных задач оптимального управления с n и m фазовыми переменными соответственно.

МЕТОД ЗНАКОПОСТОЯННЫХ ФУНКЦИЙ ЛЯПУНОВА ДЛЯ ПОЧТИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Б.С. Калитин

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
Kalitine@bsu.by

В настоящем докладе представлены исследования задачи об устойчивости равновесия для почти периодических по времени (в смысле Бора) обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = f(x, t), \quad x \in D \subset \mathbb{R}^n, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Здесь D — открытая связная окрестность начала координат n-мерного евклидового пространства $\mathbb{R}^n$, $f(x,t)$ — непрерывная, почти периодическая по времени t функция, удовлетворяющая условию Липшица по x, причем $f(0,t) = 0$, $\forall t \in \mathbb{R}$.

Доказаны теоремы об устойчивости, асимптотической устойчивости (локальной и глобальной) и неустойчивости с использованием не определенно положительных, а знакопостоянных функций Ляпунова. Установлено, что почти периодические системы, как подкласс обыкновенных неавтономных дифференциальных уравнений, допускают формулировки теорем второго метода, весьма близкие к тем, которые представлены для автономных систем в монографиях [1, 2]. В частности, теорема об устойчивости формулируется следующим образом.

Теорема. *Предположим, что для системы* (1) *существуют окрестность* U *точки* $x = 0$, *непрерывно дифференцируемая, почти периодическая по времени* t *функция* $V : U \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ *такая, что для всех* $(x,t) \in U \times \mathbb{R}$ *выполняются следующие условия:*

1) $V(x,t) \geqslant 0$ *и* $V(0,t)=0$;

2) $\dot V(x,t) \leqslant 0$;

3) *множество* $Y_0 = \overline{\{x \in U : V(x,t)=0, \quad \forall t \in \mathbb{R}\}}$ *не содержит отрицательных полутраекторий уравнения* (1), *кроме точки* $x=0$. *Тогда нулевое решение системы* (1) *устойчиво.*

В работе выяснены особенности взаимосвязи результатов об устойчивости в рамках метода функций Ляпунова в цепочке последовательных обобщений: автономные, почти периодические и неавтономные системы дифференциальных уравнений.

В заключение отметим, что так как для состояний равновесия почти периодических систем понятие равномерной устойчивости и устойчивости (в смысле Ляпунова) не совпадают точно так же, как и для неавтономных систем, то результаты исследований, представленные в докладе, дополняют утверждения работ [3, 4] для неавтономного случая.

Литература

1. Калитин Б. С. *Устойчивость дифференциальных уравнений (Метод знакопостоянных функций Ляпунова).* Saarbrücken: LAP Lambert Academic Publishing, 2012.

2. Калитин Б. С. *Устойчивость неавтономных дифференциальных уравнений.* Мн.: БГУ, 2013.

3. Косов А. А. *О глобальной устойчивости неавтономных систем I.* // Изв. вузов. Математика. 1997. № 7. С. 28–35.

4. Калитин Б. С., Шабур Р. *Метод знакопостоянных функций Ляпунова для систем неавтономных дифференциальных уравнений* // Изв. вузов. Математика. 2012. № 5. С. 28-–39.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕАВТОНОМНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ МНОГОЛИСТНОЙ ДВУСТОРОННЕЙ ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ

А.М.Камачкин [1], В.Н.Шамберов [2]

[1] Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
akamachkin@mail.ru

[2] Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, Санкт-Петербург, Россия
shamberov@mail.ru

Применение метода фазовой плоскости для исследования нелинейных систем второго порядка часто дает ощутимый выигрыш по сравнению с другими методами. Особенно эффективно метод продемонстрировал себя при наличии в системах кусочно-линейных неоднозначных нелинейностей [1]. В своей традиционной форме метод позволяет определять лишь свободные движения в системе, вызванные ненулевыми начальными условиями.

Однако нередко требуется аналитически подтвердить существование определенных движений в системах, находящихся под зависящим от времени управляющим или возмущающим воздействием [2], и не всегда исследуемую систему можно представить также в виде системы второго порядка.

Предлагается метод, основанный на: 1) декомпозиции пространства параметров [3] с целью представления исходной системы в виде составляющих ее систем более низких порядков; 2) исследовании этих систем с помощью многолистной двусторонней фазовой плоскости [4].

В качестве примера рассматриваются динамические системы вида

$$\dot x(t) = \mathbf{A} \cdot x(t) + \mathbf{b} \cdot \{N[y(t)] + \psi(t)\}, \quad y(t) = \langle \mathbf{c}, x(t) \rangle,$$