

Раздел 2. КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛОБМЕН

Основные понятия конвективного теплообмена

Понятие конвективного теплообмена охватывает процесс теплообмена при движении жидкости или газа. При этом перенос теплоты осуществляется одновременно конвекцией и теплопроводностью.

Если в единицу времени через единицу контрольной поверхности нормально к ней проходит масса жидкости $\rho \cdot \dot{W}$, кг/(м²·с), где \dot{W} – скорость, ρ – плотность жидкости, то вместе с ней переносится теплота, Вт/м²:

$$\dot{q}_{\text{конв}} = \rho \cdot \dot{W} \cdot i$$

Конвекция теплоты всегда сопровождается теплопроводностью, т.к. при движении жидкости или газа происходит соприкосновение отдельных частиц, имеющих различные температуры. В результате конвективный теплообмен описывают уравнением

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_{\text{тпр}} + \mathbf{q}_{\text{конв}} = -l \frac{\partial t}{\partial n} + r \cdot \mathbf{w} \cdot i$$

При расчетах конвективного теплообмена между текущей жидкостью и твёрдой стенкой используют закон Ньютона – Рихмана

$$dQ_c = a(t_c - t_{жс})dF$$

Коэффициент теплоотдачи α зависит от большого количества факторов. В общем случае α является функцией

- формы и размеров тела,
- режима движения,
- скорости и температуры жидкости,
- физических параметров жидкости,
- других величин.

Чтобы привести жидкость в движение, к ней необходимо приложить силу. Силы, действующие на какой-либо элемент жидкости, можно разделить на массовые (или объемные) и поверхностные.

Массовыми называют силы, приложенные ко всем частицам жидкости и обусловленные внешними силовыми полями (например, гравитационным или электрическим).

Поверхностные силы возникают вследствие действия окружающей жидкости или твердых тел; они приложены к поверхности контрольного объема жидкости. Такими силами являются силы внешнего давления и силы трения.

Различают *свободную и вынужденную конвекцию*.

В первом случае жидкость с неоднородным распределением температуры, и, как следствие, с неоднородным распределением плотности, находится в поле земного тяготения. Поэтому в ней может возникнуть свободное гравитационное движение.

Вынужденное движение объема жидкости происходит под действием внешних поверхностных сил, приложенных на его границах за счет предварительно сообщенной кинетической энергии (например за счет работы насоса, вентилятора, ветра).

Вынужденное движение в общем случае может сопровождаться свободным движением. Относительное влияние последнего тем больше, чем больше разница температур отдельных частиц среды и чем меньше скорость вынужденного движения.

Дифференциальные уравнения конвективного теплообмена

Из уравнения $\mathbf{r} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial n} = -l \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} + r \cdot \mathbf{w} \cdot i$ следует, что плотность теплового потока в любой точке жидкости для каждого момента времени однозначно определяется, если известны поля температур, удельной энтальпии и скорости.

Связь между температурой и энтальпией может быть установлена следующим образом. Для реальной жидкости $i = f(t, p)$, и согласно понятию о полном дифференциале

$$di = \left(\frac{\partial i}{\partial t} \right)_p dt + \left(\frac{\partial i}{\partial p} \right)_t dp$$

Отсюда $i = \int_t c_p dt + \int_p \left(\frac{\partial i}{\partial p} \right)_t dp$

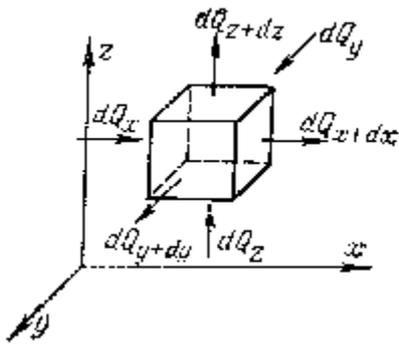
Для многих задач в предположении о несжимаемости жидкости ($\rho = \text{const}$) с достаточной степенью точности можно принять $(\partial i / \partial p)_t = 0$, т.е. пользоваться соотношением, справедливым для термодинамически идеального газа $di = c_p dt$ и $i = \int_t c_p dt$.

Уравнение энергии.

Выведем дифференциальное уравнение, описывающее температурное поле в движущейся жидкости.

При выводе будем полагать, что

- жидкость изотропна,
- её физические параметры постоянны,
- энергия деформации мала по сравнению с изменением внутренней энергии.



Выделим в потоке жидкости неподвижный относительно координатной системы элементарный параллелепипед с ребрами dx , dy и dz .

Через грани параллелепипеда теплота переносится теплопроводностью и конвекцией; в общем случае в рассматриваемом объеме может выделяться теплота внутренними источниками.

Вывод уравнения энергии, соответствующего принятым здесь условиям, был получен ранее:

$$r \frac{\partial i}{\partial t} = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + q_J,$$

Проекции плотности теплового потока \dot{q} на координатные оси Ox , Oy и Oz равны

$$q_x = -l \frac{\partial t}{\partial x} + r \cdot w_x i, \quad q_y = -l \frac{\partial t}{\partial y} + r \cdot w_y i \quad \text{и} \quad q_z = -l \frac{\partial t}{\partial z} + r \cdot w_z i$$

Подставляя значения q_x, q_y и q_z в уравнение Фурье, можно получить:

$$r \frac{\partial i}{\partial t} = l \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) - r \left(w_x \frac{\partial i}{\partial x} + w_y \frac{\partial i}{\partial y} + w_z \frac{\partial i}{\partial z} \right) - r \cdot i \left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + q_J.$$

Для несжимаемых жидкостей ($\rho = \text{const}$) из закона сохранения массы следует:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0$$

Тогда,
$$\frac{\partial i}{\partial t} + w_x \frac{\partial i}{\partial x} + w_y \frac{\partial i}{\partial y} + w_z \frac{\partial i}{\partial z} = \frac{l}{r} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_J}{r}$$

или, если $i = \int_T c_p dT$,

$$\frac{\partial t}{\partial t} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_J}{c_p \cdot r}$$

Последнее уравнение является *уравнением энергии*, описывающим распределение температур внутри движущейся жидкости.

Если $w_x = w_y = w_z = 0$, уравнение энергии переходит в уравнение теплопроводности.

Как следует из уравнения энергии, температурное поле в движущейся жидкости зависит от составляющих скорости w_x, w_y, w_z .

Чтобы сделать систему уравнений замкнутой, необходимо добавить уравнения, которые бы описывали изменение скорости во времени и пространстве. Такими уравнениями являются дифференциальные уравнения движения.

Уравнения движения.

Уравнение движения вдоль оси Ox

$$r \frac{dw_x}{dt} = r \cdot g_x - \frac{dp}{dx} + m \frac{d^2 w_x}{dy^2} .$$

Описание движения жидкости усложняется, если скорость изменяется по трем направлениям.

для оси Oх $r \frac{Dw_x}{dt} = r \cdot g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + m \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right)$

для оси Oy $r \frac{Dw_y}{dt} = r \cdot g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + m \left(\frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2} \right)$

для оси Oz $r \frac{Dw_z}{dt} = r \cdot g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + m \left(\frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right)$

В общем случае составляющие скорости W_x, W_y, W_z изменяются во времени и в пространстве. Член, стоящий в левой части уравнений, представляет собой полную производную от скорости по времени.

На основании понятия о полной (субстанциальной) производной для оси Ox имеем

$$\frac{Dw_x}{dt} = \frac{\partial w_x}{\partial t} + w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z}$$

Аналогичные уравнения можно записать и для осей Oy, Oz .

Используя векторную форму записи:

$$r \frac{D\mathbf{w}}{dt} = r \cdot \mathbf{g} - \nabla p + m \nabla^2 \mathbf{w}$$

Уравнение движения получено без учета зависимости физических параметров жидкости от температуры. В частности, не учтена зависимость плотности от температуры.

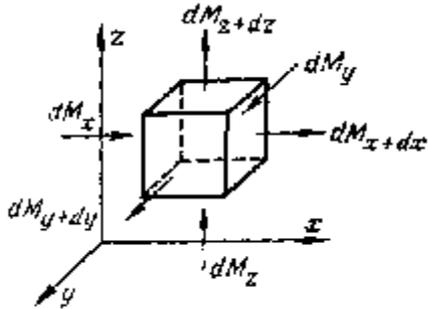
В то же время свободное движение жидкости определяется разностью плотностей холодных и нагретых частиц жидкости.

Приближенный учет переменности плотности возможен с введением температурного коэффициента объемного расширения β .

$$\frac{d\dot{\mathbf{w}}}{dt} = -\mathbf{g} \cdot b\mathbf{J} - \frac{1}{r} \nabla p + n \nabla^2 \mathbf{w}$$

Т.к. в уравнение движения, помимо $w_x, w_y, w_z, \mathbf{J}$ входит еще неизвестная величина p , то система уравнений не является замкнутой. Необходимо добавить еще одно уравнение – уравнение сплошности (неразрывности).

Уравнение сплошности.



Выделим в потоке движущейся жидкости неподвижный элементарный параллелепипед со сторонами dx , dy и dz и подсчитаем массу жидкости, протекающей через него в направлении осей Ox , Oy и Oz за время $d\tau$.

В направлении оси Ox в параллелепипед втекает масса жидкости

$$dM_x = r \cdot w_x dydzdt$$

Величина $r w_x$ представляет собой количество массы, протекающей в единицу времени через единицу поперечного сечения
Из противоположной грани вытекает масса

$$dM_{x+dx} = r \cdot w_{x+dx} dydzdt$$

Ограничиваясь первыми двумя членами разложения в ряд, получаем, что масса dM_{x+dx} , вытекающая из элементарного параллелепипеда в направлении оси Ox

$$dM_{x+dx} = \left[r \cdot w_x + \frac{\partial(rw_x)}{\partial x} dx \right] dydzdt$$

Излишек массы жидкости, вытекающий из элементарного объема в направлении оси Ox

$$dM_{x+dx} - dM_x = \frac{\partial(\rho\omega_x)}{\partial x} d\upsilon d\tau$$

Аналогичным образом можно получить уравнения для направления по осям Oy и Oz .

Полный избыток массы жидкости, вытекающей из элементарного объема в направлении всех трех осей обуславливается изменением плотности жидкости в объеме dv и равен изменению массы данного

объема во времени $\frac{\partial r}{\partial t} dudt$.

Произведя сокращение на dv и $d\tau$ и перенеся все члены в левую часть равенства, окончательно получим дифференциальное уравнение сплошности для сжимаемых жидкостей

$$\frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial(rw_x)}{\partial x} + \frac{\partial(rw_y)}{\partial y} + \frac{\partial(rw_z)}{\partial z} = 0$$

Для несжимаемых жидкостей, полагая $\rho = \text{const}$, получаем

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0$$

Уравнение сплошности является уравнением сохранения массы.