

УДК 528.063

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К РАЗВИТИЮ КВАЗИРАВНОТОЧНЫХ НИВЕЛИРНЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

д-р техн. наук, проф. В.И. МИЦКЕВИЧ, Д.В. УСОВ, Н.О. КУПРИЕНКО
(Полоцкий государственный университет)

В 2008 году введено новое понятие «равноточные геодезические сети», которое может применяться к нивелирным сетям при соблюдении следующих условий: 1) результаты измерений в сети должны быть равноточными; 2) сеть необходимо уравнивать по методу наименьших квадратов (МНК); 3) количество связей на каждом пункте сети с другими пунктами должно быть одинаковым; 4) нивелирная сеть, как правило, не должна содержать исходных пунктов. При соблюдении этих требований результаты оценки точности высотного положения определённых пунктов будут одинаковыми. При невыполнении условий 1 – 4 нивелирная сеть будет неравноточной. В результате чего теряется одно из главных преимуществ равноточной сети – при одинаковом количестве пунктов и равном числе превышений в этих сетях они в 1,2 – 1,5 раза точнее неравноточных сетей. В статье исходя из принципа ничтожности погрешностей анализируются пределы ослабления указанных выше условий для перехода от равноточных к квазиравноточным геодезическим сетям.

Введение. В [1] сформулированы требования к развитию равноточных нивелирных сетей. Нарушение любого из требований приводит при проектировании к неравноточным высотным геодезическим сетям. Поставим цель по разработке таких критериев к результатам оценки точности высотного положения определяемых пунктов, для которых разность $m_{\max} - m_{\min}$ будет допустимой. Поскольку для равноточных сетей эта разность равна нулю, то исходя из принципа ничтожности погрешностей [2]

$$m_{\max} - m_{\min} \leq \varepsilon m_{\max}, \quad (1)$$

где ε – малая, конкретно выбираемая величина, значение которой можно принять равным 0,1.

Переходя к предельному случаю

$$(m_{\max} - m_{\min})_{\text{доп}} = \varepsilon t m_{\max}, \quad (2)$$

где t – квантиль (в МНК обычно принимается $t = 2,5$), получим

$$(m_{\max} - m_{\min})_{\text{доп}} = m_{\max}/4. \quad (3)$$

Проанализируем выполнение равенства (3) для четырех указанных в аннотации требований – условий к развитию равноточных нивелирных сетей.

1. Анализ изменения результатов оценки точности при различных весах измеренных превышений

Если веса измерений равноточные, то для всей сети $dP = P_{\max} / P_{\min} = 1$, где $P_{\max}$ и $P_{\min}$ – наибольшее и наименьшее значения весов измерений.

Проанализируем величины $\Delta m = m_{\max} - m_{\min}$ для различных dP для трёх типов равноточных нивелирных сетей.

Сеть А – замкнутый нивелирный ход, без исходных реперов, с числом пунктов k и замыкающими $T = 1$, $T = 2$ и т.д. где T – количество всех связей на пунктах с другими пунктами без одной связи. Следо-

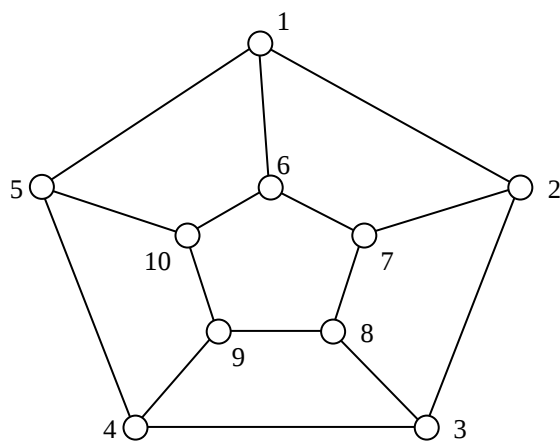
вательно, для замкнутого одиночного нивелирного хода $T = 2 - 1 = 1$, а при $T = 3 - 1 = 2$ в ходе имеются замыкающие линии через одну точку на вторую.

Сеть В – вложенная равноточная нивелирная сеть при числе пунктов $k = 10$ (рисунок).

Сеть С – универсально-равноточная нивелирная сеть, в которой каждый пункт связан со всеми $k - 1$ пунктами.

Величины $m_{\max}$, Δm и $\Delta m_{\text{доп}}$ (в сантиметрах) приведены в таблице 1 для следующих примеров:

- 1) сеть А, $T = 1$, $dP = 5$, $k = 10$, Δm допустимо;
- 2) сеть А, $T = 2$, $dP = 10$, $k = 10$, Δm допустимо;
- 3) сеть А, $T = 3$, $dP = 15$, $k = 10$, Δm допустимо;
- 4) сеть А, $T = 4$, $dP = 20$, $k = 10$, Δm допустимо;
- 5) сеть В, $dP = 1,4$, $k = 10$, Δm допустимо;



Равноточная сеть В

- 6) сеть B, $dP = 8,0$, $k = 10$, $\Delta m = 0,45$ недопустимо;
 7) сеть B, $dP = 5,1$, $k = 10$, $\Delta m = 0,37$ недопустимо;
 8) сеть B, $dP = 2,3$, $k = 10$, Δm допустимо;
 9) сеть C, $dP = 1,6$, $k = 7$, Δm допустимо;
 10) сеть C, $dP = 11,0$, $k = 7$, $\Delta m = 0,20$ недопустимо;
 11) сеть C, $dP = 2,8$, $k = 7$, Δm допустимо;
 12) сеть C, $dP = 2,3$, $k = 10$, Δm допустимо.

По данным примеров 1 – 12 видно, что для замкнутых сетей A величина dP может достигать 20, для вложенных сетей B – до 2, а для сетей C – не более 3.

2. Переход к квазиравноточным нивелирным сетям путём удаления измерений (связей) из равноточных сетей

В этом разделе анализируются сети A, B, C при $P = E$ ($dP = 1$), различных k и некоторых удалённых связей, приводящих к квазиравноточным сетям (Δm допустимые) или к неравноточным построениям (Δm недопустимые).

Величины $m_{\max}$, Δm и $\Delta m_{\text{доп}}$ (в сантиметрах) приведены в таблице 1 для следующих примеров:

- 13) сеть A, $T = 1$, $k = 10$, удалена одна связь, Δm недопустимо;
 14) сеть A, $T = 2$, $k = 10$, удалены связи: 8 – 10, 9 – 1, 10 – 1, 10 – 2, Δm недопустимо;
 15) сеть A, $T = 2$, $k = 10$, удалены связи: 8 – 10, 9 – 10, 10 – 1, Δm недопустимо;
 16) сеть A, $T = 2$, $k = 10$, удалена одна связь 10 – 1, Δm допустимо;
 17) сеть A, $T = 3$, $k = 10$, удалены связи: 7 – 10, 8 – 10, 9 – 10, 10 – 2, 10 – 3, Δm недопустимо;
 18) сеть A, $T = 3$, $k = 10$, удалена одна связь 10 – 1, Δm допустимо;
 19) сеть B, $k = 10$, удалены связи: 1 – 6, 2 – 7, 3 – 8, 4 – 9, Δm недопустимо;
 20) сеть B, $k = 10$, удалены связи: 1 – 6, 2 – 7, 3 – 8, Δm недопустимо;
 21) сеть B, $k = 10$, удалены связи: 1 – 6, 2 – 7, Δm допустимо;
 22) сеть B, $k = 10$, удалена одна связь 1 – 2 (см. рисунок), Δm допустимо;
 23) сеть B, $k = 10$, удалены связи: 1 – 2, 6 – 7, Δm недопустимо;
 24) сеть B, $k = 10$, удалена одна связь 6 – 7, Δm допустимо;
 25) сеть C, $k = 7$, удалены связи: 1 – 3, 1 – 4, 1 – 5, 1 – 6, Δm недопустимо;
 26) сеть C, $k = 7$, удалены связи: 1 – 3, 1 – 4, 1 – 5, Δm недопустимо;
 27) сеть C, $k = 7$, удалены связи: 1 – 3, 1 – 4, Δm допустимо;
 28) сеть C, $k = 7$, удалены связи: 1 – 2, 1 – 7, Δm допустимо;
 29) сеть C, $k = 8$, удалены связи: 1 – 2, 1 – 8, Δm допустимо;
 30) сеть C, $k = 9$, удалены связи: 1 – 2, 1 – 9, Δm допустимо.

По данным примеров 13 – 30 видно, что для замкнутых сетей A можно удалять одну любую связь и сеть будет квазиравноточной, для вложений сетей B можно удалять любые две связи из «перемычек» (1 – 6, 2 – 7, 3 – 8, 4 – 9, 5 – 10, см. рисунок), а для сетей C при $k \geq 7$ можно удалять любые две связи.

Таблица 1

Результаты обработки примеров 1 – 30 по МНК

Номер примера	$m_{\max}$	Δm	$\Delta m_{\text{доп}}$	Номер примера	$m_{\max}$	Δm	$\Delta m_{\text{доп}}$
1	1,87	0,50	0,47	16	0,69	0,09	0,17
2	0,70	0,17	0,18	17	0,94	0,57	0,24
3	0,46	0,12	0,12	18	0,39	0,03	0,10
4	0,39	0,11	0,10	19	2,17	0,75	0,54
5	0,82	0,08	0,21	20	1,65	0,53	0,41
6	1,05	0,45	0,26	21	1,24	0,33	0,31
7	1,00	0,37	0,25	22	0,87	0,20	0,22
8	0,89	0,19	0,22	23	1,03	0,35	0,26
9	0,36	0,05	0,09	24	1,12	0,26	0,28
10	0,43	0,20	0,11	25	0,54	0,24	0,14
11	0,38	0,10	0,10	26	0,42	0,13	0,11
12	0,28	0,06	0,07	27	0,36	0,08	0,09
13	1,69	0,77	0,42	28	0,45	0,09	0,11
14	1,53	0,85	0,38	29	0,38	0,07	0,10
15	1,31	0,69	0,33	30	0,29	0,04	0,07

3. О квазиравноточных сетях, получаемых при переходе от уравнивания по МНК к уравниванию по методу L_P -оценок

Согласно второму требованию – условию развития равноточных нивелирных сетей – такие сети должны уравниваться по МНК (степень $n = 2$). Если нивелирная сеть уравнивается по методу L_P -оценок, то веса измерений будут зависеть от величины поправок из уравнивания и сеть уже не будет равноточной, первое условие для равноточных сетей не будет выполняться.

Предварительные исследования показали, что нивелирные сети в 80-ти случаях из 100 будут неравноточными для робастных оценок при показателе степени $1,0 \leq n < 2,0$.

Проанализируем величину Δm для случая, когда $n > 2,0$. Для этого рассмотрим 32 примера: 8 из них для нивелирных сетей группы A , затем 8 примеров для вложенных сетей группы B и 16 примеров для универсально-равноточных сетей, принадлежащих к группе C .

Поскольку веса измерений зависят от поправок в эти измерения, то каждый пример (от 1 до 32), уравнивался 10 раз при различных сгенерированных результатах измерений. Числа, входящие в каждый из десяти вариантов, брались по датчику псевдослучайных чисел в соответствии со стандартом измерений, заданным заранее. Значение ошибок из уравнивания $m_{\max}$ бралось из 10-ти вариантов в соответствии с наибольшим значением Δm . При этом в каждом варианте в обработку принималась ошибка $\max M$ и $\min M$ из всех значений M и ΔM для всех реперов, где M средняя квадратическая погрешность высотного положения реперов в слабом месте сети.

Величины $m_{\max}$, Δm и $\Delta m_{\text{доп}}$ (в сантиметрах) приведены в таблице 2 и 3 для следующих примеров:

- | | |
|---|---|
| 1) сеть A , $T = 2$, $k = 10$, $P = E$; | 17) сеть C , $k = 5$, $P = E$; |
| 2) сеть A , $T = 3$, $k = 10$, $P = E$; | 18) сеть C , $k = 6$, $P = E$; |
| 3) сеть A , $T = 4$, $k = 10$, $P = E$; | 19) сеть C , $k = 7$, $P = E$; |
| 4) сеть A , $T = 5$, $k = 10$, $P = E$; | 20) сеть C , $k = 8$, $P = E$; |
| 5) сеть A , $T = 2$, $k = 10$, $P \neq E$; | 21) сеть C , $k = 5$, $P \neq E$; |
| 6) сеть A , $T = 3$, $k = 10$, $P \neq E$; | 22) сеть C , $k = 6$, $P \neq E$; |
| 7) сеть A , $T = 4$, $k = 10$, $P \neq E$; | 23) сеть C , $k = 7$, $P \neq E$; |
| 8) сеть A , $T = 5$, $k = 10$, $P \neq E$; | 24) сеть C , $k = 8$, $P \neq E$; |
| 9) сеть B , конфигурация $S1$, $P = E$; | 25) сеть C , $k = 5$, $P = E$, исходный пункт № 1; |
| 10) сеть B , конфигурация $S2$, $P = E$; | 26) сеть C , $k = 6$, $P = E$, исходный пункт № 1; |
| 11) сеть B , конфигурация $S3$, $P = E$; | 27) сеть C , $k = 7$, $P = E$, исходный пункт № 1; |
| 12) сеть B , конфигурация $S4$, $P = E$; | 28) сеть C , $k = 8$, $P = E$, исходный пункт № 1; |
| 13) сеть B , конфигурация $S1$, $P \neq E$; | 29) сеть C , $k = 5$, $P \neq E$, исходный пункт № 1; |
| 14) сеть B , конфигурация $S2$, $P \neq E$; | 30) сеть C , $k = 6$, $P \neq E$, исходный пункт № 1; |
| 15) сеть B , конфигурация $S3$, $P \neq E$; | 31) сеть C , $k = 7$, $P \neq E$, исходный пункт № 1; |
| 16) сеть B , конфигурация $S4$, $P \neq E$; | 32) сеть C , $k = 8$, $P \neq E$, исходный пункт № 1. |

Таблица 2

Результаты обработки примеров 1 – 32 по методу L_P -оценок при $n = 2,5$

Номер примера	$m_{\max}$	Δm	$\Delta m_{\text{доп}}$	Номер примера	$m_{\max}$	Δm	$\Delta m_{\text{доп}}$
1	0,98	0,22	0,25	17	0,86	0,14	0,22
2	0,44	0,08	0,11	18	0,48	0,06	0,12
3	0,30	0,05	0,08	19	0,54	0,08	0,14
4	0,38	0,07	0,10	20	0,39	0,04	0,10
5	0,96	0,26	0,24	21	0,88	0,16	0,22
6	0,47	0,10	0,12	22	0,61	0,10	0,15
7	0,44	0,08	0,11	23	0,60	0,15	0,15
8	0,35	0,04	0,09	24	0,43	0,12	0,11
9	0,76	0,13	0,19	25	1,58	0,21	0,40
10	1,02	0,12	0,26	26	0,58	0,05	0,15
11	0,84	0,13	0,21	27	0,98	0,08	0,25
12	0,95	0,11	0,24	28	0,60	0,04	0,15
13	1,04	0,13	0,26	29	1,61	0,29	0,40
14	1,07	0,18	0,27	30	0,74	0,07	0,19
15	0,88	0,16	0,22	31	1,02	0,13	0,26
16	0,92	0,22	0,23	32	0,55	0,08	0,14

По данным таблицы 2 видно, что в большинстве случаев величины Δm имеют допустимые значения при уравнивании нивелирных сетей по методу L_P -оценок, когда показатель степени $n = 2,5$.

Таблица 3

Результаты обработки примеров 1-32 по методу L_p -оценок при $n = 3,0$

Номер примера	m_{max}	Δm	$\Delta m_{доп}$	Номер примера	m_{max}	Δm	$\Delta m_{доп}$
1	1,83	<u>0,57</u>	<u>0,46</u>	17	1,35	<u>0,51</u>	<u>0,34</u>
2	0,49	0,08	0,12	18	0,61	0,13	0,15
3	0,41	0,09	0,10	19	0,93	<u>0,38</u>	<u>0,23</u>
4	0,43	0,09	0,11	20	0,45	0,06	0,11
5	1,83	<u>0,74</u>	<u>0,46</u>	21	1,37	<u>0,55</u>	<u>0,34</u>
6	0,50	0,10	0,13	22	0,98	<u>0,28</u>	<u>0,24</u>
7	0,54	0,12	0,13	23	0,93	<u>0,39</u>	<u>0,23</u>
8	0,46	0,11	0,11	24	0,45	0,06	0,11
9	0,90	0,16	0,22	25	2,43	<u>0,87</u>	<u>0,61</u>
10	2,06	<u>0,87</u>	<u>0,51</u>	26	0,83	0,10	0,21
11	0,96	0,16	0,24	27	1,46	0,31	0,36
12	1,31	0,25	0,33	28	1,04	0,18	0,26
13	1,82	<u>0,71</u>	<u>0,45</u>	29	2,39	<u>0,97</u>	<u>0,60</u>
14	2,21	<u>1,06</u>	<u>0,55</u>	30	0,96	0,16	0,24
15	1,10	<u>0,31</u>	<u>0,28</u>	31	0,49	<u>0,34</u>	<u>0,12</u>
16	1,49	<u>0,58</u>	<u>0,37</u>	32	0,67	0,07	0,17

По данным таблицы 3 видно, что в 50 % случаев величины Δm имеют допустимые значения при уравнивании нивелирных сетей по методу L_p -оценок, когда показатель степени $n = 3,0$.

На основе выполненных исследований можно сделать следующие **выводы**:

- 1) по результатам исследований видно, что величина dP может находиться в пределах от 1,1 до 20 для сетей А;
- 2) если $dP \leq 3$, то сети В и С будут квазиравноточными;
- 3) при уравнивании нивелирных сетей по методу L_p -оценок показатель степени n должен быть в пределах $2 \leq n \leq 2,5$;
- 4) чтобы перейти к квазиравноточным сетям А и В, достаточно удалить из равноточной сети одну связь и до двух связей для сетей С.

Резюмируя изложенное видно, что при невозможности построения равноточных сетей есть широкий выбор перехода к квазиравноточным нивелирным сетям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Усов, Д.В. Методика построения равноточных нуль-свободных нивелирных и спутниковых геодезических сетей / Д.В. Усов, О.О. Усова, В.В. Ялтыхов // Земля Беларуси. – 2009. – № 1. – С. 38 – 40.
2. Маркузе, Ю.И. Уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей / Ю.И. Маркузе. – М.: Недра, 1982. – 191 с.

Поступила 25.05.2010

MAIN REQUIREMENTS TO THE DESIGNING OF SEMI-UNIFORMLY PRECISE LEVELLING GEODETIC NETWORKS

V. MITSKEVICH, D. USOV, N. KUPRIENKO

In 2008 the new term semi-uniformly precise geodetic networks was introduced. This term can be applied when the following conditions are abided: 1) results of measurements in the network must be uniformly precise; 2) the network must me adjusted applying least square method; 3) number of connections at every point of network with other points must be the same; 4) levelling network as a rule should not contain initial points. When the requirements are abided the results of assessment of precision of heights of certain points will be equal. Otherwise leveling network will not be uniformly precise. Therefore the following advantages of the uniformly precise network will be lost. With the same number of points and elevations uniformly precise networks will be 1,2 – 1,5 times more precise than unequal networks. The authors applying the approach of negligibly small errors analyze the ranges of decaying of mentioned conditions for changeover from uniformly precise to semi-uniformly precise geodetic networks.