УДК 517.928

О некоторых свойствах ограниченных решений почти периодических многомерных дискретных систем

Завистовская Т. И., Яско Ф. Ф.
Полоцкий государственный университет

Изучается вопрос о почти периодичности ограниченных решений линейных и нелинейных многомерных дискретных систем. Аналогичным образом, как в теории дифференциальных уравнений, строится H-класс почти периодических дискретных систем, и изучаются свойства их ограниченных решений.

Введем следующие обозначения: Z– кольцо целых действительных чисел, C^m – m-мерное комплексное пространство, M – пространство ограниченных вектор-функций $x(n): Z^m \to C^m$ с нормой $\| x \|_M = \sup\limits_{n \in Z^m} \| x(n) \|_{C^m}$.

Пусть $h\Big(n+m_p,\ \ x(n+k_1),\ldots,x\big(n+k_q\big)\Big) = \theta\Big(n \in Z^m,\ p=1,2,\ldots\Big)$, (1)

где $h\Big(n+m_p, y_1,\ldots, y_q \Big) \to g \Big(n, y_1,\ldots,y_q \Big)$ при $p \to \infty$ равномерно по $n \in Z^m$ и $y_1,\ldots, y_q \in B$ (B – компактное множество). В таком случае будем говорить, что система (1) при $p \to \infty$ сходится к системе

$$g\Big(n,\ \ x(n+k_1),\ldots,x\big(n+k_q\big)\Big) = \theta \quad \Big(n \in Z^m\Big), \qquad (2)$$

где m обозначает последовательность $\{ m_1, m_2, \ldots\}$.

Для краткости будем называть системы (1) присоединенными к системе (2). Заметим, что каждая присоединенная система является почти периодической, т.к. для произвольной последовательности из последовательности функций $\Big\{ x\big(n+r_p\big) \Big\}$ можно выделить сходящуюся равномерно по $n \in Z^m$ подпоследовательность.

Теорема. Если почти периодическая система (2) имеет ограниченное решение $x(n) \in B$ при $n \in Z^m$ и все ограниченные решения $y(n) \in B$ при $n \in Z^m$ присоединенных систем (1) являются разделенными в $Z^m \times B$, то они равноразделенные в $Z^m \times B$, т.е. существует число ρ >0, общее для всего H-класса и такое, что для любых двух различных ограниченных решений $y^{(1)}\big(n\big) \in Z^m \times B$ и $y^{(2)}\big(n\big) \in Z^m \times B$ произвольной системы (1) $\inf\limits_{n \in Z^m} \Big\| y^{(1)}(n) - y^{(2)}(n) \Big\|_{C^m} \geq \rho > 0$.