

ТЕМА № 2

Анализ и прогнозирование спроса

Управление запасами с применением анализа ABC и XYZ.

Для управления запасами применяется ABC и XYZ анализ. Целью ABC и XYZ анализа является классификация товаров в зависимости объёма реализации за определённый период, величины прибыли, стоимости запасов (анализ ABC) и по регулярности потребления (анализ XYZ).

Использование метода ABC-анализа основано на принципе Вильфредо Парето: «За большинство возможных результатов отвечает относительно небольшое число причин». В настоящее время данный принцип более известен как «правило - 20 на 80», что чаще всего трактуется как 20% товарной номенклатуры дают 80% прибыли.

В ходе проведения ABC-анализа товарная номенклатура делится на три группы – А, В, С. Группа А самая маленькая по количеству, но самая важная. Важность товара определяется по какому-то определенному признаку или комбинации признаков. В качестве такого признака могут выступать: объем реализации товара в продажных ценах, величина прибыли и т.д.

Размеры групп А, В, С колеблются в достаточно широком диапазоне. Среднестатистические размеры групп А, В, С:

А – 10-20% номенклатуры, доля в результате – 50-80%;

В – примерно 30% номенклатуры, доля в результате – 10-15%;

С – 50-60% номенклатуры, доля в результате – 5-10%.

XYZ-анализ позволяет произвести классификацию ресурсов в зависимости от характера их потребления и точности прогнозирования изменений в их потребности. Алгоритм проведения XYZ-анализа включает в себя четыре этапа:

1. Определение коэффициентов вариации для анализируемых ресурсов;
2. Группировка ресурсов в соответствии с возрастанием коэффициента вариации;
3. Распределение по категориям X, Y, Z.
4. Графическое представление результатов анализа.

Категория X – ресурсы характеризуются стабильной величиной потребления, незначительными колебаниями в их расходе и высокой точностью прогноза. Значение коэффициента вариации находится в интервале от 0 до 10%.

Категория Y – ресурсы характеризуются известными тенденциями определения потребности в них (например, сезонными колебаниями) и средними возможностями их прогнозирования. Значение коэффициента вариации – от 10 до 25%.

Категория Z – потребление ресурсов нерегулярно, какие-либо тенденции отсутствуют, точность прогнозирования невысокая. Значение коэффициента вариации – свыше 25%.

Коэффициент вариации (v) представляет собой отношение среднего квадратического отклонения к среднеарифметическому значению измеряемых значений ресурса и вычисляется по формуле:

$$v = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}}{\bar{x}} \cdot 100$$

где x_i – значение параметра по оцениваемому ресурсу за i -й период;

\bar{x} – среднее значение параметра по оцениваемому ресурсу;

n – число периодов.

Применение ABC – анализа в сочетании с XYZ – анализом позволяет выявить безусловных лидеров (группы AX) и аутсайдеров (CZ).

Задача 4.3. Руководство фирмы хочет расширить торговый ассортимент, однако свободные финансовые ресурсы ограничены. Необходимые финансовые средства можно высвободить за счёт сокращения размеров запасов. Служба логистики должна дифференцировать торговый ассортимент по признаку доли в реализации и регулярности продаж, а затем предложить стратегии управления выделенными группами.

Исходные данные представлены в таблице 1.

Таблица 1 Исходные данные для проведения ABC и XYZ анализа.

№ позиции	Реализация за 1 год, у.д.е.	Реализация за квартал, у.д.е.			
		1	2	3	4
1	2690	650	500	560	980
2	380	70	60	170	80
3	2140	500	450	490	700
4	520	210	120	100	90
5	6500	1700	1600	1400	1800
6	250	40	40	100	70
7	470	140	150	50	130
8	1955	510	500	450	495
9	1050	340	120	250	340
10	330	90	100	40	100

Алгоритм решения задачи.

1. Дифференцировать ассортимент по методу ABC.

1.1. Сформулировать цель анализа ABC, указать объект и признак, по которому намечено провести разделение ассортимента.

Цель анализа ABC – дифференциация ассортимента товаров по объёму реализации. Объект анализа – запасы товаров, хранимые на складе. Признак классификации – объём реализации.

1.2. Рассчитать долю отдельных позиций ассортимента в общем объеме реализации. Результат внести в графу 3 таблицы 2.

1.3. Выстроить ассортиментные позиции в порядке убывания доли в общем запасе. Вновь организованный список, с указанием доли в запасах, разместить в графах 5 и 6 табл.2.

1.4. Предложить разделение анализируемого ассортимента на группы А, В и С. Предлагается использовать следующий алгоритм:

в группу А включают 20% позиций упорядоченного списка, начиная с наиболее значимой;

в группу В включают следующие 30% позиций;

в группу С включают оставшиеся 50% позиций.

Таблица 2. Распределение ассортимента продукции по результатам ABC и XYZ - анализа.

Исходная информация			ABC – анализ				XYZ – анализ		
№ позиции ассортимента	Реализация за 1 год, у.д.е.	Доля позиции в общей реализации, %	№ позиции в упорядоченном списке	Доля позиции в общей сумме запасов	Доля нарастающим итогом	Группа	№ позиции по упорядоченному списку	Значение коэффициента вариации	Группа
1	2690	16,52	5	39,91	39,91	А	8	4,71	Х
2	380	2,33	1	16,52	56,43		5	9,1	
3	2140	13,14	3	13,14	69,57	В	3	18,15	Y
4	520	3,19	8	12,00	81,57		1	27,57	
5	6500	39,91	9	6,45	88,02		10	30,15	
6	250	1,54	4	3,19	91,21	С	7	33,71	Z
7	470	2,89	7	2,89	94,10		9	34,33	
8	1955	12,00	2	2,33	96,43		4	36,49	
9	1050	6,45	10	2,03	98,46		6	39,8	

10	330	2,03	6	1,54	100,00		2	46,18	
----	-----	------	---	------	--------	--	---	-------	--

2. Дифференцировать ассортимент по методу XYZ

2.1. Рассчитать коэффициент вариации (v) спроса по отдельным позициям ассортимента. Результаты внести в таблицу 2. Значения коэффициента вариации вычисляются по формуле:

$$v = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}}{\bar{x}} \cdot 100,$$

где x_i – значение реализации за i -й квартал;

\bar{x} – среднеквартальное значение реализации;

n – число кварталов, за которые произведена оценка.

2.2. Ранжировать ассортиментные позиции в порядке возрастания значения коэффициента вариации.

2.3. Разбить анализируемый ассортимент на группы X, Y и Z.

В рамках данной задачи предлагается следующий алгоритм разбиения:

группа X - $0 \leq v < 10 \%$;

группа Y - $10 \% \leq v < 25 \%$;

группа Z - $25 \% \leq v$.

3. Построить матрицу ABC – XYZ анализа (табл. 3.).

Таблица 3. Матрица ABC – XYZ- анализа

AX 5	AY	AZ 1
BX 8	BY 3	BZ 9
CX	CY	CZ 4,7,2,10,6

Отдельные группы позиций требуют разных подходов к управлению запасами.

Позиции, входящие в группы AX, AY, AZ требуют индивидуальных технологий управления запасами.

Для товаров, входящих в группу AX возможен минимальный размер запасов, следует рассчитать оптимальный размер заказа.

Для товаров, входящих в группу AZ необходим значительный страховой запас и ежедневный контроль.

Управление запасами по позициям, входящим в группы BX, BY и BZ, может осуществляться как по одинаковым, так и по индивидуальным технологиям (как по срокам планирования, так и по срокам доставки).

Планирование запасов по товарным позициям, входящим в группы CX, CY и CZ, может осуществляться на более длительный период, например, на квартал, с еженедельной (или ежемесячной) проверкой наличия запаса на складе.

Задачи для самостоятельного решения:

Задача 1. Объем продажи магазина составляет в год 1500 ящиков гвоздей. Величина спроса равномерно распределяется в течение года. Цена покупки одного ящика равна 20 у.д.е. Доставка заказа стоит 40 у.д.е. Время доставки заказа от поставщика составляет 12 рабочих дней (при 6-дневной рабочей неделе). По оценкам специалистов, издержки хранения в год составляют 1,5 у.д.е. Необходимо определить: оптимальный объем заказа; частоту заказов; точку заказа, общие затраты на управление запасами в единицу времени. Магазин работает 300 дней в году.

Задача 2. Руководству фирмы необходимо принять решение относительно расширения торгового ассортимента, при условии ограниченности свободных финансовых ресурсов.

Проведите дифференциацию ассортимента, используя методы ABC и XYZ, используя данные, представленные в таблице 2.

Таблица 2. Исходные данные для проведения анализа, у.д.е.

№ позиции	Реализация за квартал			
	1	2	3	4
1	600	400	550	800
2	400	300	250	200
3	1000	3000	1500	2000
4	120	140	250	100
5	120	140	10	130
6	600	500	400	350
7	240	230	140	240
8	1600	1500	1500	1900
9	50	30	100	20
10	1000	1200	900	1100

Задача №3

Исходные данные:

№ наблюдения	Уровень фактора (или тип региона)						
	Кировская область	Архангельск. Область	Республика Карелия	Ленинград. Область	Калинингр. область	Псковская область	Новгородская область
1	2,90	3,90	4,90	2,10	6,10	7,00	8,00
2	2,10	5,00	3,50	6,90	10,0	10,00	1,00
3	10,30	2,80	4,00	2,00	15,1	12,10	1,10
4	4,90	8,90	3,00	3,10	5,00	5,90	2,00
5	4,00	4,10	1,90	5,90	5,10	6,10	2,00
6	2,90	4,90	1,20	7,90	6,00	5,10	1,10
7	1,10	1,50	4,10	6,10	5,00	6,10	1,19
8	2,30	3,90	3,00	2,70	6,10	8,90	1,10
9	2,00	1,80	2,90	7,00	3,10	5,00	3,19
10		1,00	3,00	5,90	3,00	2,00	5,91
11		1,00	2,50	2,90	5,20	3,10	4,80
12		1,10	3,90	5,00	13,00	10,90	1,00

13		1,01	4,50	5,00	3,00	5,10	0,19
14		1,91	1,91	2,00	2,10	1,00	1,00
15		1,09		1,10		9,00	3,00
16		1,10		1,10		8,10	2,10
17		2,10		1,90		15,9	2,90
18		2,91		2,10		6,20	1,00
19		2,09					2,20
20		3,90					
21		2,90					
22		2,10					
23		2,50					

Решение:

1. Находим сумму квадратов всех наблюдений (Q1), сумму квадратов итогов по столбцам, деленных на число наблюдений в соответствующем столбце (Q2), квадрат общего итога, деленный на число всех наблюдений (Q3).

№ наблю- дения	Квадрат наблюдений							
	Кировская область	Архан- гельская. область	Республика Карелия	Ленинград. Область	Калинингр. область	Псковская область	Новго- родская область	
1	8,41	15,21	24,01	4,41	37,21	49,00	64,00	
2	4,41	25,00	12,25	47,61	100,00	100,00	1,00	
3	106,90	7,84	16,00	4,00	228,01	146,41	1,21	
4	24,01	79,21	9,00	9,61	25,00	34,81	4,00	
5	16,00	16,81	3,61	34,81	26,01	37,21	4,00	
6	8,41	24,01	1,44	62,41	36,00	26,01	1,21	
7	1,21	2,25	16,81	37,21	25,00	37,21	1,41	

8	5,29	15,21	9,00	7,29	37,21	79,21	1,21	
9	4,00	3,24	8,41	49,00	9,61	25,00	10,17	
10	0	1,00	9,00	34,81	9,00	4,00	34,92	
11	0	1,00	6,25	8,41	27,04	9,61	23,04	
12	0	1,21	15,21	25,00	169,00	118,81	1,00	
13	0	1,02	20,25	25,00	9,00	26,01	0,03	
14	0	3,64	3,64	4,00	4,41	1,00	1,00	
15	0	1,18	0	1,21	0	81,00	9,00	
16	0	1,21	0	1,21	0	65,61	4,41	
17	0	4,41	0	3,61	0	252,81	8,41	
18	0	8,46	0	4,41	0	38,44	1,00	
19	0	4,36	0	0	0	0	4,84	
20	0	15,21	0	0	0	0	0	
21	0	8,41	0	0	0	0	0	
22	0	4,41	0	0	0	0	0	
23	0	6,25	0	0	0	0	0	
Q1-сумма квадратов								2997,78
кол-во наблю- дений	9	23	14	18	14	18	19	115
Q2	19,759	10,893	11,063	20,223	53,036	62,897	9,256	187,127
								26,068

2. Вычисляем оценку дисперсии фактора:

$$\sigma_{\phi}^2 = \frac{Q_2 - Q_3}{\hat{E} - 1} = \frac{187,127 - 26,068}{7 - 1} = 26,843$$

3. Вычисляем оценку дисперсии, связанной со случайностью:

$$\sigma_s^2 = \frac{Q_1 - Q_2}{N - \hat{E}} = \frac{2997,78 - 187,127}{115 - 6} = 25,786$$

4. Рассчитываем значение F-статистики (статистики Фишера):

$$F = \frac{\sigma_{\phi}^2}{\sigma_s^2} = \frac{26.843}{25.786} = 1.041$$

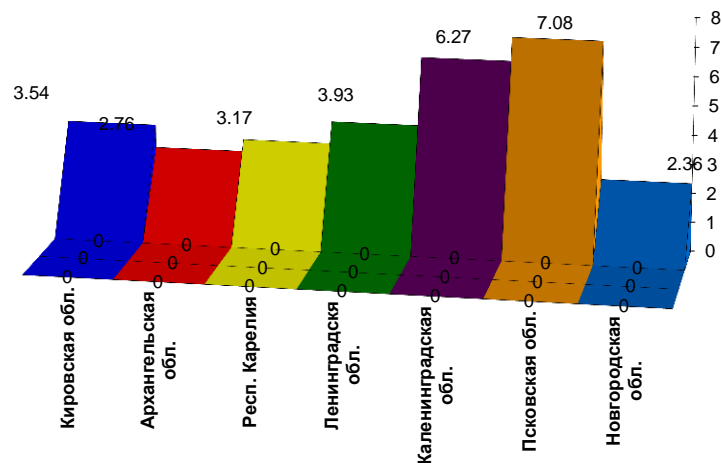
5. Проверяем значимость фактора ($q = 0,05$; $h_1 = K - 1$; $h_2 = N - K$)

$F = 2,29$, так как расчетное меньше табличного, с вероятностью 0,95 можно утверждать, что связь между сроком окупаемости и типом региона не существенна.

6. Строим диаграмму средних значений сроков окупаемости для всех рассматриваемых регионов.

Средние сроки окупаемости:

Показатель	Кировская область	Архангельск. область	Республика Карелия	Ленинград. Область	Калинингр. область	Псковская область	Новгородская область
Ср.срок окупаемости	3,54	2,76	3,17	3,93	6,27	7,08	2,36



Согласно таблицы и диаграммы самый маленький срок окупаемости инвестиционных проектов сложился в Новгородской области, следовательно, данная область является приоритетной.

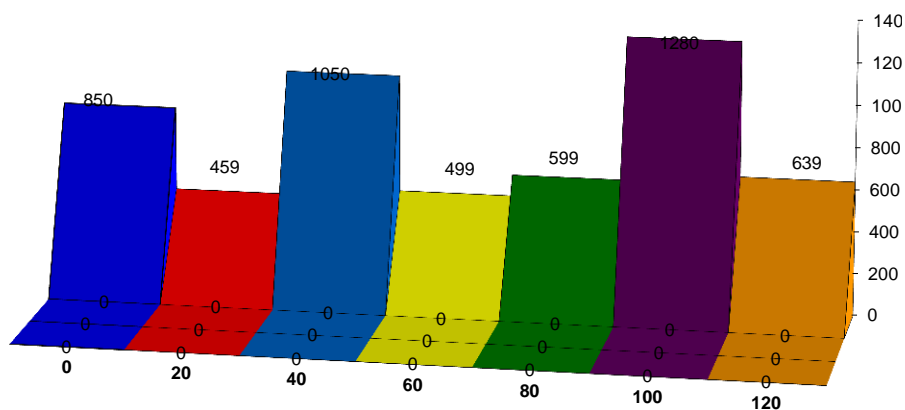
Задача 4

Исходные данные:

Моменты времени (дни)	0	20	40	60	80	100	120
	-60	-40	-20	0	20	40	60
Расчет для варианта(убрать)	340+510	400+59	440+610	430+69	520+79	570+710	550+89
У-физ.объем товарооборота (шт.)	850	459	1050	499	599	1280	639

Решение.

1. Изобразить данные графически.



2. Составить уравнение линейной регрессии.

3. Для расчета параметров уравнения регрессии ($y_t = a_0 + a_1t$) составляем вспомогательную таблицу:

Моменты времени (дни)	У-физ.объем товарооборота (шт.)	t	t ²	y*t	Урасч.	Y ²
0	850	-60	3600	-51000	708,24	722500
20	459	-40	1600	-18360	728,16	210681
40	1050	-20	400	-21000	748,08	1102500
60	499	0	0	0	768	2493001
80	599	20	400	11980	787,92	358801
100	1280	40	1600	51200	807,84	1638400
120	639	60	3600	38340	827,76	408321
Σ	5376	0	11200	11160	5376	6934204

Для нахождения a_0 и a_1 составляем систему уравнений:

$$\begin{cases} \sum y = n \cdot a_0 + a_1 \sum t \\ \sum yt = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 \end{cases}$$

Так как при $t = 60 \text{ мин} = 0$, $\sum t = 0$, система принимает вид:

$$\begin{cases} 5376 = 7 \cdot a_0 \\ 11160 = a_1 \cdot 11200 \end{cases}$$

Откуда:

$$a_0 = 768 \text{ и } a_1 = 0,996$$

Уравнение регрессии имеет вид:

$$y_t = 768 + 0,996 t$$

Задача 3

Исходные данные:

Год	1	2	3	4	5	6	7	8
	231+8	171+10	291+8	309+10	317+28	362+210	351+8+10	361+10+8
Спрос	239	181	299	319	345	572	369	379

Решение

- Находим среднее значение, среднее квадратичное отклонение, коэффициенты автокорреляции (для лагов $\tau=1;2$) и частный коэффициент автокорреляции 1-го порядка.
- среднее значение:

$$\bar{O}_{\text{нб}} = \frac{239 + 181 + 299 + 319 + 345 + 572 + 369 + 379}{8} = 337,88$$

- среднее квадратическое отклонение:

Год	1	2	3	4	5	6	7	8
У	239	181	299	319	345	572	369	379
У-Уср	239	181	299	319	345	572	369	379
(У-Уср) ²	57121	32761	89401	101761	119025	327184	136161	143641

$\sum(Y - Y_{\text{ср}})^2$	1007055							
-----------------------------	---------	--	--	--	--	--	--	--

$$s = \sqrt{\sigma} = \frac{\sum (\hat{O} - \hat{O}_{\text{нб}})^2}{8} = \sqrt{\frac{1007055}{8}} = 354,798$$

- Найдем коэффициент автокорреляции $r(\tau)$ временного ряда (для лага $\tau=1$), т.е. коэф-т корреляции между последовательностями семи пар наблюдений:

Год	1	2	3	4	5	6	7
Y_t	239	181	299	319	345	572	369
$Y_{t+\tau}$	181	299	319	345	572	369	379

Вычисляем необходимые суммы:

$$\sum Y_t = 239 + 181 + \dots + 369 = 2319$$

$$\sum Y_t^2 = 239^2 + 181^2 + \dots + 369^2 = 860449$$

$$\sum Y_{t+\tau} = 181 + 299 + \dots + 379 = 2464$$

$$\sum Y_{t+\tau}^2 = 181^2 + 299^2 + \dots + 379^2 = 949934$$

$$\sum Y_t * Y_{t+\tau} = 239 * 181 + 181 * 299 + \dots + 369 * 379 = 851073$$

Находим коэффициент автокорреляции:

$$r(1) = \frac{(n - \tau) \sum \hat{O}_t * \hat{O}_{t+\tau} - \sum \hat{O}_t \sum \hat{O}_{t+\tau}}{\sqrt{(n - \tau) \sum \hat{O}_t^2 - (\sum \hat{O}_t)^2} * \sqrt{(n - \tau) \sum \hat{O}_{t+\tau}^2 - (\sum \hat{O}_{t+\tau})^2}} =$$

$$= \frac{7 * 851073 - 2319 * 2464}{0.398 \sqrt{7 * 860449 - 2319^2} * \sqrt{7 * 949934 - 2464^2}} = 0.398$$

- Найдем коэффициент автокорреляции $r(\tau)$ временного ряда (для лага $\tau=2$), т.е. коэф-т корреляции между последовательностями шести пар наблюдений:

Год	1	2	3	4	5	6
Y_t	239	181	299	319	345	572
$Y_{t+\tau}$	299	319	345	572	369	379

Вычисляем необходимые суммы:

$$\sum Y_t = 239 + 181 + \dots + 572 = 1955$$

$$\sum Y_t^2 = 239^2 + 181^2 + \dots + 572^2 = 727253$$

$$\sum Y_{t+\tau} = 299 + 319 + \dots + 379 = 2283$$

$$\sum Y_{t+\tau}^2 = 299^2 + 319^2 + \dots + 379^2 = 917173$$

$$\sum Y_t * Y_{t+\tau} = 239 * 299 + 181 * 319 + \dots + 572 * 379 = 758916$$

Находим коэффициент автокорреляции:

$$r(1) = \frac{(n-\tau) \sum \dot{O}_t * \dot{O}_{t+\tau} - \sum \dot{O}_t \sum \dot{O}_{t+\tau}}{\sqrt{(n-\tau) \sum \dot{O}_t^2 - (\sum \dot{O}_t)^2} * \sqrt{(n-\tau) \sum \dot{O}_{t+\tau}^2 - (\sum \dot{O}_{t+\tau})^2}} =$$

$$= \frac{6 * 758916 - 1955 * 2283}{\sqrt{6 * 727253 - 1955^2} * \sqrt{6 * 917173 - 2283^2}} = 0,227$$

Для определения частного коэффициента корреляции 1-го порядка найдем коэффициент автокорреляции между членами ряда Y_{e+1} и Y_{e+2} :

Год	1	2	3	4	5	6
Y_{t+1}	181	299	319	345	572	369
Y_{t+2}	299	319	345	572	369	379

Вычисляем необходимые суммы:

$$\sum Y_{t+1} = 181 + 299 + \dots + 369 = 2080$$

$$\sum Y_{t+1}^2 = 181^2 + 299^2 + \dots + 369^2 = 806293$$

$$\sum Y_{t+2} = 299 + 319 + \dots + 379 = 2283$$

$$\sum Y_{t+2}^2 = 299^2 + 319^2 + \dots + 379^2 = 917173$$

$$\sum Y_{t+1} * Y_{t+2} = 181 * 299 + 299 * 319 + \dots + 369 * 379 = 807814$$

Находим коэффициент автокорреляции:

$$r(1,2) = \frac{6 * 807814 - 2080 * 2283}{\sqrt{6 * 806293 - 2080^2} * \sqrt{6 * 917173 - 2283^2}} = 0,254$$

- Найдем частный коэффициент автокорреляции 1-го порядка:

$$r(\div \tilde{\alpha} \tilde{\eta} \tilde{\delta}) = \frac{r(2) - r(1)r(1,2)}{\sqrt{1 - r(1)^2} * \sqrt{1 - r(1,2)^2}} = \frac{0.227 - 0.398 * 0.254}{\sqrt{1 - 0.398^2} * \sqrt{1 - 0.254^2}} = 0.466$$

3. Найти уравнение неслучайной составляющей (тренда) для временного ряда, полагая тренд линейным.

4. Находим коэффициенты для системы нормальных уравнений:

$$\sum t = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{8*9}{2} = 36$$

$$\sum t^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{8*9}{6} * 17 = 204$$

$$\sum \phi = 239 + 181 + \dots + 379 = 2703$$

$$\sum \phi = 239*1 + 181*2 + \dots + 379*8 = 13546$$

Система нормальных уравнений имеет вид:

$$8b_0 + 36b_1 = 2703$$

$$36b_0 + 204b_1 = 13546$$

Отсюда находим $b_0 = 189,068$; $b_1 = 33,068$

Уравнение тренда:

$$Y_t = 189,068 + 33,068t$$

То есть спрос ежегодно увеличивается в среднем на 33.068 ед.

5. Провести сглаживание временного ряда методом скользящих средних, используя простую среднюю арифметическую с интервалом сглаживания $m = 3$ года.

$$6. y_2 = 1/3 (y_1 + y_2 + y_3) = 1/3 (239 + 181 + 299) = 239,7$$

$$7. y_3 = 1/3 (y_2 + y_3 + y_4) = 1/3 (181 + 299 + 319) = 266,3$$

$$Y_4 = 1/3(y_3 + y_4 + y_5) = 1/3(299 + 572 + 345) = 405,3$$

$$Y_5 = 1/3(y_4 + y_5 + y_6) = 1/3(319 + 345 + 572) = 412$$

$$Y_6 = 1/3(y_5 + y_6 + y_7) = 1/3(345 + 572 + 369) = 428,7$$

$$Y_7 = 1/3(y_6 + y_7 + y_8) = 1/3(572 + 369 + 379) = 440$$

В результате получим сглаженный ряд:

Год	1	2	3	4	5	6	7	8
Y_t	-	239,7	266,3	405,3	412,0	428,7	440,0	-

8. Дать точечную и с надежностью 0,95 интервальную оценки прогноза среднего и индивидуального значений спроса на некоторый товар в момент времени t – взятый год. (Полагаем, что тренд линейный, а возмущения удовлетворяют требованиям классической модели).

По полученному выше уравнению регрессии $Y_t = 189,068 + 33,068t$ оценим условное математическое ожидание. Оценкой $y(9)$ является групповая средняя:

$$Y_{t=9} = 189,068 + 33,068 \cdot 9 = 486,68 (\text{ед})$$

Составим вспомогательную таблицу для оценки дисперсии.

Год	Y	Yt	et = Y-Yt	et-1	et *et-1	et ^2
1	239	222,1	16,9	0,0	0,0	285,6
2	181	252,2	-74,2	16,9	-1253,98	5505,6
3	299	288,3	10,7	-74,2	-793,94	114,5
4	319	321,3	2,3	10,7	24,6	5,3
5	345	354,4	-9,4	2,3	-21,62	88,4
6	572	387,5	184,5	-9,4	-1734,3	34040,3
7	269	420,5	-51,5	184,5	-9501,8	2652,3
8	379	453,6	-74,6	-51,5	384,19	5565,2
					9439,02	48257,2

Вычислим оценку s^2 дисперсии σ^2

$$s^2 = \frac{\sum e_t^2}{n-2} = \frac{48257,2}{8-2} = 8042,87$$

Вычислим оценку дисперсии групповой средней:

$$s_y^2 = s^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{(t - t_{\bar{n}\bar{d}})^2}{\sum (t - t_{\bar{n}\bar{d}})^2} \right) = 8042,87 * \left(\frac{1}{8} + \frac{\left(9 - \frac{36}{2} \right)^2}{204 - \frac{36^2}{8}} \right) = 1113,08$$

$$s_y^2 = \sqrt{4883,17} = 69,76$$

Значение $t_{0,95;6} = 2,45$, критерий Стьюдента. Теперь находим интервальную оценку прогноза среднего значения спроса:

$$486,68 - 2,45 \cdot 69,76 \leq y(9) \leq 486,68 + 2,45 \cdot 69,76$$

Или

$$315,77 \leq y(9) \leq 657,59$$

Для нахождения интервальной оценки прогноза индивидуального значения вычислим дисперсию его оценки:

$$s_y^2 = s^2 \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(t - t_{\bar{n}\bar{d}})^2}{\sum (t - t_{\bar{n}\bar{d}})^2} \right) = 8042,87 \left(1 + \frac{9}{8} + \frac{\left(9 - \frac{36}{8} \right)^2}{204 - \frac{36^2}{8}} \right) = 12926,04$$

$$s_y = \sqrt{12926,04} = 113,69$$

Теперь находим интервальную оценку:

$$486,68 - 2,45 * 113,69 \leq y^*(9) \leq 486,68 + 2,45 * 113,69$$

Или

$$208,14 \leq y^*(9) \leq 765,22$$

Вывод:

Следовательно, с надежностью 0,95 среднее значение спроса на товар на 9-й год будет заключено от 315,77 до 657,59 (ед.), а его индивидуальное значение – от 208,14 до 765,22 (ед.)