

УДК 621.396.67

МОДЕЛИРОВАНИЕ МИКРОПОЛОСКОВЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ АНТЕНН

канд. техн. наук, доц. **В.Ф. ЯНУШКЕВИЧ, М.Ф. МИХАЛЬЧЕНКО, Ю.А. ЩАДЕНКОВ**
(Полоцкий государственный университет)

Представлены расчет основных параметров антенны и решение уравнения Гельмгольца. Показаны связи между электромагнитными составляющими полей и конструктивными особенностями микрополосковых эллиптических антенн. Определены погрешности предложенного метода расчета.

Антенны в печатном исполнении отличаются от других типов антенн СВЧ-диапазона конструкцией. Эти антенны больше, чем другие, отвечают требованию миниатюризации – одному из основных требований бортовой аппаратуры. Этим объясняется все более широкое применение антенн в печатном исполнении.

Основные преимущества антенн в печатном исполнении:

- простота конструкции, малые объем, масса и стоимость;
- высокая точность изготовления, благодаря чему достигается хорошая воспроизводимость характеристик антенн;
- удобство совмещения антенн с печатными фидерными линиями, устройствами;
- возможность создания невыступающих и маловыступающих конструкций антенн для летательных аппаратов, в частности конструкций, не изменяющих их прочностных характеристик.

Антенны в печатном исполнении применяются в диапазоне частот от 100 до 30 ГГц при малых и средних уровнях мощности. Антенны в печатном исполнении являются слабонаправленными, поэтому они применяются в основном в составе антенных решеток [1, 4].

Расчет модели в цилиндрических координатах

Рассмотрим теоретическую модель микрополосковой антенны эллиптической формы. Ее схематическое изображение представлено на рисунке 1.

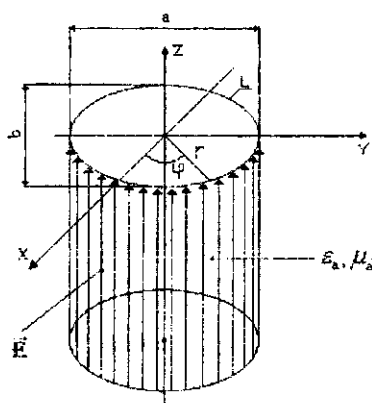


Рис. 1. Схематическое изображение микрополосковой антенны

Для расчета модели введем цилиндрические координаты:

$$x = r \cos \varphi; y = r \sin \varphi; z = z.$$

Для сторонних токов можно записать выражение:

$$J_{Zcl} = \frac{J_{\zeta} Z}{\pi ab} = || J_0 = J_{\zeta} || = \frac{J_0 Z}{\pi ab},$$

где a и b – большая и малая оси эллипса соответственно.

Напряженности полей описываются уравнением Гельмгольца:

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = j\omega\mu_a \vec{J}_{cl},$$

где $k^2 = \omega^2 \mu_a \epsilon_a$, ω – циклическая частота.

Решение будем искать в виде:

$$\vec{E} = \vec{E}_{\text{част. неоднор}} + \vec{E}_{\text{общ. однородное}}.$$

Так как в микрополосковых волноводах основной волной является Т-волна, то получим:

$$\vec{E} = i_x \dot{E}_x + i_y \dot{E}_y + i_z \dot{E}_z = i_r \dot{E}_r + i_\varphi \dot{E}_\varphi + i_z \dot{E}_z;$$

$$i_x \nabla^2 \dot{E}_x + i_y \nabla^2 \dot{E}_y + i_z \nabla^2 \dot{E}_z = j\omega\mu_a \dot{\vec{E}};$$

$$\begin{cases} \nabla^2 \dot{E}_r + k^2 \dot{E}_r = j\omega\mu_a J_{ctr}; \\ \nabla^2 \dot{E}_\varphi + k^2 \dot{E}_\varphi = j\omega^* \mu_a J_{ct\varphi}; \\ \nabla^2 \dot{E}_z + k^2 \dot{E}_z = j\omega\mu_a J_{ctz}. \end{cases}$$

Нас будет интересовать только составляющая \dot{E}_z . То есть $\nabla^2 \dot{E}_z + k^2 \dot{E}_z = j\omega\mu_a J_{ctz}$.

Найдем частное решение неоднородного уравнения Гельмгольца в плоскости XOY ($Z = 0$):

$$\nabla^2 \dot{E}_z|_{z=0} + k^2 \dot{E}_z|_{z=0} = j\omega\mu_a \frac{J_0 Z}{\pi ab} e^{-ih_z Z}|_{z=0}$$

Решение будем искать в виде $\dot{E}_Z = A$, т.е.

$$k^2 A = j\omega\mu_a \frac{J_0 Z}{\pi ab}.$$

Отсюда

$$A = \frac{j\omega\mu_a J_0 Z}{k^2 \pi ab};$$

$$\dot{E}_{\text{част. неоднор}} = \frac{j\omega\mu_a J_0 Z}{k^2 \pi ab}.$$

Решим соответствующее однородное уравнение Гельмгольца:

$$\nabla^2 \dot{E}_z + k^2 \dot{E}_z = 0,$$

где $\dot{E}_z = E(r, \varphi) e^{-ih_z z}$.

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial \varphi^2} + g^2 \dot{E}_z = 0,$$

где g – поперечное волновое число; h – продольное волновое число.

Связь g и h осуществляется по формуле:

$$g = \sqrt{\beta^2 + h^2} = \sqrt{k^2 + h^2}.$$

Граничные условия:

$$H_\varphi(L) \equiv 0$$

Будем искать решение в виде $\dot{E}_z(r, \varphi) = R(r) \cdot \Phi(\varphi)$, тогда получим:

$$\frac{r^2 R''}{R} + \frac{r R'}{R} + g^2 r^2 = \frac{-\Phi''}{\Phi},$$

где $\frac{-\Phi''}{\Phi} = m^2$; $\Phi(\varphi) = C_0 \cos(m\varphi)$; $m = 0, 1, 2, \dots$

Положим, что $x = gr$, тогда получим:

$$\frac{d^2 R}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dR}{dx} + \left(1 - \frac{m^2}{x^2}\right) R = 0,$$

где $R(r) = A_1 J_m(x)$, а $J_m(x)$ – функция Бесселя или циклическая функция первого рода:

$$J_m(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^m \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!(k+m)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k}.$$

Тогда общее решение:

$$E_{\text{общ. однородное}} = C_0 A_1 J_m(rg) \cos(m\varphi) = E_0 J_m(rg) \cos(m\varphi).$$

Найдем H_φ из уравнений Максвелла:

$$\text{rot } \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H}$$

То есть

$$H_\varphi = \frac{(-1)}{j\omega\mu_0} \frac{\partial E_z}{\partial r};$$

$$H_\varphi = \frac{1}{j\omega\mu_0} \left(\frac{\partial}{\partial r} [E_0 J_m(rg) \cos(m\varphi)] \right) = \frac{gE_0}{j\omega\mu_0} J_m(rg) \cos(m\varphi).$$

Окончательно получим, что

$$H_\varphi = \frac{gE_0}{j\omega\mu_0} J_m(rg) \cos(m\varphi).$$

Найдем g из граничного условия:

$$\begin{aligned} H_\varphi \Big|_{r=\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}} &= 0; \\ \frac{gE_0}{j\omega\mu_0} J_m(rg) \cos(m\varphi) \Big|_{r=\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}} &= 0; \\ J_m(rg) \Big|_{r=\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}} &= 0; \\ g &= \frac{\mu_{mn}}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}. \end{aligned}$$

В итоге получили, что поперечное волновое число непосредственно связано с геометрическими размерами эллиптического излучателя.

Расчет модели в эллиптических координатах

Решение однородного уравнения Гельмгольца в эллиптической системе координат:

$$x = h \cdot ch\xi \cdot \cos \eta; \quad y = h \cdot sh\xi \cdot \sin \eta; \quad z = z,$$

где

$$ch\xi = \frac{e^\xi + e^{-\xi}}{2}; \quad sh\xi = \frac{e^\xi - e^{-\xi}}{2}.$$

Отсюда

$$\begin{aligned}\nabla^2 U &= \frac{1}{h^2 (sh^2 \xi \cos^2 \eta + ch^2 \xi \sin^2 \eta)} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} \right) + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \\ &= \frac{1}{h^2 (ch^2 \xi - \cos^2 \eta)} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} \right) + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}.\end{aligned}$$

Таким образом, уравнение Гельмгольца можно представить в виде:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial \xi^2} \left(\frac{1}{h^2 (ch^2 \xi - \cos^2 \eta)} \right) + \frac{\partial^2 E_z}{\partial \eta^2} \left(\frac{1}{h^2 (ch^2 \xi - \cos^2 \eta)} \right) + \zeta^2 E_z = 0.$$

При $E_z = X(\xi) \cdot Y(\eta)$ получим:

$$\left(\frac{X''}{X} + h^2 g^2 ch^2 \xi \right) + \left(\frac{Y''}{Y} - h^2 g^2 \cos^2 \eta \right) = 0.$$

То есть имеем систему:

$$\begin{cases} X'' + (h^2 g^2 ch^2 \xi - G)X = 0; \\ Y'' + (G - h^2 g^2 \cos^2 \eta)Y = 0, \end{cases}$$

$$G = \frac{h^2 g^2}{2} \left(1 + \frac{1}{(4n)!} \right); n = 0, 1;$$

где

$$G = \frac{h^2 g^2}{2} \left(1 + \frac{1}{(4n)!} \right) - \frac{n!}{(n-2)!}; n = 2, 3, \dots$$

Распишем данные выражения в систему. Получим:

$$\begin{cases} \frac{h^2 g^2}{2} \frac{1}{(4n)!} C_1 - \frac{h^2 g^2}{2} A_1 = 0; \\ 2C_2 + \left(\frac{h^2 g^2}{2} \frac{1}{(4n)!} - \frac{n!}{(n-2)!} \right) C_2 - \frac{h^2 g^2}{2} A_2 = 0 \\ 6C_3 + \left(\frac{h^2 g^2}{2} \frac{1}{(4n)!} - \frac{n!}{(n-2)!} \right) C_3 - \frac{h^2 g^2}{2} A_3 = 0; \\ \dots \\ n(n-1)C_n + \left(\frac{h^2 g^2}{2} \frac{1}{(4n)!} - \frac{n!}{(n-2)!} \right) C_n - \frac{h^2 g^2}{2} A_n = 0. \end{cases}$$

Откуда

$$A_n = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^{k+n}}{(2(k+n))!} C_k.$$

Найдем несколько значений коэффициентов:

$$A_1 = \sum_{k=0}^1 \frac{(-1)^{k+1}}{(2(k+1))!} C_k = \frac{-1}{(2(0+1))!} C_0 + \frac{(-1)^2}{(2(1+1))!} C_1.$$

Найдем из этого уравнения C_1 :

$$\left(\frac{h^2 g^2}{2} \frac{1}{(4n)!} - \frac{h^2 g^2}{2} \frac{(-1)^{1+1}}{(2(1+1))!} \right) C_1 = \left(\frac{h^2 g^2}{2} \frac{(-1)^1}{(2(0+1))!} \right) C_0;$$

$$C_1 = \frac{\frac{(-1)^1}{(2(0+1))!} C_0}{\frac{1}{(4n)!} - \frac{(-1)^{1+1}}{(2(1+1))!}} = \frac{(-1)^1 C_0 (4n)! (2(1+1))!}{(2(0+1))! (2(1+1))! - (-1)^{1+1} (4n)!}.$$

Зная C_1 можно найти A_2 :

$$A_2 = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+2}}{(2(k+2))!} C_k = \frac{(-1)^2}{(2(0+2))!} C_0 + \frac{(-1)^{1+2}}{(2(1+2))!} C_1 + \frac{(-1)^{2+2}}{(2(2+2))!} C_2.$$

Зная A_2 , можно найти C_2 . В итоге получим:

$$C_2 = \frac{C_0 \left[\frac{(-1)^2}{(4)!} + \frac{(-1)^4 (4n)! (4)!}{[(2)! (8)! - (-1)^2 (4n)!] \cdot (2(1+2))!} \right] \frac{h^2 g^2}{2}}{2 + \frac{h^2 g^2}{2} \left(\frac{1}{(4n)!} - \frac{(-1)^2}{(4-2)!} - \frac{n!}{(n-2)!} \right)}.$$

Учитывая, что

$$\frac{h^2 g^2}{2} \frac{1}{(4m)!} C_n - \frac{h^2 g^2}{2} \left[\sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^{k+n}}{(2(k+n))!} C_k + \frac{1}{(4n)!} C_n \right] = 0;$$

$$\frac{h^2 g^2}{2} \left(\frac{1}{(4m)!} - \frac{1}{(4n)!} \right) C_n = \frac{h^2 g^2}{2} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^{k+n}}{(2(k+n))!} C_k,$$

получим, что

$$C_n = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^{k+n}}{(2(k+n))!} C_k}{\frac{1}{(4m)!} - \frac{1}{(4n)!}}.$$

Учитывая, что

$$n(n-1)C_n + \left(\frac{h^2 g^2}{2} \frac{1}{(4n)!} - \frac{n!}{(n-2)!} \right) C_n - \frac{h^2 g^2}{2} A_n = 0,$$

получим, что

$$A_n = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^{k+n}}{(2(k+n))!} C_k + \frac{(-1)^{2n}}{(2(2n))!} C_n,$$

то есть

$$A_n = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^{k+n}}{(2(k+n))!} C_k + \frac{1}{(4n)!} C_n.$$

В этом случае уравнения для коэффициентов C_n приводятся к виду:

$$C_n = M = \frac{h^2 g^2}{2} + \frac{h^2 g^2}{2} \frac{1}{(4m)!}; \quad m = 0, 1;$$

$$C_n = M = \frac{h^2 g^2}{2} + \frac{h^2 g^2}{2} \frac{1}{(4m)!} - \frac{m!}{(m-2)!}; \quad m = 2, 3, \dots$$

Окончательно получим:

$$C_n = \frac{\frac{h^2 g^2}{2} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^{k+n}}{(2(k+n))!} C_k}{n(n-1) + M - \frac{h^2 g^2}{2} \left(1 + \frac{1}{(4n)!} \right)}.$$

Введя замену $B = \frac{h^2 g^2}{2}$ и приводя выражения для коэффициентов к системному виду, переходим к формуле:

$$\frac{(n+2)!}{n!} C_{n+2} + (M - B) C_n - B \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^{k+n} C_k}{(2k+2n)!} = 0.$$

Расписав данное выражение в систему и решив относительно ее неизвестных, получим решение уравнения Гельмгольца.

Конструкции микрополосковых антенн

В процессе выполнения работы было установлено, что наилучшими параметрами обладает эллиптический излучатель с длиной малой оси, равной $\frac{\lambda}{2}$, и эксцентриситетом, равным 0.65 [4, 6].

В процессе выполнения работы были сконструированы следующие виды антенных решеток:

- одиночный излучатель (рис. 2).
- широкополосная эллиптическая антенна (рис. 3). В этих типах антенн рекомендуется использовать от 3 до 6 излучателей. Чем больше число излучателей, тем шире становится частотный диапазон, излучаемый антенной;
- антенная решетка с последовательно соединенными эллиптическими излучателями, представлена на рисунке 4. Антенная решетка с последовательно соединенными эллиптическими излучателями имеет хорошие конструктивные особенности. Она может помещаться вдоль корпуса устройства, в котором используется. Диапазон частот также зависит от количества излучателей (3 – 6). Большее число излучателей не рекомендуется использовать из-за возрастающей длины антенны;
- эллиптическая антенна с рациональным расположением излучателей представлена на рисунке 5. Данное соединение сложно изготовить технологически, но оно довольно компактно и может быть применено в небольших устройствах. Количество излучателей также рекомендуется выбирать от 3 до 6.
- эллиптический излучатель на щелевой линии представлен на рисунке 6. При использовании щелевой линии энергия излучения должна быть минимальной. Это достигается применением подложек с высоким значением ϵ ($\epsilon > 10$), что приводит к значительному уменьшению длины волны λ в линии.

Благодаря минимальным потерям на излучение в щелевой линии достигаются хорошие результаты в работе микрополосковых антенн [2, 3, 7].

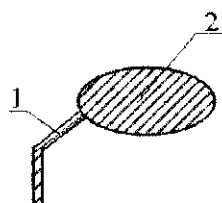


Рис. 2. Микрополосковая антенна эллиптической формы:
1 – подводящая линия; 2 – антенна

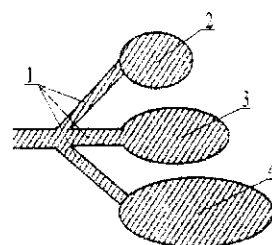


Рис. 3. Широкополосная эллиптическая антенна:
1 – подводящие линии; 2, 3, 4 – одиночные излучатели с различными длинами больших и малых осей

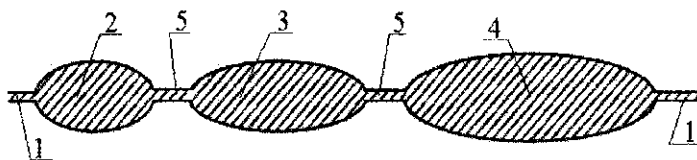


Рис. 4. Антенная решетка с последовательно соединенными эллиптическими излучателями:

1 – подводящие и отводящие линии; 2, 3, 4 – одиночные излучатели с различными длинами больших и малых осей; 5 – соединительные линии

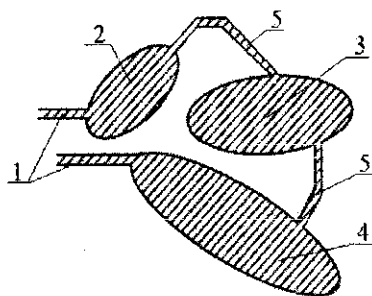


Рис. 5. Эллиптическая антенна с рациональным расположением излучателей:

1 – подводящие и отводящие линии; 2, 3, 4 – одиночные излучатели с различными длинами больших и малых осей; 5 – соединительные линии

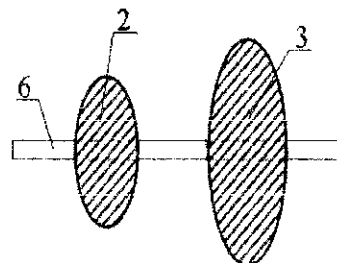


Рис. 6. Эллиптическая антенна на щелевой линии:

2, 3 – одиночные излучатели с различными длинами больших и малых осей; 6 – щелевая линия

В полученных в результате работы микрополосковых антеннах эллиптической формы (см. рис. 3 – 6) частотный диапазон зависит от количества эллиптических излучателей.

Резонансные длины волн рассчитываются по формуле:

$$\lambda_{рез} = \frac{\pi \sqrt{\epsilon_{эфф} e}}{\sqrt{q_{mn}^{s,c}}},$$

где $\epsilon_{эфф}$ – эффективная диэлектрическая проницаемость подложки резонатора; $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ – эксцентриситет;

$q_{mn}^{s,c}$ – n -ный корень четной или нечетной модифицированной функции Матье первого рода m -ного порядка [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Панченко Б.А., Нефедов Е.И. Микрополосковые антенны. – М.: Радио и связь, 1986. – 144 с.
2. Бова Н.Т., Резников Г.Б. Антенны и устройства СВЧ. – 2-е изд., перераб. и доп. – Киев: Вища школа: Головное изд-во, 1982. – 278 с.
3. Марков Г.Т., Сазонов Д.М. Антенны: Учебник. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергия, 1975. – 258 с.
4. Микроэлектронные устройства СВЧ: Уч. пособие / Г.И. Веселов, Е.Н. Егоров, Ю.Н. АLEXIN и др.; Под ред. Г.И. Веселова. – М.: Высшая школа, 1988. – 288 с.
5. Справочник по расчету и конструированию СВЧ-полосковых устройств / С.И. Бахарев, В.И. Вольман, Ю.Н. Либ и др.; Под ред. В.И. Вольмана. – М.: Радио и связь, 1982. – 328 с.
6. Антенны и устройства СВЧ (Проектирование фазированных антенных решеток): Учеб. пособие для вузов / Д.И. Воскресенский, Р.А. Грановская, Н.С. Давыдова и др.; Под ред. Д.И. Воскресенского. – М.: Радио и связь, 1981. – 432 с.
7. Справочник по элементам полосковой техники / Под ред. А.И. Фельдштейна. – М.: Связь, 1979. – 336 с.