Теорема 1. *Задача* (1) *не имеет нетривиальных глобальных решений, если*

$$\int_0^\infty k_0(t)\exp\left[(l-1)\int_0^t c_0(s)\,ds\right]dt=+\infty.$$

Положим $c_1(t)=\sup_{\Omega} c(x,t)$, $k_1(t)=\sup_{\partial\Omega\times\Omega} k(x,y,t)$.

Теорема 2. *Пусть*

$$\int_0^\infty k_1(t)\exp\left[(l-1)\int_0^t c_1(\tau)\,d\tau\right]dt<+\infty$$

и существуют такие положительные константы t_0 *и* K, *что при некотором* $p>$ >2 *выполнено неравенство*

$$\int_{t-t_0}^t k_1^p(\tau)\exp\left[p(l-1)\int_0^\tau c_1(s)\,ds\right]d\tau\leqslant K \text{ для любого } t\geqslant t_0.$$

Тогда задача (1) *глобально разрешима для достаточно малых начальных данных.*

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА НА ПОЛУПОЛОСЕ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ С КОСЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ В ГРАНИЧНОМ УСЛОВИИ

В.И. Корзюк [1], **А.А. Карпечина** [2]

[1] Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
Korzyuk@bsu.by
[2] Институт подготовки научных кадров НАН Беларуси, Минск, Беларусь
karpechina@tut.by

В замыкании $\overline{Q}=[0,\infty)\times[0,l]$ области $Q=(0,\infty)\times(0,l)$ двух независимых переменных $(t,x)\in\overline{Q}\subset\mathbb{R}^2$ рассматривается одномерное волновое уравнение

$$(\partial_{tt}-a^2\partial_{xx})u(t,x)=f(t,x),\quad (t,x)\in\overline{Q}, \tag{1}$$

где a^2,l — положительные действительные числа, $\partial_{tt}=\partial^2/\partial t^2$, $\partial_{xx}=\partial^2/\partial x^2$ — частные производные второго порядка по t и x, f — заданная на $\overline{Q}$ функция. К уравнению (1) на нижнем основании $\Omega^{(0)}=\{(t,x)\in\overline{Q}\mid t=0\}$ присоединяются условия Коши

$$u(0,x)=\varphi(x),\quad \partial_t u(0,x)=\psi(x),\quad x\in[0,l], \tag{2}$$

граничные условия с косыми производными на боковых границах полуполосы Q вида

$$(\alpha^{(i)}(t)\partial_t u+\beta^{(i)}(t)\partial_x u+\gamma^{(i)}(t)u)((i-1)l,t)=\mu^{(i)}(t),\quad i=1,2, \tag{3}$$

где $\alpha^{(i)}$, $\beta^{(i)}$, $\gamma^{(i)}$, $\mu^{(i)}$ — заданные на $[0,\infty)$ функции.

Теорема. *Если выполнены условия:*

1) $\alpha^{(1)}(t)a-\beta^{(1)}(t)=0$ *или* $\alpha^{(2)}(t)a-\beta^{(2)}(t)=0$, $\gamma^{(j)}(t)\neq 0$, *функции* $f\in C^1(\overline{\Omega})$, $\varphi\in C^3(\overline{\Omega})$, $\psi\in C^2(\overline{\Omega})$, $\mu^{(j)}\in C^2[0,\infty)$, $j=1,2$,
или
2) $\alpha^{(i)}(t)a-\beta^{(i)}(t)\neq 0$, $i=1,2$, *функции* $f\in C^1(\overline{\Omega})$, $\varphi\in C^2(\overline{\Omega})$, $\psi\in C^1(\overline{\Omega})$, $\mu^{(j)}\in C^1[0,\infty)$, $j=1,2$,
а также выполняются некоторые условия согласования, тогда в классе функций $C^2(\overline{Q})$ *существует единственное классическое решение* $u(t,x)$ *задачи* (1)–(3).

ЗАДАЧА КОШИ НА ПОЛУПЛОСКОСТИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

В.И. Корзюк [1], И.С. Козловская [2], А.И. Козлов [2]

[1] Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь korzyuk@bsu.by
[2] Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
kozlovskaja@bsu.by

На полуплоскости $\overline{Q}=[0,\infty)\times\mathbb{R}$ плоскости $\mathbb{R}^2$ двух независимых переменных t и x рассматривается относительно искомой функции $u:\mathbb{R}^2\supset\overline{Q}\ni(t,x)\to u(t,x)\in\mathbb{R}$ дифференциальное уравнение порядка $m\in\mathbb{N}$:

$$\mathfrak{L}^{(m)}u(t,x)=\prod_{k=1}^{m}(\partial_t-a^{(k)}\partial_x-b^{(k)})u(t,x)=f(t,x),\quad (t,x)\in\overline{Q}, \tag{1}$$

где $a^{(k)}$, $b^{(k)}$ — заданные из $\mathbb{R}$ действительные числа, $f:\mathbb{R}^2\supset\overline{Q}\ni(t,x)\to f(t,x)\in\in\mathbb{R}$ — заданная на $\overline{Q}$ функция. $\overline{Q}$ — замыкание области $Q=(0,\infty)\times\mathbb{R}$. На границе $\partial Q=\{(t,x)\in\overline{Q}|t=0\}$ области Q задаются условия Коши

$$\partial_t^j u|_{t=0}=\varphi^{(j)}(x),\quad x\in\mathbb{R},\quad j=\overline{0,m-1}, \tag{2}$$

где $\partial_t^j=\partial^j/\partial t^j$.

Уравнение (1) может быть как строго гиперболическим так и нестрого гиперболическим. Задача Коши (1), (2) рассмотрена в [1, 2] в случае, когда оператор $\mathfrak{L}^{(m)}$ является строго гиперболическим. Решение u построено в аналитическом виде при некоторых условиях гладкости на функции $f,\varphi^{(j)}(j=\overline{1,m-1})$ и доказана его единственность. Здесь же выписано в виде формулы общее решение для любого уравнения вида (1). В [3] рассмотрена задача (1), (2) в случае, когда уравнение (1) является нестрого гиперболическим и когда все характеристики совпадают. В [4] представлены решения задачи Коши (1), (2) в аналитическом виде для всех случаев нестрого гиперболического уравнения третьего порядка вида (1).

В настоящее время доказаны существование и единственность классического решения общего вида уравнения (1). Указаны методики построения и доказательства единственности такого решения.

Литература

1. Корзюк В. И., Козловская И. С. *Решение задачи Коши для гиперболического уравнения с постоянными коэффициентами в случае двух независимых переменных* // Дифференц. уравнения. 2012. Т. 48, № 5. С. 700–709.

2. Корзюк В. И., Козловская И. С. *Решение задачи Коши гиперболического уравнения для однородного дифференциального оператора в случае двух независимых переменных* // Докл. НАН Беларуси. 2011. Т. 55, № 5. С. 9–13.