РАЗДЕЛЬНОЕ УРАВНИВАНИЕ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ РЕАЛЬНЫХ СПУТНИКОВЫХ GPS-СЕТЕЙ

Присяжнюк А.П.
(УП «Аэрокарт», Минск);
Усова О.О.
(Полоцкий государственный университет)

Исследования российских ученых показали, что корреляционная матрица в спутниковых GPS-измерениях, полученная по внутренней сходимости результатов серии, оказывает незначительное влияние на результаты уравнивания. Также незначительной будет максимальная погрешность приращения координат для измерений, проведенных в благоприятных условиях (при незаслоненности небосвода). Отсюда следует, что при правильном выборе места установки спутникового приемника, т.е. при открытом небосводе, отмечена некоррелированность результатов измерений приращения координат. В этом случае можно производить уравнивание спутниковой сети раздельно для каждой горизонтальной и вертикальной составляющих (так же как нивелирные сети).

Цель исследования - практическое доказательство того, что при единичной корреляционной матрице совместное и раздельное уравнивание дают одинаковые результаты, однако при раздельном уравнивании время вычисления на ЭВМ сокращается до 30 раз по сравнению с совместным.

В работах [1, 4] отмечается возможность раздельного уравнивания приращений прямоугольных координат ΔX, ΔY, ΔZ, полученных в относительном методе спутниковой геодезии. Преимущества раздельного уравнивания перед совместным очевидны;

1) в девять раз уменьшаются: матрица коэффициентов параметрических уравнений поправок A; матрица нормальных уравнений $A^{T}PA$ и обратная к ней матрица, а также матрица $F = (A^{T}PA)^{-1}A^{T}P$, используемая при оценке точности в нетрадиционных алгоритмах уравнивания;

2) примерно в 30 раз уменьшается время вычислений на персональных компьютерах (ПК);

3) значительно уменьшается число операторов в программе уравнивания спутниковых измерений;

4) по одной и той же программе возможно уравнивание не только GPS-измерений, но и нивелирных превышений.

Препятствием к раздельному уравниванию служит наличие объемной корреляционной матрицы для вектора между двумя смежными пунктами GPS и необходимость перехода при учете корреляции к обобщенному методу наименьших квадратов. При отсутствии корреляции совместный и раздельный метод уравнивания дают одинаковые результаты (уравненные координаты и результаты оценки точности даже при использовании метода Lp-оценок).

Исследования показали, что при совместном и раздельном уравнивании оценку точности можно выполнить по следующим формулам [4]:

$$\mu_{совм} = \sqrt{\frac{\mu_x^2 + \mu_y^2 + \mu_z^2}{3}}; \tag{1}$$

$$M_{совм} = \mu_{совм}\sqrt{Q_{11} + Q_{22} + Q_{33}}, \tag{2}$$

где

$$Q_{11} = \left(\frac{m_x}{\mu_x}\right)^2;\ Q_{22} = \left(\frac{m_y}{\mu_y}\right)^2;\ Q_{33} = \left(\frac{m_z}{\mu_z}\right)^2. \tag{3}$$

Средние квадратические ошибки по осям координат можно вычислить по известным формулам:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{V_x^T P_x V_x}{r}};\quad \mu_y = \sqrt{\frac{V_y^T P_y V_y}{r}};\quad \mu_z = \sqrt{\frac{V_z^T P_z V_z}{r}}, \tag{4}$$

где *г* = *N* -Z (*N*-количество измерений; *1* — число параметров).

Важным вопросом как при совместной, так и при раздельной обработке является вопрос уравнивания GPS-сетей без исходных пунктов. В работе [5] дано решение этой задачи на основе метода регуляризации. Но, как оказалось, для поиска параметра регуляризации необходимо до 10-15 раз получать обратную матрицу нормальных уравнений.

Для обработки GPS-построений и сетей нивелирования в производственных программах рекомендуем следующий метод получения N^+ [2, 3]:

$$N^{+} = (N + I^{T}I)^{-1} - \frac{1}{K^{2}} I^{T}I. \tag{5}$$

где $I = (1 \quad 1 \quad \dots \quad 1)$ x x, *X* - число всех пунктов геодезической сети.

Формула (5) легко программируется:

1) вычисляем $N = A^{\tau}PA$;

2) к каждому элементу этой матрицы прибавляем единицу и получаем обратную матрицу Q обычным путем;

3) из каждого элемента матрицы Q отнимаем $1/k^2$ и получаем N^{+}.

Решим пример уравнивания реального GPS-четырехугольника совместным и раздельным способами при одном исходном пункте (табл. 1 и 2) и при отсутствии исходных пунктов (табл. 3 и 4), когда при использовании совместного способа, матрица I в формуле (5) будет такой:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{3\times l} \qquad (6)$$

Таблица 1

Совместное уравнивание GPS-четырехугольника

Обозначения	n=1,1	n= 1,5	n = 2,0	n = 2,5	n = 3,0
M	0,052	0,130	0,328	0,901	2,516
M_1	0,0158	0,0069	0,0044	0,0025	0,0018
M_2	0,0117	0,0059	0,0040	0,0023	0,0015
M_3	0,0151	0,0063	0,0042	0,0024	0,0016
S_{11}	0,0010	0,0005	-4701,1744	-0,0006	-0,0003
δ,·	0,0066	0,0046	11167,7360	-0,0013	-0,0023
δ_zl	0,0019	0,0015	-732,4697	-0,0006	-0,0009
δχ2	0,0006	0,0003	-634,4412	-0,0002	-0,0003
δy2	0,0045	0,0030	9396,2221	-0,0008	-0,0014
δχ2	0,0018	0,0014	-2781,3696	-0,0008	-0,0011
$\delta\chi_3$	0,0004	0,0001	-0,0006	0,0000	0,0000
δy3	0,0025	0,0016	-0,0025	-0,0004	-0,0008
δχ3	0,0018	0,0015	-0,0027	-0,0007	-0,0010

Таблица 2

Раздельное уравнивание GPS-четырехугольника по осям X, Y, Z

Обозначения	n= 1,1	n= 1,5	n = 2,0	n = 2,5	n = 3,0
1	2	3	4	5	6
Уравнивание по оси X					
δχl	0,0010	0,0005	-4701,1744	-0,0002	-0,0003
$\delta\chi_2$	0,0006	0,0003	-634,4412	-0,0002	-0,0003
δχ3	0,0004	0,0001	-0,0006	0,0000	0,0000
Уравнивание по оси Y					
δ_λ, |	0,0066	0,0046	11167,7360	-0,0013	-0,0023
δ_y2	0,0045	0,0030	9396,2221	-0,0008	-0,0014
δ>3	0,0025	0,0016	-0,0025	-0,0004	-0,0008
Уравнивание по оси Z					
δχl	0,0019	0,0015	-732,4697	-0,0006	-0,0009
δχ2	0,0018	0,0014	-2781,3696	-0,0008	-0,0011
δχ3	0,0018	0,0015	-0,0027	-0,0007	-0,0010

Таблица 3

Совместное уравнивание GPS-четырехугольника без исходных пунктов

Обозначения	n = l,l	n= 1,5	n = 2,0	n = 2,5	n = 3,0
M	0,078	0,169	0,402	1,103	3,082
M_1	0,0099	0,0047	0,0030	0,0017	0,0012
M_2	0,0062	0,0038	0,0026	0,0014	0,0009
M_3	0,0093	0,0044	0,0030	0,0017	0,0012
M_4	0,0101	0,0050	0,0033	0,0019	0,0013
δχ |	0,0004	0,0003	-4701,1740	-0,0001	-0,0002
δ,l	0,0032	0,0023	11167,7397	-0,0007	-0,0012
δχl	0,0005	0,0004	-732,4680	-0,0001	-0,0001
δχ2	0,0001	0,0000	-634,4408	-0,0001	-0,0002
δ>2	0,0012	0,0008	9396,2257	-0,0001	-0,0002
δ∑2	0,0004	0,0003	-2781,3679	-0,0003	-0,0004
δχ3	-0,0001	-0,0001	-0,0002	0,0001	0,0001
δj,4	-0,0034	-0,0023	4509,7491	0,0006	0,0011
$\delta\chi_4$	-0,0014	-0,0011	-4723,6592	0,0005	0,0008

Таблица 4

Раздельное уравнивание GPS-четырехугольника по осям X, Y, Z без исходных пунктов

Обозначения	п-1,1	n=l,5	n = 2,0	n = 2,5	n = 3,0
Уравнивание по оси X					
δxl	0,0004	0,0003	-4701,1740	-0,0001	-0,0002
δx2	0,0001	0,0000	-634,4408	-0,0001	-0,0002
δχ3	-0,0001	-0,0001	-0,0002	0,0001	0,0001
δx4	-0,0005	-0,0003	4919,3770	0,0001	0,0001
Уравнивание по оси Y					
δyl	0,0032	0,0023	11167,7397	-0,0007	-0,0012
δy2	0,0012	0,0008	9396,2257	-0,0001	-0,0002
Sy_3	-0,0009	-0,0007	0,0012	0,0002	0,0003
δy4	-0,0034	-0,0023	4509,7491	0,0006	0,0011
Уравнивание по оси Z					
δ,ι	0,0005	0,0004	-732,4680	-0,0001	-0,0001
δx2	0,0004	0,0003	-2781,3679	-0,0003	-0,0004
S_{23}	0,0005	0,0004	-0,0010	-0,0002	-0,0003
⅛4	-0,0014	-0,0011	-4723,6592	0,0005	0,0008

Примечание. **В таблицах 1 - 4 имеем: п - показатель степени (п = 2.0, - метод наименьших квадратов; п = 1.0, - метод наименьших модулей); д - изменения приращений координат по сравнению с п = 2.0; м - средняя квадратическая ошибка единицы веса; M_1 - средняя квадратическая ошибка положения i-й точки.**

По данным таблиц 1 - 4 можно сделать выводы:

1) результаты уравнивания как совместного, так и раздельного полностью совпадают;

2) при использовании различных степеней п наихудшие результаты оценки точности получены для метода наименьших модулей, независимо от того присутствуют или отсутствуют исходные пункты;

3) эффект, указанный в пункте 2, также присутствует при анализе величин δ_1, δ_y и δ_1, полученных при различных значениях п.

В **заключение** отметим, что с использованием формулы (5) составлена производственная программа по раздельному уравниванию GPS-сетей, внедренная в 2004 году в Республиканском унитарном предприятии «Белаэрокосмогеодезия».

ЛИТЕРАТУРА

1. Бойко, Е.Г. Особенности уравнивания сетей, построенных относительным методом спутниковой геодезии / Е.Г. Бойко, С. А. Ванин // Геодезия и картография. - 2001. -№ 9. - С. 9 - 14.
2. Герасименко, М.Д. Определение современных движений земной коры из повторных измерений / М.Д. Герасименко, Г.А. Шароглазова // Геодезия и картография. - 1985. -№ 7. - С. 25 - 29.
3. Мицкевич, В.И. О вычислении начальных координат пунктов для последующего уравнивания нуль-свободных сетей / В.И. Мицкевич, П.М. Левданский, В.Г. Стержанов // Автоматизированные технологии изысканий и проектирования. - 2001. -№ 2 (4). - С. 35 - 36.
4. Мицкевич, В.И. Раздельное уравнивание GPS-измерений / В.И. Мицкевич, А.П. Присяжнюк, В.Г. Стержанов / Полоц. гос. ун-т. - Новополоцк. - 2000. - 5 с. - Деп. в ОНТИ ЦНИИГАиК. 25.09.2000, № 720-гд. 2000.
5. Тихонов, А.Н. О вариационном методе регуляризации при уравнивании свободных геодезических сетей / А.Н. Тихонов [и др.] // Изв. вузов. Сер. Геодезия и аэрофотосъемка. - 1978. -№ 3. -С. 3 - 10.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ КОЛИЧЕСТВА И РАСПОЛОЖЕНИЯ ИСХОДНЫХ ПУНКТОВ ПЛАНОВЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ НА ВЕЛИЧИНУ ЧИСЕЛ ОБУСЛОВЛЕННОСТИ

Парадня П.Ф.; Усов Д.В.
(Полоцкий государственный университет)

На примерах симметричных сетей триангуляции, трилатерации и линейно-угловых построений рассмотрено влияние количества исходных пунктов и их расположения в плановых геодезических сетях на величину чисел обусловленности.

Известно, что числа обусловленности характеризуют качество построения геодезических сетей, устойчивость решения систем уравнений и могут быть получены для матриц систем нормальных уравнений при параметрическом и коррелатном способе уравнивания по формулам: