

1.3 Смеси идеальных газов

Для всей смеси в целом основное уравнение кинетической теории газов

$$p_{см} = \frac{2}{3} n_{см} \frac{m\overline{w}^2}{2},$$

где $m\overline{w}^2 / 2$ – средняя кинетическая энергия молекул для всей смеси в целом, может быть представлено в виде формулы

$$p_{см} = \frac{2}{3} (n_1 + n_2 + \dots) \frac{m\overline{w}^2}{2}.$$

Учитывая, что все компоненты находятся при одной и той же температуре, из уравнения Больцмана имеем:

$$\frac{mW^2}{2} = \frac{m_1w_1^2}{2} = \frac{m_2w_2^2}{2} = \dots,$$

откуда следует закон Дальтона:

$$p_{см} = \frac{2}{3}n_1 \frac{m_1w_1^2}{2} + \frac{2}{3}n_2 \frac{m_2w_2^2}{2} + \dots$$

Из закона Бойля – Мариотта:

$$\frac{V_K}{V_{см}} = \frac{P_{см}}{P_K},$$

где V_K – приведенный объем, который занял бы компонент, находясь отдельно от других компонентов при давлении и температуре смеси.

Последнее выражение можно записать в таком виде

$$P_K V_{см} = P_{см} V_K.$$

Составляя такие выражения для каждого из компонентов, а затем складывая их левые и правые части, получаем

$$V_{см}(p_1 + p_2 + \dots) = p_{см}(V_1 + V_2 + \dots)$$

и, производя сокращение на основании закона Дальтона, находим окончательно

$$V_{см} = V_1 + V_2 + \dots = \sum V_k$$

т.е. объем газовой смеси равен сумме приведенных объемов ее компонентов.

Газовая смесь характеризуется своим мольным (Z_k), объемным (r_k) или массовым составом (m_k).

Для пересчета объемного состава в массовый и наоборот введено понятие о средней (кажущейся) молекулярной массе смеси m_{CM} .

Общая масса смеси идеальных газов

$$M_{см} = M_1 + M_2 + \dots$$

Масса компонента смеси $M_K = m_K Z_K$,

Для однородного газа $M_{см} = m_{см} Z_{см}$.

Отсюда
$$m_{см} = m_1 \frac{Z_1}{Z_{см}} + m_2 \frac{Z_2}{Z_{см}} + \dots = m_1 z_1 + m_2 z_2 + \dots,$$

где $z_1, z_2 \dots$ – мольные доли компонентов смеси.

Также, среднюю молекулярную массу смеси можно выразить через молекулярные массы компонентов и их объемные доли:

$$m_{см} = m_1 r_1 + m_2 r_2 + \dots$$

Пересчет объемного состава на массовый и наоборот производится на основе следующих соотношений между объемными и массовыми долями компонентов:

$$m_K = \frac{M_K}{M_{CM}} = \frac{m_K Z_K}{m_{CM} Z_{CM}} = \frac{m_K}{m_{CM}} r_K = \frac{m_K}{m_{CM}} z_K$$

$$r_K = \frac{V_K}{V_{CM}} = \frac{Z_K}{Z_{CM}} = \frac{Z_K}{Z_1 + Z_2 + \dots} = \frac{\frac{M_K}{m_K}}{\frac{M_1}{m_1} + \frac{M_2}{m_2} + \dots} = \frac{\frac{m_K}{m_{CM}}}{\frac{m_1}{m_1} + \frac{m_2}{m_2} + \dots}$$

Уравнение состояния для всей смеси в целом имеет вид

$$p_{см}V_{см} = M_{см}R_{см}T_{см},$$

а для каждого из компонентов может быть записано так:

$$p_1V_{см} = M_1R_1T_{см};$$

$$p_2V_{см} = M_2R_2T_{см}$$

...

Учитывая, что $p_{см}V_{см} = p_1V_{см} + p_2V_{см} + \dots$,

получаем $M_{см}R_{см} = M_1R_1 + M_2R_2 + \dots$

или
$$R_{см} = \frac{M_1}{M_{см}} R_1 + \frac{M_2}{M_{см}} R_2 + \dots$$

и окончательно $R_{см} = m_1R_1 + m_2R_2 + \dots$

$$R_{см} = \frac{(mR)_{см}}{m_{см}} = \frac{8314}{m_{см}}, \text{ Дж/(кг}\cdot\text{град)}$$