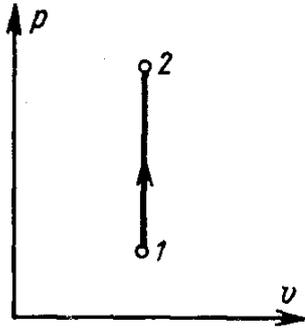


ОСНОВНЫЕ ПРОЦЕССЫ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

1.5 Изохорный процесс



Из закона Шарля

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} ,$$

видно, что изохоры нагревания направлены снизу вверх, а изохоры охлаждения – сверху вниз.

Аналитическое выражение первого закона термодинамики

$$dq = du + pdJ$$

для изохорного процесса принимает вид $q = u_2 - u_1$

В изохорном процессе все подводимое тепло расходуется на изменение внутренней энергии газа, а работа расширения равна нулю

Согласно определению теплоемкости

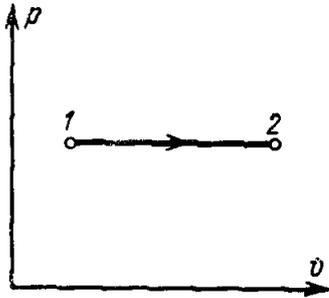
$$dq = c_J dT = c_J dt \quad \text{и} \quad q = c_J(T_2 - T_1) = c_J(t_2 - t_1)$$

поэтому $du = c_J dT = c_J dt$ и $u_2 - u_1 = c_J(T_2 - T_1) = c_J(t_2 - t_1)$

Поскольку внутренняя энергия является функцией состояния и ее изменение не зависит от характера процесса, приведенные формулы справедливы для любого процесса.

Изобарный процесс

Из закона Гей-Люссака



$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{T_1}{T_2},$$

откуда видно, что изобара нагревания направлена слева направо, а изобара охлаждения – справа налево.

Аналитическое выражения первого закона термодинамики для изобарного процесса

$$\begin{aligned} q &= u_2 - u_1 + p \int_{J_1}^{J_2} dJ = u_2 - u_1 + p(J_2 - J_1) = (u_2 + pJ_2) - (u_1 + pJ_1) = \\ &= i_2 - i_1 \end{aligned}$$

В изобарном процессе все подводимое тепло расходуется на изменение энтальпии газа.

Согласно определению теплоемкости

$$dq = c_p dT = c_p dt \quad \text{и} \quad q = c_p (T_2 - T_1) = c_p (t_2 - t_1)$$

поэтому $di = c_p dT = c_p dt$ и $i_2 - i_1 = c_p (T_2 - T_1) = c_p (t_2 - t_1)$

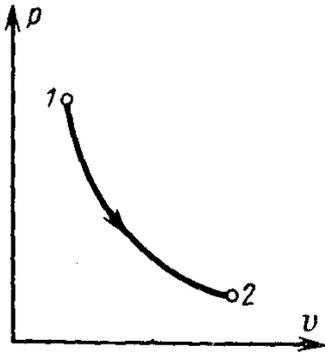
Энтальпия является функцией состояния, и ее изменение не зависит от характера процесса, поэтому приведенные формулы справедливы для любого процесса.

Величина работы изменения объема газа в изобарном процессе

$$l = p (J_2 - J_1) = R (T_2 - T_1)$$

Изотермический процесс

Из закона Бойля – Мариотта



$$pJ = const$$

следует, что линия изотермы представляет собой гиперболу.

Поскольку в изотермическом процессе

$$u_2 - u_1 = c_J(T_2 - T_1) = 0,$$

г.е. внутренняя энергия не изменяется, аналитическое выражение первого закона термодинамики принимает вид

$$q = \int_{J_1}^{J_2} p dJ = l$$

$$q = l = \int_{J_1}^{J_2} \frac{RT}{J} dJ = RT \int_{J_1}^{J_2} \frac{dJ}{J} = RT \ln \frac{J_2}{J_1}$$

Адиабатный процесс

Первый закон термодинамики

$$dq = du + pdJ = c_J dT + pdJ = 0$$

$$d(pJ) = Jdp + pdJ, \quad pdJ = d(pJ) - Jdp$$

$$dq = [du + d(pJ)] - Jdp = di - Jdp = c_p dT - Jdp = 0$$

Из этих уравнений имеем

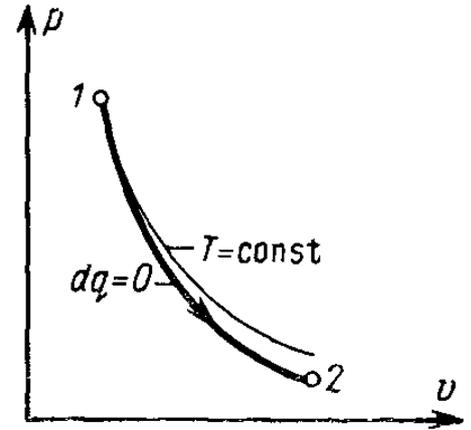
$$c_J dT = -pdJ \quad \text{и} \quad c_p dT = Jdp$$

Разделив, получаем $\frac{c_p}{c_J} = -\frac{Jdp}{pdJ} = k$.

или $\frac{dp}{p} + k \frac{dJ}{J} = 0$.

Интегрируя, получаем $\ln p + k \ln J = \text{const}$,

или $pJ^k = \text{const}$



а) Связь между p и ϑ

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{J_2}{J_1} \right)^k$$

б) Связь между T и ϑ

$$\frac{RT_1}{J_1} J_1^k = \frac{RT_2}{J_2} J_2^k \quad \text{или} \quad T_1 J_1^{k-1} = T_2 J_2^{k-1}$$

и окончательно
$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{J_2}{J_1} \right)^{k-1}$$

в) Связь между p и T

$$\frac{J_2}{J_1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1/k} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{k-1}},$$

окончательно $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}}$

Аналитическое выражение первого закона термодинамики

$$q = u_2 - u_1 + l = 0$$

Поскольку для любого процесса

$$u_1 - u_2 = c_J(T_1 - T_2),$$

работа адиабатного процесса $l = c_J(T_1 - T_2)$

Поскольку $k = \frac{c_p}{c_J} = \frac{c_J + R}{c_J} = 1 + \frac{R}{c_J}$, имеем $c_J = \frac{R}{k - 1}$

и тогда

$$l = \frac{R}{k - 1}(T_1 - T_2) = \frac{1}{k - 1}(p_1 J_1 - p_2 J_2)$$

Политропные процессы

Политропными называются процессы, в которых теплоемкость имеет любое, но постоянное на протяжении всего процесса значение.

Уравнение политропы выводится на основе уравнений 1 закона термодинамики и теплоёмкости:

$$dq = cdT = c_J dT + p dJ \quad \text{и} \quad dq = cdT = c_p dT - J dp$$

$$pJ^n = const$$

где $n = \frac{c - c_p}{c - c_J}$ – показатель политропы.

Все соотношения, вытекающие из уравнения политропы, аналогичны соотношениям, вытекающим из уравнения адиабаты.

Согласно первому закону термодинамики для политропного процесса

$$q = u_2 - u_1 + l = c_J(T_2 - T_1) + \frac{R}{n-1}(T_1 - T_2) = \left(c_J - \frac{R}{n-1} \right) (T_2 - T_1).$$

Но $q = c(T_2 - T_1)$, поэтому

$$c = c_J - \frac{R}{n-1} = \frac{nc_J - c_J - R}{n-1} = \frac{nc_J - c_p}{n-1} = \frac{c_J(n-k)}{n-1}$$

для изохорного процесса, когда $n = \pm\infty$, $c = c_{\emptyset}$;
 для изобарного процесса, когда $n = 0$, $c = c_p$;
 для изотермического процесса, когда $n = 1$, $c = \pm\infty$;
 для адиабатного процесса, когда $n = k$, $c = 0$.

$$c = \frac{c_J (n - k)}{n - 1}$$

