

11. ПОВЕРХНОСТИ. ОБРАЗОВАНИЕ И ЗАДАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

11.1. Поверхности. Способ образования

11.2. Поверхности вращения

11.3. Точки и прямые линии, принадлежащие поверхности

11.1. Поверхности. Способ образования

Поверхности, к которым нельзя применить математические закономерности, обычно задают достаточно плотной сетью линий, принадлежащих этим поверхностям. Совокупность таких линий называют дискретной (состоящих из отдельных элементов) сетью, или дискретным каркасом поверхности.

При кинематическом способе задания поверхность рассматривается как совокупность всех положений движущейся линии. Линию, производящую поверхность, в каждом ее положении называют образующей. Образующая линия может быть прямой или кривой. Кинематическая поверхность представляет собой геометрическое место линий, движущихся в пространстве по некоторому закону. Следовательно, для задания поверхности могут быть использованы три основных способа: аналитический, каркасный и кинематический.

Поверхность, которая может быть образована прямой линией, называется линейчатой поверхностью. Линейчатая поверхность представляет собой геометрическое место прямых линий. Поверхность, для которой только кривая линия может быть образующей, называется нелинейчатой поверхностью.

Пример линейчатой поверхности дан на рис. 11.1. Поверхность образована прямой линией A_1A_2 , которая оставаясь постоянно параллельной прямой S_1S_2 , скользит по некоторой неподвижной линии $B_1B_2B_3$, называемой направляющей.

Примером нелинейчатой поверхности может быть сфера (шаровая поверхность).

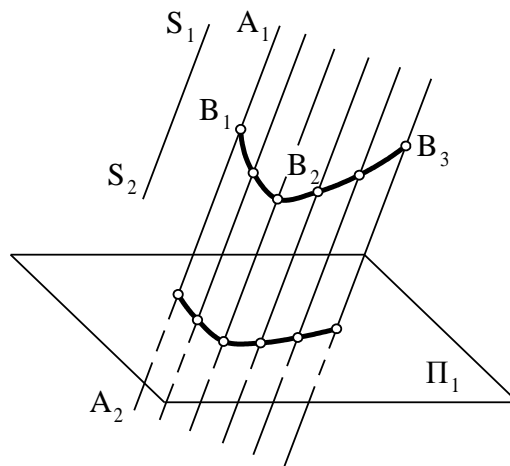


Рис. 11.1

11.2. Поверхности вращения

В числе кривых поверхностей – линейчатых и нелинейчатых – имеются широко распространенные в практике поверхности вращения. Поверхностью вращения называют поверхность, полученную от вращения какой либо образующей линии l вокруг неподвижной прямой I – оси поверхности (рис. 11.2).

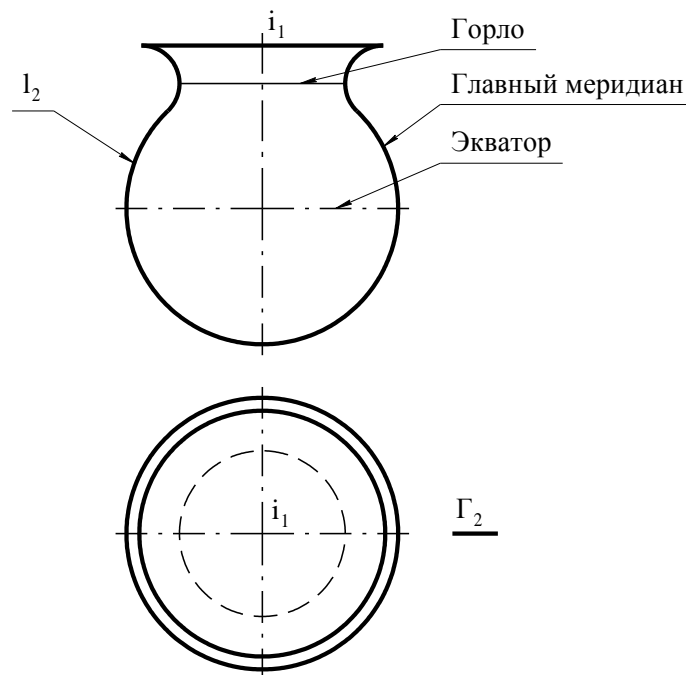


Рис. 11.2

При вращении вокруг оси каждая точка образующей l описывает окружность, которую называют параллелью поверхности вращения. Плоскости параллелей перпендикулярны оси поверхности. Наибольшую из параллелей поверхности вращения называют экватором поверхности, а наименьшую горлом (шейкой).

Линии, получаемые при пересечении поверхности вращения плоскостями, проходящими через ось, называют меридианами поверхности. Меридиан, расположенный во фронтальной плоскости Γ , называется главным меридианом.

Различают поверхности вращения с прямолинейной и криволинейной образующей.

К поверхностям вращения с прямолинейной образующей относятся цилиндрическая и коническая поверхности вращения.

Наиболее распространенными поверхностями вращения с криволинейной образующей являются поверхности вращения второго порядка, т.е. алгебраических кривых, описываемых уравнениями второй степени, вокруг их осей. Это сфера, эллипсоид, параболоид и гиперболоид вращения.

Цилиндрической поверхностью вращения называется поверхность, образованная прямой линией (образующей), которая перемещается, оставаясь параллельной оси вращения. Боковая поверхность прямого кругового цилиндра (рис. 11.3) образована движением отрезка AB вокруг вертикальной оси i .

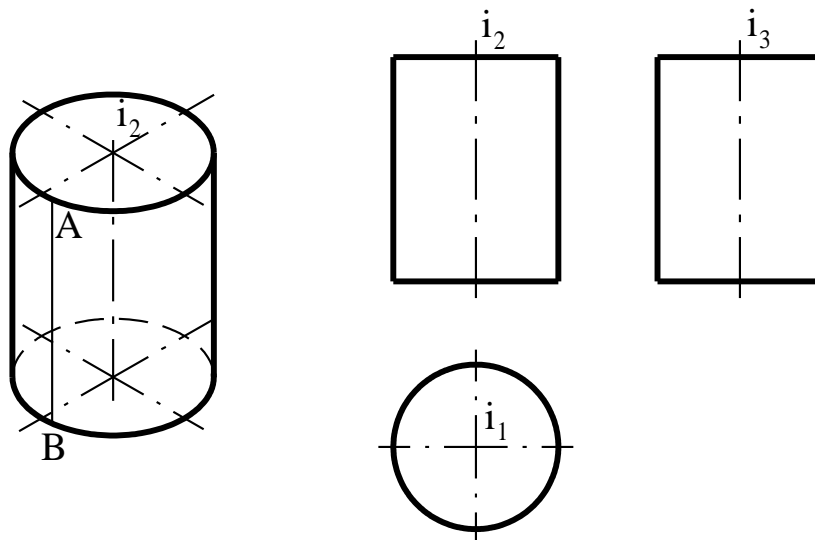


Рис. 11.3

Коническая поверхность вращения представляет собой поверхность, образующая прямая которой пересекает ось вращения в точке, называемой вершиной конуса. Боковая поверхность прямого кругового конуса (рис. 11.4) образована вращением образующей SC вокруг оси конуса по направляющей – окружности.

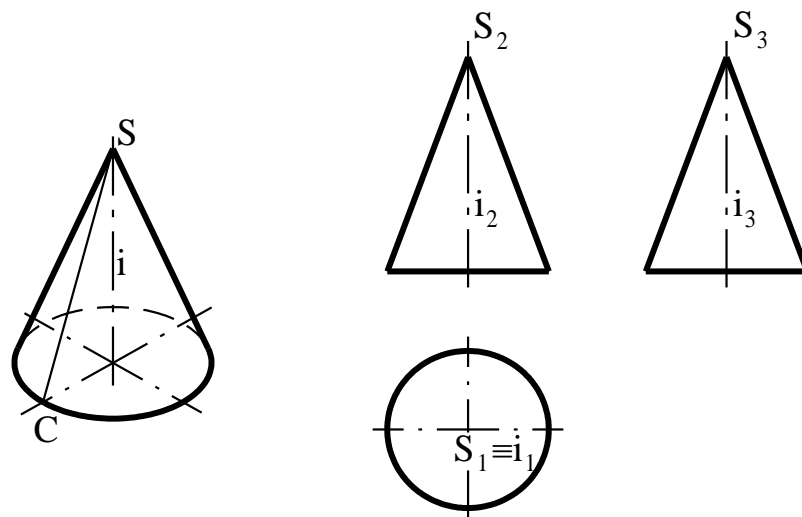


Рис. 11.4

Сферой называется поверхность, образованная вращением окружности вокруг одного из ее диаметров. На все плоскости проекций сфера проецируется в круг с радиусом, равным радиусу сферы (рис. 11.5).

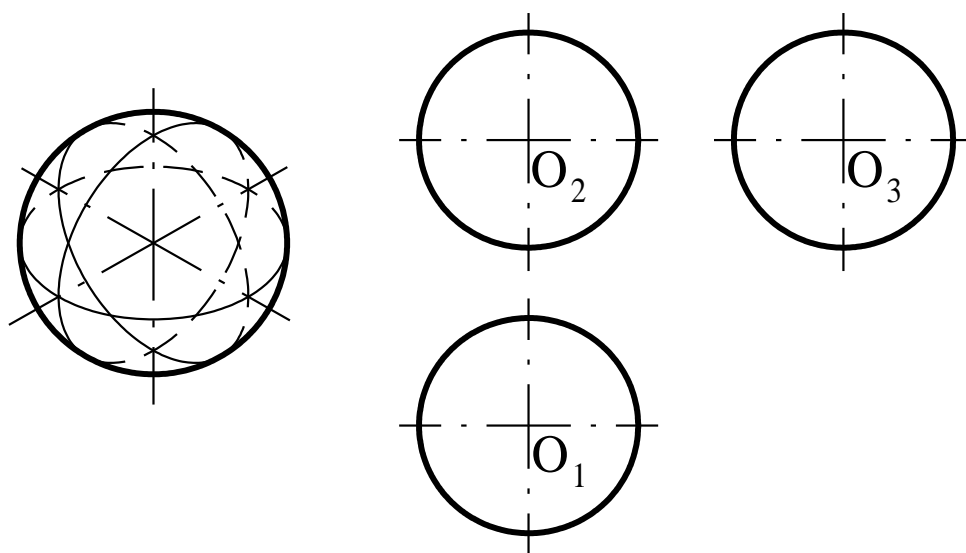


Рис. 11.5

Эллипсоидом вращения называется поверхность, образованная вращением эллипса вокруг одной из его осей.

Параболоид вращения образуется вращением параболы вокруг ее оси.

Однополостный гиперболоид вращения образуется при вращении гиперболы вокруг ее мнимой оси, а двухполостный – при вращении вокруг действительной оси.

Тором называется поверхность, образованная вращением вокруг оси, лежащей в плоскости этой окружности и не проходящей через ее центр. Тор относится к поверхностям вращения четвертого порядка.

11.3. Точки и прямые линии, принадлежащие поверхности

Положение точки на поверхности вращения определяется при помощи окружности, проходящей через эту точку на поверхности вращения.

Это не исключает возможности применять прямолинейные образующие в случае линейчатых поверхностей вращения.

Если на одной из проекций поверхность проецируется в линию, построение проекций точек, принадлежащих этой поверхности находятся с помощью линий связи.

Примеры построения проекций точек, принадлежащих поверхностям прямого кругового цилиндра, конуса и сферы показаны на рис. 11.6, 11.7, 11.8.

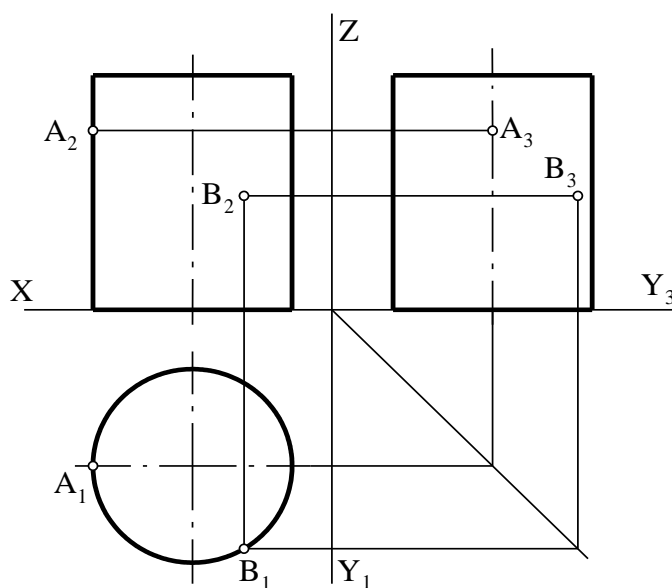


Рис. 11.6

Определение недостающих проекций точек А и В, расположенных на поверхности цилиндра, по одной заданной, например фронтальной, производится в следующей последовательности. Учитывая, что горизонтальная проекция цилиндра является линией, горизонтальные проекции точек А и В можно найти, проведя из заданных точек A_2 и B_2 линии связи до их пересечения с окружностью в искомых точках A_1 и B_1 . Профильные проекции точек А и В строят также с помощью линий связи.

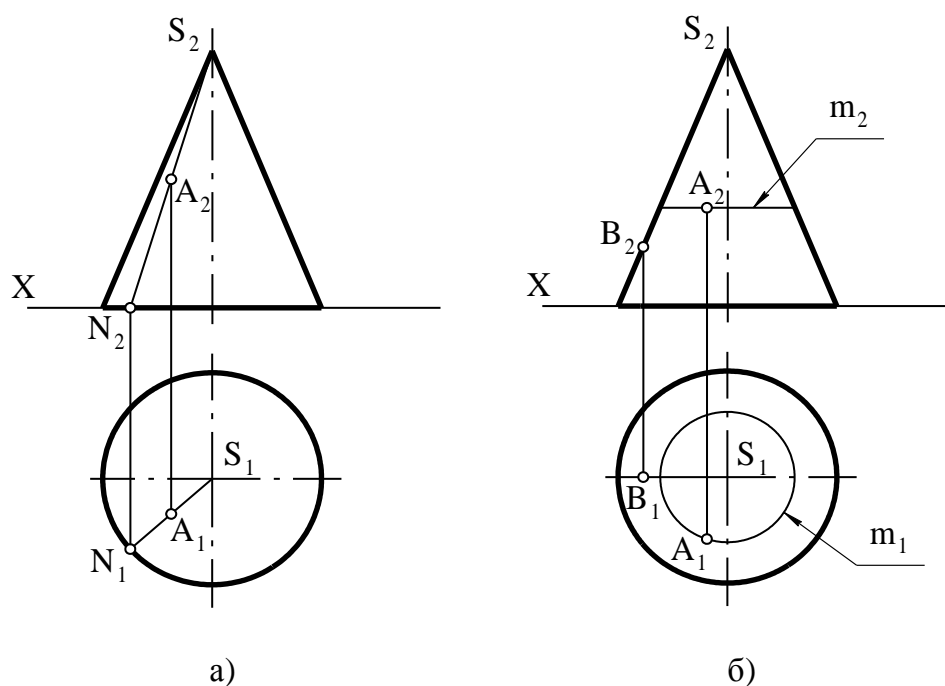


Рис. 11.7

Если на поверхности конуса задана одна проекция точки А (например, фронтальная проекция на рис. 11.7 а), то горизонтальную проекцию этой точки определяют с помощью вспомогательных линий, расположенных на поверхности конуса и проведенных через точку А, - образующей или окружности, лежащей в плоскости, параллельной основанию конуса.

В первом случае (рис. 11.7 а) проводят фронтальную проекцию S_2N_2 вспомогательной образующей. Пользуясь вертикальной линией связи, проведенной из точки N_2 , расположенной на фронтальной проекции окружности основания находят горизонтальную проекцию S_1N_1 этой образующей, на которой с помощью линии связи, проходящей через точку A_2 , находят искомую точку A_1 . Во втором случае (рис. 11.7 б) вспомогательной линией, проходящей через точку А, будет окружность (m_2), расположенная на

конической поверхности и параллельная плоскости Π_1 . Фронтальная проекция этой окружности изображается в виде отрезка горизонтальной прямой. Искомая горизонтальная проекция A_1 точки A находится на пересечении линии связи, проведенной из точки A_2 , с горизонтальной проекцией вспомогательной окружности (m_1).

Если заданная фронтальная проекция B_2 точки B , расположена на контурной (очерковой) образующей, то горизонтальную проекцию точки находят без вспомогательных построений при помощи линии связи.

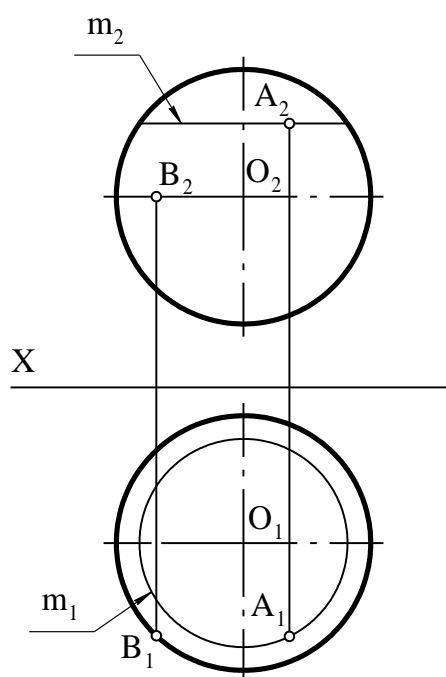


Рис. 11.8

Если точка A , принадлежащая сферической поверхности, задана ее фронтальной проекцией A_2 (рис. 11.8), то вспомогательная линия m , проведенная через эту точку для построения горизонтальной проекции A_1 точки A , должна быть окружностью, расположенной в плоскости, параллельной плоскости проекций Π_1 . На горизонтальной проекции m_1 вспомогательной окружности, которая соответствует натуральной величине этой окружности, с помощью линии связи находят искомую горизонтальную проекцию A_1 точки A . Точка B (B_2) находится на экваторе сферы, поэтому ее вторую проекцию (B_1) можно определить по линии связи.

Линию на поверхности можно рассматривать как множество точек. Поэтому построение проекций линии, принадлежащей поверхности сводится к построению проекций ряда точек, принадлежащих этой линии.