Полную нормальную систему уравнений в частных производных (1) будем называть системой Лаппо-Данилевского, так как она принадлежит классу многомерных дифференциальных систем Лаппо-Данилевского [1, с. 63–64], т. е. удовлетворяет требованию перестановочности матрицы коэффициентов со своим интегралом [2].

На основании частных интегралов с учетом их кратности и условных частных интегралов [3, с. 187–238] разработан спектральный метод [4, 5] построения первых интегралов якобиевых линейных однородных систем уравнений в частных производных. С использованием данных подходов для системы Лаппо-Данилевского (1) построен интегральный базис. Первые интегралы строятся в зависимости от кратности собственных чисел по собственным и присоединенным векторам матриц $B_{j\xi}$, транспонированных к матрицам $A_{j\xi}$, соответственно.

В случае простых элементарных делителей при построении используется

Теорема. *Пусть* $\nu \in \mathbb{C}^n$ *есть общий существенно комплексный собственный вектор матриц* $B_{j\xi}$, *которому соответствуют собственные числа* $\lambda_{j\xi}$, $\xi = 1, \ldots, s_j$, $j = 1, \ldots, m$. *Тогда первыми интегралами системы Лаппо-Данилевского* (1) *будут функции*

$$F_1 : x \to ((\operatorname{Re}\nu \cdot \widetilde{x})^2 + (\operatorname{Im}\nu \cdot \widetilde{x})^2) \exp\left(-2\int \sum_{j=1}^{m} \sum_{\xi=1}^{s_j} \operatorname{Re}\lambda_{j\xi}\alpha_{j\xi}(\widehat{x})\, dx_j\right)$$

и

$$F_2 : x \to \operatorname{arctg}\frac{\operatorname{Im}\nu \cdot \widetilde{x}}{\operatorname{Re}\nu \cdot \widetilde{x}} - \int \sum_{j=1}^{m} \sum_{\xi=1}^{s_j} \operatorname{Im}\lambda_{j\xi}\alpha_{j\xi}(\widehat{x})\, dx_j \quad \forall x = (\widehat{x}, \widetilde{x}) \in \widetilde{\mathfrak{X}} \subset \mathbb{R}^{m+n}.$$

Литература

1. Гайшун И. В. *Вполне разрешимые многомерные дифференциальные уравнения.* М.: Едиториал УРСС, 2004.

2. Лаппо-Данилевский И. А. *Применение функций от матриц к теории линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.* М.: Гостехиздат, 1957.

3. Горбузов В. Н. *Интегралы дифференциальных систем.* Гродно: ГрГУ, 2006.

4. Горбузов В. Н., Проневич А. Ф. *Спектральный метод построения интегрального базиса якобиевой системы в частных производных* // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2001. № 3. С. 17–45.

5. Проневич А. Ф. *Интегралы якобиевых систем уравнений в частных производных.* Saarbruchen: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012.

О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Р.Р. Сафиуллова

Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета, Стерлитамак, Россия

regina-saf@yandex.ru

Для уравнений гиперболического типа второго порядка исследуется разрешимость некоторой обратной задачи с неизвестным коэффициентом, зависящим от времени, рассматривается вопрос нахождения вместе с решением $u(x,t)$ дополнительной неизвестной функции $q(t)$.

Пусть D — интервал $(0,1)$, Q — прямоугольник $D\times(0,T)$ конечной высоты T, x, x_0 — точки области D, t — точка интервала $(0,T)$, $f(x,t)$, $u_0(x)$, $u_1(x)$, $\varphi(t)$, $\psi(t)$, $\mu(t)$ — заданные при $x\in[0,1]$, $t\in[0,T]$ функции.

Рассматривается следующая обратная задача: найти функции $u(x,t)$, $q(t)$, связанные в цилиндре Q уравнением

$$u_{tt}(x,t)-u_{xx}(x,t)+q(t)u(x,t)=f(x,t)$$

при выполнении для функции $u(x,t)$ условий

$$u(x,0)=u_0(x),\quad u_t(x,0)=u_1(x),\quad u(x_0,t)=\mu(t),\quad u_x(0,t)=\varphi(t),\quad u_x(1,t)=\psi(t).$$

Для поставленной обратной задачи доказываются теоремы существования и единственности регулярных решений.

Задачами в близкой постановке занимались И.Р. Валитов [1, 2], С.С. Павлов [3], С.Я. Якубов [4].

В работе [3] рассматривались многомерные обратные задачи с неизвестным коэффициентом $q(t)$, однако условия переопределения были другие, а именно, задавалось интегральное условие переопределения $\int_\Omega K(x)u(x,t)\,dx=\mu(t)$.

При доказательстве результата используется техника, основанная на переходе от исходной задачи к некоторой вспомогательной задаче, доказательстве разрешимости этой задачи и далее построении с помощью решения вспомогательной задачи решения исходной задачи. При решении вспомогательной задачи используются методы регуляризации, срезки и метод продолжения по параметру.

Литература

1. Валитов И. Р., Кожанов А. И. *Обратные задачи для гиперболических уравнений: случай неизвестных коэффициентов, зависящих от времени* // Вестн. НГУ. Сер. Математика, механика, информатика. 2006. Т. 6, № 1. С. 3–18.

2. Валитов И. Р. *О разрешимости двух обратных задач для гиперболических уравнений* // Тр. Стерлитамакского филиала Академии наук республики Башкортостан. Сер. Физ.-мат. и техн. науки. 2006. № 3. С. 64–73.

3. Павлов С. С. *Нелинейные обратные задачи для многомерных гиперболических уравнений с интегральным переопределением* // Матем. заметки ЯГУ. 2011. Т. 19, № 2. С. 128–154.

4. Якубов С. Я. *Линейные дифференциально-операторные уравнения и их приложения.* Баку: Элм, 1985.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ ТРЕХСЛОЙНЫХ ТЕЛ МЕТОДОМ РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ

И.Б.Сороговец, М.В. Макаренко

Полоцкий государственный университет, Новополоцк, Беларусь

Рассматривается пластина больших размеров, толщина которой значительно меньше других ее размеров (неограниченная пластина). Предполагается, что пластина составлена из трех слоев с различными теплофизическими характеристиками. Между слоями установлен идеальный тепловой контакт. Ось Ox проходит перпендикулярно плоскостям, ограничивающим пластину. Начало оси помещено на одной из ограничивающих поверхностей, а положительное направление выбрано внутрь пластины. Границам слоев соответствуют следующие значения $x:\ b_0=0,\ b_1,\ b_2,\ b_3$. Толщина