с r-мерным управлением (входом) $u(t)$, n-вектор-траекторией $x(t)$ и m-мерным выходом

$$y(t) = Cx(t). \tag{2}$$

Здесь $p = d/dt$ — оператор дифференцирования; $D(\lambda)$ — $n \times n$ — матрица, элементами которой являются целые функции комплексной переменной λ; B и C — соответственно $n \times r$ и $m \times n$ — матрицы.

Система (1), (2) считается регулярной, если ее характеристическая функция $d(\lambda) = \det D(\lambda)$ является ненулевой. В случае, когда $d(\lambda) \equiv 0$ возникает задача регуляризируемости системы (1), (2) с помощью, например, обратной линейной связи по выходу (2).

Систему (1), (2) будем называть регуляризируемой с помощью обратной линейной связи по выходу (2), если найдется $r \times m$ — матрица Q такая, что замыкание системы (1), (2) управлением $u(t) = Qy(t)$ приводит к регулярной системе

$$(D(p) - BQC)x(t) = 0,$$

т. е. у которой характеристическая функция $\delta(\lambda) = \det(D(\lambda) - BQC)$ является ненулевой.

На основании [1] доказывается следующая

Теорема. *Если $d(\lambda) \equiv 0$, то для регуляризируемости системы (1) линейной обратной связью по выходу (2) достаточно, а в случае одного входа ($r = 1$) или одного выхода ($m = 1$) то и необходимо, чтобы существовало такое λ_0, что $CF(\lambda_0)B \neq 0$, где $F(\lambda)$ — присоединенная (союзная) матрица [2] к матрице $D(\lambda)$.*

Литература

1. Булатов В. И. *Условия регуляризируемости общих линейных стационарных систем управления, допускающих операторную запись* // Междунар. конф. «Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация». Тез. докл. Минск, 1–5 октября 2013 г. С. 87–88.
2. Гантмахер Ф. Р. *Теория матриц.* М: 1988.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА БАЗЕ МОДЕЛИ ЛОТКИ — ВОЛЬТЕРРА

В.С. Вакульчик [1], А.В. Капусто [2], А.А. Вакульчик [1]

[1] Полоцкий государственный университет, Новополоцк, Беларусь
[2] Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь
kapusto@tut.by

Классическая модель Лотки — Вольтерра взаимодействия двух популяций, описывается системой уравнений:

$$\frac{dx}{dt} = (a - by)x, \quad \frac{dy}{dt} = (-c + dx)y,$$

и широко применяется при моделировании различных ситуаций, которые можно трактовать как один из случаев модели «хищник — жертва». Авторы используют данную модель [1] как задачу прикладного содержания, приводящую к системе дифференциальных уравнений, при чтении соответствующего раздела для студентов технических специальностей.

Модель Лотки — Вольтерра имеет ряд модификаций в различных приложениях. Выделенный факт обуславливает актуальность и методическую целесообразность ее применения в учебно-познавательном процессе. Для инженерных специальностей отдельный интерес представляет построение на ее базе модели взаимодействия загрязнения с окружающей средой [2]. В процессе моделирования указанного взаимодействия роль жертвы отводится природе, а роль хищника — загрязнению. Основное предположение изучаемой модели состоит в том, что окружающая среда активно абсорбирует и перерабатывает загрязнение вплоть до некоторого предела. В докладе будут представлены три различных сценария взаимодействия системы: «окружающая среда — загрязнение»; уравнение, описывающее процесс развития загрязнения; основные положения и этапы построения системы дифференциальных уравнений, соответствующей заданной ситуации; рассмотрена модификация модели, учитывающей пороговую величину загрязнения.

Учитывая недостаток лекционного времени, отметим, что использование представленной модели в процессе изучения дифференциальных уравнений студентами технических специальностей следует ограничить только анализом взаимодействия «загрязнение — окружающая среда» и непосредственным построением системы уравнений. Кроме того, сама постановка задачи потенциально может дать направления для организации содержательной студенческой научно-исследовательской работы прикладного характера по моделированию различных видов загрязнения отдельных составляющих экосистемы.

Литература

1. Вакульчик В. С., Капусто А. В., Вакульчик А. А. *Применение модели Лотки-Вольтерра с целью формирования у студентов навыков составления математических моделей реальных процессов* // Тез. докл. XVI Междунар. науч. конф. по дифференц. уравнениям «Еругинские чтения — 2013». Ч. 2. Гродно, 13–16 мая 2013 г. С. 88.

2. Братусь А. С., Новожилов А. С., Платонов А. П. *Динамические системы и модели биологии.* М.: Физматлит, 2010. 400 с.

ДИДАКТИЧЕСКАЯ ОСНОВА И СТРУКТУРА УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА «СПЕЦИАЛЬНЫЕ ГЛАВЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ. Ч. 1»

В.С. Вакульчик, Ф.Ф. Яско, В.А. Жак, Т.И. Завистовская, А.П. Мателенок

Полоцкий государственный университет, Новополоцк, Беларусь

kyznetsova@tut.by

Дидактическую основу предлагаемого к обсуждению УМК составляют прикладная направленность, дифференцированный и деятельностный подходы к обучению математике, а также дидактические принципы научности, системности, целостности, доступности, развивающей деятельности. Данный учебно-методический комплекс (УМК) [1] является частью серии учебно-методических пособий, разрабатываемых кафедрой высшей математики УО «ПГУ» по курсу «Высшая математика» для студентов технических специальностей под руководством кандидата педагогических наук, доцента Вакульчик В.С. Теоретические и дидактические принципы разработки таких пособий изложены в ([2], [3]). В представляемом методическом пособии изложены теоретические основы трех разделов курса высшей математики: «Кратные интегралы»,