

Учреждение образования «Полоцкий государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
учреждения образования
«Полоцкий государственный
университет»



Ю.П. Голубев

2019 г.

Регистрационный № УД- 025/19/уч.

ГЕОМЕТРИЯ И АЛГЕБРА

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности
**1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность
(математические методы и программные системы)»**

2019г.

Учебная программа составлена на основе типовой учебной программы для высших учебных заведений по специальности 1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы)» (регистрационный № ТД-G.514/тип от 20.06.2015г.), учебного плана по специальности 1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы)» (регистрационный № 13-13/уч./ФИТ от 29.08.2013г.).

СОСТАВИТЕЛЬ:

Ольга Николаевна Петрович, заведующий кафедрой технологий программирования, к.т.н., доцент учреждения образования «Полоцкий государственный университет»

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой технологий программирования учреждения образования «Полоцкий государственный университет»
(протокол № 7 от 21.06. 2019 г.)

Методической комиссией факультета информационных технологий учреждения образования «Полоцкий государственный университет»
(протокол № 5 от 26.06. 2019 г.)

Научно-методическим советом учреждения образования «Полоцкий государственный университет»
(протокол № 5 от 28.06. 2019 г.)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В настоящее время аналитическая геометрия представляет собой не столько раздел математической науки, сколько учебный курс, который знакомит студентов с методом координат и является источником наглядных представлений и примеров для других учебных курсов. Основные цели преподавания аналитической геометрии — продемонстрировать студентам общие принципы приложения алгебры и анализа к геометрии, приучить начинающих к оперированию математическими объектами, которые не встречались в школьном курсе.

Современное изложение аналитической геометрии существенно использует алгебраический аппарат; по этой причине в предлагаемый курс для студентов технических специальностей, включён довольно значительный объём алгебраического материала: это теория матриц, определителей, систем линейных уравнений. Кроме того, для расширения математического кругозора студентов и ознакомления их с современной научной терминологией программа снабжена обширным лекционным материалом, содержащим обсуждение важнейших общематематических понятий. Геометрическая часть курса вполне традиционна и содержит теорию векторов, линейных многообразий (прямых и плоскостей) и линий и поверхностей второго порядка в евклидовых пространствах.

Учебная программа по учебной дисциплине «Геометрия и алгебра» предусматривает формирование профессиональных компетенций для работы в области защиты информации.

Учебная дисциплина «Геометрия и алгебра» для будущих специалистов, обучающихся по специальности 1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы)», является фундаментальной и направлена на изучение общего курса математики, формирование у студентов как теоретической базы для усвоения общепрофессиональных и специальных дисциплин, так и практических умений, позволяющих будущему инженеру находить рациональные решения проблемных задач прикладного направления.

Цель преподавания учебной дисциплины «Геометрия и алгебра»:

- во-первых, дать глубокие знания по одному из основных разделов учебной дисциплины высшей математики, имеющего тесную связь с многочисленными прикладными проблемами и богатые приложения;
- во-вторых, создать фундамент, необходимый для усвоения материала перечисленных выше учебных дисциплин;
- в-третьих, сформировать одну из основных частей банка знаний специалистов университетского уровня в избранной области деятельности.

Основные задачи, решаемые при изучении учебной дисциплины «Геометрия и алгебра» – изучение аналитической геометрии и основ высшей алгебры.

При изложении учебной дисциплины важно показать возможности использования аппарата геометрии и алгебры при решении как чисто теоретических, так и прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики и др. Целесообразно выделить моменты построения алгоритмов полученных результатов с целью их реализации при помощи средств вычислительной техники.

В результате изучения учебной дисциплины «Геометрия и алгебра» формируются следующие компетенции:

академические:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач;

АК-4. Умение работать самостоятельно;

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни;

социально-личностные:

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

профессиональные:

ПК-1. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой с целью получения последних сведений о новых методах защиты информации, о стойкости существующих систем защиты информации.

В результате изучения учебной дисциплины обучающийся должен:

знать:

- основы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве;
- основные понятия высшей алгебры;
- основы линейной алгебры;

уметь:

- применять метод координат при исследовании алгебраических кривых и поверхностей первого и второго порядков;
- решать основные задачи теории векторных, евклидовых и унитарных пространств;
- решать системы линейных алгебраических уравнений;
- применять аппарат аналитической геометрии и линейной алгебры при решении задач специальности;

владеть:

- аппаратом алгебры и аналитической геометрии;
- навыками исследования геометрических объектов, задаваемых уравнениями первой и второй степени;
- навыками использования матричных методов для решения задач линейной алгебры.

Связи с другими учебными дисциплинами

Данная дисциплина основывается на знаниях школьного курса математики. Дисциплина является основой для изучения последующих дисциплин: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дифференциальные уравнения», «Вычислительные методы алгебры», «Методы оптимизации».

Форма получения образования – дневная.

В соответствии с учебным планом на изучение учебной дисциплины «Геометрия и алгебра» отводится: общее количество учебных часов – 524, аудиторных – 272 часов, из них лекции 136 часов, практические занятия – 136 часов, количество зачетных единиц – 13,5.

Распределение аудиторного времени по курсам и семестрам:

Курс	Семестр	Всего часов	Аудиторных занятий, часов	Лекций, часов	Практических занятий, часов	Самостоятельная работа, часов	Форма текущей аттестации	Количество зачетных единиц
1	1	262	136	68	68	126	зачет, экзамен	7
1	2	262	136	68	68	126	зачет, экзамен	6,5
ИТОГО		524	272	136	136	252		13,5

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

ВВЕДЕНИЕ

Предмет дисциплины «Геометрия и алгебра». Исторические сведения о развитии этого раздела математики. Роль и место геометрии и алгебры в системе математического образования.

РАЗДЕЛ 1. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ

Тема 1.1 Системы координат на прямой, плоскости и в пространстве

Метод координат на прямой, плоскости и в пространстве. Прямоугольная, полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат.

Тема 1.2 Векторы

Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.

Тема 1.3 Прямые и плоскости

Различные виды уравнений прямой на плоскости и в пространстве. Уравнения плоскости. Взаимное расположение прямых и плоскостей.

Тема 1.4 Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве

Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве. Приведение уравнений линий и поверхностей второго порядка к каноническому виду.

РАЗДЕЛ 2. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

Тема 2.1 Делимость чисел.

Свойства отношения делимости целых чисел. Деление с остатком. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида.

Тема 2.2 Простые и составные числа

Простые числа и их свойства. Взаимно простые числа, критерий взаимной простоты. Свойства взаимной простоты. Разложение числа в произведение элементарных делителей.

Тема 2.3 Числовые сравнения

Сравнения целых чисел по данному модулю и их свойства. Кольцо вычетов по данному модулю. Приведенная группа вычетов. Функция Эйлера, свойства. Теорема Эйлера, малая теорема Ферма.

Тема 2.4 Сравнения и системы сравнений первой степени с одним неизвестным

Решение сравнений первой степени. Существование первообразного элемента по простому модулю. Свойства индексов. Решение показательных и степенных сравнений. Решение систем линейных уравнений над кольцом целых чисел. Китайская теорема об остатках.

Тема 2.5 Приложения теории чисел

Разделение секрета и пороговая схема. Протокол Диффи-Хелмана. RSA-криптосистема и система цифровой подписи на её основе.

РАЗДЕЛ 3. АЛГЕБРА

Тема 3.1 Алгебраическая операция. Группа, кольцо, поле

Бинарное отношение. Отношения эквивалентности и порядка, классы эквивалентности. Алгебраическая операция. Группа. Кольцо. Поле. Изоморфизмы полей.

Тема 3.2 Комплексные числа

Поле комплексных чисел. Алгебраическая, тригонометрическая и экспоненциальная формы комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корня n -ой степени из комплексного числа. Корни из единицы.

Тема 3.3 Многочлены

Кольцо многочленов над полем. Деление с остатком. Алгоритм Евклида над кольцом полей. Схема Горнера. Корни многочлена. Разложение многочленов на неприводимые многочлены. Интерполяция. Неприводимые многочлены над полями действительных и комплексных чисел.

Тема 3.4 Матрицы и определители

Матричная алгебра. Определители. Теорема Лапласа. Обратная матрица. Системы линейных уравнений. Правило Крамера. Метод Гаусса. Матричные уравнения.

Тема 3.5 Векторные пространства

Векторное (линейное) пространство. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис и размерность. Подпространства. Линейные оболочки. Сумма и пересечение подпространств. Ранг системы векторов. Ранг матрицы и теорема о базисном миноре. Критерий совместности систем линейных уравнений. Общее решение системы линейных уравнений.

Тема 3.6 Линейные отображения

Линейные отображения. Изоморфизм векторных пространств. Ядро и образ линейного преобразования (оператора). Собственные векторы и собственные значения. Характеристическая матрица и характеристический многочлен. Операторы простой структуры.

Тема 3.7 Полиномиальные матрицы

Полиномиальные матрицы. Критерии эквивалентности полиномиальных матриц. Критерий подобия матриц. Минимальный многочлен. Теорема Гамильтона-Кели. Нормальные формы матриц: жорданова нормальная форма матрицы, обобщенная жорданова форма матрицы, нормальная форма Фробениуса.

Тема 3.8 Квадратичные формы

Билинейные и квадратичные формы. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду. Критерии эквивалентности квадратичных форм над полями действительных и комплексных чисел. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогональных преобразований. Знакоопределённые квадратичные формы.

Тема 3.9 Евклидовы и унитарные пространства

Свойства скалярного произведения в евклидовых и унитарных пространствах. Длина вектора. Матрица Грама и матрица скалярного произведения. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.

Тема 3.10 Изометрические и симметрические преобразования

Изометрический оператор. Самосопряжённый оператор. Разложение произвольного линейного оператора в произведение изометрического и самосопряжённого операторов.

Тема 3.11 Векторные и матричные нормы. Псевдообратная матрица

Векторные и матричные нормы. Эквивалентность норм. Псевдообратная матрица Мура-Пенроуза. Нормальное псевдорешение системы линейных уравнений.

**Учебно-методическая карта учебной дисциплины «Геометрия и алгебра»
Дневная форма получения высшего образования**

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов				Количество часов УСРС		Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	лабораторные занятия	управляемая самостоятельная работа студента	лекции	практические занятия/ семинарские занятия/ лабораторные занятия		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 курс, 1 семестр									
	Лекция 1. Введение.	2							
РАЗДЕЛ 1. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ									
Тема 1.1	Лекция 2. Системы координат на прямой, плоскости и в пространстве.	2						[1-7]	
	Лекция 3. Прямоугольная, полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат.	2						[1-7]	T ¹
	Практическое занятие №1. Метод координат на прямой, плоскости и в пространстве.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №2. Прямоугольная, полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат.		2					[8,10,13]	МКР ²
Тема 1.2	Лекция 4. Векторы	2						[1-7]	
	Лекция 5. Линейные операции над векторами.	2						[1-7]	
	Лекция 6. Действия над векторами, заданными координатами.	2						[1-7]	
	Лекция 7. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.	2						[1-7]	T
	Практическое занятие №3. Понятие вектора. Линейные операции над векторами.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №4. Скалярное произведение векторов.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №5. Векторное и смешанное произведение векторов.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №6. Смешанное произведение векторов.		2					[8,10,13]	МКР

T¹ – тест МКР² – мини-контрольная работа КР³ – контрольная работа

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Тема 1.3	Лекция 8. Прямые и плоскости.	2						[1-7]	
	Лекция 9. Различные виды уравнений прямой на плоскости.	2						[1-7]	
	Лекция 10. Различные виды уравнений плоскости.	2						[1-7]	
	Лекция 11. Различные виды уравнений прямой в пространстве.	2						[1-7]	
	Лекция 12. Взаимное расположение прямых и плоскостей.	2						[1-7]	Т
	Практическое занятие №7. Различные виды уравнений прямой.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №8. Различные виды уравнений прямой на плоскости.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №9. Уравнения плоскости.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №10. Различные виды уравнений прямой в пространстве.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №11. Взаимное расположение прямых.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №12. Взаимное расположение прямых и плоскостей.		2					[8,10,13]	МКР
	Тема 1.4	Лекция 13. Фигуры второго порядка на плоскости.	2						[1-7]
Лекция 14. Окружность, эллипс.		2						[1-7]	
Лекция 15. Гипербола, парабола.		2						[1-7]	
Лекция 16. Фигуры второго порядка в пространстве.		2						[1-7]	
Лекция 17. Исследование формы методом сечений.		2						[1-7]	Т
Практическое занятие №13. Фигуры второго порядка на плоскости. Приведение уравнений линий второго порядка к каноническому виду			2					[8,10,13]	
Практическое занятие №14. Окружность, эллипс.			2					[8,10,13]	
Практическое занятие №15. Гипербола, парабола.			2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №16. Фигуры второго порядка в пространстве. Приведение уравнений поверхностей второго порядка к каноническому виду.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №17. Исследование формы методом сечений.		2					[8,10,13]	КР ³
РАЗДЕЛ 2. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ									
Темы 2.1-2.5	Лекция 18. Делимость чисел. Числовые сравнения. Приложения теории чисел.	2						[1-7]	
	Практическое занятие №18. Теория чисел.		2					[8,10,13]	
РАЗДЕЛ 3. АЛГЕБРА									
Тема 3.1	Лекция 19. Алгебраическая операция. Группа, кольцо, поле.	2						[1-7]	Т
	Практическое занятие №19. Бинарное отношение. Отношения эквивалентности и порядка, классы эквивалентности. Алгебраическая операция. Группа. Кольцо. Поле. Изоморфизмы полей.		2					[8,10,13]	МКР
Тема 3.2	Лекция 20. Комплексные числа.	2						[1-7]	
	Лекция 21. Действия над комплексными числами.	2						[1-7]	
	Лекция 22. Уравнения на множестве комплексных чисел.	2						[1-7]	Т

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Практическое занятие №20. Поле комплексных чисел.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №21. Алгебраическая, тригонометрическая и экспоненциальная формы комплексных чисел.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №22. Возведение в степень и извлечение корня n -ой степени из комплексного числа. Корни из единицы.		2					[8,10,13]	МКР
Тема 3.3	Лекция 23. Многочлены. Теорема Безу.	2						[1-7]	
	Лекция 24. Кольцо многочленов над полем.	2						[1-7]	
	Лекция 25. Деление с остатком.	2						[1-7]	
	Лекция 26. Разложение многочленов на неприводимые многочлены.	2						[1-7]	
	Лекция 27. Интерполяция.	2						[1-7]	Т
	Практическое занятие №23. Многочлены. Теорема Безу.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №24. Кольцо многочленов над полем.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №25. Деление с остатком. Алгоритм Евклида над кольцом полей. Схема Горнера.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №26. Корни многочлена. Разложение многочленов на неприводимые многочлены.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №27. Интерполяция. Неприводимые многочлены над полями действительных и комплексных чисел.		2					[8,10,13]	МКР
Тема 3.4	Лекция 28. Матрицы.	2						[1-7]	
	Лекция 29. Определители.	2						[1-7]	
	Лекция 30. Системы линейных уравнений. Правило Крамера.	2						[1-7]	
	Лекция 31. Метод Гаусса.	2						[1-7]	
	Лекция 32. Метод обратной матрицы.	2						[1-7]	
	Лекция 33. Теорема Кронекера-Капелли.	2						[1-7]	
	Лекция 34. Однородные системы линейных уравнений.	2						[1-7]	Т
	Практическое занятие №28. Матричная алгебра. Матричные уравнения.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №29. Определители.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №30. Системы линейных уравнений. Правило Крамера.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №31. Метод Гаусса.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №32. Метод обратной матрицы.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №33. Теорема Кронекера-Капелли.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №34. Однородные системы линейных уравнений.		2					[8,10,13]	КР
Итого за первый семестр		68	68						

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 курс, 2 семестр									
Тема 3.5	Лекция 35. Векторные пространства.	2						[1-7]	
	Лекция 36. Линейная зависимость и независимость векторов.	2						[1-7]	
	Лекция 37. Базис и размерность.	2						[1-7]	
	Лекция 38. Подпространства. Линейные оболочки.	2						[1-7]	
	Лекция 39. Сумма и пересечение подпространств.	2						[1-7]	
	Лекция 40. Ранг системы векторов.	2						[1-7]	
	Лекция 41. Ранг матрицы и теорема о базисном миноре.	2						[1-7]	
	Лекция 42. Критерий совместности систем линейных уравнений.	2						[1-7]	
	Лекция 43. Общее решение системы линейных уравнений.	2						[1-7]	Т
	Практическое занятие №35. Векторные пространства.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №36. Линейная зависимость и независимость векторов.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №37. Базис и размерность.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №38. Подпространства. Линейные оболочки.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №39. Сумма и пересечение подпространств.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №40. Ранг системы векторов.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №41. Ранг матрицы и теорема о базисном миноре.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №42. Критерий совместности систем линейных уравнений.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №43. Общее решение системы линейных уравнений.		2					[8,10,13]	МКР
Тема 3.6	Лекция 44. Линейные отображения.	2						[1-7]	
	Лекция 45. Изоморфизм векторных пространств.	2						[1-7]	
	Лекция 46. Ядро и образ линейного преобразования (оператора).	2						[1-7]	
	Лекция 47. Собственные векторы и собственные значения.	2						[1-7]	
	Лекция 48. Характеристическая матрица и характеристический многочлен.	2						[1-7]	
	Лекция 49. Операторы простой структуры.	2						[1-7]	Т
	Практическое занятие №44. Линейные отображения.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №45. Изоморфизм векторных пространств.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №46. Ядро и образ линейного преобразования (оператора).		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №47. Собственные векторы и собственные значения.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №48. Характеристическая матрица и характеристический многочлен.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №49. Операторы простой структуры.		2					[8,10,13]	МКР
Тема 3.7	Лекция 50. Полиномиальные матрицы.	2						[1-7]	
	Лекция 51. Критерии эквивалентности полиномиальных матриц.	2						[1-7]	
	Лекция 52. Критерий подобия матриц.	2						[1-7]	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Лекция 53. Минимальный многочлен.	2						[1-7]	
	Лекция 54. Теорема Гамильтона-Кели.	2						[1-7]	
	Лекция 55. Нормальные формы матриц: жорданова нормальная форма матрицы, обобщенная жорданова форма матрицы, нормальная форма Фробениуса.	2						[1-7]	Т
	Практическое занятие №50. Полиномиальные матрицы.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №51. Критерии эквивалентности полиномиальных матриц.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №52. Критерий подобия матриц.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №53. Минимальный многочлен.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №54. Теорема Гамильтона-Кели.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №55. Нормальные формы матриц: жорданова нормальная форма матрицы, обобщенная жорданова форма матрицы, нормальная форма Фробениуса.		2					[8,10,13]	МКР
Тема 3.8	Лекция 56. Билинейные и квадратичные формы.	2						[1-7]	
	Лекция 57. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.	2						[1-7]	
	Лекция 58. Критерии эквивалентности квадратичных форм над полями действительных и комплексных чисел.	2						[1-7]	
	Лекция 59. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогональных преобразований.	2						[1-7]	
	Лекция 60. Знакоопределённые квадратичные формы.	2						[1-7]	Т
	Практическое занятие №56. Билинейные и квадратичные формы.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №57. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №58. Критерии эквивалентности квадратичных форм над полями действительных и комплексных чисел.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №59. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогональных преобразований.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №60. Знакоопределённые квадратичные формы.		2					[8,10,13]	МКР
Тема 3.9	Лекция 61. Евклидовы и унитарные пространства. Свойства скалярного произведения в евклидовых и унитарных пространствах.	2						[1-7]	
	Лекция 62. Длина вектора.	2						[1-7]	
	Лекция 63. Матрица Грама и матрица скалярного произведения.	2						[1-7]	
	Лекция 64. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.	2						[1-7]	Т
	Практическое занятие №61. Евклидовы и унитарные пространства. Свойства скалярного произведения в евклидовых и унитарных пространствах.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №62. Длина вектора.		2					[8,10,13]	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Практическое занятие №63. Матрица Грама и матрица скалярного произведения.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №64. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.		2					[8,10,13]	МКР
Тема 3.10	Лекция 65. Изометрические и симметрические преобразования.	2						[1-7]	
	Лекция 66. Разложение произвольного линейного оператора в произведение изометрического и самосопряжённого операторов.	2						[1-7]	Т
	Практическое занятие №65. Изометрический оператор. Самосопряжённый оператор.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №66. Разложение произвольного линейного оператора в произведение изометрического и самосопряжённого операторов.		2					[8,10,13]	МКР
Тема 3.11	Лекция 67. Векторные и матричные нормы.	2						[1-7]	
	Лекция 68. Псевдообратная матрица.	2						[1-7]	Т
	Практическое занятие №67. Векторные и матричные нормы. Эквивалентность норм.		2					[8,10,13]	
	Практическое занятие №68. Псевдообратная матрица Мура-Пенроуза. Нормальное псевдорешение системы линейных уравнений.		2					[8,10,13]	КР
Итого за второй семестр:		68	68						
ВСЕГО:		136	136						

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Геллерт, В.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : электронный сборник задач и упражнений / В.А. Геллерт ; Министерство образования и науки РФ, Кемеровский государственный университет, Кафедра фундаментальной математики. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2015. – Ч. 3. – 116 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=482907>
2. Жуков, Д.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра: модуль 1. Аналитическая геометрия : [16+] / Д.А. Жуков ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Южный федеральный университет, 2017. – 42 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=570752>
3. Иванова, С.А. Линейная алгебра : учебное пособие : [16+] / С.А. Иванова, В.А. Павский ; Кемеровский государственный университет. – 2-е изд., перераб. и доп. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2019. – 125 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573547>
4. Литвин, Д.Б. Элементы векторной алгебры [Электронный ресурс]: учебное пособие / Д.Б. Литвин, А.А. Яновский; Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Ставропольский государственный аграрный университет. – Ставрополь: Сервисшкола, 2015. – 66 с. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=438718>
5. Матыцина, Т.Н. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / Т.Н. Матыцина, Е.К. Коржевина; Министерство образования и науки Российской Федерации, Костромской государственный университет имени Н. А. Некрасова. – Кострома: КГУ им. Н. А. Некрасова, 2014-2015. – 151 с. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275642>
6. Усова, Л.Б. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебно-методическое пособие / Л.Б. Усова, Э. Шакирова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет». – Оренбург : ОГУ, 2010. – 180 с. : схем., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=270322>
7. Чеголин, А.П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие / А.П. Чеголин ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южный федеральный университет». – Ростов-на-Дону : Издательство Южного федерального университета, 2015. – 149 с. –



Режим доступа: по подписке. –
URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=445132>

Дополнительная

8. Веретенников, В.Н. Сборник задач по математике. Аналитическая геометрия : учебное пособие / В.Н. Веретенников. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2018. – 166 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=480175>

9. Веретенников, В.Н. Высшая математика. Аналитическая геометрия : учебно-методическое пособие / В.Н. Веретенников. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2018. – 193 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=482727>

10. Ледовская, Е.В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : сборник задач / Е.В. Ледовская ; Федеральное агентство морского и речного транспорта, Московская государственная академия водного транспорта, филиал ФГБОУВО «Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова». – Москва : Альтаир : МГАВТ, 2017. – 100 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=483851>

11. Протасов, Ю.М. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: курс лекций для студентов заочного отделения / Ю.М. Протасов ; Российский государственный гуманитарный университет. – 2-е изд., стер. – Москва : Флинта, 2017. – 168 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115117>

12. Сукманова, Е.С. Математика. Аналитическая геометрия на плоскости: кривые второго порядка.: учебно-методическое пособие для самостоятельной работы обучающихся по направлениям подготовки 35.03.04 Агрономия, 35.03.03 Агрохимия и агропочвоведение : [16+] / Е.С. Сукманова, И.Н. Шоренко, О.В. Сукманова ; Министерство сельского хозяйства РФ, Санкт-Петербургский государственный аграрный университет, Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : СПбГАУ, 2018. – 53 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=564282>

13. Чубич, В.М. Сборник задач по аналитической геометрии : учебное пособие / В.М. Чубич, О.С. Черникова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2015. – 87 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=438302>

14. Яновский, А.А. Элементы линейной алгебры: введение в анализ / А.А. Яновский ; Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Ставропольский государственный аграрный университет. – Ставрополь : Ставропольский государственный аграрный университет, 2015. – 80 с. : табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=438877>

ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ, НАГЛЯДНЫХ И ДРУГИХ ПОСОБИЙ, МЕТОДИЧЕСКИХ УКАЗАНИЙ И МАТЕРИАЛОВ, ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ ОБУЧЕНИЯ

1. Офисный пакет приложений Microsoft Office.
2. Приложение для математических и инженерных вычислений Mathcad.
3. Пакет символьных и численных вычислений Mathematica.

ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

1 СЕМЕСТР

1. Метод координат на прямой, плоскости и в пространстве.
2. Прямоугольная, полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат.
3. Понятие вектора. Линейные операции над векторами.
4. Скалярное произведение векторов.
5. Векторное произведение векторов.
6. Смешанное произведение векторов.
7. Различные виды уравнений прямой.
8. Различные виды уравнений прямой на плоскости.
9. Уравнения плоскости.
10. Различные виды уравнений прямой в пространстве.
11. Взаимное расположение прямых.
12. Взаимное расположение прямых и плоскостей.
13. Фигуры второго порядка на плоскости. Приведение уравнений линий второго порядка к каноническому виду.
14. Окружность, эллипс.
15. Гипербола, парабола.
16. Фигуры второго порядка в пространстве. Приведение уравнений поверхностей второго порядка к каноническому виду.
17. Исследование формы методом сечений.
18. Теория чисел.
19. Бинарное отношение. Отношения эквивалентности и порядка, классы эквивалентности. Алгебраическая операция. Группа. Кольцо. Поле. Изоморфизмы полей.
20. Поле комплексных чисел.
21. Алгебраическая, тригонометрическая и экспоненциальная формы комплексных чисел.
22. Возведение в степень и извлечение корня n -ой степени из комплексного числа. Корни из единицы.
23. Многочлены. Теорема Безу.
24. Кольцо многочленов над полем.
25. Деление с остатком. Алгоритм Евклида над кольцом полей. Схема Горнера.
26. Корни многочлена. Разложение многочленов на неприводимые многочлены.

27. Интерполяция. Неприводимые многочлены над полями действительных и комплексных чисел.

28. Матричная алгебра. Матричные уравнения.

29. Определители.

30. Системы линейных уравнений. Правило Крамера.

31. Метод Гаусса.

32. Метод обратной матрицы.

33. Теорема Кронекера-Капелли.

34. Однородные системы линейных уравнений.

2 СЕМЕСТР

35. Векторные (линейные) пространства.

36. Линейная зависимость и независимость векторов.

37. Базис и размерность.

38. Подпространства. Линейные оболочки.

39. Сумма и пересечение подпространств.

40. Ранг системы векторов.

41. Ранг матрицы и теорема о базисном миноре.

42. Критерий совместности систем линейных уравнений.

43. Общее решение системы линейных уравнений.

44. Линейные отображения.

45. Изоморфизм векторных пространств.

46. Ядро и образ линейного преобразования (оператора).

47. Собственные векторы и собственные значения.

48. Характеристическая матрица и характеристический многочлен.

49. Операторы простой структуры.

50. Полиномиальные матрицы.

51. Критерии эквивалентности полиномиальных матриц.

52. Критерий подобия матриц.

53. Минимальный многочлен.

54. Теорема Гамильтона-Кели.

55. Нормальные формы матриц: жорданова нормальная форма матрицы, обобщенная жорданова форма матрицы, нормальная форма Фробениуса.

56. Билинейные и квадратичные формы.

57. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.

58. Критерии эквивалентности квадратичных форм над полями действительных и комплексных чисел.

59. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогональных преобразований.

60. Знакоопределённые квадратичные формы.

61. Евклидовы и унитарные пространства. Свойства скалярного произведения в евклидовых и унитарных пространствах.

62. Длина вектора.

63. Матрица Грама и матрица скалярного произведения.

64. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
65. Изометрический оператор. Самосопряжённый оператор.
66. Разложение произвольного линейного оператора в произведение изометрического и самосопряжённого операторов.
67. Векторные и матричные нормы. Эквивалентность норм.
68. Псевдообратная матрица Мура-Пенроуза. Нормальное псевдорешение системы линейных уравнений.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА 1 СЕМЕСТР

1. Метод координат на прямой, плоскости и в пространстве. Прямоугольная, полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат.
2. Различные виды уравнений прямой на плоскости и в пространстве. Уравнения плоскости. Взаимное расположение прямых и плоскостей.
3. Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
4. Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве. Приведение уравнений линий и поверхностей второго порядка к каноническому виду.
5. Свойства отношения делимости целых чисел. Деление с остатком. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида.
6. Простые числа и их свойства. Взаимно простые числа, критерий взаимной простоты.
7. Свойства взаимной простоты. Разложение числа в произведение элементарных делителей.
8. Сравнения целых чисел по данному модулю и их свойства. Кольцо вычетов по данному модулю. Приведенная группа вычетов.
9. Функция Эйлера, свойства. Теорема Эйлера, малая теорема Ферма.
10. Решение сравнений первой степени. Существование первообразного элемента по простому модулю.
11. Свойства индексов. Решение показательных и степенных сравнений.
12. Решение систем линейных уравнений над кольцом целых чисел. Китайская теорема об остатках.
13. Разделение секрета и пороговая схема. Протокол Диффи-Хелмана. RSA-криптосистема и система цифровой подписи на её основе.
14. Бинарное отношение. Отношения эквивалентности и порядка, классы эквивалентности.
15. Алгебраическая операция. Группа. Кольцо. Поле. Изоморфизмы полей.
16. Поле комплексных чисел. Алгебраическая, тригонометрическая и экспоненциальная формы комплексных чисел.
17. Возведение в степень и извлечение корня n -ой степени из комплексного числа. Корни из единицы.
18. Кольцо многочленов над полем. Деление с остатком. Алгоритм Евклида над кольцом полей.
19. Схема Горнера. Корни многочлена. Разложение многочленов на

неприводимые многочлены.

20. Интерполяция. Неприводимые многочлены над полями действительных и комплексных чисел.

21. Матричная алгебра. Определители. Теорема Лапласа.

22. Обратная матрица. Системы линейных уравнений. Правило Крамера.

23. Метод Гаусса. Матричные уравнения.

2 СЕМЕСТР

1. Векторное (линейное) пространство. Линейная зависимость и независимость векторов.

2. Базис и размерность. Подпространства. Линейные оболочки. Сумма и пересечение подпространств.

3. Ранг системы векторов. Ранг матрицы и теорема о базисном миноре.

4. Критерий совместности систем линейных уравнений. Общее решение системы линейных уравнений.

5. Линейные отображения. Изоморфизм векторных пространств. Ядро и образ линейного преобразования (оператора).

6. Собственные векторы и собственные значения. Характеристическая матрица и характеристический многочлен. Операторы простой структуры.

7. Полиномиальные матрицы. Критерии эквивалентности полиномиальных матриц. Критерий подобия матриц.

8. Минимальный многочлен. Теорема Гамильтона-Кели.

9. Нормальные формы матриц: жорданова нормальная форма матрицы, обобщенная жорданова форма матрицы, нормальная форма Фробениуса.

10. Билинейные и квадратичные формы. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.

11. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогональных преобразований.

12. Критерии эквивалентности квадратичных форм над полями действительных и комплексных чисел. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогональных преобразований.

13. Знакоопределённые квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогональных преобразований.

14. Понятие линейного оператора. Примеры линейных операторов. Матрица линейного оператора в заданном базисе. Действия над линейными операторами.

15. Собственные векторы и собственные значения матриц. Характеристическое уравнение и характеристический многочлен матрицы. Приведение матрицы к диагональному виду.

16. Евклидово пространство. Симметрические и ортогональные операторы и их матрицы. Приведение симметрической матрицы к диагональному виду.

17. Квадратичные формы и их матрицы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием.

18. Знакоопределённые квадратичные формы. Критерий Сильвестра

знакоопределенности квадратичных форм.

19. Свойства скалярного произведения в евклидовых и унитарных пространствах. Длина вектора.

20. Матрица Грама и матрица скалярного произведения. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.

21. Изометрический оператор. Разложение произвольного линейного оператора в произведение изометрического и самосопряжённого операторов.

22. Самосопряжённый оператор. Разложение произвольного линейного оператора в произведение изометрического и самосопряжённого операторов.

23. Векторные и матричные нормы. Эквивалентность норм.

24. Псевдообратная матрица Мура-Пенроуза. Нормальное псевдорешение системы линейных уравнений.

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

При изучении дисциплины самостоятельная работа студентов дневной формы получения образования заключается в подготовке к практическим работам, подготовке к тестированию и контрольным работам, изучении научно-методической, нормативной и справочной литературы, систематизации полученных знаний при подготовке к экзамену.

Содержание самостоятельной работы студентов (дневная форма получения высшего образования)

Вид самостоятельной работы	Тематическое содержание и используемые источники	Количество часов
1 СЕМЕСТР		
Углубленное изучение отдельных тем учебной дисциплины, подготовка к тестам и контрольным работам	Тема 1.1 Литература: [1-7,9,11,12,14]	5
	Тема 1.2 Литература: [1-7,9,11,12,14]	5
	Тема 1.3 Литература: [1-7,9,11,12,14]	5
	Тема 1.4 Литература: [1-7,9,11,12,14]	5
	Тема 2.1 Литература: [1-7,9,11,12,14]	11
	Тема 2.2 Литература: [1-7,9,11,12,14]	11
	Тема 2.3 Литература: [1-7,9,11,12,14]	11
	Тема 2.4 Литература: [1-7,9,11,12,14]	11
	Тема 2.5 Литература: [1-7,9,11,12,14]	11
	Тема 3.1 Литература: [1-7,9,11,12,14]	5
	Тема 3.3 Литература: [1-7,9,11,12,14]	5
	Тема 3.4 Литература: [1-7,9,11,12,14]	5
	Подготовка к экзамену	36
	Итого	126
2 СЕМЕСТР		
Углубленное изучение отдельных тем учебной дисциплины, подготовка к тестам и контрольным работам	Тема 3.5 Литература: [1-7,9,11,12,14]	14
	Тема 3.6 Литература: [1-7,9,11,12,14]	13
	Тема 3.7 Литература: [1-7,9,11,12,14]	13
	Тема 3.8 Литература: [1-7,9,11,12,14]	13
	Тема 3.9 Литература: [1-7,9,11,12,14]	13
	Тема 3.10 Литература: [1-7,9,11,12,14]	12
	Тема 3.11 Литература: [1-7,9,11,12,14]	12
	Подготовка к экзамену	36
	Итого	126
ВСЕГО		252

Перечень дополнительного информационного и учебно-методического обеспечения самостоятельной работы студентов, размещенного в Google Classroom университета:

Конспект лекций.

Указания к выполнению практических работ.

Материалы тестовых и проверочных заданий.

СРЕДСТВА ДИАГНОСТИКИ РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Диагностика результатов учебной деятельности осуществляется следующими средствами:

- тестирование по лекционному и практическому материалу;
- контрольные и мини-контрольные работы;
- зачет;
- экзамен.

КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

Контроль качества усвоения знаний проводится в соответствии с Положением о рейтинговой системе оценки знаний и компетенций студентов (приказ ректора университета от 06.06.2014 № 294 (в редакции, утвержденной приказом ректора университета от 17.11.2014 № 605) в форме промежуточного контроля и текущей аттестации.

Результат промежуточного контроля за семестр оценивается отметкой в баллах по десятибалльной шкале и выводится, исходя из отметок, выставленных в ходе проведения мероприятий промежуточного контроля в течение семестра по следующей формуле:

$$\Pi = \frac{(KP_1 + \dots + KP_n) + (T_1 + \dots + T_m) + (MKP_1 + \dots + MKP_k)}{n + m + k}$$

где $KP_1 + \dots + KP_n$ – отметки, выставленные по результатам контрольных работ; $MKP_1 + \dots + MKP_k$ – отметки, выставленные по результатам мини-контрольных работ; $T_1 + \dots + T_m$ – отметки, выставленные по результатам тестов; n – количество проведенных контрольных работ; k – количество проведенных мини-контрольных работ; m – количество проведенных тестов.

Результат промежуточного контроля рассчитывается как округленное среднее значение.

Текущая аттестация проводится в форме зачета и экзамена.

Зачет выставляется по результатам контрольных работ, проведенных в семестре. Положительными отметками по контрольным работам для выставления зачета являются отметки не ниже 4 баллов.

Итоговая экзаменационная отметка по дисциплине рассчитывается по формуле:

$$ИЭ = k \cdot \Pi + (1 - k) \cdot O$$

где k – весовой коэффициент промежуточного контроля;

Π – результат промежуточного контроля за семестр;

O – отметка, полученная студентом на экзамене за ответ по билету.

Весовой коэффициент k принимается равным 0,5. Информация о весовом коэффициенте доводится до студентов на первом занятии в семестре. Положительной является экзаменационная отметка не ниже 4 баллов.

ХАРАКТЕРИСТИКА ИННОВАЦИОННЫХ ПОДХОДОВ К ПРЕПОДАВАНИЮ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучение дисциплины осуществляется на лекционных и практических занятиях. На лекционных занятиях студенты овладевают системой теоретических знаний. В ходе лекционного изложения теоретических сведений используются: проблемно-модульное изложение материала; традиционные словесные приемы и методы, которые активизируются постановкой проблемных вопросов и заданий, организацией учебных дискуссий в опоре на имеющуюся начальную подготовку студентов и их политехнический кругозор; интерактивные методы обучения, методы информационно-коммуникационных технологий.

На практических занятиях развиваются и формируются необходимые практические умения и навыки по применению теоретических знаний к решению задач. На практических занятиях также применяются проектный метод обучения, метод перевернутого класса и работа в малых группах. Во время проведения занятий особое внимание уделяется формированию у студентов умения планировать работу, определять эффективную последовательность ее выполнения.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ С ДРУГИМИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Теория вероятностей и математическая статистика	Кафедра технологий программирования	<i>Предметный лист</i>	
Дифференциальные уравнения	Кафедра технологий программирования	<i>Предметный лист</i>	
Вычислительные методы алгебры	Кафедра технологий программирования	<i>Предметный лист</i>	
Методы оптимизации	Кафедра технологий программирования	<i>Предметный лист</i>	

Заведующий кафедрой
технологий программирования



О.Н. Петрович