

УДК 537.533.3

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФАЗОВОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

*д-р техн. наук, проф. В.А. ГРУЗДЕВ,  
канд. физ.-мат. наук, доц. В.Г. ЗАЛЕСКИЙ, О.Н. ПЕТРОВИЧ  
(Полоцкий государственный университет)*

*Предложен алгоритм численного расчета фазовой характеристики электронного пучка. Показано, что вид фазовой характеристики пучка определяется характером движения потока. Установлены отличительные особенности фазовых портретов ламинарных и неламинарных пучков. Отличительной особенностью неламинарных потоков является левосторонняя асимметрия фазовых портретов половины пучка, разрезанного вдоль оси симметрии электронно-оптической системы. Правосторонняя асимметрия фазовой характеристики свойственна расходящимся потокам, эмиттированным с выпуклой поверхности эмиттера. В случае ламинарных пучков их фазовые портреты не обладают выраженной асимметрией. Исследовано влияние режима формирования эмиттирующей поверхности, параметров эмиттирующей плазмы, электронной температуры плазмы, режима формирования пучка на режим движения потока и фазовый портрет пучка.*

**Введение.** Информационные технологии в современном мире широко используются в различных отраслях науки и техники. Развитие компьютерной техники инициировало возникновение нового научного метода исследования – метода численного моделирования явлений природы и технических устройств (метода компьютерного эксперимента). Дальнейшее развитие информационных технологий стимулирует появление и развитие новых средств моделирования (пакетов прикладных программ), методов и алгоритмов численных расчетов. Компьютерное моделирование в настоящее время является одним из наиболее важных этапов не только проектирования современных технических устройств, но и оптимизации их конструкций, так как позволяет, не прибегая к созданию опытных образцов, оценить требуемые параметры и характеристики разрабатываемого устройства, что расширяет возможности поиска наиболее оптимальных конструкций. Это позволяет отнести компьютерный эксперимент к ресурсо- и материалосберегающим технологиям. В различных секторах промышленности (например, машиностроении и приборостроении) получили распространение электронно-лучевые технологии, которые позволяют реализовать широкий спектр термического воздействия на материалы. Для осуществления различных видов термической обработки материалов (сварки, плавки, пайки, модификации свойств и т.д.) электронный пучок должен обладать требуемыми геометрическими и энергетическими характеристиками. Основу электронно-лучевого комплекса составляет электронно-оптическая система (ЭОС) формирования и фокусировки электронного пучка. Известные пакеты прикладных программ расчета ЭОС [1], как правило, позволяют получить информацию об основных характеристиках электронного пучка – токе и диаметре пучка. Для оценки качества формируемого электронного пучка необходимы знания о таких его характеристиках, как расходимость, эмитанс, яркость, которые связаны с фазовым портретом пучка.

В данной работе представлен алгоритм численного расчета фазовой характеристики электронного пучка, формируемого ЭОС с плазменным эмиттером.

**Алгоритм численного моделирования фазовой характеристики.** Алгоритм численного моделирования фазовой характеристики электронного пучка является дополнением к алгоритму моделирования ЭОС с плазменным эмиттером, разработанным ранее [2].

Основу численного моделирования фазовой характеристики пучка составляет метод деформируемых трубок тока. В предлагаемом методе деформируемых трубок тока весь поток электронов делится на некоторое конечное число слоев – трубок тока, каждая из которых определяется как область между двумя соседними поверхностями вращения, образованными граничными траекториями электронов, вылетевших из точек эмиттера с координатами  $r$  и  $r + dr$ .

Для получения граничных траекторий электронов потока эмиттирующая поверхность плазмы разбивается на аксиально-симметричные слои, аппроксимируемые боковой поверхностью усеченного конуса с радиусами оснований  $r$  и  $r + dr$  и высотой  $\Delta z_{nl}^{zp}$  (рис. 1). С каждого участка эмиттирующей поверхности эмиссионный ток  $I_{em}$  определяется согласно уравнению  $I_{em} = j_{e0} \cdot S_0$ , где  $j_{e0}$  – величина плотности теплового тока электронов, эмиттированных невозмущенной плазмой;  $S_0$  – площадь эмиттирующей поверхности плазмы для данного слоя;  $e, m_e$  – заряд и масса электрона;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T_e$  – электронная температура плазмы.

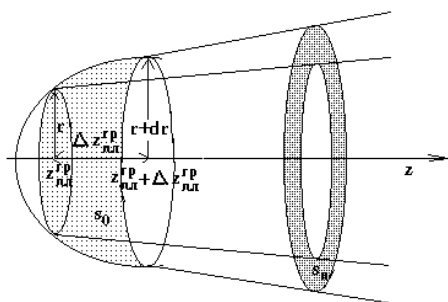


Рис. 1. Деформируемые трубки тока

В случае эмиссии с поверхности плазмы, закрытой полем пристеночного ионного слоя [3], эмиссионный ток рассчитывался с учетом экспоненциального уменьшения плотности тока при прохождении потока электронов через потенциальный барьер у эмиттирующей поверхности плазмы  $I_{em} = j_{e0} \cdot S_0 \cdot \exp\left(\frac{\varphi - \varphi_{nl}}{kT_e}\right)$ .

Максимальный радиус граничной траектории электронов совпадает с радиусом эмиттирующей плазмы  $r_{nl}$ , который задается значениями электронной концентрации  $n_{nl}$  и потенциала  $\varphi_{nl}$  плазмы, электронной температуры  $kT_e$  согласно закону «степени трех вторых» для цилиндрического вакуумного диода, ионный ток в котором определяется формулой Бома [4]:

$$r_{nl} = \frac{10 \varepsilon_0}{9} \frac{e}{e} \sqrt{\frac{e}{kT_e n_{nl} r_k \beta^2 (r_k/r_{nl})}} \frac{\varphi_{nl}^{3/2}}{e} \quad (1)$$

Здесь  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная вакуума;  $r_k$  – радиус эмиссионного канала;  $\beta^2$  – табулированная функция, которая аппроксимирована прямой вида  $\beta^2 = 0,257 \left( \frac{r_k}{r_{nl}} - 1 \right)$  при  $1 \leq \frac{r_k}{r_{nl}} \leq 3$  [4].

Весь поток эмиттированных плазмой электронов разбивался на группы, соответствующие разным значениям угла вылета электрона из плазмы. Направления начальных скоростей были ограничены следующими физическими соображениями: 1) распределение плазменных электронов по скоростям принималось максвелловским; 2) считалось, что электрон на выходе в электрическом поле переходного слоя приобретает дополнительную нормальную составляющую скорости. В этом случае при вылете электрона из плазмы нормальная компонента его скорости будет в два раза больше тангенциальной. Поэтому предельное значение направления начальной скорости электрона к нормали поверхности плазмы принималось равным  $\pm 27^\circ$ . Значение начальной скорости электронов принималось равным средней скорости их теплового движения в плазме.

Уравнение траектории электронов пучка в меридиональной плоскости  $rz$  находилось путем исключения времени из уравнений движения электронов в цилиндрических координатах:

$$m_e \cdot \frac{d\bar{\vartheta}}{dt} = e \cdot \nabla \varphi, \quad (2)$$

или

$$m_e \cdot \frac{d\vartheta_r}{dt} = e \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial r}; \quad (3)$$

$$m_e \cdot \frac{d\vartheta_z}{dt} = e \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (4)$$

Скорость электронов пучка  $\vartheta = \sqrt{\vartheta_r^2 + \vartheta_z^2}$  определялась из закона сохранения энергии:

$$\frac{m_e \vartheta^2}{2} = \frac{m_e \vartheta_0^2}{2} + e \cdot (\varphi - \varphi_{nl}), \quad (5)$$

где  $\vartheta_0$  – начальная скорость электронов, вылетающих из плазмы, равная средней тепловой скорости.

Решая систему уравнений (3)...(5), получаем уравнение траектории в дифференциальной форме:

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \left( \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} \cdot \frac{dr}{dz} \right) \cdot \left( 1 + \left( \frac{dr}{dz} \right)^2 \right); \left( \frac{m_e \cdot \vartheta_0^2}{e} + 2(\varphi - \varphi_{nl}) \right). \quad (6)$$

Решение уравнения траектории находилось методом численного интегрирования с двукратным последовательным применением явной схемы Эйлера. В качестве граничных условий задавались значения  $r$  в точках вылета электронов из плазмы и угол наклона  $\alpha = \alpha_0 + \beta$  начальной скорости электрона  $\vartheta_0$  к оси  $z$ , где  $\alpha_0$  – угол вылета электрона из плазмы относительно нормали к её поверхности;  $\beta$  – угол наклона нормали к оси  $z$ . Производные  $\frac{\partial \varphi}{\partial r}$ ,  $\frac{\partial \varphi}{\partial z}$ ,  $\frac{dr}{dz}$  и  $\frac{d^2 r}{dz^2}$  заменялись конечно-разностными аналогами. На первом шаге численного интегрирования определялся тангенс угла наклона  $\frac{dr}{dz}$  скорости электрона

$\bar{\vartheta}$  к оси  $z$  в текущей точке траектории, который задает расхожимость  $\theta$  граничных траекторий трубок

тока электронов в плоскости  $z = const$ . На втором шаге интегрирования определялись зависимости  $r(z)$  для каждой граничной траектории трубки.

Знание траекторий электронов, вылетевших из точек, лежащих на окружностях с радиусами  $r$  и  $r + dr$ , позволяет для каждого угла вылета  $\alpha_0$  рассчитать площади  $S_n(z, \alpha_0)$  между огибающими двух трубок тока в каждом сечении  $z = const$ , перпендикулярном оси системы (см. рис. 1). Учитывая число разбиений направления скорости по углам, плотность эмиссионного тока для всех точек расчетной области определялась с учетом изменения площади поперечного сечения трубки тока  $S_n(z, \alpha_0)$  согласно формуле  $j_e = I_{em} / S_n$ .

Таким образом, для каждой граничной траектории трубок электронного потока получим зависимости угла расходимости  $\theta$  и плотности тока  $j_e$  от  $(z, r)$ . Это позволяет определить фазовую характеристику электронного пучка  $\theta(r)$  в каждом поперечном сечении потока  $z = const$  и в области транспортировки пучка, так как в отсутствие электрических и магнитных полей расходимость потока и фазовый портрет пучка не изменяются.

**Результаты численного моделирования.** Изложенная методика расчета фазового портрета пучка, формируемого электронно-оптической системой с плазменным эмиттером, была положена в основу программы, разработанной на языке Фортран. Численным моделированием были получены фазовые характеристики половины электронного пучка, разрезанного плоскостью  $r = 0$  вдоль оси  $z$  системы формирования. Расчет фазовых характеристик проводился в плоскости, расположенной на расстоянии 1 см от ускоряющего электрода в области транспортировки пучка, для трех типичных форм эмиттирующей поверхности плазмы [3]: вогнутой (рис. 2), плоской (рис. 3) и выпуклой (рис. 4), и двух типичных режимов движения электронного потока: ламинарного (рис. 5) и неламинарного (рис. 6).

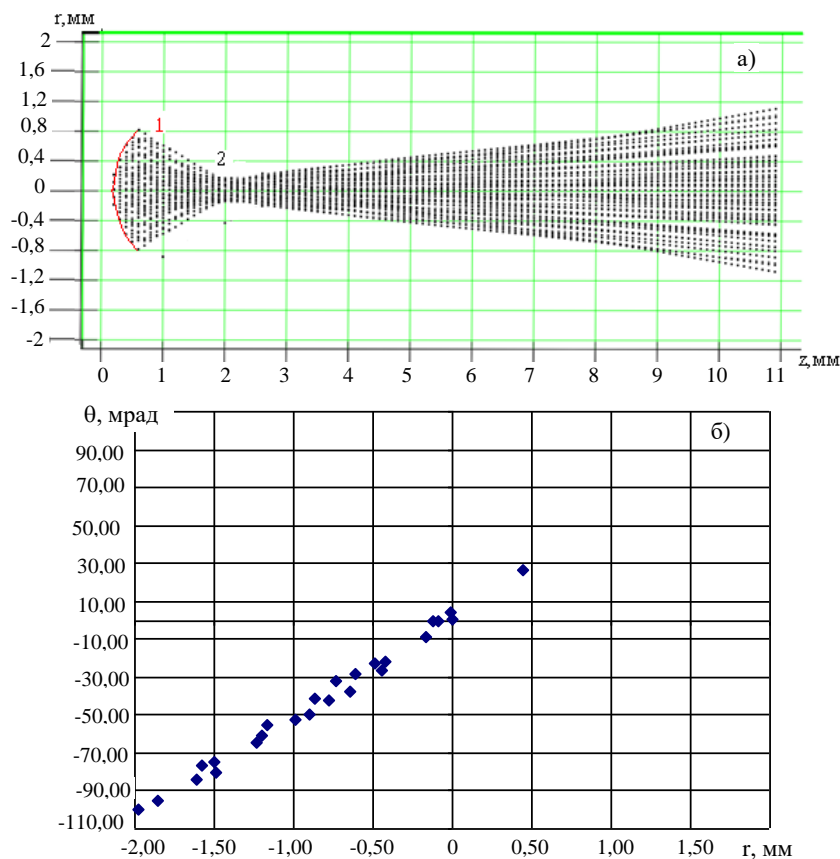


Рис. 2. Траектории (а) и фазовый портрет (б) половины электронного пучка для вогнутой поверхности эмиттера:

1 – эмиттирующая поверхность плазмы; 2 – траектории электронов пучка.

Радиус и длина эмиссионного канала 1 и 2 мм; приведенная напряженность ускоряющего поля 40 кВ/см;

радиус и длина выходной апертуры 2 мм; электронная температура 10 эВ;

потенциал и концентрация эмиттирующей плазмы 20 В и  $1 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$

Анализ полученных результатов показал, что в случае вогнутой поверхности эмиттирующей плазмы достаточно большой кривизны формируется сходящийся пучок с кроссовером на выходе из эмиссионного канала ( $z = 2$  мм), что приводит к неламинарному характеру движения электронного потока (рис. 2, а). Пересечение траекторий электронов пучка в области кроссовера объясняет левостороннюю асимметрию фазового портрета половины пучка относительно центра фазовой характеристики (рис. 2, б). Отсюда

можно заключить, что для сильно вогнутых эмиттирующих поверхностей фазовый портрет половины пучка располагается в основном в третьей четверти. Угол расходимости граничной траектории всего потока в случае, представленном на рисунке 2,  $|\theta| = 100$  мрад. В случае плоской поверхности эмиттера характер движения электронного потока, как правило, является ламинарным (рис. 3, а) и фазовый портрет половины электронного пучка не обладает выраженной асимметрией (рис. 3, б). Угол расходимости граничной траектории всего потока в случае плоской эмиттирующей поверхности минимален (например, для данных, представленных на рисунке 3, составляет 44 мрад).

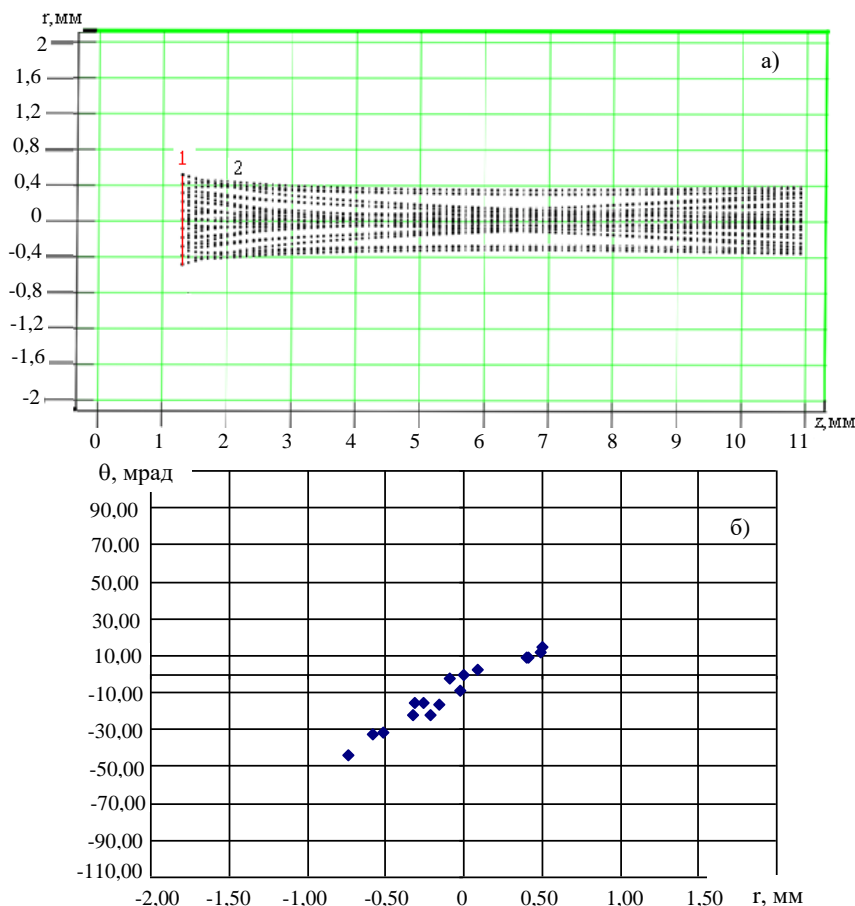


Рис. 3. Траектории (а) и фазовый портрет (б) половины электронного пучка для плоской поверхности эмиттера: 1 – эмиттирующая поверхность плазмы; 2 – траектории электронов пучка. Радиус и длина эмиссионного канала 1 и 2 мм, приведенная напряженность ускоряющего поля 40 кВ/см, радиус и длина выходной апертуры 2 мм, электронная температура 5 эВ, потенциал и концентрация эмиттирующей плазмы 200 В и  $1 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$

В случае выпуклой поверхности эмиттирующей плазмы формируется расходящийся пучок (рис. 4, а). Часть эмиссионного тока замыкается на поверхность ускоряющего электрода. Фазовый портрет половины электронного пучка обладает ярко выраженной правосторонней асимметрией (рис. 4, б). Отсюда можно заключить, что для выпуклых эмиттирующих поверхностей фазовый портрет половины пучка располагается в основном в первой четверти. Угол расходимости граничной траектории всего потока в случае выпуклой эмиттирующей поверхности максимален (например, для данных, представленных на рисунке 4,  $|\theta| = 240$  мрад).

Численные расчеты, проведенные по указанной программе, показали, что характер движения потока электронов и фазовый портрет пучка определяется не только формой эмиттера. На режим движения и фазовый портрет пучка оказывают влияние режим формирования эмиттирующей поверхности, параметры эмиттирующей плазмы, электронная температура плазмы, режим формирования пучка.

Сравнительный анализ рисунков 2 и 5 показывает, что для разных параметров эмиттирующей плазмы эмиттирующая поверхность имеет вогнутую форму, а характер движения потока различен. Это объясняется глубиной проникновения плазмы в эмиссионный канал. Чем меньше проникновение эмиттирующей плазмы в эмиссионный канал (см. рис. 2, а), тем больше неламинарность пучка. При довольно глубоком проникновении эмиттирующей плазмы в эмиссионный канал электронный пучок, несмотря на

вогнутую форму эмиттера, может быть ламинарным (рис. 5, а) и тогда его фазовый портрет не обладает асимметрией (рис. 5, б).

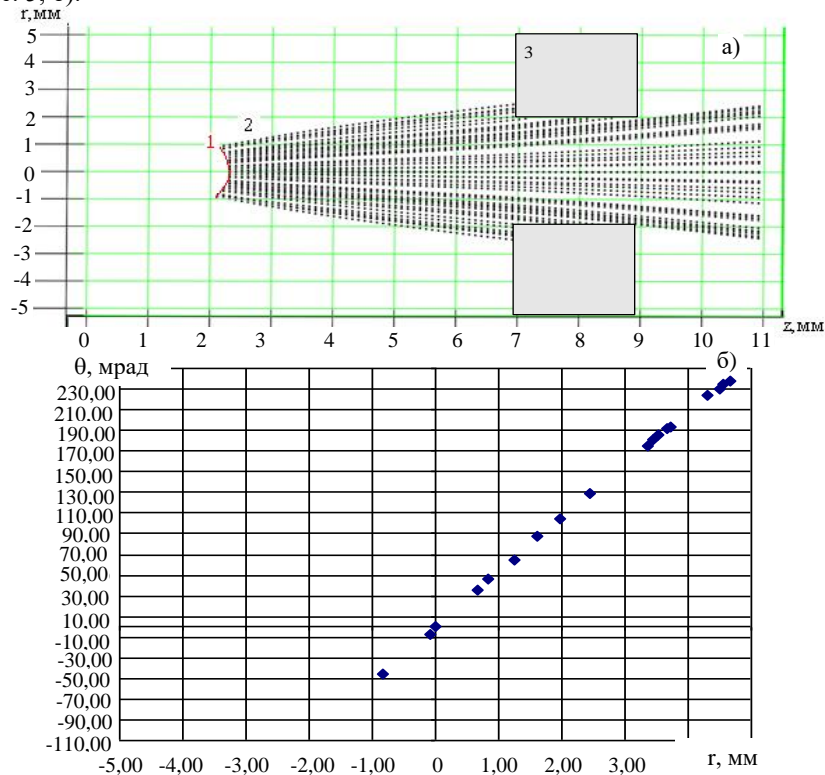


Рис. 4. Траектории (а) и фазовый портрет (б) половины электронного пучка для выпуклой поверхности эмиттера: 1 – эмиттирующая поверхность плазмы; 2 – траектории электронов пучка; 3 – ускоряющий электрод. Радиус и длина эмиссионного канала 1 и 2 мм, приведенная напряженность ускоряющего поля 40 кВ/см, радиус и длина выходной апертуры 2 мм, электронная температура 10 эВ, потенциал и концентрация эмиттирующей плазмы 200 В и  $1 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$

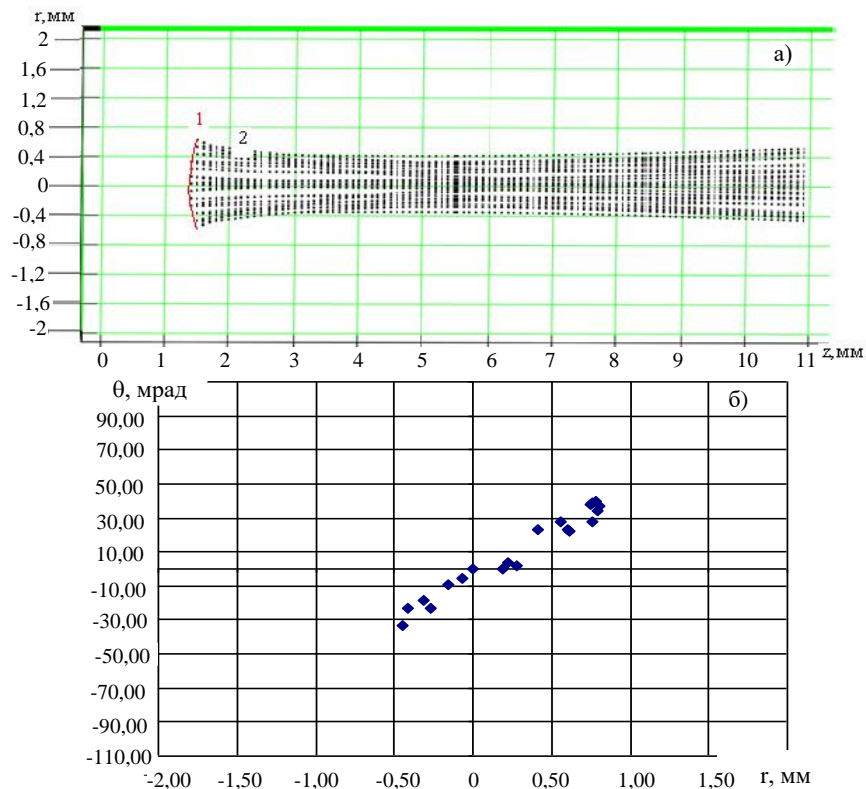


Рис. 5. Траектории (а) и фазовый портрет (б) половины электронного пучка для ламинарного потока: 1 – эмиттирующая поверхность плазмы; 2 – траектории электронов пучка.

Радиус и длина эмиссионного канала 1 и 2 мм, приведенная напряженность ускоряющего поля 40 кВ/см, радиус и длина выходной апертуры 2 мм, электронная температура 10 эВ, потенциал и концентрация эмиттирующей плазмы 200 В и  $1 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$

Влияние режима формирования эмиттирующей поверхности на характер движения потока электронов и фазовый портрет пучка иллюстрирует рисунок 6.

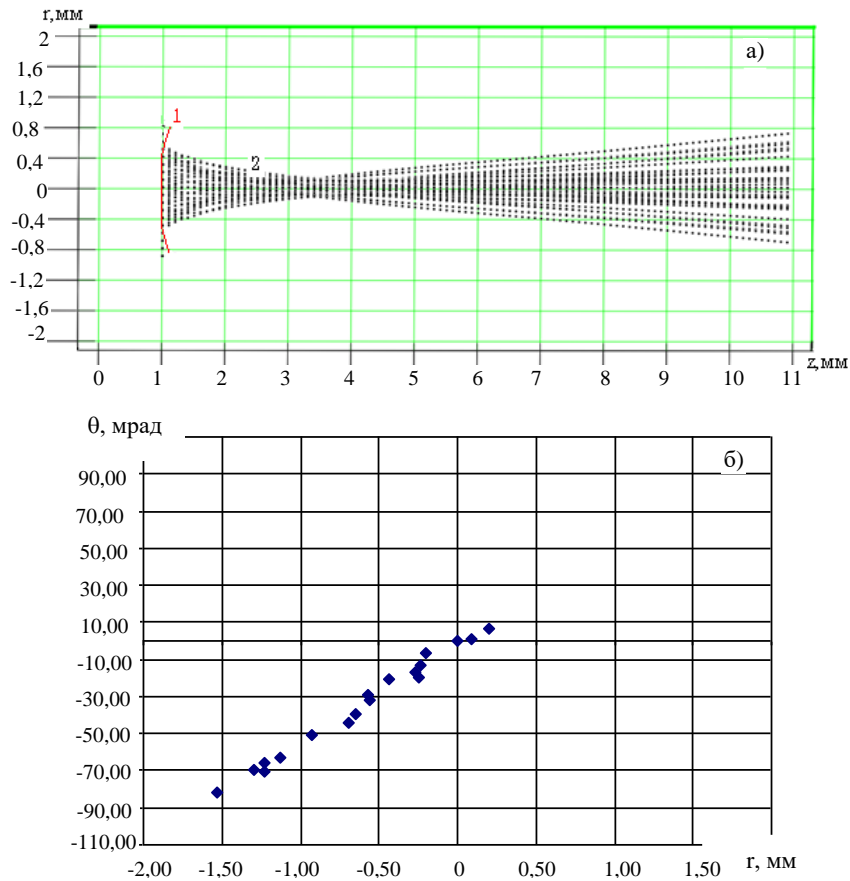


Рис. 6. Траектории (а) и фазовый портрет (б) половины электронного пучка для неламинарного потока: 1 – эмиттирующая поверхность плазмы; 2 – траектории электронов пучка. Радиус и длина эмиссионного канала 1 и 2 мм, приведенная напряженность ускоряющего поля 40 кВ/см, радиус и длина выходной апертуры 2 мм, электронная температура 10 эВ, потенциал и концентрация эмиттирующей плазмы 200 В и  $1 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-3}$

Несмотря на то, что эмиссия осуществляется с плоской центральной части поверхности эмиттера, характер движения потока электронов, в отличие от случая, представленного на рисунке 3, является неламинарным (рис. 6, а), что приводит к левосторонней асимметрии фазового портрета (рис. 6, б). Это объясняется тем, что в данном случае осуществляется смешанный режим формирования эмиттирующей поверхности – и полем ускоряющего электрода, и полем пристеночного ионного слоя [3]. Последнее приводит к установлению плоской формы для той части эмиттера, с которой осуществляется эмиссия. Периферийная область эмиттера закрыта полем пристеночного слоя, которое является тормозящим для электронов, что приводит к отклонению граничных траекторий в область поля ускоряющего электрода, т.е. к оси  $z$ .

Анализ данных, представленных на рисунках 2 – 6, позволяет сделать вывод о том, что определяющую роль в асимметрии фазовой характеристики играет не форма эмиттера, а режим движения потока.

Исследование зависимости фазовой характеристики пучка от электронной температуры плазмы показало, что эта зависимость определяется влиянием значения электронной температуры на радиус эмиттирующей поверхности, режим ее формирования, режим движения потока. Чем меньше температура электронов плазмы, тем меньше радиус эмиттирующей поверхности, согласно формуле (1). Уменьшение радиуса плазмы может привести к нестабильности плазменного образования в канале при выполнении условия  $r_{ni} < 0,31r_k$ . В последнем случае эмиттирующая поверхность перекрывается полем пристеночного ионного слоя, что приводит к формированию неламинарного пучка аналогично случаю, представленному выше. Увеличение температуры электронов плазмы уменьшает описанный эффект и, как следствие, уменьшает предельный угол расходимости пучка (рис. 7). Дальнейшее увеличение электронной темпера-

туры приводит к переходу в режим эмиссии с открытой поверхности плазмы для поля ускоряющего электрода и росту радиуса эмиттера. Это находит отражение в возрастании расходимости потока вследствие большего рассеивающего действия поля выходной апертуры на периферийные электроны пучка.

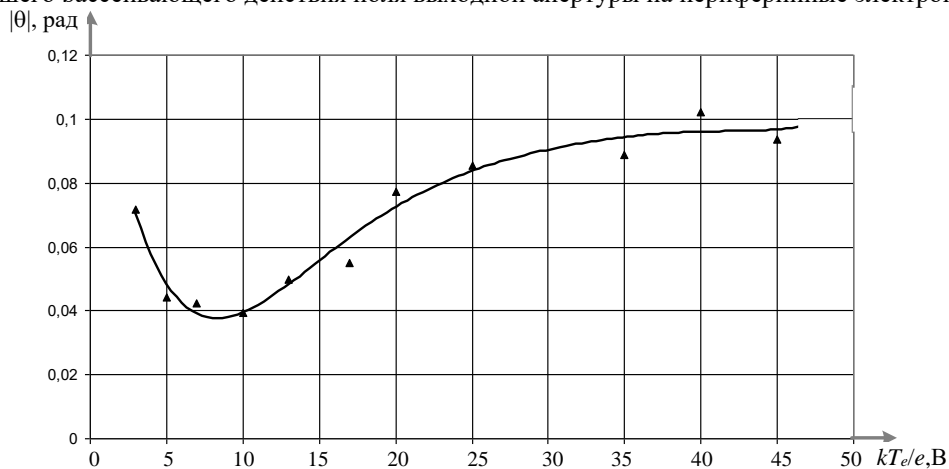


Рис. 7. Зависимость модуля угла расходимости пучка  $\theta$  от температуры электронов плазмы  $T_e$ .

Радиус и длина эмиссионного канала 1 и 2 мм, приведенная напряженность ускоряющего поля 40 кВ/см, радиус и длина выходной апертуры 2 мм, потенциал и концентрация эмиттирующей плазмы 200 В и  $1 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$

Проведенный численный анализ показал, что на фазовые характеристики оказывает влияние режим формирования пучка. При низких значениях давления в ускоряющем промежутке режим формирования пучка является стационарным (см. рис. 2 – 7). При давлении выше некоторого критического значения в ускоряющем промежутке формируется вторичное плазменное образование, которое изменяет электронно-оптические свойства системы формирования пучка, выступая в качестве рассеивающей линзы.

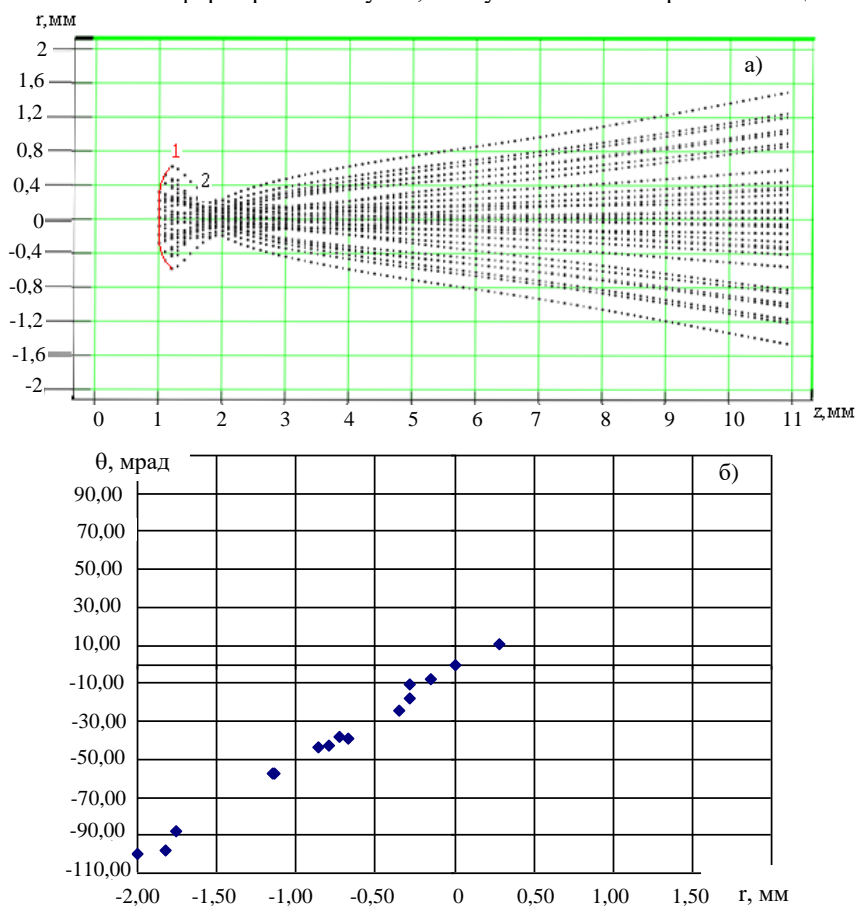


Рис. 8. Траектории (а) и фазовый портрет (б) половины электронного пучка в режиме образования вторичной плазмы: 1 – эмиттирующая поверхность плазмы; 2 – траектории электронов пучка.



Радиус и длина эмиссионного канала 1 и 2 мм, приведенная напряженность ускоряющего поля 40 кВ/см, радиус и длина выходной апертуры 2 мм, электронная температура 5 эВ, потенциал и концентрация эмиттирующей плазмы 200 В и  $1 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$ , давление  $10^{-2}$  мм рт. ст., потенциал вторичной плазмы 350 В

Сравнение рисунков 3 и 8 показывает, что поле вторичной плазмы 1) смещает эмиттирующую поверхность по направлению к разрядной камере, 2) приводит к неламинарному характеру движения потока, 3) увеличивает расходимость пучка, 4) приводит к левосторонней асимметрии фазового портрета пучка.

Увеличение электронной температуры снижает влияние поля вторичной плазмы на искривление траекторий электронов пучка, что приводит только к увеличению расходимости пучка, но не изменяет ламинарный характер движения потока и поэтому фазовый портрет пучка не становится асимметричным (рис. 9).

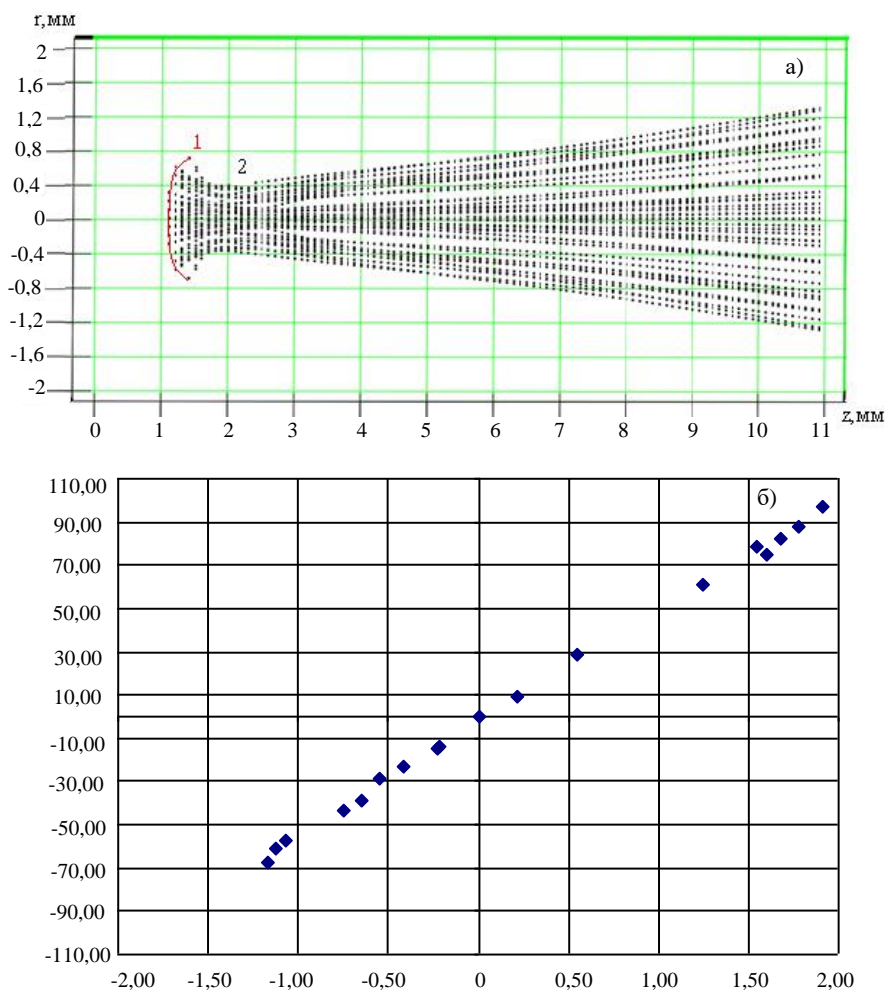


Рис. 9. Траектории (а) и фазовый портрет (б) половины электронного пучка в режиме образования вторичной плазмы: 1 – эмиттирующая поверхность плазмы; 2 – траектории электронов пучка.

Радиус и длина эмиссионного канала 1 и 2 мм, приведенная напряженность ускоряющего поля 40 кВ/см, радиус и длина выходной апертуры 2 мм, электронная температура 15 эВ, потенциал и концентрация эмиттирующей плазмы 200 В и  $1 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$ , давление  $10^{-2}$  мм рт. ст., потенциал вторичной плазмы 350 В

**Заключение.** Численное моделирование фазовой характеристики электронного пучка в электроно-оптических системах с плазменным эмиттером показало:

- вид фазовой характеристики пучка определяется характером движения потока;
- отличительной особенностью неламинарных потоков является левосторонняя асимметрия фазовых портретов половины пучка, разрезанного вдоль оси симметрии ЭОС;
- правосторонняя асимметрия фазовой характеристики характерна для расходящихся потоков, эмиттированных с выпуклой поверхности эмиттера;
- в случае ламинарных пучков их фазовые портреты не обладают выраженной асимметрией.



Анализ результатов позволяет сделать вывод о том, что режим движения и фазовый портрет пучка определяется совокупным влиянием следующих факторов:

- режимом формирования эмиттирующей поверхности;
- электронной концентрацией и потенциалом эмиттирующей плазмы;
- электронной температурой плазмы;
- режимом формирования пучка.

Как показало численное моделирование, в плазменных источниках электронов, в отличие от термокатодных пушек, при малых значениях температуры плазменных электронов расходимость пучка не является минимальной. Каждой электронно-оптической системе с плазменным эмиттером с заданными характеристиками соответствует свое значение электронной температуры, при которой расходимость формируемого электронного пучка является минимальной.

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ, грант Ф10Р-219.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Груздев, В.А. Особенности расчета электронно-оптических систем плазменных источников электронов / В.А. Груздев, О.Н. Петрович // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия С. Фундаментальные науки. – 2008. – № 3. – С. 2 – 18.
2. Петрович, О.Н. Метод численного анализа газонаполненных электронно-оптических систем с подвижным плазменным катодом / О.Н. Петрович, В.А. Груздев // Сб. материалов междунар. конф. по вычислительной математике. – Новосибирск, 2004. – Ч. II. – С. 590 – 595.
3. Залесский, В.Г. Особенности формирования эмиттирующей поверхности в плазменных источниках электронов / В.Г. Залесский, О.Н. Петрович // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия С. Фундаментальные науки. – 2009. – № 9. – С. 69 – 76.
4. В.Л. Галанский [и др.] // ЖТФ. – 1990. – Т. 60. – Вып. 4. – С. 168 – 175.

*Поступила 07.09.2010*

#### NUMERICAL SIMULATION OF THE PHASE CHARACTERISTIC OF ELECTRON BEAM

**V. GRUZDEV, V. ZALESSKY, O. PETROVICH**

*The algorithm of numerical calculation of a phase characteristic of an electronic beam is offered. It is shown, that the form of a phase characteristic of a beam is defined by character of a motion of a flow. Distinctive features of phase portraits of laminar and not laminar beams are set. Influence of a mode of formation of an emitting surface, parameters of emitting plasma, electronic temperature of plasma, a mode of formation of a beam on a mode of a motion of a stream and a phase portrait of a beam is researched.*