

ЛЕКЦИЯ 14. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

14.1. Способ вспомогательных секущих плоскостей

Линия пересечения двух поверхностей есть линия, принадлежащая обеим поверхностям. Следовательно, для построения линии пересечения поверхностей необходимо найти общие точки для данных поверхностей.

Линию пересечения поверхностей можно построить, применяя вспомогательные секущие плоскости (посредники), пересекающие данные поверхности по каким-либо линиям. Взяв достаточное количество вспомогательных поверхностей, можно найти достаточное количество точек искомой линии.

Сформулируем общее правило построения линии пересечения поверхностей:

- выбираем вид вспомогательных поверхностей;
- строим линии пересечения вспомогательных поверхностей с заданными поверхностями;
- находим точки пересечения построенных линий и соединяем их между собой.

В качестве вспомогательных поверхностей выбирают такие, линии пересечения которых с заданными поверхностями проецируются в графически простые линии – прямые, окружности, т.к. при этих условиях задача решается проще и точнее. В качестве вспомогательных поверхностей можно использовать плоскости или сферы.

Рассмотрим применение вспомогательных секущих плоскостей на примере построения линии пересечения сферы с конусом вращения (рис. 14.1). При построении точек линии пересечения поверхности вначале находят те точки, которые называют характерными или опорными. Основания заданных поверхностей, представленных окружностями, принадлежат горизонтальной плоскости проекций Π_1 . В пересечении окружностей основания получаем опорные точки 1_1 и $1'_1$. По линии связи переносим эти точки на фронтальную проекцию.

Проведенная фронтальная плоскость уровня Δ (Δ_1), проходящая через ось конической поверхности и центр сферы, пересекает коническую поверхность по контурным образующим SA и SB, а сферу по окружности, совпадающей с проекцией главного меридиана. В пересечении контурной образующей SB и главного меридиана получим опорную точку 2 ($2_1, 2_2$). наивысшую точку линии пересечения.

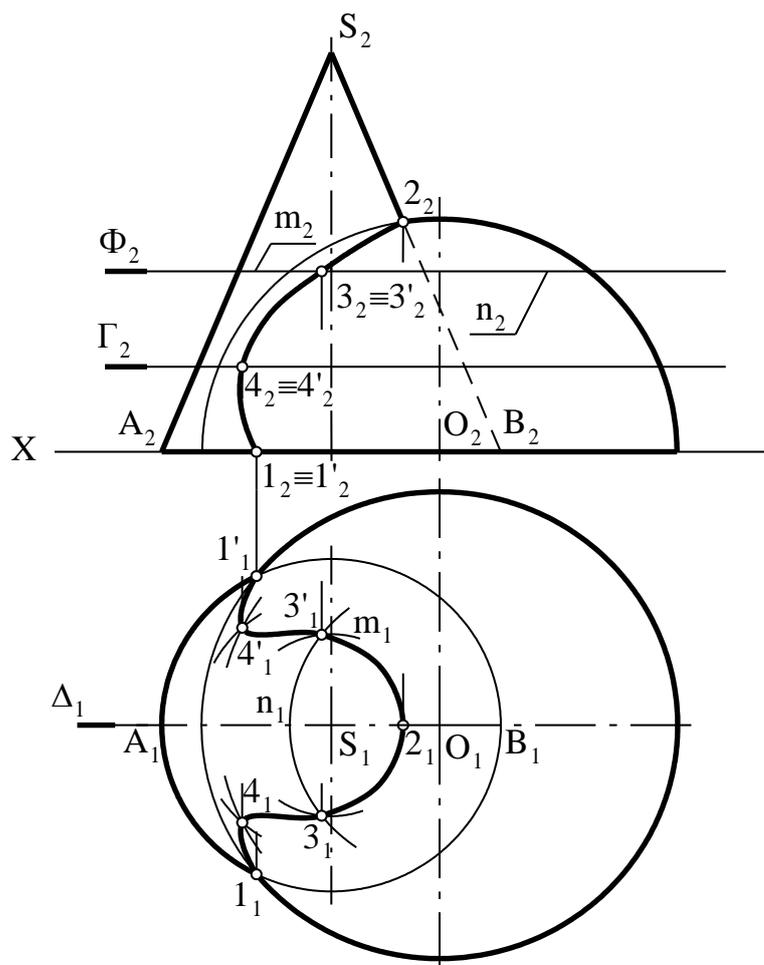


Рис. 14.1

Промежуточные точки найдем при помощи горизонтальных плоскостей уровня Φ и Γ , которые пересекают заданные поверхности по окружностям. При взаимном пересечении этих окружностей получают промежуточные точки искомой линии. Вначале находим горизонтальные проекции 3_1 и $3'_1$ точек 3 и $3'$ на пересечении окружностей m_1 и n_1 , получающихся от пересечения плоскостью Φ конуса и сферы. Затем, используя линии связи и принадлежность этих точек плоскости Φ , находим их фронтальные проекции 3_2 и $3'_2$.

Число вспомогательных секущих плоскостей, а следовательно, и промежуточных точек линии пересечения зависит от требуемой точности решения.

Относительно горизонтальной плоскости проекций видимой является заданная половинка сферы и коническая боковая поверхность. Следова-

тельно, видима и вся горизонтальная проекция линии пересечения этих поверхностей.

Относительно фронтальной плоскости проекций видимой является часть 1, 4, 3, 2, фронтальная проекция линии пересечения, расположенная на видимых (передних) участках заданных поверхностей, а часть 1', 4', 3', 2' – невидима.

Заданные поверхности симметричны относительно фронтальной плоскости уровня Δ , проходящей через оси их вращения, следовательно, симметрична и линия их пересечения относительно этой же плоскости. Значит на фронтальной плоскости проекций Π_2 проекции видимой и невидимой частей линии пересечения совпадут и будут кривой второго порядка.

На чертеже одноименные проекции точек $1_1, 4_1, 3_1, 2_1, 3'_1, 4'_1, 1'_1$ и $1_2, 4_2, 3_2, 2_2, 3'_2, 4'_2, 1'_2$ соединяем плавной сплошной основной линией и получаем искомые проекции линии пересечения.

Как отмечалось выше, для нахождения промежуточных точек, принадлежащих линии пересечения были использованы горизонтальные плоскости уровня.

Фронтальные плоскости уровня, кроме проходящей через ось конической поверхности плоскости Δ (Δ_1), пересекают эту плоскость по сложным кривым (гиперболам). Значит их не следует применять в качестве вспомогательных секущих поверхностей.

Проецирующие плоскости будут давать в пересечении сложные для построения на чертеже линии, поэтому их также нецелесообразно применять в качестве вспомогательных секущих плоскостей. Например, горизонтально-проецирующие плоскости, проходящие через ось заданной конической поверхности, будут пересекать ее по образующим, а сферу по окружностям. Но эти окружности будут проецироваться на плоскость Π_2 в эллипсы.

После сравнения всех возможных вариантов в качестве вспомогательных секущих плоскостей были выбраны горизонтальные плоскости уровня, т.к. их применение дает наиболее простые графические построения на чертеже.

На рис. 14.2 приведено построение линии пересечения кругового конуса с вертикальной осью с фронтально-проецирующим цилиндром.

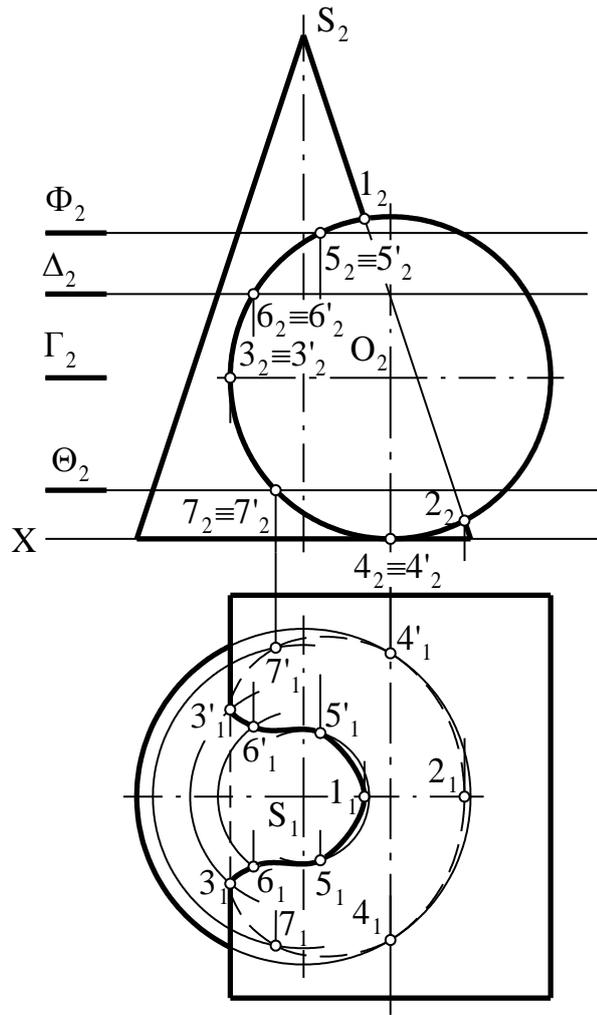


Рис. 14.2

Характерные точки 1, 2, 4, 4' ($1_2, 2_2, 4_2, 4'_2$) определены непосредственно на эюре. Характерные точки 3, 3', находящиеся на контурной образующей цилиндра и определяющие границу видимости линии пересечения, а также точки 5, 5', 6, 6', 7, 7' определены с помощью вспомогательных секущих горизонтальных плоскостей уровня $\Gamma, \Phi, \Delta, \Theta$, которые пересекают конус вращения по окружности, а цилиндр по прямолинейным образующим. На пересечении горизонтальных проекций полученных окружностей и образующих получают общие точки, принадлежащие искомой линии пересечения. На плоскость проекций Π_2 линия пересечения проецируется на основание цилиндра.

На рис. 14.3 приведено построение линии пересечения кругового цилиндра с вертикальной осью и сферы.

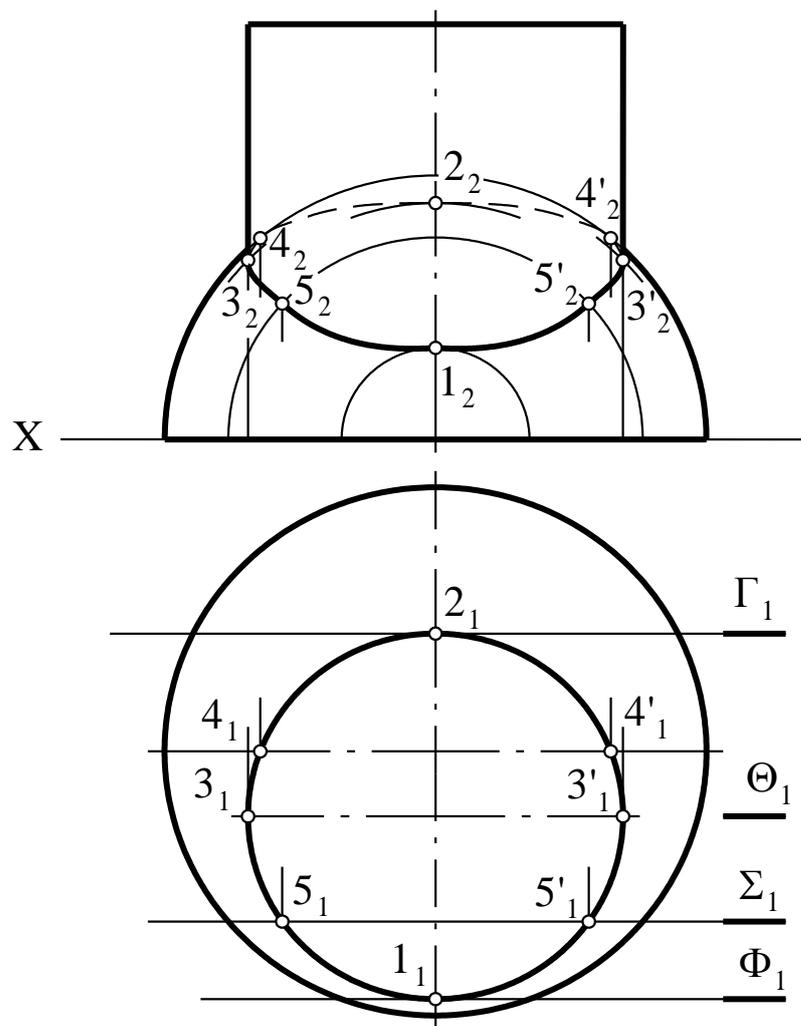


Рис. 14.3

Ход решения задачи аналогичен описанному выше. В качестве вспомогательных секущих плоскостей использованы фронтальные плоскости уровня, которые пересекают сферу по окружностям, а цилиндр – по прямолинейным образующим. Опорные точки $44'$ ($4_14'_1$, $4_24'_2$), лежащие на главном меридиане сферы, на фронтальной проекции построены при помощи линий связи.

Способом вспомогательных секущих плоскостей можно воспользоваться для построения линии взаимного пересечения гранной поверхности с поверхностью вращения.

На рис. 14.4 приведено построение линии пересечения трехгранной призмы и конуса.

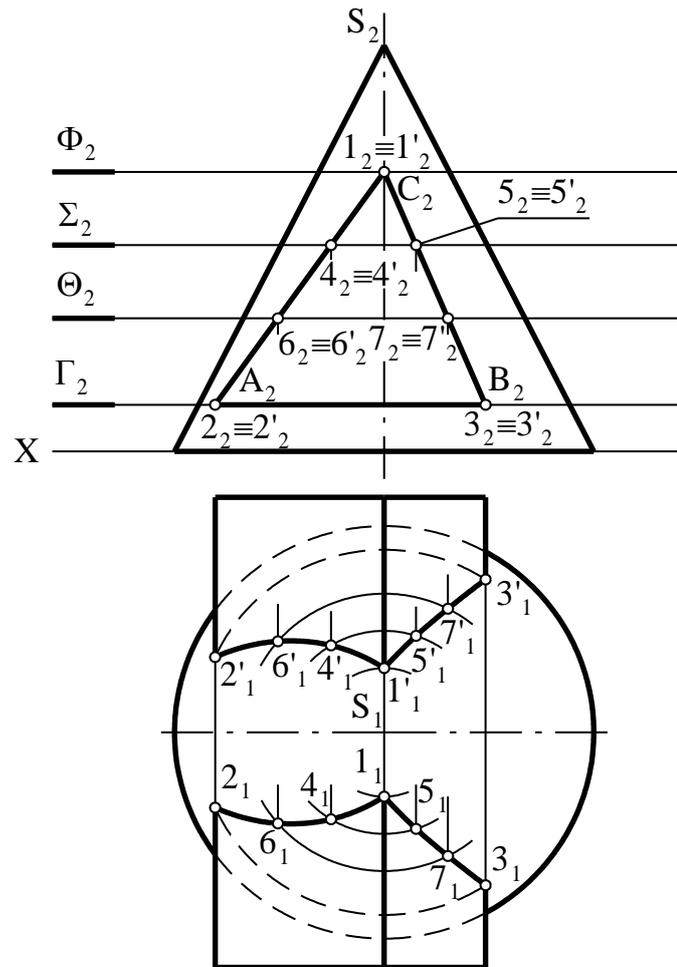


Рис. 14.4

В качестве вспомогательных секущих плоскостей приняты горизонтальные плоскости уровня. Каждая секущая плоскость пересекает конус по окружности, радиус которой равен расстоянию от оси до образующей. Строим горизонтальные проекции окружностей и на их пересечении с проекциями ребер призмы находим проекции $1_1 1'_1$, $2_1 2'_1$, $3_1 3'_1$ и $1_2 1'_2$, $2_2 2'_2$, $3_2 3'_2$ опорных точек. Промежуточные точки находим с помощью плоскостей Σ и Θ . Плоскости Σ и Θ пересекают грани призмы по прямым линиям. Их горизонтальные проекции при пересечении с соответствующей окружностью (проекцией линии пересечения плоскостей Σ и Θ с конусом) дают проекции промежуточных точек $4_1 4'_1$, $5_1 5'_1$, $6_1 6'_1$, $7_1 7'_1$ и $4_2 4'_2$, $5_2 5'_2$, $6_2 6'_2$, $1_2 7'_2$. Как видим на рис. 14.4, фронтальная проекция линии пересечения совпадает с проекцией основания призмы.

Линией пересечения грани АВ призмы с поверхностью конуса являются ветви окружности, т.к. эта грань параллельна основанию конуса.

На рис. 14.5 приведено построение линии пересечения конуса и трехгранной призмы, грани которой являются горизонтально-проецирующими плоскостями.

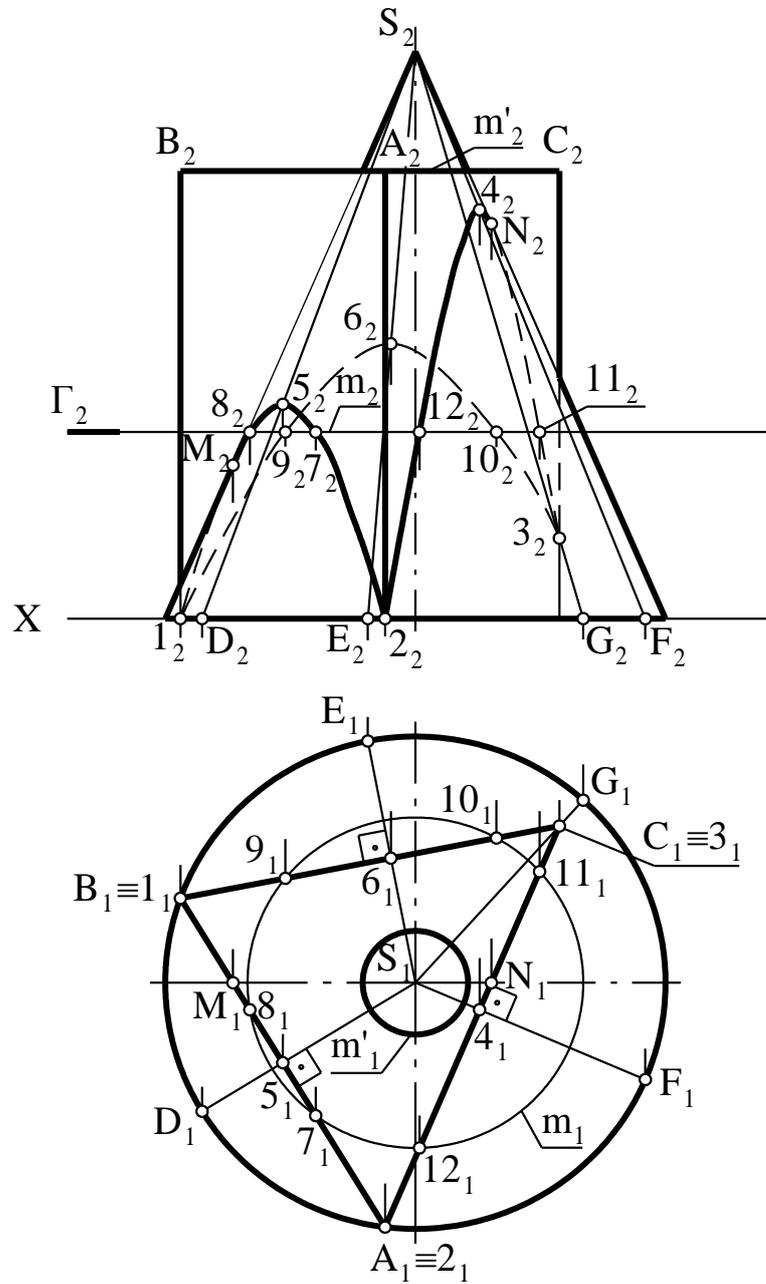


Рис. 14.5

Боковые грани призмы пересекаются с поверхностью конуса по гиперболом. Построим точки, принадлежащие линиям пересечения, в каждой грани. Ребра А и В проецируются на окружность – проекцию основания конуса. Отметим точки 1 и 2 ($1_1 2_1$, $1_2 2_2$) – эти точки будут принадлежать линии пересечения. Чтобы определить точку пересечения ребра С, которое

пересекает боковую поверхность конуса, проведем через ребро C образующую SG (S_1G_1, S_2G_2). Точка пересечения фронтальной проекции S_2G_2 с ребром C_2 дает искомую точку 3_2 пересечения ребра C с поверхностью конуса. Чтобы определить высшие точки линии пересечения, построим на боковой поверхности конуса образующие SD (S_1D_1, S_2D_2), SE (S_1E_1, S_2E_2) и SF (S_1F_1, S_2F_2) перпендикулярно граням призмы. Горизонтальные проекции точек пересечения образующих с гранями – $4_1, 5_1, 6_1$, будут искомыми. По линиям связи находим их фронтальные проекции – $4_2, 5_2, 6_2$. Отметим точки M_1 и N_1 – точки, лежащие на крайних образующих конуса. Фронтальные проекции этих точек M_2 и N_2 будут определять границы видимости линий пересечения в гранях AB и AC . Промежуточные точки определим при помощи вспомогательной секущей плоскости Γ – горизонтальной плоскости уровня. Плоскость Γ пересекает конус по окружности m (m_1, m_2), а призму по треугольнику, совпадающему с горизонтальной проекцией призмы. Горизонтальные проекции точки, общие для линий пересечения $7_18_1, 9_110_1, 11_1, 12_1$, будут искомыми. Фронтальные проекции этих точек по линиям связи переносим на след секущей плоскости – $7_28_2, 9_210_2, 11_212_2$. Соединяем плавной кривой точки, лежащие в одной грани, имея ввиду, что точки M_2 и N_2 определяют границы видимости линий пересечения в гранях AB и AC . Фронтальная проекция линии пересечения в грани BC будет невидимой, т.к. находится на невидимой грани.

При помощи плоскости Φ находим линию пересечения конуса и верхнего основания призмы – окружности m' (m'_1, m'_2).