

УДК 621.9

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДЕФОРМИРУЮЩЕГО ИНСТРУМЕНТА С ОГРАНОЧНЫМ ДИСКОМ ПРИ УКАТКЕ ЕГО ПОВЕРХНОСТИ С УЛЬТРАЗВУКОМ

*д-р техн. наук, проф. М.Г. КИСЕЛЕВ, Д.А. СТЕПАНЕНКО*  
(Белорусский национальный технический университет, Минск)

Приводятся результаты теоретико-экспериментальных исследований взаимодействия деформирующего инструмента с ограниченным диском при ультразвуковой укатке. Описана методика расчета собственных частот изгибных колебаний диска. На основе динамической модели найдены условия возникновения разрывного режима взаимодействия элементов технологической системы «деформирующий инструмент – ограниченный диск». Выполнены экспериментальные исследования акустических волн, возбуждаемых в ограниченном диске, и контактного взаимодействия инструмента с диском.

### Введение

Ограниченный диск представляет собой режущий инструмент с алмазоносным поверхностным слоем, применяемый для шлифования и полирования монокристаллов алмаза и других сверхтвердых материалов. Алмазоносный слой на рабочей поверхности ограниченного диска традиционно формируется методом механического шаржирования (укатки). Однако данная технология формирования алмазоносного слоя не обеспечивает высоких эксплуатационных показателей инструмента. Как показали предшествующие исследования\* [1], эффективным методом повышения эксплуатационных показателей ограниченных дисков является формирование алмазоносного слоя методом укатки с наложением ультразвуковых колебаний (УЗК) на деформирующий инструмент. Однако в рамках проведенных исследований недостаточное внимание было уделено анализу характера взаимодействия деформирующего инструмента с ограниченным диском в условиях ультразвукового воздействия. Вместе с тем подобный анализ должен быть проведен с целью выбора рациональных режимов ультразвукового воздействия. В частности, необходимо учитывать возможность совпадения частоты воздействия с одной из собственных частот изгибных колебаний диска.

### Результаты теоретических исследований

Детальное описание методики расчета собственных частот изгибных колебаний ограниченного диска дано в работе [2]. В нашем исследовании эта методика приводится в сжатом виде. Из работы [3] известно, что свободные изгибные колебания пластин описываются уравнением вида:

$$\Delta^2 \xi = -\frac{12\rho(1-\mu^2)}{Eh^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где  $\Delta$  – оператор Лапласа;  $\xi$  – колебательное смещение;  $\rho$  – плотность материала пластины;  $\mu$  – коэффициент Пуассона;  $E$  – модуль упругости;  $h$  – толщина пластины.

В случае гармонических колебаний с круговой частотой  $\omega$  функция колебательных смещений может быть представлена в виде:

$$\xi = \tilde{\xi} \exp(i\omega t), \quad (2)$$

где  $\tilde{\xi}$  – амплитуда колебательных смещений;  $\omega$  – круговая частота УЗК.

С учетом выражения (2) уравнение (1) принимает вид:

$$\Delta^2 \tilde{\xi} = k^4 \tilde{\xi}, \quad (3)$$

где  $k = \sqrt[4]{\frac{12\rho\omega^2(1-\mu^2)}{Eh^2}}$  – волновое число.

Надстрочный знак будет в дальнейшем для простоты опускаться.

\* Исследование возможности применения ультразвуковых колебаний при укатке ограниченных дисков: Отчет о НИР (заключит.); Науч. рук. В.А. Цымбалист. – № ГР 81078073. – Барнаул, 1983. – 52 с.

Колебания круглой пластины удобно описывать с помощью функций, зависящих от цилиндрических координат. В этом случае оператор Лапласа определяется выражением:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}.$$

Функция  $\xi(r, \varphi)$  в силу своей периодичности по угловой координате может быть разложена в ряд Фурье. Так как поле колебательных смещений для диска обладает осевой симметрией, то функция амплитуд колебательных смещений является четной по угловой координате и ее ряд Фурье не содержит синусов, т.е. имеет вид:

$$\xi(r, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \xi_n(r) \cos n\varphi. \quad (4)$$

Каждый из членов ряда (4) описывает распределение амплитуды колебательных смещений по поверхности диска для  $n$ -й моды изгибных колебаний. Нулевая мода представляет собой радиальную изгибную волну, для которой амплитуды колебательных смещений не зависят от угловой координаты. Моды высших порядков представляют собой круговые изгибные волны.

Подставив ряд (4) в уравнение (3), получим для определения коэффициентов ряда обыкновенное дифференциальное уравнение четвертого порядка:

$$L_1 L_2 \xi_n = 0, \quad (5)$$

где дифференциальные операторы  $L_1$  и  $L_2$  определяются выражениями:

$$L_1 = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - k^2 - \frac{n^2}{r^2},$$

$$L_2 = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + k^2 - \frac{n^2}{r^2}.$$

Уравнение (5) должно быть дополнено четырьмя граничными условиями, определяющими характер закрепления диска, и имеет нетривиальное (тождественно не равное нулю) решение лишь для ряда дискретных значений волнового числа  $k$ , соответствующих набору собственных частот колебаний диска. Таким образом, для расчета резонансных частот необходимо решить задачу на собственные значения.

Для отыскания общего решения уравнения (5) можно воспользоваться тем фактом, что композиция операторов  $L_1$  и  $L_2$  коммутативна, т.е.  $L_1 L_2 \xi = L_2 L_1 \xi$ . С учетом этого любое частное решение уравнения  $L_1 \xi = 0$  или уравнения  $L_2 \xi = 0$  будет являться частным решением уравнения (5). Отыскав четыре линейно независимых частных решения, можно представить общее решение в виде их линейной комбинации. Из теории специальных функций (см., например, [4]) известно, что линейно независимыми решениями уравнения  $L_2 \xi = 0$  являются функции Бесселя 1-го и 2-го рода  $n$ -го порядка  $J_n(kr)$  и  $Y_n(kr)$ , а решениями уравнения  $L_1 \xi = 0$  – модифицированные функции Бесселя  $I_n(kr)$  и  $K_n(kr)$ .

Таким образом, общее решение уравнения (5) может быть представлено в виде

$$\xi_n(r) = C_1 J_n(kr) + C_2 Y_n(kr) + C_3 I_n(kr) + C_4 K_n(kr), \quad (6)$$

где  $C_1, C_2, C_3, C_4$  – постоянные, подлежащие определению из граничных условий.

В случае сплошного диска должно выполняться условие  $C_2 = C_4 = 0$ , так как в противном случае решение (6) неограниченно возрастает по мере приближения к центру диска. Поэтому для сплошного диска достаточно рассмотреть только два граничных условия, представляющие собой условия закрепления внешнего контура диска.

Так как ограниченный диск имеет жесткий центр, то он может быть представлен как диск, жестко зашпеленный по внутреннему контуру радиусом  $r_i$  и имеющий свободный наружный контур радиусом  $r_e$ . В связи с этим для него необходимо рассмотреть 4 граничных условия: два на внешнем контуре и два на внутреннем.

Граничные условия для рассматриваемого случая сформулированы в работе [3]. С учетом граничных условий для определения постоянных, входящих в выражение (6), может быть получена система из четырех однородных алгебраических уравнений. Эта система имеет ненулевое решение, когда ее определитель обращается в нуль.

Таким образом, приравнявая к нулю определитель системы, получим частотное уравнение, из которого могут быть найдены собственные числа  $k$ , определяющие резонансные частоты.

Коэффициенты системы с точностью до постоянных множителей могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned} a_{11}(k) &= J_n(kr_i), \quad a_{12}(k) = J_n(kr_i), \quad a_{13}(k) = J_n(kr_i), \quad a_{14}(k) = k_n(kr_i), \\ a_{21}(k) &= J_{n-1}(kr_i) - J_{n+1}(kr_i), \quad a_{23}(k) = I_{n-1}(kr_i) + I_{n+1}(kr_i), \\ a_{31}(k) &= k^2 r_e^2 J_{n-2}(kr_e) + k\mu r_e J_{n-1}(kr_e) - 2(k^2 r_e^2 + \mu n^2) J_n(kr_e) - k\mu r_e J_{n+1}(kr_e) + k^2 r_e^2 J_{n+2}(kr_e), \\ a_{33}(k) &= k^2 r_e^2 I_{n-2}(kr_e) + k\mu r_e I_{n-1}(kr_e) + 2(k^2 r_e^2 - \mu n^2) I_n(kr_e) + k\mu r_e I_{n+1}(kr_e) + k^2 r_e^2 I_{n+2}(kr_e), \\ a_{41}(k) &= k^3 r_e^3 J_{n-3}(kr_e) + k^2 r_e^2 J_{n-2}(kr_e) - kr_e(3k^2 r_e^2 + (2-\mu)n^2 + 1) J_{n-1}(kr_e) + \\ &+ 2((3-\mu)n^2 - k^2 r_e^2) J_n(kr_e) + kr_e(3k^2 r_e^2 + (2-\mu)n^2 + 1) J_{n+1}(kr_e) + k^2 r_e^2 J_{n+2}(kr_e) - k^3 r_e^3 J_{n+3}(kr_e), \\ a_{43}(k) &= k^3 r_e^3 I_{n-3}(kr_e) + k^2 r_e^2 I_{n-2}(kr_e) + kr_e(3k^2 r_e^2 - (2-\mu)n^2 - 1) I_{n-1}(kr_e) + \\ &+ 2((3-\mu)n^2 + k^2 r_e^2) I_n(kr_e) + kr_e(3k^2 r_e^2 - (2-\mu)n^2 - 1) I_{n+1}(kr_e) + k^2 r_e^2 I_{n+2}(kr_e) + k^3 r_e^3 I_{n+3}(kr_e). \end{aligned}$$

Выражения для коэффициентов  $a_{22}(k)$ ,  $a_{32}(k)$ ,  $a_{42}(k)$  получаются из выражений для  $a_{21}(k)$ ,  $a_{31}(k)$ ,  $a_{41}(k)$  путем замены функций Бесселя 1-го рода на функции Бесселя 2-го рода.

Для получения выражений для коэффициентов  $a_{24}(k)$ ,  $a_{34}(k)$ ,  $a_{44}(k)$  необходимо в выражениях для  $a_{23}(k)$ ,  $a_{33}(k)$ ,  $a_{43}(k)$  изменить знак на противоположный и заменить модифицированные функции Бесселя 1-го рода модифицированными функциями Бесселя 2-го рода.

Частотное уравнение, соответствующее  $n$ -й моде колебаний, имеет множество корней, номера которых, соответствующие порядку их следования на положительной полуоси, определяют число узловых окружностей для соответствующей формы собственных колебаний.

В результате расчета корней частотного уравнения были определены значения собственных частот, приведенные в таблице.

Расчетные собственные частоты колебаний диска, кГц

Число узловых окружностей	Порядок моды	
	n = 6	n = 11
m = 0	5,36	16,70
m = 1	14,82	34,92

Расчет производился для мод 6-го и 11-го порядка, наблюдавшихся экспериментально.

Как известно, в процессах ультразвуковой обработки взаимодействие инструмента с заготовкой может быть безотрывным или разрывным в зависимости от соотношения амплитуды и нагрузки [5, 6]. Для исследования контактного взаимодействия инструмента с диском в работе [7] предложена простая динамическая модель, в которой рассматривается взаимодействие вибратора с упругим элементом, жесткость которого определяется из решения задачи о прогибе диска в точке его контакта с инструментом под действием статической нагрузки, приложенной в этой точке. Из анализа этой модели может быть получено следующее условие возникновения виброударного режима:

$$P_{cm} > \frac{2\omega^2\omega_0^2 AM}{\omega^2 - \omega_0^2} \quad (7)$$

Здесь  $A$  – амплитуда УЗК;  $M$  – масса подвижной части укаточной головки. Параметр  $\omega_0$  определяется зависимостью:

$$\omega_0 \approx \sqrt{c/M},$$

где  $c$  – жесткость упругого элемента.

Жесткость определялась методом конечных элементов с помощью программного продукта ANSYS. При толщине диска 20 мм минимальное расчетное значение жесткости составило  $c = 1,323 \cdot 10^8$  Н/м.

При амплитуде колебаний  $A = 10$  мкм, частоте УЗК  $f = 22$  кГц и массе подвижной части головки  $M = 1$  кг расчет критического значения нагрузки по формуле (7) дает  $P_{cm} = 3953,7$  Н. Это значительно больше величины нагрузки, применяемой на практике (24...32 Н).

Таким образом, из теоретического анализа следует, что для применяемых на практике технологических режимов процесса ультразвуковой укатки взаимодействие элементов технологической системы «деформирующий инструмент – оgranочный диск» имеет разрывный характер, что согласуется с приводимыми далее результатами экспериментальных исследований.

*Результаты экспериментальных исследований.* Исследование характера акустических волн, возникающих в инструменте или заготовке, является важным для многих технологических процессов, связанных с применением УЗК. В частности, подобные исследования проводились для акустических волн, возникающих в диске-притире при ультразвуковой доводке [5, 8].

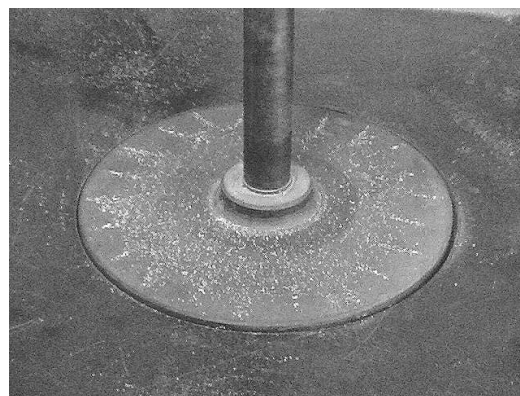
Одним из способов визуализации стоячих акустических волн в твердых телах является исследование так называемых фигур Хладни, названных по имени немецкого физика Эрнста Хладни и описанных им в его оригинальной работе «Entdeckungen über die Theorie des Klanges», изданной в Лейпциге в 1787 году. Хладни возбуждал колебания пластин из стекла, металла и дерева с помощью скрипичного смычка и посыпал их поверхность частицами песка. Под действием колебаний частицы скапливались вблизи узловых линий (сечений) возникающей в пластине стоячей волны. В настоящее время фигуры Хладни используются в так называемом топографическом методе дефектоскопии. В качестве частиц традиционно используются частицы песка или пыльца ликоподия. Описанный метод визуализации акустических волн применялся в работе [5] для изучения УЗК доводочных дисков для обработки металлических шариков. По данным этой работы, фигуры Хладни также наблюдались при изучении миграции абразивной пасты по поверхности диска-притира.

Как показывают исследования, для твердого тела в виде круглой пластины (диска) узловые линии изгибной волны и соответствующие им фигуры Хладни могут быть круговыми и радиальными [3]. Вид узловых линий определяется условиями закрепления диска.

В ходе экспериментальных исследований изгибные колебания диска возбуждались с помощью пьезоэлектрического ультразвукового преобразователя с коническим концентратором. Для наблюдения фигур Хладни использовался сахарный песок, что позволило получить контрастные фотографии. Экспериментально наблюдались фигуры с 12-ю и 22-мя радиальными узловыми линиями, что соответствует модам 6-го и 11-го порядка. Фотографии возникающих на поверхности диска фигур приведены на рисунке 1.



а)



б)

Рис. 1. Фигуры Хладни на поверхности ограничного диска:  
а – мода 6-го порядка; б – мода 11-го порядка

Мода 11-го порядка является неустойчивой и имеет меньшую амплитуду колебательных смещений по сравнению с модой 6-го порядка. По мере приближения к центру диска амплитуда колебательных смещений быстро уменьшается, что проявляется в отсутствии четкого распределения частиц. Для моды 6-го порядка помимо радиальных линий наблюдалась узловая окружность, что иллюстрируется рисунком 2.

Для исследования контактного взаимодействия деформирующего инструмента с диском был применен электроконтактный метод. Схема экспериментальной установки приведена на рисунке 3.

На ограничный диск 1 подавался отрицательный потенциал от источника постоянного напряжения в 1,5 В. Положительный потенциал подавался на вход регистрирующего устройства (РУ), в качестве которого использовался запоминающий осциллограф С8-13. Клемма заземления осциллографа соединялась проводником с твердосплавным деформирующим инструментом 2, закрепленным в цанге 3. Ультразвуковые колебания сообщались деформирующему элементу с помощью пьезоэлектрического преобразователя с коническим концентратором 4. Под действием УЗК происходило изменение контактного электрического сопротивления перехода «деформирующий инструмент – ограничный диск», которое регистрировалось путем измерения падения напряжения на входном сопротивлении осциллографа.



Рис. 2. Поверхность ограничного диска с узловой окружностью моды 6-го порядка

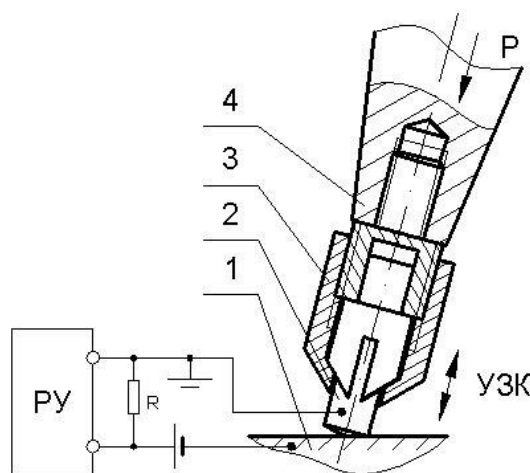


Рис. 3. Схема установки  
для исследования взаимодействия акустической головки с ограничным диском

При отсутствии контакта акустической головки с ограничным диском на входе осциллографа наблюдалась сетевая электромагнитная наводка с амплитудой 2,5...5 В и частотой 50 Гц. Для ее устранения на вход осциллографа было включено малое активное сопротивление величиной  $R = 6$  Ом. В ходе эксперимента статическая нагрузка на деформирующий инструмент была равна весу акустической го-

ловки и составляла 50 Н. При сообщении УЗК деформирующему инструменту напряжение на входном сопротивлении осциллографа изменялось по периодическому закону. На рисунке 4 приведены осциллограммы напряжений, возникающих в электроконтактной схеме при возбуждении в ограничном диске изгибных мод 6-го и 11-го порядка.

Развертка составляла 10 мкс. Средняя продолжительность импульсов в случае возбуждения моды 6-го порядка составляла  $73 \pm 2$  мкс, что соответствует частоте изменения контактного сопротивления  $13160 \pm 350$  Гц. Отношение времени контакта ко времени разрыва составляло примерно 3:4. В случае возбуждения моды 11-го порядка средняя продолжительность импульсов составляла  $50 \pm 2$  мкс, что соответствует частоте  $20000 \pm 800$  Гц. Отношение времени контакта ко времени разрыва составляло 1:1.

Параллельно с исследованием контактного взаимодействия деформирующего инструмента с диском проводились измерения частоты возбуждения пьезоэлектрического преобразователя с помощью электронно-счетного частотомера ЧЗ-33. Измерения показали, что мода 6-го порядка возникает в ограничном диске при частоте возбуждения 14,00 кГц, а мода 11-го порядка – при частоте возбуждения 21,27 кГц. Эти частоты с относительной погрешностью, не превышающей 6,4 %, соответствуют частотам контактного взаимодействия деформирующего инструмента с диском, измеренным электроконтактным методом, и с относительной погрешностью, не превышающей 27,4 %, согласуются с расчетными значениями, приведенными в таблице. Экспериментально наблюдавшееся число узловых окружностей соответствует расчетным формам собственных колебаний.

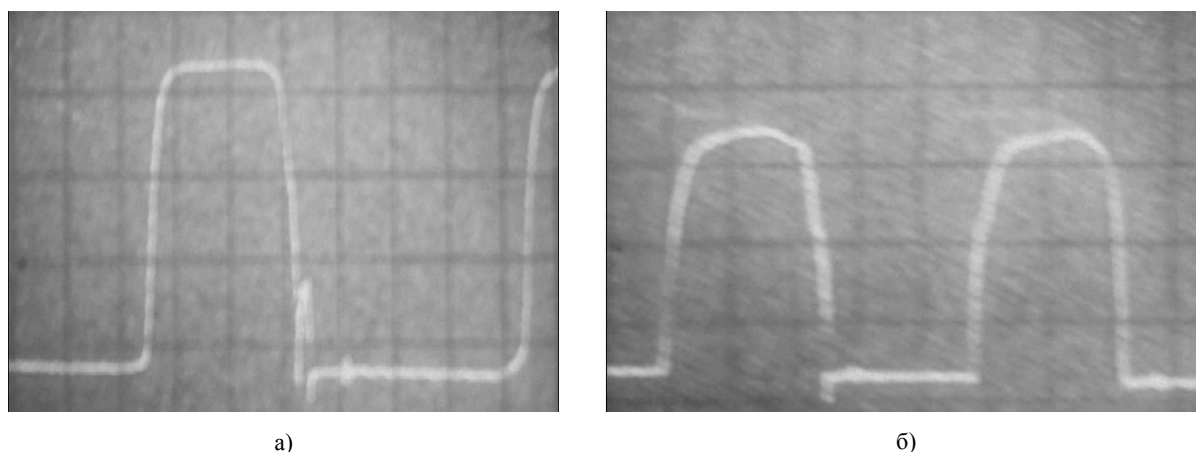


Рис. 4. Осциллограммы напряжения в электроконтактной схеме:  
а – при возбуждении моды 6-го порядка; б – при возбуждении моды 11-го порядка

### Заключение

На основании результатов экспериментальных и теоретических исследований можно сделать вывод, что взаимодействие деформирующего инструмента с ограничным диском при ультразвуковой укатке является периодическим процессом, частота которого совпадает с частотой УЗК. При этом при совпадении частоты УЗК с одной из собственных частот изгибных колебаний диска в нем возникают стоячие акустические волны значительной амплитуды, характер которых может быть исследован путем наблюдения фигур Хладни. Подобные резонансные явления необходимо учитывать при проектировании технологического процесса укатки и оборудования для его реализации.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Эффективность применения ультразвука для шаржирования ограниченных дисков методом укатки / М.Г. Киселев, В.Т. Минченя, Е.В. Зиль, О.М. Шуляковский // Теоретические и технологические основы упрочнения и восстановления изделий машиностроения: Сб. науч. тр. / Под ред. С.А. Астапчика, П.А. Витязя. – Мн., 2001. – С. 626 – 629.
2. Киселев М.Г., Степаненко Д.А. Расчет собственных частот изгибных колебаний ограниченного диска // Вестник Могилевского гос. техн. ун-та. – 2005. – № 2. – С. 63 – 68.
3. Бабаков И.М. Теория колебаний. – 3-е изд. – М.: Наука, 1968. – 560 с.
4. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. – М.: Наука, 1965. – 780 с.
5. Киселев М.Г., Минченя В.Т., Ибрагимов В.А. Ультразвук в поверхностной обработке материалов. – Мн.: Тесей, 2001. – 344 с.

6. Киселев М.Г., Ибрагимов В.А. Математическое моделирование процесса контактного взаимодействия тел в условиях ультразвукового нагружения // Приборостроение. – 1989. – Вып. 11. – С. 98 – 102.
7. Киселев М.Г., Степаненко Д.А. Моделирование режимов взаимодействия деформирующего инструмента с ограниченным диском при ультразвуковой укатке // Вестник Могилевского гос. техн. ун-та. – 2005. – № 2. – С. 56 – 62.
8. Орлов П.Н., Сагателян Г.Р. Доводка труднообрабатываемых материалов свободным абразивом с наложением ультразвуковых колебаний. – М.: Машиностроение, 1983. – 80 с.