

ГЕОДЕЗИЯ

УДК 528.63

О НЕОДНОЗНАЧНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ УРАВНИВАНИЯ ПЛАНОВЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ КЛАССИЧЕСКИМ КОРРЕЛАТНЫМ СПОСОБОМ

канд. техн. наук, доц. **Н.В. СИНЯКИНА**
(Брестский государственный технический университет);
д-р техн. наук, проф. **В.И. МИЦКЕВИЧ, А.В. ГРИЩЕНКОВ**
(Полоцкий государственный университет)

Из двух способов уравнивания, параметрический и коррелятный, последний слабо поддается автоматизации при использовании ПК, так как условные уравнения составляются в зависимости от структуры геодезической сети, а эти сети разнообразны. При этом предполагается, что два способа уравнивания должны давать одинаковые результаты обработки. Нетрудно доказать, что параметрический способ уравнивания дает однозначное решение при обработке не только высотных, но и плановых геодезических сетей. На двух примерах (трехвершинная центральная система и геодезический четырехугольник) доказывается, что коррелятный способ уравнивания дает неоднозначные решения при различном рассмотрении системы условных уравнений. Например для геодезического четырехугольника существует 12, а для трехвершинной центральной системы 9 вариантов условных уравнений, при этом число этих вариантов в системе независимых условных уравнений будет 455 в первом случае и 120 во втором.

Введение. В связи с наличием в геодезических сетях избыточных измерений координаты пунктов и величины их функции без уравнивания определяются неоднозначно [1 – 4]. Задача уравнивания заключается в том, чтобы, используя все результаты уравнивания, получить однозначно все неизвестные. Кроме того, наличие избыточных измерений позволяет выполнять оценку их точности, надежно проконтролировать и повысить точность искомых величин. Обычно уравнивание выполняется по методу наименьших квадратов параметрическим или коррелятным способом. При использовании первого из них решение заключается в непосредственном получении неизвестных параметров. В коррелятном способе решается задача на условный экстремум для системы условных уравнений, которые составляют исходя из геометрических связей, возникающих в сети. Эти системы уравнений могут составлять неоднозначно и, следовательно, приводить к разным значениям результатов уравнивания, что противоречит незыблемым канонам, согласно которым два способа уравнивания приводят к одинаковым результатам, отличающимся на небольшую величину из-за ошибок округления. На реальном примере уравнивания геодезического четырехугольника показано, что разные результаты уравнивания получаются в основном не из-за ошибок округления, а из-за различной обусловленности систем нормальных уравнений.

Анализ вариантов систем условных уравнений для геодезического четырехугольника. Ниже на примере реального геодезического четырехугольника (рис. 1) доказывается, что основной причиной флуктуации конечных результатов уравнивания коррелятным способом являются не только ошибки округления, но и плохая обусловленность матрицы нормальных уравнений коррелят.

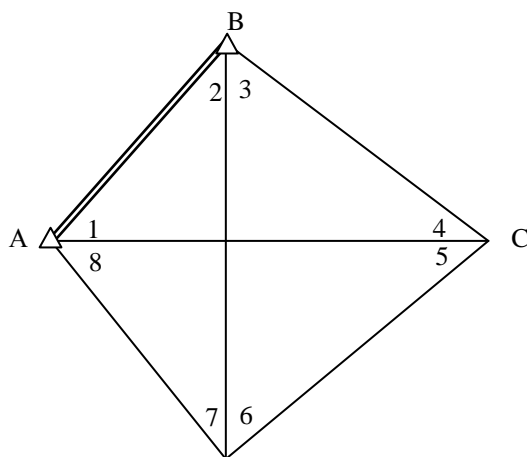


Рис. 1. Геодезический четырехугольник

Таблица 1

Измеренные углы

Номер угла	Величина угла
1	37°58'22"
2	39 18 30
3	61 01 37
4	41 41 41
5	50 01 55
6	27 14 40
7	26 57 40
8	75 45 05

Координаты исходных пунктов:

$$x_A = 1100,00 \text{ м}; y_A = 100,00 \text{ м};$$

$$x_B = 1650,00 \text{ м}; y_B = 640,00 \text{ м}.$$

Предварительные координаты определяемых пунктов:

$$x_C = 1250 \text{ м}; y_C = 1230 \text{ м};$$

$$x_D = 100 \text{ м}; y_D = 500 \text{ м}.$$

В параметрическом способе уравнивания матрица A характеризует геометрию сети, и поэтому число обусловленности C_p может быть вычислено в двух вариантах: при уравнивании триангуляции по углам или по направлениям.

По-иному обстоит дело в коррелятном способе.

В таблице 2 приведена матрица коэффициентов условных уравнений B для геодезического четырехугольника [4]:

- строки 1...4 и 7 – коэффициенты всех возможных условных уравнений фигур;
- строки 5 и 6 – коэффициенты линейных уравнений;
- строки 8...12 – коэффициенты всех возможных условных уравнений полюса.

Таблица 2

Коэффициенты всех возможных условных уравнений для геодезического четырехугольника

№ п/п	Номера измеренных углов							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	0	0	0	0	1	1
2	1	1	1	1	0	0	0	0
3	0	0	0	0	1	1	1	1
4	0	0	1	1	1	1	0	0
5	1	1	0	0	-1	-1	0	0
6	0	0	1	1	0	0	-1	-1
7	1	1	1	1	1	1	1	1
8	-1,2812	1,2214	-0,5537	1,1226	-0,8381	1,9421	-1,9659	0,2539
9	0	1,4038	0,1824	1,1226	-0,8381	0,7211	-1,2448	0
10	-1,7207	0	0	1,5227	0,0301	1,9421	-1,9659	-0,4395
11	-1,2812	-0,1824	-0,7361	0	0	1,2210	-0,7211	0,2539
12	0,4395	1,2214	-0,5537	-0,0301	-0,8682	0	0	0,6934

В геодезической литературе при уравнивании геодезического четырехугольника коррелятным способом брались в обработку три условия фигур и одно условное уравнение полюса. Легко проверить, что при наличии четырех избыточных измерений нельзя включать в обработку сразу 4 линейных условия или 4 синусных условия.

Подсчитаем число возможных вариантов для четырех независимых уравнений в следующем порядке:

- 1) три линейных условия и одно условие полюса (число сочетаний из $n = 7$, но $m = 3$;

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} = 35$$

и для пяти условных уравнений полюса окончательно имеем $35 \cdot 5 = 175$ вариантов);

- 2) два линейных условия и два синусных условия (число $C_n^m = C_7^2 = 21$ вариантов линейных уравнений и $C_n^m = C_5^2 = 10$ вариантов полюсных условий; окончательно имеем $21 \cdot 10 = 210$ вариантов);

- 3) одно линейное условие и три синусных условия ($C_7^1 = 7$ вариантов линейных уравнений; $C_5^3 = 10$ вариантов для условий полюса, окончательно имеем $7 \cdot 10 = 70$).

В итоге имеем: $175 + 210 + 70 = 455$ вариантов.

Выберем из таблицы 2 такие четыре строки из двенадцати, чтобы они были независимы, и найдем C_{K1} из 455 вариантов. Некоторые полярные значения C_{K1} показаны в таблице 3.

По данным таблицы 3 просматриваются серьезные изменения C_{KI} для одного и того же геодезического четырехугольника в зависимости от выбранных четырех условных уравнений из таблицы 2.

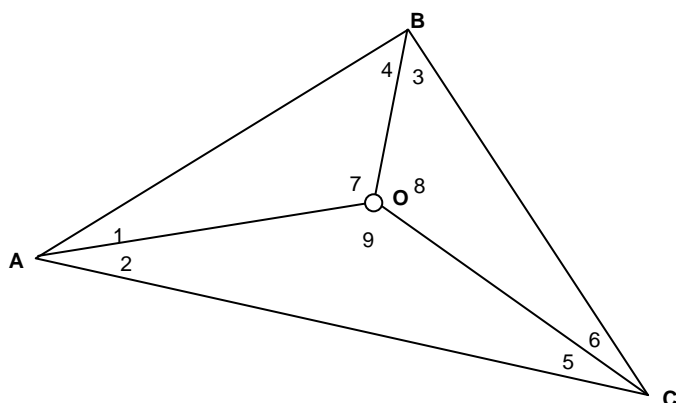
Таблица 3

Результаты вычислений, выбранные из 455 вариантов

№ п/п	Номера строк для независимых четырех уравнений из таблицы 2				Числа обусловленности, найденные по формуле для коррелятного способа (C_{KI})
	1	4	9	11	
1	1	4	9	11	6,41
2	6	7	11	12	3,98
3	1	7	8	12	412,0
4	1	7	10	11	47,4
5	1	2	10	11	50 600
6	2	6	10	11	36 800

Обработка трёхвершинной центральной системы. На рисунке 2 показана центральная система, для которой полюс можно записать в вершинах O, A, B, C . Коэффициенты условных уравнений для центральной системы приведены в таблице 5.

Таблица 4



Измеренные углы

Номер угла	Величина угла
1	37°11'06''
2	30 57 53
3	25 12 47
4	33 06 57
5	28 01 30
6	25 29 36
7	109 41 57
8	129 17 25
9	121 00 38

Рис. 2. Центральная система

Таблица 5

Коэффициенты всех возможных условных уравнений для центральной системы

№ п/п	Номера измеренных углов								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	1	0	1	0
3	0	1	0	0	1	0	0	0	1
4	1	1	1	1	1	1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	1	1	1
6	1,3182	-1,6666	2,1238	-1,5330	1,8787	-2,0972	0	0	0
7	0	0	0,6169	-0,9162	1,1392	-0,7395	-0,3580	0	0,6011
8	0,9172	-0,4010	0	0	0,7359	-1,3577	0,3580	-0,8182	0
9	0,4010	-1,2656	1,5069	-0,6169	0	0	0	0,8182	-0,6011

Подсчитаем число возможных вариантов для пяти независимых уравнений в следующем порядке:
1) четыре линейных условия и одно условие полюса (число сочетаний из $n = 5$, но $m = 4$;

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} = 5$$

и для четырех условных уравнений полюса окончательно имеем $5 \cdot 4 = 20$ вариантов);

2) три линейных условия и два синусных условия (число $C_n^m = C_5^3 = 10$ вариантов линейных уравнений и $C_n^m = C_2^4 = 6$ вариантов полюсных условий; окончательно имеем $10 \cdot 6 = 60$ вариантов);

3) два линейных условия и три синусных условия ($C_5^2 = 10$ вариантов линейных уравнений; $C_4^3 = 4$ вариантов для условий полюса, окончательно имеем $10 \cdot 4 = 40$).

В итоге имеем: $20 + 60 + 40 = 120$ вариантов.

Заключение. Количество всех возможных вариантов независимых условных уравнений для геодезического четырехугольника составляет 455. Количество всех возможных вариантов независимых условных уравнений для трёхвершинной центральной системы составляет 120. При этом в зависимости от того, какие условные уравнения мы будем рассматривать для каждой из фигур, можно сделать вывод о неоднозначности полученных результатов уравнивания.

Таким образом, коррелятный способ дает неоднозначные результаты для величин поправок в углы из уравнивания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Герасименко, М.Д. Единый алгоритм составления условных уравнений и его применение для уравнивания и оценки точности геодезических построений / М.Д. Герасименко // Тр. НИИГАиК. – Новосибирск, 1975. – Т. 34. – С. 66 – 73.
2. Герасименко, М.Д. Уравнивание триангуляции по методу условий с использованием однотипных условных уравнений / М.Д. Герасименко // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъёмка. – 1973. – № 3. – С. 43 – 46.
3. Маркузе, Ю.И. Уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей / Ю.И. Маркузе. – М.: Недра, 1982. – 191 с.
4. Мицкевич, В.И. Алгоритмы уравнивания геодезических сетей коррелятным способом / В.И. Мицкевич, П.Ф. Парадня, В.Е. Плюта. – Новополоцк: ПГУ, 2009. – 144 с.

Поступила 29.10.2011

ABOUT AMBIGUITY OF ADJUSTMENT RESULTS OF PLANE GEODETIC NETWORKS BY CLASSICAL CORRELATIVE METHOD

N. SINJAKINA, V. MITSKEVICH, A. GRISHCHENKOV

Correlative method of adjustment comparing to parametric one is hardly-automatized using personal computer because conditional equations are developed depending on structure of geodetic network. Such networks are various. It being assumed that both adjustment methods must present the same outputs. It is easy to show that parametric method of adjustment gives unambiguous solution when processing not only leveling but also plane geodetic networks. Two cases (three-point central system and geodetic quadrangle) presented in the article proves that correlative method of adjustment gives ambiguous solutions at different considerations of system of conditional equations. E.g. for geodetic quadrangle there are 12 alternatives of conditional equations, while for tree-points central system there are 9. The number of such alternatives in system of independent conditional equations will be 455 for the first case and 120 for the second one.