Секция 2
МЕТОДЫ И ТЕХНОЛОГИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ

УДК 51-74

ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИРОДНО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

д-р техн. наук, проф. Л.П. ВЕРШИНИНА
(Санкт-Петербургский государственный университет авиационного приборостроения, Россия)
канд. пед. наук, доц. М.И. ВЕРШИНИН
(Санкт-Петербургский горный университет, Россия)

Строительство подземных тоннелей различного назначения, как правило, сопровождается процессом сдвижения вышележащей толщи грунтового массива. Величина деформаций земной поверхности и находящихся на ней объектов зависит от множества инженерно-геологических, пространственно-геометрических (глубины заложения тоннеля, размеров и формы его поперечного сечения и т.п.) и конструктивно-технологических (способа проходки, конструкции обделок тоннелей и т.п.) факторов. Кроме того, существует проблема технологической сложности и погрешности натурных измерений оседаний и деформаций земной поверхности и зданий, которые необходимы для адаптации расчетной модели.

С этими особенностями связаны проблемы, возникающие при моделировании: проблема размерности – наличие большого количества факторов, влияющих на результат; проблема изменения характеристик системы во времени; проблема неопределенности (случайности) среды функционирования – наличие помех, либо принципиальная невозможность измерения некоторых параметров среды; проблема измерений – наличие большого количества параметров, для которых не существует точных способов количественного измерения; проблема формального описания эмпирических данных качественного характера [1].

Традиционные методы идентификации и оценивания состояния сложных систем и объектов базируются, в основном, на статистических методах. Реальные условия не отвечают тем предпосылкам, на которые опираются статистические методы. Предлагается подход двухэтапной идентификации, менее критичный к исходным предпосылкам: сначала проводится идентификация системы в широком смысле, т.е. математически записываются феноменологические зависимости системы. На следующем этапе выполняем идентификацию системы в узком смысле – «настраиваем» феноменологическую модель, т.е. оцениваем и уточняем ее параметры [2].

Процесс сдвижения земной поверхности является достаточно длительным (в нормальных условиях до 10 лет), и со временем растет численная погрешность прогноза, вызванная невозможностью учесть взаимодействие различных параметров процесса сдвижения. Возникает необходимость адаптации модели.

Модель рассматриваемой природно-технической системы является синтезом моделей разного типа: феноменологической, нечеткой, имитационной. Ядром феноменологической модели является алгоритм расчета сдвижений и деформаций, который основывается на аналитическом методе прогноза сдвижения земной поверхности с использованием зависимости распределения оседания в краевой части мульды сдвижения, аппроксимируемой кубическими сплайнами по ряду характерных точек.

Для оценки и уточнения параметров модели авторами разработан алгоритм нечеткого покоординатного спуска с учетом ранжированного списка параметров.

Пусть $A=\{a_1,\dots,a_m\}$ – множество ранжируемых параметров. Значимость параметра определяется тем, насколько эффективно влияет его изменение (с учетом вариабельности) на минимизацию функционала

$$F(a_1,a_2,\dots,a_m)=\sum_{j=1}^{n}(\eta_j^M-\eta_j^Э)^2 ,$$

где η_j^M - оседание, вычисленное по модели, а $\eta_j^Э$ - оседание, определенное при натурных измерениях. В том случае, если рассматриваются наклоны или кривизны, то используется функционал

$$F(a_1,a_2,\dots,a_m)=\min\max_j\left|\xi_j^M-\xi_j^Э\right| ,$$

где ξ_j^M - наклон (кривизна), вычисленный по модели, а $\xi_j^Э$ - наклон (кривизна), вычисленный по натурным измерениям.

Ранжирование параметров осуществляется с использованием следующих критериев: С1 – чувствительность F к изменению параметра; С2 – точность измерения параметра; С3 – геомеханическая значимость параметра.

Оценка значимости параметров по первым двум критериям может быть представлена в численном виде, однако, с большой погрешностью, учитывая алгоритмический характер имеющейся модели и физическую разнородность параметров. Что касается третьего критерия, то различие мнений отдельных экспертов также обусловливает нечеткость отношения предпочтения по данному критерию на декартовом произведении $A\times A$. Предлагаемая авторами процедура ранжирования разработана на основе использования нечеткого отношения предпочтения.

Определим на *A* нечеткие отношения R_k предпочтения по *k*-му критерию (*k*=1,2,3) следующим образом. Коэффициент чувствительности *F* по *i*-му параметру определяется как

$$S_i=\frac{\left|F\left(a_1,\dots,a_i+\Delta a_i,\dots,a_n\right)-F\left(a_1,\dots,a_n\right)\right|}{F\left(a_1,\dots,a_n\right)}\Bigg/\frac{\Delta a_i}{a_i},\quad i=1,\dots,m .$$

Для построения нечеткого отношения R_1 нормализуем Si по формуле

$$S_i^H=\frac{S_i-S_{i\min}}{S_{i\max}-S_{i\min}} .$$

В качестве матрицы нечеткого отношения R_1 возьмем матрицу с элементами

$$\forall i\neq j\quad r_{ij}^1=\begin{cases}S_i^H-S_j^H,\ \text{если}\ S_i^H\geq S_j^H\\ 0-\text{в противном случае},\end{cases}$$

$$r_{ii}^1=1.$$

В качестве матриц нечеткого отношения R_k (k = 2,3) возьмем матрицу с элементами

$$\forall i \neq j \quad r_{ij}^k = \begin{cases} 1, \text{если } a_i \text{ предпочтительнее } a_j \text{ по критерию } k, \\ 0 \text{ - в противном случае,} \end{cases}$$

$$r_{ii}^k = 1.$$

Если отношение R_k строится в условиях группового выбора, в качестве матрицы нечеткого отношения R_k берем матрицу с элементами

$$\forall i \neq j \quad r_{ij}^k = \frac{\sigma_{ij}^k}{N}, \text{где } s_{ij}^k \text{ - число лиц считающих, что } a_i \text{ предпочтительнее } a_j; N \text{ - число экспертов;}$$

$$r_{ii}^k = 1.$$

Определим на A нечеткое отношение нестрогого предпочтения R по всем критериям $R = \bigcap_{k=1}^{m} R_k$.

Для построения множества недоминируемых параметров P используем нечеткое отношение строгого предпочтения R^s с функцией принадлежности (ФП)

$$\mu_{R^s}(a_i, a_j) = \begin{cases} \mu_R(a_i, a_j) - \mu_R(a_j, a_i), \text{если } \mu_R(a_i, a_j) \geq \mu_R(a_j, a_i), \\ 0 - \text{в противном случае}, \end{cases}$$

где $\mu_R(a_i, a_j)$ – ФП нечеткого отношения нестрогого предпочтения на A. Тогда нечеткое подмножество недоминируемых параметров описывается ФП:

$$\mu_R^{ND}(a_j) = 1 - \sup_{a_i \in A} \mu_{R^s}(a_i, a_j) = 1 - \sup_{a_i \in A} (\mu_R(a_i, a_j) - \mu_R(a_j, a_i)), \text{ где } a_j \in A.$$

Параметр a^0 берем из множества четко недоминируемых параметров $A^{UND} \subseteq P$,

$$A^{UND} = \left\{ a_j \in A \,/\, \mu_R^{ND}(a_j) = 1 \right\}.$$

В случае неодинаковой важности критериев C_k строим нечеткое отношение R^* с ФП

$$\mu_{R^*}(a_i, a_j) = \sum_{k=1}^{m} w_i \mu_k(a_i, a_j),$$

где $\mu_k(a_i, a_j)$ – ФП, соответствующая нечеткому отношению R_k,

w_i – степень важности критерия C_i.

Для определения степеней важности w_k критериев C_k можно использовать процедуру, предложенную Саати [4].

После нахождения значений w_k определяем нечеткое подмножество недоминируемых параметров с учетом важности критериев:

$$\mu_{R^*}^{ND}(a_j) = 1 - \sup_{a_i \in A} (\mu_{R^*}(a_i, a_j) - \mu_{R^*}(a_j, a_i)).$$

Окончательно параметр a^0 берем из множества четко недоминируемых параметров

$$B^{UND} = \left\{ a_j \in A \,/\, \mu_R^{ND}(a_j) \wedge \mu_{R^*}^{ND}(a_j) = 1 \right\}.$$

Методом имитационного моделирования осуществляется пошаговая настройка модели: определяется направление изменения значения выбранного параметра (в сторону уменьшения или увеличения); находится локальный минимум функционала F в окрестности точки a^0. Значение параметра, при котором достигается минимум F, берется за новое значение параметра. Если значение функционала меньше заданного δ, процесс завершается. В противном случае переходим к следующему шагу настройки модели.

Вычислительный эксперимент показал, что при адаптации по первым 3-4-м параметрам свойства модели изменяются достаточно существенно и в верхней части ранжированной таблицы имеет место изменение рангов параметров. При переходе к настройке по 5-6-му параметру ранги не меняются, и нет необходимости в их повторном вычислении. С другой стороны, есть необходимость ограничить число итераций при адаптации по текущему параметру. Процесс будем продолжать до того момента, пока изменение функционала F не станет пренебрежимо малым («потенциал» адаптации по текущему параметру исчерпан).

При использовании неадаптированной модели результаты прогнозирования начинают существенно расходиться с натурными измерениями уже на 2-3 год прогнозируемого периода. Адаптированная модель дает отклонение в пределах 10% на конец периода прогнозирования, что следует признать успешным результатом [4].

Литература

1. Лиманов, Ю.А. Оседания земной поверхности при сооружении тоннелей в четвертичных отложениях / Ю.А. Лиманов, Е.И. Артюхов // Транспортное строительство. – 1972. – № 2. – С. 45–47.
2. Вершинин, М.И. Инновационные аспекты моделирования сложных природно-технических систем / М.И. Вершинин, Л.П. Вершинина // Профессиональное образование, наука и инновации в XXI веке : сб. трудов XI Санкт-Петербургского конгресса, Санкт-Петербург, 23–24 ноября 2017 г. / под общ. ред. Т.С. Титовой. – СПб : ФГБОУ ВО ПГУПС, 2017. – С. 43–44.
3. Saaty, T.L. Measuring the fuzziness of sets / T.L. Saaty // J. of Cybernetics. – 1974. – Vol. 4. – P. 53–61.
4. Вершинин, М.И. Оперативное прогнозирование состояния природно-технических систем / М.И. Вершинин, Л.П. Вершинина / Аспекты оперативного управления в технических системах : сб. науч. тр. по материалам VI Междунар. заочн. науч. – практич. конф., 1 декабря 2017 г. – Саратов : изд-во «Альтернатива», 2018. – С. 7–23.