

**ОЦЕНКА ОСТАТОЧНОГО ЧЛЕНА ПРИ АППРОКСИМАЦИИ  
РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ  
С ОБОБЩЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ. СЛУЧАЙ ИТО**

**С.А. Спасков, Н.В. Лазакович**

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь  
sergey.spaskov@gmail.com

Следующая задача Коши на отрезке  $t \in T = [0; a]$ :

$$X'(t) = f(X(t))L'(t), \quad X(0) = 0,$$

где  $L(t)$  — функция ограниченной вариации, представляется в виде:

$$X_n(t + h_n) - X_n(t) = f_n(X_n(t))(L_n(t + h_n) - L_n(t)), \quad X_n(t)|_{[0, h_n]} = 0,$$

где

$$L_n(t) = (L * \rho_n)(t) = \int_0^{1/n} L(t+s)\rho_n(s) ds, \quad f_n(t) = (f * \rho_n)(t), \quad \rho_n(s) = n\rho(ns),$$

$$\rho(t) \geq 0, \quad \text{supp}(\rho) \subset [0, 1], \quad \int_0^1 \rho(s) ds = 1.$$

Ранее (см. [1]) был рассмотрен случай, который в теории стохастических дифференциальных уравнений был назван случаем Стратановича. Сейчас будет рассмотрен случай Ито.

**Теорема.** Пусть  $f \in C_B^1(\mathbb{R})$ ; функция  $L(t)$  — ограниченной вариации, непрерывна справа,  $L(0) = 0, L(-a) = L(a)$ ,  $L^c(t)$  — липшицева с константой  $c_1$ ,  $1/n < h_n$ . Тогда справедливо неравенство:

$$\|X_n(t) - X(t)\|_{L_1[T]} \leq |T| e^{M_1 V_T L(t)} \left( \sup_{t \in [0; h_n]} |X_{n0}(t) - x_0| + M c_1 (1 + 2M_1 V_T L(t)) h_n + \right. \\ \left. + \frac{1}{n} (M_1 V_T L(t) + 2M M_1 c_1 V_T L(t) + 2M c_1) + (M M_1 V_T L(t) + 2M) \text{var}_{t \in T} L^{d, \geq l}(t) + \frac{1}{n h_n} M V_T L(t) \right),$$

где  $l$  удовлетворяет неравенству  $h_n < \min_{1 \leq i \leq l-1} |\mu_{i+1} - \mu_i|/2$ ,  $\mu_i$  — точки разрыва функции  $L(t)$ ,  $V_T L(t) = \text{var}_{t \in T} L(t)$ ,  $M = \max_{t \in \mathbb{R}} |f(t)|$ ,  $M_1 = \max_{t \in \mathbb{R}} |f'(t)|$ ,  $L^c(t)$  и  $L^d(t)$  — непрерывная и дискретная составляющие функции  $L(t)$ ,  $X(t)$  — решение уравнения

$$X(t) = x_0 + \int_0^{t+} f(X(s-)) dL(s).$$

#### Литература

1. Лазакович Н. В., Спасков С. А. Аппроксимация решений дифференциальных уравнений решениями конечно-разностных уравнений с осреднением. Оценка скорости сходимости // XV Междунар. науч. конф. по дифференциальным уравнениям «Еругинские чтения–2013». Тез. докл. Гродно, 2013. Ч. 2. С. 38–39.
2. Ковальчук А. Н., Новохрост В. Г., Яблонский О. Л. Об аппроксимации дифференциальных уравнений с обобщенными коэффициентами конечно-разностными уравнениями с осреднением // Изв. вузов. 2005. № 3(514). С. 23–31.