

УДК 62-83: 621.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМА ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО ХАОСА В СИСТЕМАХ ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

Д.Л. ШИЛИН

(Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск)

Исследуется режим детерминированного хаоса в системах фазовой синхронизации. Автором предложена математическая модель устройства фазовой синхронизации, на базе которой выполнено имитационное моделирование систем. Проведен анализ режимов работы, получены параметры системы, которые обеспечивают достижение режима детерминированного хаоса в системах фазовой синхронизации. Представлены результаты имитационного моделирования переходных процессов в системах фазовой синхронизации. С точки зрения исследования режима детерминированного хаоса, применения этого режима для передачи, кодирования и хранения информации рассматриваемый вопрос представляет практический интерес.

В настоящее время весьма актуальной задачей в области обработки информации, теории коммуникации и кодирования является реализация управляемого хаоса, целенаправленное достижение режима хаотических автоколебаний. Практическое применение хаоса состоит в использовании генерируемых динамическими системами хаотических сигналов с целью коммуникации. Благодаря хаотической природе сигналов появляются новые возможности кодирования информации, которая становится труднодоступной для перехвата. Уже предложен целый ряд схем, обеспечивающих связь на хаотических сигналах [1]. Результаты, полученные в нелинейной динамике, открывают принципиально новые возможности для сжатия, хранения и обработки информации, описана возможность реализации вычислительных процессов в системах, отличных от традиционной компьютерной архитектуры и опирающихся на феномены нелинейной динамики.

Основная часть. Данная работа посвящена описанию получения режима детерминированного хаоса в системах фазовой синхронизации (СФС). На рисунке 1 приведена обобщенная схема импульсной СФС (ИСФС), где ИФД – импульсно-фазовый детектор; ЦФК – цепи фильтрации и коррекции; ОУ – объект управления; НЛЧ – непрерывная часть; ОС – цепь обратной связи.

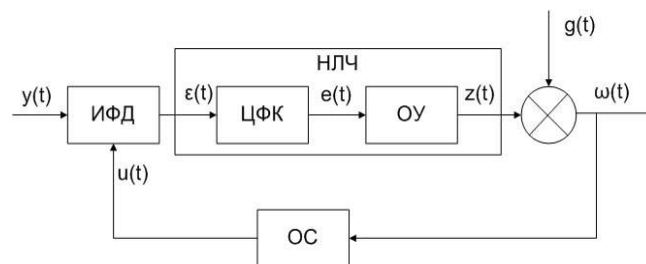


Рис. 1. Структурная схема ИСФС

На рисунке 2 приведены временные диаграммы, поясняющие работу СФС, где $y(t)$ – входной сигнал; $u(t)$ – сигнал обратной связи; $\varepsilon(t)$ – сигнал фазового рассогласования на выходе детектора; $z(t)$ и $w(t)$ – выходной сигнал детектора без учета и с учетом возмущающего воздействия $g(t)$.

Следует отметить, что в установившемся синхронном режиме импульсы входного сигнала и сигнала обратной связи чередуются (рис. 2, а – г). В режиме детерминированного хаоса, а этот режим является асинхронным, импульсы цепи обратной связи поступают хаотически (рис. 2, а, д – ж).

Математическая модель импульсной СФС представлена в [2]. Пусть передаточная функция непрерывной линейной части имеет вид:

$$w(p) = \frac{Q(p)}{M(p)} = \frac{\prod_{i=m+1}^{m+r} (\tilde{T}_i p + 1)}{\prod_{i=1}^m (\tilde{T}_i p + 1)}, \quad (1)$$

где \tilde{T}_i – постоянная времени числителя ($i = \overline{m+1, m+r}$) и знаменателя ($i = \overline{1, m}$), $r \leq m$.

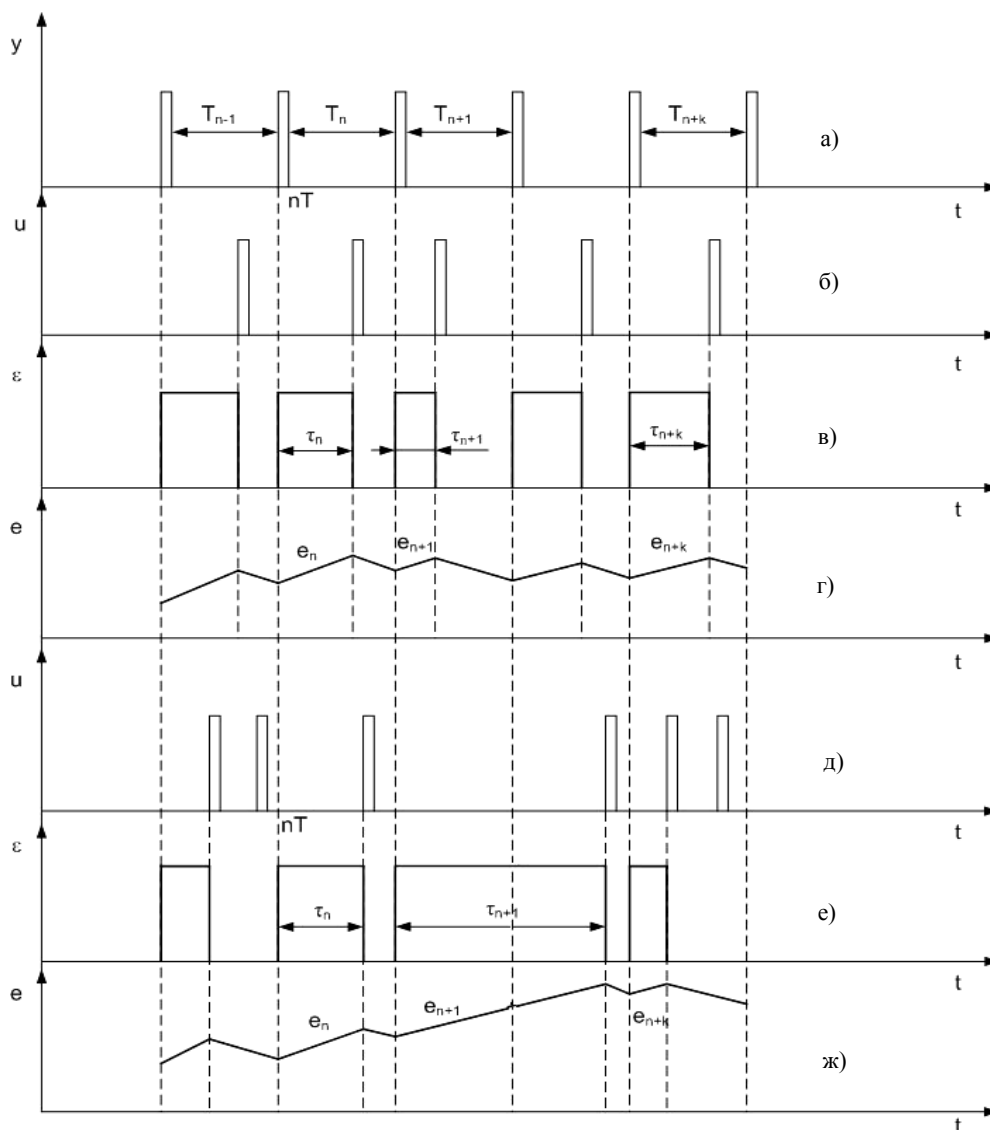


Рис. 2. Временные диаграммы работы импульсной СФС

Уравнения переменных состояния НЛЧ с передаточной функцией вида (1) имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = Ax(t) + B\varepsilon(t), \\ e(t) = Cx(t) + d_0\varepsilon(t), \end{cases} \quad (2)$$

где $x(t)$ – вектор переменных состояния; A – матрица размера $m \times m$:

$$A = \text{diag}\{p_1 \dots p_m\} \quad p_i = -1/\tilde{T}_i, \quad i = \overline{1, m}; \quad (3)$$

векторы $B, C \in R^m$:

$$B = [b_1 \dots b_m], b_i = \frac{Q(p)(\tilde{T}_i p + 1)}{M(p)} \Big|_{p=p_i}, i = \overline{1, m}; \quad (4)$$

$$C = [C_1 \dots C_m], C_i = 1, i = \overline{1, m}; \quad (5)$$

$$d_0 = \lim_{p \rightarrow \infty} w(p) = \begin{cases} 0, m > r; \\ \frac{\prod_{i=m+1}^{m+r} \tilde{T}_i}{\prod_{i=1}^m \tilde{T}_i}, m = r. \end{cases} \quad (6)$$

Решая систему уравнений (2) на временном интервале T – период следования опорных импульсов, получим систему уравнений разомкнутой СФС:

$$X(t) = \Phi(t - t_0)X(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t - \lambda)B\varepsilon(\lambda)d\lambda, \quad (7)$$

где t_0 – время прихода опорного импульса;

$$\Phi(t - t_0) = \exp[A(t - t_0)] = \text{diag}\{\exp(p_1(t - t_0)) \dots \exp(p_m(t - t_0))\}. \quad (8)$$

В зависимости от типа модуляции в системе, которая определяется видом фазового детектора [2], записывается система уравнений (7).

Уравнение системы с замкнутой обратной связью запишется следующим образом:

$$\int_{nT + \tau_n}^{nT + kT + \tau_{n+k}} \varpi(t)dt = 2\pi jN, \quad (9)$$

где N – коэффициент деления цепи обратной связи; T – период опорного сигнала; n – текущий номер периода; τ_n, τ_{n+k} – длительность двух соседних импульсов рассогласования; k – количество импульсов входного сигнала за время τ_n ; j – количество импульсов на втором входе фазового детектора за время $t \in [nT + \tau_n; nT + kT + \tau_{n+k}]$.

Величина j определяется из соотношения:

$$j = \text{int} \left[\frac{\varphi_n}{2\pi} \right] + 1, \quad (10)$$

где φ_n – набег фазы сигнала $u(t)$ на интервале времени $t \in [nT + \tau_n; nT + kT]$; int – операция взятия целой части числа.

$$\varphi_n = \frac{1}{N} \int_{nT + \tau_n}^{nT + kT} \omega(t)dt. \quad (11)$$

Величина k определяется из соотношения:

$$k = \text{int} \left[\frac{\tau_n}{T} \right] + 1, \quad (12)$$

выходной сигнал системы

$$\omega(t) = z(t) + g(t) = M(e(t) + g(t)), \quad (13)$$

где $M(e(t))$ – модуляционная характеристика объекта управления.

Установившийся режим работы характеризуется постоянством выходной координаты, неизменностью длительности сигнала рассогласования, набега фазы и т.п.

Рассмотрим СФС с ИФД триггерного типа. Временные диаграммы работы исследуемого устройства представлены на рисунке 3.

На основе уравнений (1) – (8) и уравнений разомкнутого контура имеем:

- на интервале времени $t \in [nT; nT + \tau_n]$:

$$X(t) = \Phi(t - nT)(X(nT) + A^{-1}Bh) - A^{-1}Bh; \quad (14)$$

- на интервале времени $t \in [nT + \tau_n; nT + kT]$:

$$X(t) = \Phi(t - nT - \tau_n)X(nT + \tau_n) = \Phi(t - nT)(X(nT) + A^{-1}Bh(1 - \Phi(-\tau_n))); \quad (15)$$

- на интервале времени $t \in [nT + kT; nT + kT + \tau_{n+k}]$:

$$X(t) = \Phi(t - nT - kT)(X(nT + kT) + A^{-1}Bh) - A^{-1}Bh. \quad (16)$$

С учетом того, что $\varepsilon(t)$ будет иметь следующий вид:

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 0, & t \in [nT + \tau_n; nT + kT]; \\ h, & t \in [nT + kT; nT + kT + \tau_{n+k}], \end{cases} \quad (17)$$

построим математическую модель СФС с триггерным фазовым детектором (ТФД).

Пусть модуляционная характеристика ОУ линейна и имеет вид:

$$\varpi(t) = K_M e(t) + g, \tag{18}$$

где K_M – крутизна модуляционной характеристики ОУ. Статическая характеристика ТФД – пилообразная. На временном интервале $t \in [nT + kT; nT + kT + \tau_{n+k}]$, где τ_n и τ_{n+k} – длительность двух соседних импульсов фазового рассогласования, выходной сигнал ТФД $\varepsilon(t)$ описывается следующим образом:

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} h, & t \in [nT; nT + \tau_n]; \\ 0, & t \in [nT + \tau_n; nT + kT]; \\ h, & t \in [nT + kT; nT + kT + \tau_n]. \end{cases} \tag{19}$$

где $h = const$ (напряжение на выходе ТФД).

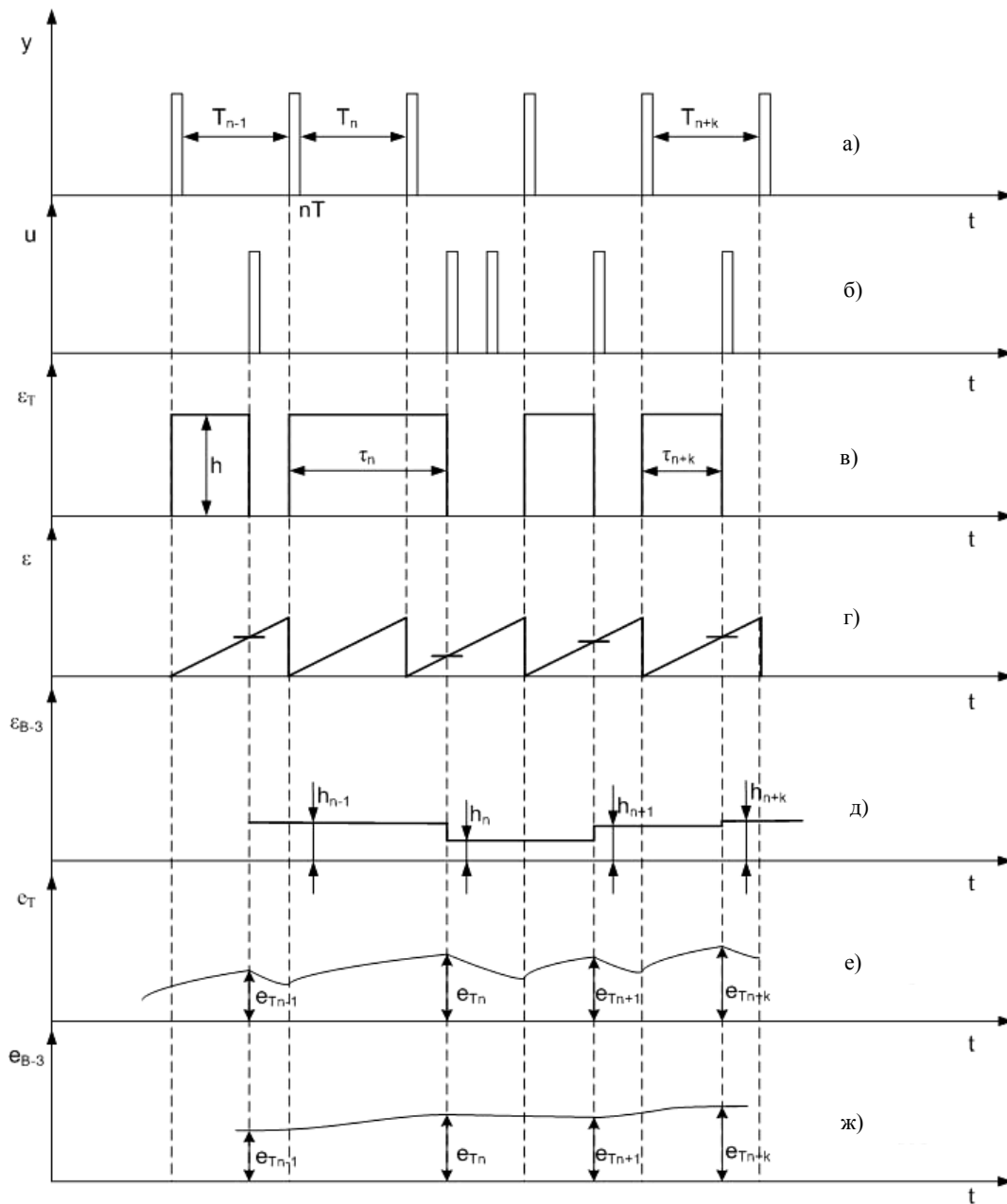


Рис. 3. Временные диаграммы работы СФС с различными типами ИФД

Уравнение замыкания СФС (9) перепишем в виде:

$$\int_{nT+\tau_n}^{nT+kT} (CX(t) + d_0\varepsilon(t) + g(t))dt + \int_{nT+kT}^{(n+k)T+\tau_{n+k}} (CX(t) + d_0\varepsilon(t) + g(t))dt = 2\pi jN . \quad (20)$$

Подставив (15) и (16) в (20) и выполнив операцию интегрирования, получим трансцендентное разностное уравнение динамики замкнутой системы с ТФД:

$$CA^{-1}(\Phi(\tau_{n+k}) - 1)(X(nT + kT) + A^{-1}Bh) - \tau_{n+k}(K_M h + g) + (\varphi_n - 2\pi j)N = 0 , \quad (21)$$

где $g = g(t) = const$.

Набег фазы на интервале $[nT + \tau_n; nT + kT]$ в соответствии с (11):

$$\varphi_n = \frac{1}{N} \left\{ \int_{nT+\tau_n}^{nT+kT} (CX(t) + d_0\varepsilon(t) + g(t))dt \right\} . \quad (22)$$

Выполнив в (22) операцию интегрирования, получим:

$$\varphi_n = \frac{1}{N} (A^{-1}(\Phi(kT) - \Phi(\tau_n))(X(nT) + (\Phi(\tau_n) - 1)A^{-1}Bh) + g(kT - \tau_n)) . \quad (23)$$

С учетом (3) – (8) представим матричное уравнение (21) в скалярной форме:

$$\sum_{i=1}^m (\tilde{T}_i(1 - \exp(-\tau_{n+k}/\tilde{T}_i))(x_i(nT + kT) - b_i\tilde{T}_i h) - \tau_{n+k}(K_M h + g) + (\varphi_n - 2\pi j)N = 0 , \quad (24)$$

где $x_i(nT + kT)$ определяется из (14) и (15) следующим образом:

$$x_i(nT + kT) = \exp(-kt/\tilde{T}_i)(x_i(nT) - (1 - \exp(-\tau_n/\tilde{T}_i))b_i\tilde{T}_i h) , \quad (25)$$

$$k = \text{int}(\tau_n/T) + 1 . \quad (26)$$

Из (23) также с учетом (4) – (7) получим скалярное уравнение:

$$\varphi_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m (\tilde{T}_i(\exp(-\tau_n/\tilde{T}_i) - \exp(-kT/\tilde{T}_i))(x_i(nT) - (1 - \exp(-\tau_n/\tilde{T}_i))b_i\tilde{T}_i h) + g(kT - \tau_n)) . \quad (27)$$

Согласно (18) выходная частота системы на n -м такте опорного генератора вычисляется как

$$\omega_n = z_n + g = K \left(\sum_{i=1}^m c_i x_i(nT) + d_0 h \right) + g . \quad (28)$$

Начальные условия для СФС с ТФД определим из (24) в (25) и (27) при $\tau_{n+k} = \tau_n = \tau^* = const$ и $X(nT + kT) = X(nT) = X^* = const$:

$$\tau^* = (2\pi N - gT) / K_M h ; \quad (29)$$

$$x^* = b_i \tilde{T}_i h (1 - \exp(-\tau^*/\tilde{T}_i)) / (1 - \exp(-T/\tilde{T}_i)) ; \quad (30)$$

$$z^* = 2\pi N / T - g ; \quad (31)$$

$$\varphi^* = 2\pi - \frac{1}{N} \tau^* \omega^* , \quad (32)$$

где z^* , φ^* – установившиеся значения частоты $z(t)$ и набега фазы сигнала $u(t)$.

Таким образом, алгоритм моделирования переходного процесса в СФС с ТФД может быть представлен в следующем виде:

1) расчет начальных условий по (29) – (30):

$$\tau_n = \tau^* ;$$

2) расчет k по (26);

3) расчет φ_n по (27) и j по (10);

4) расчет $x_i(n + k)$ по (25);

- 5) определение τ_{n+k} путем численного решения нелинейного уравнения (25);
- 6) расчет ω_{n+k} по (28) и проверка сходимости процесса. Если процесс сходится, то переход к шагу 8;
- 7) $\tau_n = \tau_{n+k}$; $X_n = X_{n+k}$; $\omega_n = \omega_{n+k}$. Переход к шагу 2;
- 8) конец.

Рассмотрим СФС с ИФД типа «выборка – запоминание». Временные диаграммы работы исследуемого устройства представлены на рисунке 3. На основе уравнений (1) – (9) построим математическую модель такого устройства. Модуляционная характеристика ОУ линейна и описывается соотношением (18). На временном интервале $[nT + \tau_n; nT + kT + \tau_n]$, τ_n и τ_{n+k} – длительность двух соседних импульсов фазового рассогласования, выходной сигнал ИФД $\varepsilon(t) = h_n$.

Выполнение операции интегрирования в (7) на рассматриваемом временном интервале позволяет получить уравнение разомкнутой системы:

$$X(t) = \Phi(t - nT - \tau_n)(X(nT + A^{-1}Bh) - A^{-1}Bh), \quad (33)$$

или в скалярной форме:

$$x_i(t) = \exp(-(t - nT - \tau_n)/\tilde{T}_i)(X_i(nT + \tau_n) - b_i\tilde{T}_ih) + b_i\tilde{T}_ih, i = \overline{1, m}. \quad (34)$$

С учетом (33) и (34) подставим (18) в (7). В результате получим трансцендентное разностное уравнение динамики замкнутой системы с ИФД «выборка – запоминание»:

$$CA^{-1}(\Phi(kT + \tau_{n+k} - \tau_n) - 1)(X(nT + \tau_n) - A^{-1}Bh) + (Kh_n + g)(kT + \tau_{n+k} - \tau_n) - 2\pi jN = 0, \quad (35)$$

где h_n – напряжение на выходе ИФД «выборка – запоминание»:

$$h_n = K_B(\tau_n - (k-1)T), \quad (36)$$

где K_B – коэффициент нарастания выборки ИФД «выборка – запоминание»; k – количество импульсов, поступивших от опорного генератора за временной интервал $[nT + \tau_n; nT + kT + \tau_n]$, которое определяется из (12); j – целое число, вычисляемое согласно (10), причем вычисление φ_j выполняется в соответствии с (11) следующим образом:

$$\varphi_j = \frac{1}{N}(CA^{-1}(\Phi(\tau_n - kT) - 1)(X(nT + \tau_n) - BA^{-1}h_n) + (K_M h_n + g)(kT - \tau_n)). \quad (37)$$

С учетом (3) – (8) представим (35) – (37) в скалярной форме:

$$x_i(nT + kT + \tau_{n+k}) = \exp(-(kT + \tau_{n+k} - \tau_n)/\tilde{T}_i) \cdot (X_i(nT + \tau_n) - b_i\tilde{T}_ih_n) + b_i\tilde{T}_ih_n, i = \overline{1, m}, \quad (38)$$

$$\sum_{i=1}^m (\tilde{T}_i(\exp(-(kT + \tau_{n+k} - \tau_n)/\tilde{T}_i) - 1)(b_i\tilde{T}_ih_n - (x_i(nT + \tau_n))) + (K_M h_n + g)(kT - \tau_n) - 2\pi jN = 0; \quad (39)$$

$$\varphi_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m (\tilde{T}_i(1 - \exp(-(kT + \tau_{n+k} - \tau_n)/\tilde{T}_i))(x_i(nT + \tau_n) - b_i\tilde{T}_ih_n) + (K_M h_n + g)(kT - \tau_n)). \quad (40)$$

Начальные условия:

$$\tau^* = (2\pi N - gT) / K_B K T; \quad (41)$$

$$X^* = -A^{-1}BK_B\tau^*; \quad (42)$$

$$z^* = 2\pi N / T - g; \quad (43)$$

$$\varphi^* = 2\pi - \frac{1}{N}\tau^*\omega^*. \quad (44)$$

Таким образом, алгоритм моделирования переходного процесса в СФС с ИФД «выборка – запоминание» может быть представлен в следующем виде:

- 1) расчет начальных условий по (41) – (44):

$$\tau_n = \tau^*; h_n = h^*; X_n = X^*;$$

- 2) расчет k по (12);
- 3) расчет φ_j по (37) и j по (10);
- 4) определение τ_{n+k} путем численного решения нелинейного уравнения (39);
- 5) расчет X_{n+k} по (38);
- 6) расчет ω_{n+k} по (28) и проверка сходимости процесса. Если процесс сходится, то переход к шагу 8;

7) $\tau_n = \tau_{n+k}; X_n = X_{n+k}; \omega_n = \omega_{n+k}$. Переход к шагу 2;

8) конец.

Полученная математическая модель является основой для создания программного обеспечения, которое позволяет произвести расчет переходных процессов в СФС [3]. Для определения параметров устройства в автоматическом режиме, при которых возникает режим детерминированного хаоса, автором сформулированы и программно реализованы три основных критерия анализа окончания переходного процесса [4]. В качестве примера работы разработанной программы приведен режим устойчивой работы системы со следующими параметрами:

На рисунке 4 показан переходный процесс в координатах выходной частоты и начальной фазы выходного сигнала, представляющий собой непрерывную кривую, которая, по мере приближения системы к установившемуся режиму, стремится к одной точке по спиралевидной траектории.

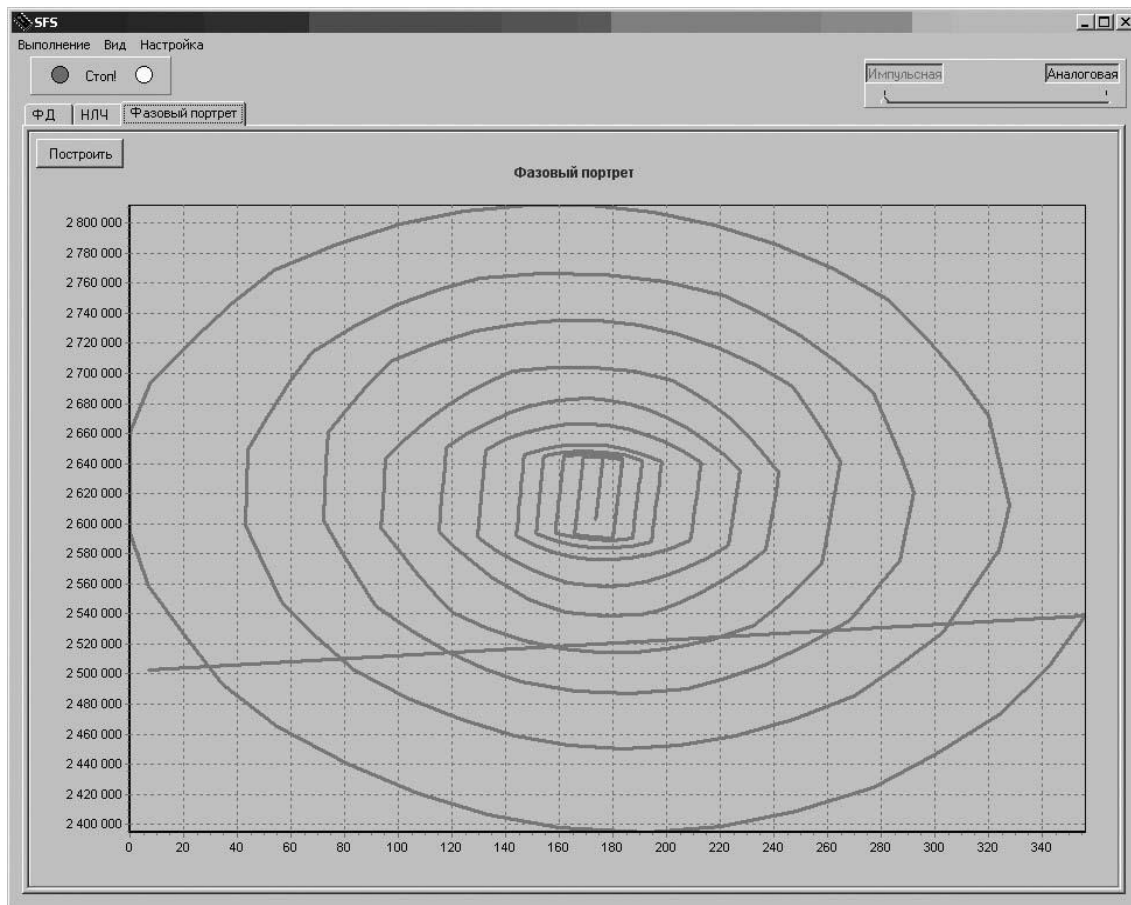


Рис. 4. Выходная координата системы, стремящейся к устойчивому режиму работы

На рисунке 5 показан переходный процесс в системе детерминированного хаоса. Данный режим характеризуется построением странного аттрактора в области фазового пространства. Указанный режим возникает при следующих параметрах системы:

- непрерывная линейная часть II порядка;
- параметры непрерывной линейной части: $R_1 = 2200$, $R_2 = 1231$, $L = 1E-4$, $C = 9E-8$;
- опорная частота 250 кГц.

Заключение. Автором разработана математическая модель, применение которой позволило решить задачу моделирования и анализа работы систем фазовой синхронизации, и оценить качество работы на новом, адекватном сегодняшнему дню, уровне. Сделан особый акцент на применение в ходе решения задачи моделирования мощностей современной вычислительной техники и специализированного программного обеспечения, что позволило максимально автоматизировать решение поставленного спектра задач. Следует отметить простую алгоритмическую организацию разработанной модели, что оставляет возможность для модификации и пополнения модели новыми составными блоками. В результате использования данного программного продукта произведен анализ СФС в различных режимах работы и

получены параметры системы, которые обеспечивают достижение режима детерминированного хаоса в системах фазовой синхронизации.

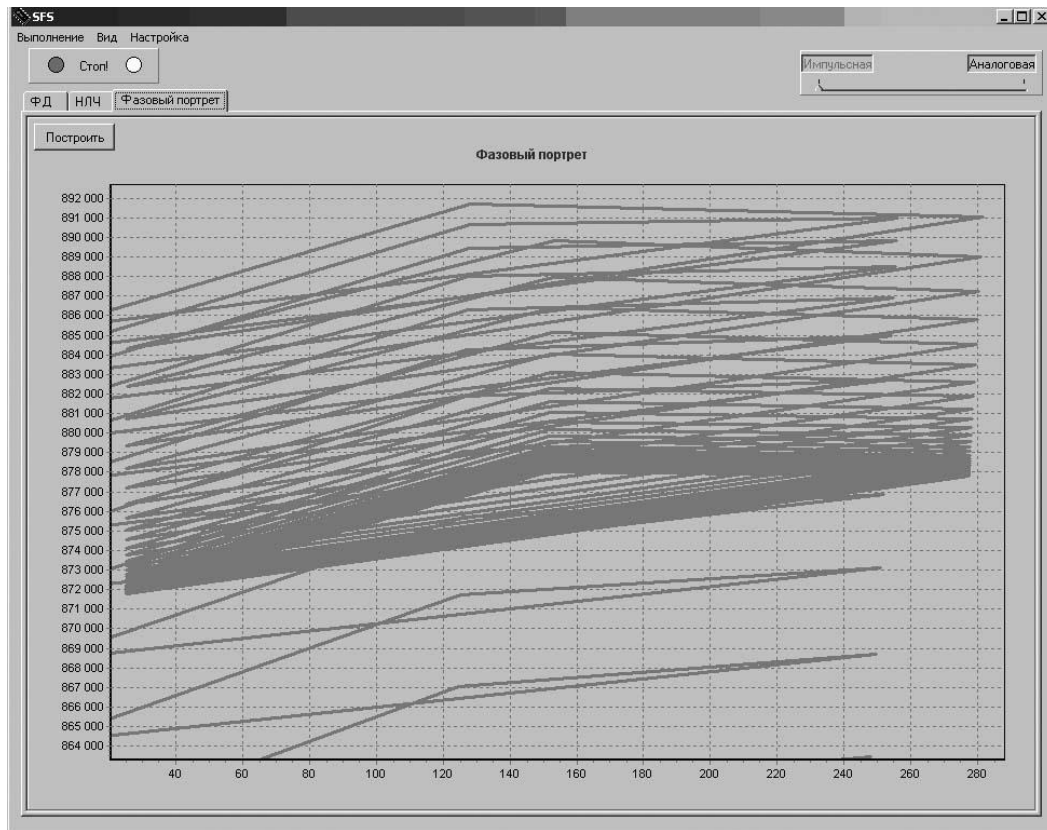


Рис. 5. Выходная координата системы в режиме хаоса

ЛИТЕРАТУРА

1. Конанов, А.Ф. Синтез систем передачи информации с хаотической несущей / А.Ф. Конанов // Изв. юж. фед. ун-та. Технические науки. – Таганрог, 2008. – Т. 88. – С. 103 – 107.
2. Батура, М.П. Анализ и параметрический синтез импульсных систем с фазовым управлением / М.П. Батура, А.П. Кузнецов, Л.Ю. Шилин. – Минск: Навука і тэхніка, 1993. – 224 с.
3. Математическое моделирование режимов работы систем фазовой синхронизации: материалы 5-й междунар. молодеж. науч.-техн. конф., Севастополь, 20 – 25 апреля 2009 г. / Д.Л. Шилин, Д.С. Олиферович. – Севастополь: Изд-во «Вебер», 2009. – 192 с.
4. Шилин, Л.Ю. Анализ режимов работы импульсных систем фазовой синхронизации / Л.Ю. Шилин, Д.Л. Шилин // Докл. БГУИР. – 2008. – Т. 6, № 1. – С. 22 – 29.

Поступила 28.04.2010

ANALOG FORMATION OF THE DETERMINATE CHAOS MODE IN THE PHASE ALIGNMENT SYSTEMS

D. SHILIN

The mode of determinate chaos in the phase alignment systems under consideration. The author states the mathematical model of the phase alignment system, on basis of which simulation technique of the systems is carried out. The analysis of operating modes is carried out as well, the system parameters, which ensure the achievement of the determinate chaos mode in the phase alignment systems, are obtained. The results of simulation technique of transient phenomena in the phase alignment systems are given. From the point of view of the determinate chaos mode application of this mode of transmissions, coding and storing of information the question under discussion represents practical interest.