

УДК 622.867.322;614.894

## ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНОЙ ЗАГРЯЗНЕННОСТИ РЕГЕНЕРАТИВНОГО ПАТРОНА НА РАБОТУ ШАХТНОГО РЕСПИРАТОРА НА ХИМИЧЕСКИ СВЯЗАННОМ КИСЛОРОДЕ

С. Г. ЕХИЛЕВСКИЙ, О. В. ГОЛУБЕВА, Е. П. ПОТАПЕНКО

*Путем математического и компьютерного моделирования исследовано влияние ненулевых начальных условий на формирование квазистационарного профиля концентрации  $CO_2$  в протекающем через регенеративный патрон воздухе и распределение связанного углерода в толще кислородсодержащего продукта. С учетом начального неоднородно распределенного поглощательного ресурса патрона получены уравнения в частных производных, описывающие кинетику сорбции и баланс молекул углекислого газа. Развита итерационная процедура их решения, положенная в основу сколь угодно точного численного экспериментирования. Правильность предложенного формализма протестирована на классических примерах. Смоделированы процессы, разворачивающиеся в регенеративном патроне при десорбции связанного углерода из частично или полностью отработанного патрона. Полученные результаты могут быть использованы для численного моделирования процесса локальной регенерации атмосферы в шахтных изолирующих дыхательных аппаратах на химически связанном кислороде с маятниковой и гибридной схемами воздухопроводной части.*

**Ключевые слова:** регенеративный патрон; кислородсодержащий продукт; проскок  $CO_2$ ; связанный углерод; десорбция; квазистационарное распределение.

В классической постановке при математическом моделировании сорбции углекислого газа в изолирующих дыхательных аппаратах пользуются стационарными краевыми и нулевыми начальными условиями [1–3]. Это означает неизменность режима фильтрации и отсутствие связанного углерода в толще кислородсодержащего продукта в момент, когда шахтер или горноспасатель начинают работу в шахтном респираторе. В работе [4] результаты обобщены на случай переменной концентрации молекул  $CO_2$  на входе в фильтр, что позволило смоделировать аппараты с круговой схемой воздухопроводной части [5] и неоднородно снаряженными регенеративными патронами [6]. Однако остаются реальные ситуации, моделирование которых требует учета начальной загрязненности регенеративного патрона. Например, после изменения физической нагрузки шахтера заново формируется структура работающего слоя хемосорбента. Это происходит на фоне уже имеющегося распределения связанного углерода, отражающего особенности динамики сорбции в предыдущем режиме эксплуатации аппарата. Аналогично при реверсе воздушного потока (например, в самоспасателе с маятниковой или гибридной схемами воздухопроводной части [7]) молекулы  $CO_2$  возвращаются из менее отработанных в более отработанные слои сорбента, что нарушает обычную картину динамики сорбции. Чтобы адекватно моделировать описанные устройства и ситуации, необходимо обобщить развитый в [3, 4] формализм на случай ненулевой и неоднородной начальной загрязненности регенеративного патрона. Решению этой задачи посвящена данная публикация.

---

**Ехилевский Степан Григорьевич** – доктор технических наук, профессор, декан факультета информационных технологий. 211440, Республика Беларусь, г. Новополоцк, ул. Блохина, 29, Полоцкий государственный университет.

**Голубева Оксана Валерьевна** – кандидат физико-математических наук, доцент, заведующая кафедрой технологий программирования. 211440, Республика Беларусь, г. Новополоцк, ул. Блохина, 29, Полоцкий государственный университет.

**Потапенко Евгений Павлович** – ассистент кафедры строительного производства. 211440, Республика Беларусь, г. Новополоцк, ул. Блохина, 29, Полоцкий государственный университет. E-mail: p0tapenko@mail.ru

Рассмотрим плоско-параллельное течение воздуха через кислородсодержащий продукт. Если скорость фильтрации  $v$  постоянна, то эволюция объемной концентрации  $W$  молекул  $\text{CO}_2$  в токе воздуха и плотности связанного углерода  $U$  отражена в уравнениях работы [4], описывающих баланс молекул углекислого газа и кинетику сорбции:

$$-vW'_x = (W + U)'_t; \quad (1)$$

$$U'_t = \beta(W - \gamma U), \quad (2)$$

где  $t$  – время;  $x$  – координата, растущая в направлении течения;  $\beta, \gamma$  – феноменологические постоянные, характеризующие скорость и ресурс реакции. После формирования квазистационарного распределения  $W$  первым слагаемым в правой части (1) можно пренебречь (подробнее в [4]):

$$-vW'_x = U'_t. \quad (3)$$

Подставив (2) в (3), получим:

$$-vW'_x = \beta(W - \gamma U). \quad (4)$$

Чтобы сделать дальнейшее описание универсальным и не зависящим от вида аппарата и режима его эксплуатации, перепишем уравнения (1), (2) в терминах, введенных в [3], обезразмеренных переменных

$$\xi = \beta x / v; \quad \tau = \beta \gamma t, \quad (5)$$

и приведенных концентраций

$$\omega = W / W_0; \quad u = \gamma U / W_0, \quad (6)$$

где  $W_0$  – некоторая постоянная, имеющая размерность объемной концентрации и задающая характерный масштаб ее изменения в рассматриваемой задаче. В результате уравнения (4), (2) примут вид:

$$-\omega'_\xi = \omega + u; \quad (7)$$

$$u'_\tau = \omega - u. \quad (8)$$

Воспользовавшись линейностью (8), выразим в общем виде  $u$  через  $\omega$ :

$$u(\xi, \tau) = \exp(-\tau) \left( u(\xi, 0) + \int_0^\tau \exp(\tau) \omega(\xi, \tau) d\tau \right); \quad \tau \geq 0, \quad (9)$$

где  $u(\xi, 0)$  – начальная загрязненность патрона, определение которой и является целью настоящего исследования.

Подставив (9) в (7), получим уравнение для определения  $\omega$ :

$$-\omega'_\xi(\xi, \tau) = \omega(\xi, \tau) - \exp(-\tau) \left[ u(\xi, 0) + \int_0^\tau \exp(\tau) \omega(\xi, \tau) d\tau \right]; \quad \tau \geq 0. \quad (10)$$

Его решение представим в виде ряда

$$\omega(\xi, \tau) = \exp(-\tau) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f_n(\tau)}{n!} \xi^n, \quad (11)$$

где  $f_n(\tau)$  – неизвестные функции, подлежащие дальнейшему определению. Чтобы найти  $f_n(\tau)$  подставим (11) и разложение начальной загрязненности в ряд Маклорена в уравнении (10):

$$u(\xi, 0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{u_{\xi}^{(n)}(0, 0)}{n!} \xi^n.$$

Выполнив почленное дифференцирование и интегрирование, приравняем коэффициенты при одинаковых степенях  $\xi$ :

$$f_{n+1}(\tau) = u_{\xi}^{(n)}(0, 0) + \int_0^{\tau} f_n(\tau) d\tau - f_n(\tau); \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (12)$$

Рекуррентное соотношение (12) позволяет по известному  $f_0(\tau)$  последовательно вычислить все  $f_n(\tau)$  до какого угодно номера. Согласно (11),  $f_0(\tau)$  связано со значением  $\omega(0, \tau)$  приведенной концентрации углекислого газа на входе в поглощающий слой. Приняв в (11)  $\xi = 0$ , получим

$$f_0(\tau) = \exp(\tau) \omega(0, \tau). \quad (13)$$

Соотношения (6), (9), (11)–(13) позволяют с любой требуемой точностью вычислить концентрацию углекислого газа в регенерируемом воздухе и распределение связанного углерода в толще кислородсодержащего продукта при наличии произвольной начальной загрязненности патрона и переменной концентрации молекул  $\text{CO}_2$  на входе в фильтр.

В частности, при отсутствии начальной загрязненности  $u(\xi, 0) = 0$  и постоянной концентрации сорбтива на входе в фильтр  $\omega(0, \tau) = 1$  с помощью (9), (11)–(13) получается известный результат (см. (10) в [3] и (21) в [5] при  $\alpha = 1$ ):

$$\omega_1(\xi, \tau) = \exp(-\xi) \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi^n}{n!} \left( 1 - \exp\left[-\tau \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\tau^k}{k!}\right] \right) \right]; \quad (14)$$

$$u_1(\xi, \tau) = 1 - \exp(-\tau) \left( 1 - \exp(-\xi) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi^n}{n!} \sum_{k=1}^n \frac{\tau^k}{k!} \right). \quad (15)$$

Тестом на правильность новой теории может служить следующее рассуждение. Возьмем момент времени  $\tau_1$  из (15) в качестве начального для соотношений (9), (11)–(13). В этом случае в качестве  $u(\xi, 0)$  в (9), (10) следует подставить  $u_1(\xi, \tau_1)$ . При этом

$$u_{\xi}^{(n)}(0, 0) = u_{1\xi}^{(n)}(0, \tau_1) = \sum_{k=0}^n (-1)^{n-k} C_n^k \left( 1 - \exp(-\tau_1) \sum_{m=0}^k \frac{\tau_1^m}{m!} \right), \quad (16)$$

где  $C_n^k$  – числа сочетаний из  $n$  объектов по  $k$ .

Дальнейшее описание эволюции приведенной концентрации можно осуществлять как с помощью формул (14), (15), так и с помощью (9), (11)–(13) с  $\omega(0, \tau) = 1$  в (13), так как на входе в продукт поддерживается постоянная концентрация  $\text{CO}_2$ . При этом очевидно, что в соответствии с изложенным для любых положительных  $\xi$  и  $\tau$  должны выполняться тождества

$$\omega_1(\xi, \tau_1 + \tau) \equiv \omega(\xi, \tau); \quad u_1(\xi, \tau_1 + \tau) \equiv u(\xi, \tau), \tag{17}$$

ибо оба формализма описывают одну и ту же задачу динамики сорбции. Тем не менее с точки зрения математики тождества (17) тривиальными не являются.

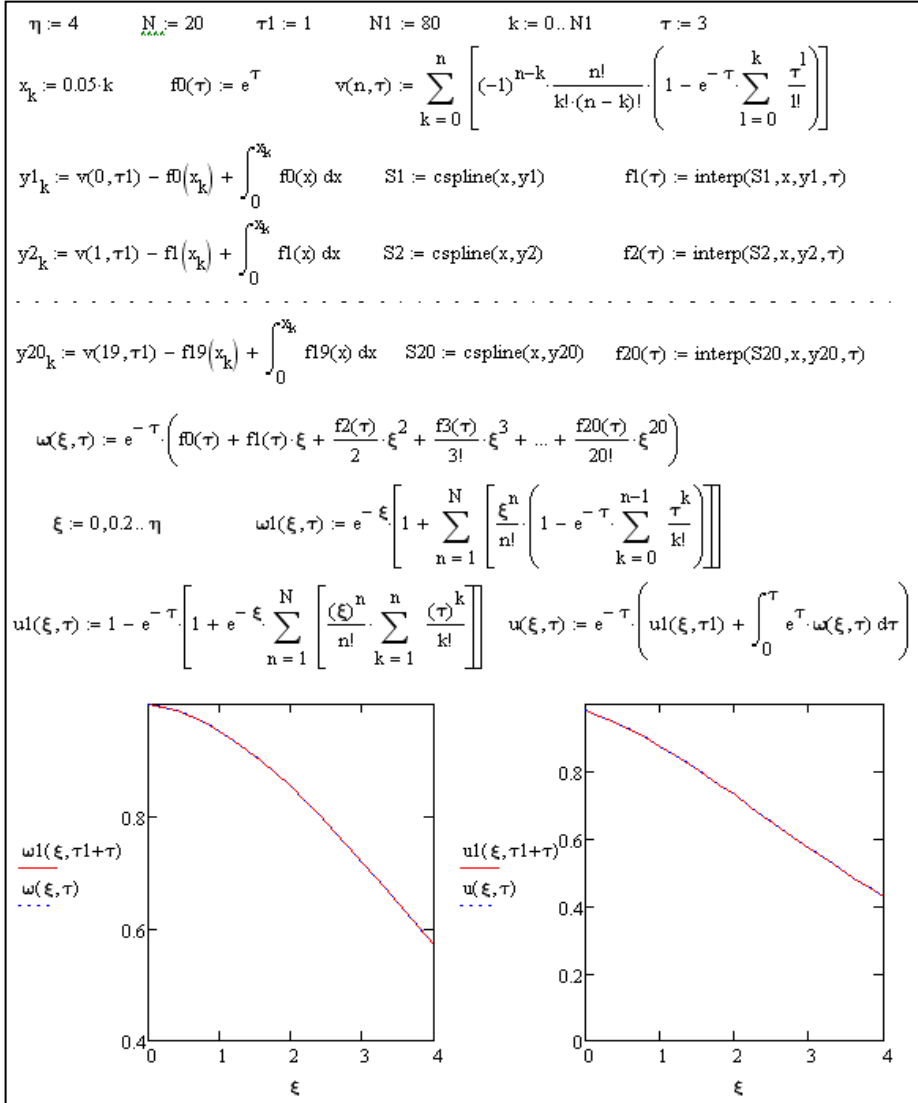


Рис. 1. Зависимости приведенной концентрации  $\text{CO}_2$  и плотности связанного углерода от координаты: при отсутствии начальной загрязненности патрона – кривые  $\omega_1$  и  $u_1$ ; при наличии начальной загрязненности патрона – кривые  $\omega$  и  $u$

Поэтому в их справедливости убедимся численно, с помощью написанной в среде пакета MathCAD программы, фрагмент которой с построенными графиками приведен на рис. 1.

Согласно рис. 1, соответствующие кривые слились. Значит, предложенный формализм (9), (11)–(13) и написанная для его проверки программа верны. Используем их для решения прикладной задачи.

Поскольку при получении (9), (11)–(13) не использовалось ограничение  $\omega \geq u$ , с помощью развитого формализма можно моделировать процесс десорбции  $\text{CO}_2$  или очистки отработанного фильтра. В такой постановке

$$u(\xi, 0) = 1 = u_{\xi}^{(0)}(0, 0); \quad u_{\xi}^{(n)}(0, 0) = 0, \quad n \neq 0, \quad (18)$$

а на вход фильтра поступает чистый воздух  $\omega(0, \tau) = 0$ , что согласно (13) означает:

$$f_0(\tau) = 0. \quad (19)$$

Подставив (18), (19) в (12), (13) и выполнив интегрирование по  $\tau$ , получим

$$f_n(\tau) = -\sum_{k=0}^{n-1} (-1)^{n-k} C_{n-1}^k \frac{\tau^k}{k!}. \quad (20)$$

На рис. 2, 3 представлены построенные с помощью (9), (11), (18), (20) зависимости приведенной концентрации  $\text{CO}_2$  и плотности связанного углерода как функции координаты для различных моментов времени. Продемонстрировано, что в процессе фильтрации происходит загрязнение чистого воздуха и вымывание связанного углерода. По мере освобождения лобовых слоев фильтра процесс десорбции смещается в глубь фильтра.

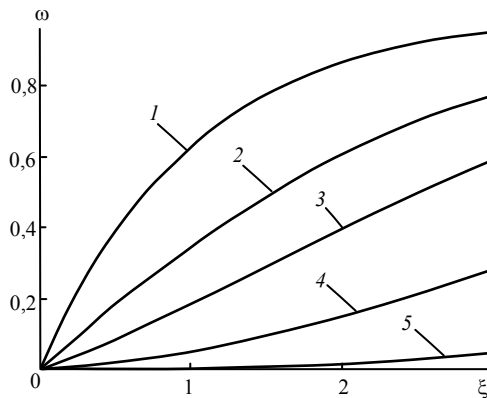


Рис. 2. Зависимость приведенной концентрации сорбтива от координаты при регенерации фильтра: 1, 2, 3, 4, 5 —  $\tau = 0$ ; 1; 2; 4; 8 соответственно

Таким образом, в работе развит формализм, позволяющий математически сколь угодно точно моделировать динамическую сорбционную активность при наличии неоднородной начальной загрязненности фильтра. Правильность полученной теории протестирована на классическом примере, допускающем рассмотрение как в рамках новой теории, так и на основе решений, полученных для случая нулевой начальной загрязненности.

После успешного прохождения теста на правильность новые соотношения применены для моделирования процесса регенерации отработанного фильтра. Полученные зависимости приведенной концентрации сорбтива и загрязненно-

сти фильтра от времени и координаты внутренне непротиворечивы и допускают разумную интерпретацию.

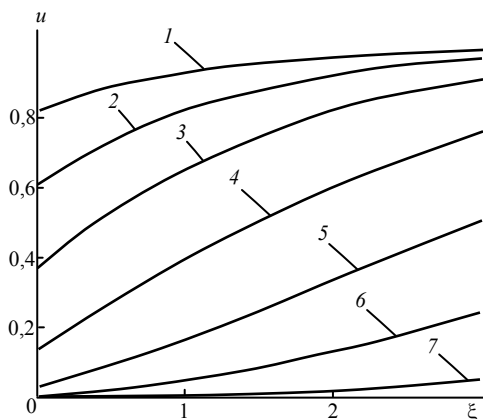


Рис. 3. Зависимость загрязненности фильтра от координаты при его регенерации:  
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 –  $\tau = 0,2; 0,5; 1,0; 2,0; 3,5; 5,5; 9,0$  соответственно

Важность полученных результатов обусловлена возможностью их использования для численного моделирования процесса локальной регенерации атмосферы в шахтных изолирующих дыхательных аппаратах на химически связанном кислороде с маятниковой и гибридной схемами воздухопроводной части.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Жуховицкий А. А., Забежинский Я. Л., Тихонов А. Н. Поглощение газа из тока воздуха слоем зернистого материала // Журнал физической химии. 1945. Т. 19, № 6. С. 253–261.
2. Кримштейн А. А., Плотникова С. В., Коновалова В. И., Путин Б. В. Моделирование изолирующих дыхательных аппаратов на химически связанном кислороде // Журнал прикладной химии. 1992. Т. 65, № 11. С. 2463–2469.
3. Пак В. В., Ехилевский С. Г., Овчаров В. К., Ильинский А. Э. Математическая модель рабочего процесса изолирующего шахтного респиратора // Изв. вузов. Горный журнал. 1994. № 1. С. 54–57.
4. Ехилевский С. Г., Ольшанников С. А., Потапенко Е. П. Влияние переменных краевых условий на квазистационарный профиль концентрации  $\text{CO}_2$  в регенеративном патроне шахтного респиратора // Изв. вузов. Горный журнал. 2013. № 3. С. 46–53.
5. Ехилевский С. Г., Голубева О. В., Ольшанников С. А., Потапенко Е. П. Математическая модель дыхательного аппарата на химически связанном кислороде с круговой схемой воздухопроводной части // Изв. ДГИ. 2013. № 2. С. 105–113.
6. Ехилевский С. Г., Ольшанников С. А. Оптимизация теплового режима шахтного самоспасателя на химически связанном кислороде // Изв. вузов. Горный журнал. 2013. № 6. С. 35–42.
7. Изолирующий дихальный аппарат: пат. 47440 Украина. № 98041899; заявл. 14.04.98; опубл. 15.07.02, Бюл. № 7.

Поступила в редакцию 11 марта 2014 г.

#### IMPACT OF INITIAL CONTAMINATION OF THE REGENERATIVE CARTRIDGE ON THE WORK OF MINE RESPIRATOR ON CHEMICAL OXYGEN

Ekhilevskiy S. G., Golubeva O. V., Patapenko Ya. P. – Polotsk State University, Novopolotsk, Belarus.  
E-mail: p0tapenko@mail.ru

Both mathematical and computer modeling were used to study the impact of non-zero initial conditions on the formation of quasi-stationary profile of  $\text{CO}_2$  concentration in the air flowing through regenerative cartridge and distribution of carbon in the bulk of the oxygen-containing product. Given the initial inhomogeneous distribution of the absorption resource of the cartridge, a partial differential equation describing the kinetics of sorption and the balance of carbon dioxide molecules was obtained. An iterative procedure to solve them was developed, which became the basis of arbitrarily accurate numerical experimentation. The correctness of the proposed formalism was tested on classical examples.

The processes occurring in regenerative cartridge during desorption of bound carbon from the partially or completely worn-out cartridge were modeled. The obtained results can be used for numerical modelling of the process of the local regeneration of atmosphere in the mine isolating breathing apparatus on chemical oxygen with a pendulum and hybrid circuits of the airway.

**Key words:** regenerative cartridge; oxygen product; leakage of CO<sub>2</sub>; combined carbon; desorption; quasi-stationary distribution.

#### REFERENCES

1. Zhukhovitski A. A., Zabezhinskii Ia. L., Tikhonov A. N. *Zhurnal Fizicheskoi Khimii – Journal of Physical Chemistry*. 1945. 19, vol. 6. pp. 253–261.
2. Krimstein A. A., Plotnikova S. V., Konovalova V. I., Putin B. V. *Russian Journal of Applied Chemistry*. 1992. Vol. 65, no. 11. pp. 2463–2469.
3. Pak V. V., Ekhilevskiy S. G., Ovcharov V. K., Ilinskiy A. E. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Gornyi Zhurnal – News of the Higher Institutions. Mining Journal*. 1994. no. 1. pp. 54–57.
4. Ekhilevskiy S. G., Olshannikov S. A., Potapenko E. P. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Gornyi Zhurnal – News of the Higher Institutions. Mining Journal*. 2013. no. 3. pp. 46–53.
5. Ekhilevskiy S. G., Golubeva O. V., Olshannikov S. A., Potapenko E. P. *Izv. DGI – Proceedings of DSI*. 2013. no. 2. pp. 105–113.
6. Ekhilevskiy S. G., Olshannikov S. A. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Gornyi Zhurnal – News of the Higher Institutions. Mining Journal*. 2013. no. 6. pp. 35–42.
7. Izoliuiuchii dikhalnii aparat: pat. 47440 Ukraina. no. 98041899; zaiavl. 14.04.90; opubl. 15.07.02, Bul. no. 7.