УДК 528.063

ВЛИЯНИЕ ГРУБЫХ ПРОМАХОВ В ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ НА ВЕЛИЧИНУ ОБЛАСТИ СХОДИМОСТИ ИТЕРАЦИЙ

канд. техн. наук, доц. Г.Е. ГОЛОВАНЬ,
Е.В. ГРИЩЕНКОВ, канд. техн. наук, доц. И.П. ШЕВЕЛЕВ
(Полоцкий государственный университет)

Для успешного решения задач предварительной обработки измерений надо знать координаты определяемых пунктов с необходимой для уравнивания точностью. Алгоритм вычисления начальных координат рассмотрим на применении методов нелинейного программирования, рассчитанных на те случаи, когда критерий эффективности решения и (или) ограничения выражается нелинейными зависимостями от параметров. На необходимость корректного подхода при выборе начального приближения в процессе решения геодезических экстремальных задач по методу Ньютона – Гаусса указано в большом числе публикаций. Чтобы поставить заслон от воздействия грубых промахов в информации на результаты вычислений, в производственных программах следует изучить вопрос о влиянии таких промахов в исходных данных на размеры области сходимости итераций.

Введение. В настоящее время для вычисления координат определяемых пунктов применяют методы нелинейного программирования, когда определяется вектор $\hat{X}$, соответствующий минимуму целевой функции [1]:

$$\Phi(X) = \sum_{i=1}^{N} C_i \left| L_i(X) \right| ; \tag{1}$$

$$L(X) = \varphi(X) - T , \tag{2}$$

где $L(X)$ – свободный член нелинейного параметрического уравнения, составленный с помощью нелинейной функции $\varphi(X)$ для вектора измерений T_i; C_i – нормирующие множители, вычисленные по формулам из [2]:

$$C_i = (S_{cp} \, \| \nabla\varphi_i(X) \|)^{-1} . \tag{3}$$

Здесь S_{cp} – среднее или известное (измеренное) расстояние между пунктами геодезической сети; $\nabla\varphi(X)$ – градиент нелинейной функции для измерений.

Коэффициенты C_i предназначены для ускорения процесса минимизации критериальной функции и для увеличения области сходимости итераций. Анализу изменения этой области при наличии грубых ошибок в измерениях, при обязательном присутствии избыточных измерений, посвящена настоящая статья.

Основные исследования. При решении любых систем нелинейных уравнений требуется искать ответ на три основных вопроса:

- выбор алгоритма при минимизации целевой функции с большим числом неизвестных;
- выбор начальных значений неизвестных с тем, чтобы они попали в область сходимости к глобальному минимуму;
- локализация влияния на результаты грубых ошибок информации.

При обработке геодезических сетей возможно решение этих вопросов следующим путем. Систему уравнений (2) предлагается решать по группам неизвестных, расчленяя любую по сложности геодезическую сеть на отдельные многократные или однократные засечки, применяя метод последовательной вставки пунктов. Это приводит к необходимости решения частных систем (2) при числе неизвестных не более шести (до трех определяемых без контроля пунктов). Так как будут решаться системы с малым числом неизвестных X, то для минимизации функции (1) можно применять трудоемкие в вычислительном отношении, но удобные для программирования методы минимизации, обладающие большой областью сходимости итераций. В результате в большинстве случаев возможно вычисление начальных компонент вектора X как среднего арифметического из координат окружающих пунктов. Следовательно, начальные координаты определяемых пунктов можно не задавать в исходной информации, а иметь лишь сведения об S_{cp} для всей геодезической сети.

В дальнейшем будем находить не грубые ошибки измерений, а грубые промахи в исходной информации, возникающие при ее наборе или в процессе измерений при неверном отождествлении названий окружающих пунктов. Если минимум целевой функции найден, то проверяется выполнение неравенства [1]:

$$\sum_{i=1}^{N} C_i \left| L_i(\hat{X}) \right| \le 3 \sum_{i=1}^{N} C_i \sigma_i \ , \qquad (4)$$

где σ_i – стандарт измерения.

Данное неравенство используется только после введения в вектор T редукционных поправок. Если это неравенство не выполняется, а $N-t=1$, то полученные координаты не запоминаются. Если число избыточных измерений $N-t=2$, то при несоблюдении неравенства (4) грубые промахи определяются методом последовательного исключения одного уравнения (2) из решаемой системы с очередной минимизацией функции (1). Если $N-t>2$, то во всех возможных комбинациях исключаются по два уравнения. Цель таких вычислений – решить систему (2) при $N-t \ge 1$ с соблюдением неравенства (4) и запомнить координаты, полученные с контролем.

Исследуем вопрос о влиянии грубых промахов в исходной информации (координаты исходных пунктов, промахи в измерениях и др.) при наличии одного избыточного измерения, для линейной, обратной и прямой засечек на плоскости. Технология поиска области сходимости проста – в узлах регулярной сетки (40 × 40) помещается определяемый пункт и делается анализ о сходимости итераций для двух методов решения:

- алгоритм Гаусса (метод линеаризованных итераций);
- метод релаксации (один из наилучших способов нелинейного программирования, относящийся к методам прямого поиска).

На рисунках 1 – 3 показаны засечки и области сходимости итераций для метода Гаусса и метода релаксации. Исходная информация искажена грубыми ошибками для нижнего исходного пункта путем его перемещения в верхний левый угол.

Метод Гаусса **Метод релаксации**

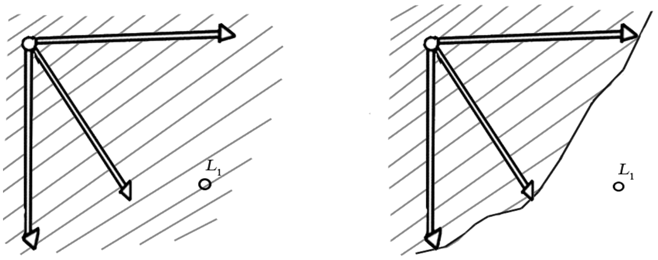

Рис. 1. Линейная засечка

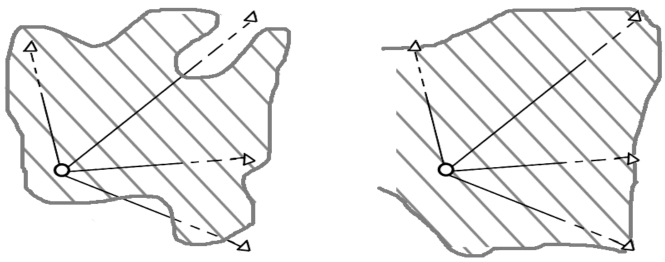

Рис. 2. Обратная засечка

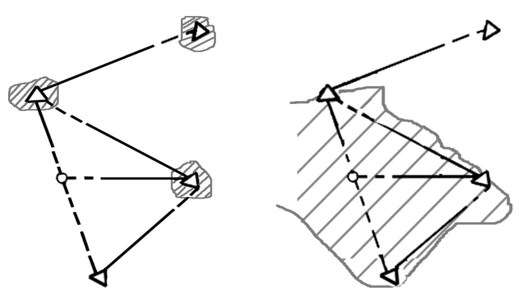

Рис. 3. Прямая засечка

По результатам вычислений можно сделать следующие выводы:

линейная засечка (см. рис. 1):

- координаты определяемого пункта изменились на 5…6 км, при S_{cp} = 15 км;
- область сходимости осталась такой же, как и при отсутствии грубой ошибки измерений;

обратная засечка (см. рис. 2):

- координаты определяемого пункта после уравнивания изменились под воздействием грубого промаха на 3 – 5 км при S_{cp} = 15 км;
- область сходимости осталась такой же, как и при отсутствии грубой ошибки измерений;

прямая засечка на плоскости (см. рис. 3):

- координаты определяемого пункта после уравнивания изменились под воздействием грубого промаха на 10 км при S_{cp} = 15 км;
- метод Гаусса не применим для вычисления координат, так как при любой грубой ошибке в информации можно получить вырожденный случай (деление на ноль).

В **заключение** отметим:

1) геодезические засечки необходимо обрабатывать не по замкнутым формулам, а методами нелинейного программирования с привлечением избыточных измерений;

2) именно избыточные измерения оставили неизменной область сходимости итераций при грубых промахах в исходной информации;

3) самыми надежными являются методы прямого поиска, в частности примененный нами метод релаксации;

4) обнаружено, что грубые промахи для избыточных измерений практически не искажают числа обусловленности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мицкевич, В.И. Математические методы и модели на ЭВМ / В.И. Мицкевич. – Новополоцк: ПГУ, 2007. – 184 с.
2. Применение геодезических засечек, их обобщенные схемы и способы машинного решения / П.И. Баран [и др.]. – М.: Недра, 1986. – 166 с.

Поступила 15.04.2011

EFFECT OF GROSS ERRORS IN INITIAL INFORMATION ON MAGNITUDE OF CONVERGENCE DOMAIN OF ITERATIONS

G. GOLOVAN, E. GRISHCHENKOV, I. SHEVELEV

For successful solving of tasks of preprocessing of measurements one must know the coordinates of points with the precision required by adjustment. Algorithm of computation of original coordinates is tested by applying methods of nonlinear programming, which are used for cases when criteria of efficiency of solving and (or) constrains are termed by nonlinear dependences from parameters. Need for correct approach when choosing initial iteration for solving geodetic extreme tasks using method of Newton-Gauss is mentioned in great amount of publications. In order to prevent the effect of gross errors in information on results of computations one must study issue of effect of gross errors in initial data on extent of convergence domain of iterations in industrial programs.