Вторичные поля представим в виде суперпозиции векторных сферических волновых функций, учитывая условие излучения на бесконечности.

Используя соответствующие теоремы сложения, решение поставленной краевой задачи сведено к решению бесконечной системе линейных алгебраических уравнений второго рода с вполне непрерывным оператором. Для некоторых параметров задачи построена диаграмма направленности.

Литература

1. Ерофеенко В. Т., Козловская И. С. *Аналитическое моделирование в электродинамике.* Мн.: БГУ, 2010.

К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ О ДИНАМИЧЕСКОМ ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ В АВТОМОДЕЛЬНОМ СЛУЧАЕ

В.Н. Лаптинский, А.А. Романенко

Институт технологии металлов НАН Беларуси, Могилев, Беларусь

lavani@tut.by, romanenko@gmail.com

Рассматривается краевая задача (см., например, [1, с. 160])

$$f''' + \frac{m+1}{2} f f'' + m(1 - f'^2) = 0, \tag{1}$$

$$f(0) = f'(0) = 0, \quad f'(\infty) = 1, \tag{2}$$

представляющая собой задачу о динамическом пограничном слое для течения жидкости вдоль плоской пластины. Аналитическое решение этой задачи получено только в случае пластины, обтекаемой в продольном направлении $(m = 0)$ — безградиентное обтекание. В данной работе предлагается модификация методики [2, 3], позволяющей получать приемлемые по точности приближенные аналитические решения этой задачи в случае обтекания с градиентом давления. Решение задачи (1), (2) получено в виде

$$f(\eta) = \lambda \int_0^\eta (\eta - \xi) \exp\left(-h\left(\frac{m}{\lambda}\xi + \frac{m+1}{12}\lambda\xi^3\right)\right) d\xi, \tag{3}$$

где $0 \leqslant m \leqslant 1$, h — вспомогательный параметр, подходящие значения которого вычисляются по предлагаемой методике, $\lambda > 0$ — корень уравнения

$$\lambda \int_0^\infty \exp\left(-h\left(\frac{m}{\lambda}\tau + \frac{m+1}{12}\lambda\tau^3\right)\right) d\tau - 1 = 0.$$

В частности установлено, что при $h = 1$ данное приближение для функции $f(\eta)$ и ее первой производной обеспечивает погрешность не более 3% в промежутке $0 \leqslant \eta \leqslant 10$, а для второй производной — в основном не более 6% в том же промежутке, причем эта производная достаточно быстро убывает.

Решение (3) может быть использовано для получения инженерных формул, связанных с соответствующими прикладными задачами теплофизики и аэродинамики. При этом величина $f''(0) = \lambda$ используется при вычислении касательного напряжения на обтекаемой поверхности, $f'(\eta)$ (вместе с $f''(0)$) — при расчете толщины динамического пограничного слоя, $f(\eta)$ (вместе с $f'(\eta)$) — при вычислении безразмерной температуры в тепловом пограничном слое, а также при вычислении локального коэффициента теплоотдачи (см., например, [4, с. 178]).

Литература

1. Шлихтинг Г. *Теория пограничного слоя.* М.: Наука, 1974.

2. Лаптинский В. Н. *Конструктивный метод анализа задачи о ламинарном пограничном слое и его применение к расчету охлаждающей способности кристаллизаторов при непрерывном литье. Часть II* (Препринт / Нац. акад. наук Беларуси. Ин-т технол. металлов; № 18). Могилев: БРУ, 2010.

3. Лаптинский В. Н. *Об одном аналитическом методе решения задачи о динамическом ламинарном пограничном слое в автомодельном случае* // Ученые записки ЦАГИ. 2013. Т. XLIV, № 5. С. 72–93.

4. *Теория тепломассообмена. Учебник для вузов* / Под ред. А. И. Леонтьева. М.: Высшая школа, 1979.

РАЗРЕШИМОСТЬ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЛИНЕАРИЗОВАННОГО ПО СКОРОСТИ УРАВНЕНИЯ НАВЬЕ — СТОКСА В СЛУЧАЕ ОБТЕКАНИЯ РАВНОМЕРНО НАГРЕТОЙ СФЕРЫ

Н.В. Малай [1], А.В. Лиманская [2], Е.Р. Щукин [3]

[1] Белгородский государственный университет, Белгород, Россия
malay@bsu.edu.ru
[2] БГТУ им. В. Г. Шухова, Белгород, Россия
limanskayaanna@mail.ru
[3] ОИВТ РАН, Москва, Россия
www.oivtran.ru

Теория течений деформируемой вязкой газообразной среды — обширная и быстро развивающая часть гидро- и газовой динамики. Первый длительный этап был связан с изучением так называемых потенциальных течений идеальной несжимаемой среды. Набор таких течений оказался достаточно обширным, а математические возможности их исследования (теория функций комплексного переменного) — почти совершенным, например, [1, гл. I–X]. Однако знаменитый парадокс Эйлера — Даламбера, а также ряд других парадоксов, в рамках теории идеальной среды указывали на необходимость создание новой математической модели более реально отражающей действительность. В результате была создана математическая модель вязкой среды с ее основными уравнениями Навье — Стокса, например, [2, гл. 4].

Уравнения Навье — Стокса — основные уравнения движения вязкой среды, представляющие математическое выражение законов сохранения импульса и массы. В векторном виде их можно представить следующим образом:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \big(\mathbf{V}\cdot\nabla\big)\mathbf{V} = \nu\triangle\mathbf{V} - \frac{1}{\rho}\nabla P - \mathbf{f}, \quad \nabla\cdot\mathbf{V} = 0.$$

Здесь $\mathbf{V} = (V^1, V^2, \ldots, V^n)$ — векторное поле скоростей, t — время, ∇ — оператор набла, $\triangle$ — оператор Лапласа, ρ — плотность, P — давление, ν — коэффициент кинематической вязкости, $\mathbf{f}$ — векторное поле массовых сил. Неизвестные P и $\mathbf{V}$ являются функциями времени t и координаты $x \in \Omega$, где $\Omega \in R^n$, $n = 2, 3$, — двух или трехмерная область, в которой движется газ.