

## ЛЕКЦИЯ 15. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

15.1. Частные случаи пересечения поверхностей второго порядка

15.2. Способ сфер

### 15.1. Частные случаи пересечения поверхностей второго порядка

При взаимном пересечении поверхностей второго порядка получается в некоторых случаях распадение линии пересечения на две плоских кривые второго порядка. Это бывает в тех случаях, когда обе пересекающиеся поверхности вращения (цилиндр и конус, два конуса и т.п.) вокруг общей для них сферы. В примерах, приведенных на рис. 15.1 а и 15.1 б пересечение происходит по эллипсам.

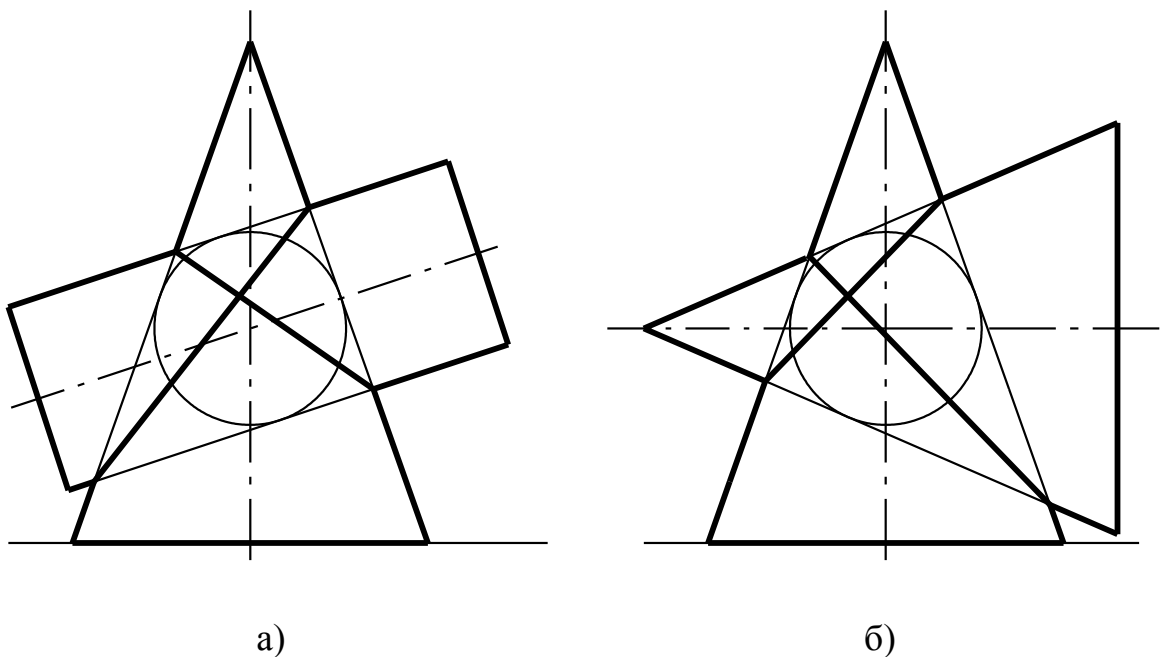


Рис. 15.1

На рис. 15.2 показаны два цилиндра равного диаметра с пересекающимися осями. Из точки пересечения осей может быть проведена сфера, вписанная в оба цилиндра. Обе поверхности пересекаются по линии, состоящей из двух эллипсов.

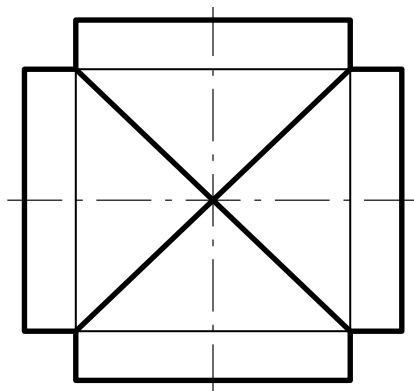


Рис. 15.2

Изображенные на рис. 15.1 и 15.2 кривые пересечения поверхностей проецируются на фронтальную плоскость проекций в виде прямолинейных отрезков, т.к. общая плоскость симметрии для каждой пары рассмотренных поверхностей расположена параллельно плоскости  $\Pi_2$ .

Указанные выше построения основаны на следующих положениях:

- 1) поверхности второго порядка, имеющие двойное соприкосновение, пересекаются между собой по двум кривым второго порядка, причем плоскости этих кривых проходят через прямую, определяемую точками прикосновения;
- 2) две поверхности второго порядка, описанные около третьей поверхности второго порядка (или в нее вписанные), пересекаются между собой по двум кривым второго порядка. Это положение известно под названием теоремы Монжа.

Соосные поверхности вращения (т.е. поверхности с общей осью) пересекаются по окружностям. На рис. 15.3 даны три примера: а) цилиндр и сфера (рис.15,3а), б) конус и сфера (рис.15,3б), в) две сферы (рис.15,3в).

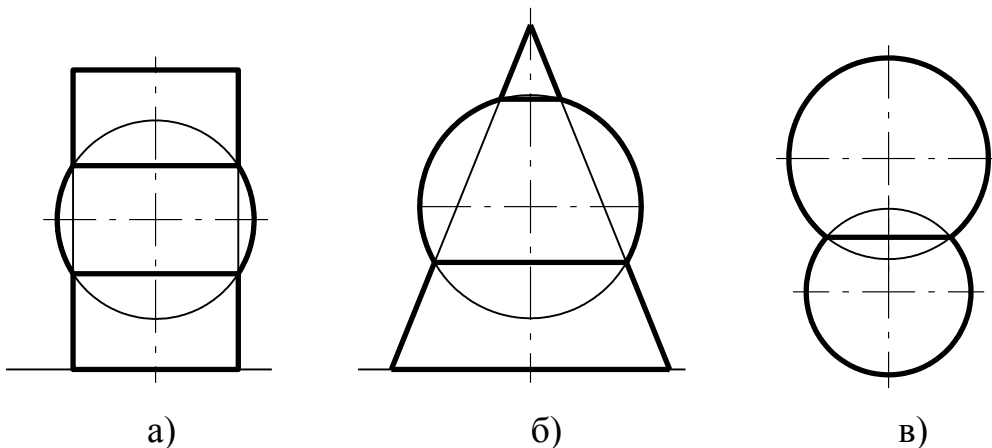


Рис. 15.3

## 15.2. Способ сфер

С помощью вспомогательных сферических поверхностей удобно строить линии пересечения двух поверхностей вращения с общей плоскостью симметрии, параллельной одной из плоскостей проекций.

При этом возможны два случая:

- 1) если оси поверхностей вращения пересекаются, то для построения линии пересечения этих поверхностей применяют семейство концентрических сфер;
- 2) если оси поверхностей вращения не пересекаются, то используют эксцентрические сферы.

План решения задачи способом концентрических сфер следующий:

- 1) принимая точку пересечения осей заданных поверхностей за центр, строим вспомогательные сферы – посредники;
- 2) определяем окружности, по которым пересекаются сферы-посредники с каждой из заданных поверхностей;
- 3) находим общие точки пересечения полученных окружностей.

Эти точки и принадлежат искомой линии пересечения поверхностей.

На рис. 15.4 построена линия пересечения двух конусов вращения, оси которых пересекаются, образуя общую фронтальную плоскость симметрии.

В данном случае применены вспомогательные сферы, проведенные из одного и того же центра – точки  $O$  ( $O_2$ ) пересечения осей конусов. Диапазон радиусов сфер определяется минимальным и максимальным радиусами. Минимальный радиус секущей сферы назначается из условия касания сферы одной и пересечения другой пересекающихся поверхностей. Максимальным радиусом является отрезок прямой от центра сферы до наиболее удаленной точки пересечения, очерков пересекающихся поверхностей. Окружности, по которым сферы пересекают одновременно две поверхности, проецируются на фронтальную плоскость проекций в виде прямолинейных отрезков.

Точки пересечения фронтальных проекций очерковых образующих  $1_22_23_24_2$  являются высшими и низшими точками линии пересечения. Точки  $5_26_2$  на фронтальной проекции, наиболее близко расположенные к оси вертикального конуса определены с помощью сферы радиуса  $R_{\min}$ , вписанной в этот конус. Промежуточные точки  $7_28_29_2$  получены при помощи сферы радиуса  $R$ , очерк которой на фронтальной проекции изобразится в виде окружности этого же радиуса. Сфера радиуса  $R$  пересечет горизонтальный

конус по окружности диаметра АВ и CD, а вертикально расположенный конус – по окружности EF и MN. В пересечении полученных проекций окружностей – отрезков  $A_2B_2$  и  $C_2D_2$  с  $E_2F_2$  и  $M_2N_2$  – получаем искомые точки  $7_2 8_2 9_2$  линии пересечения.

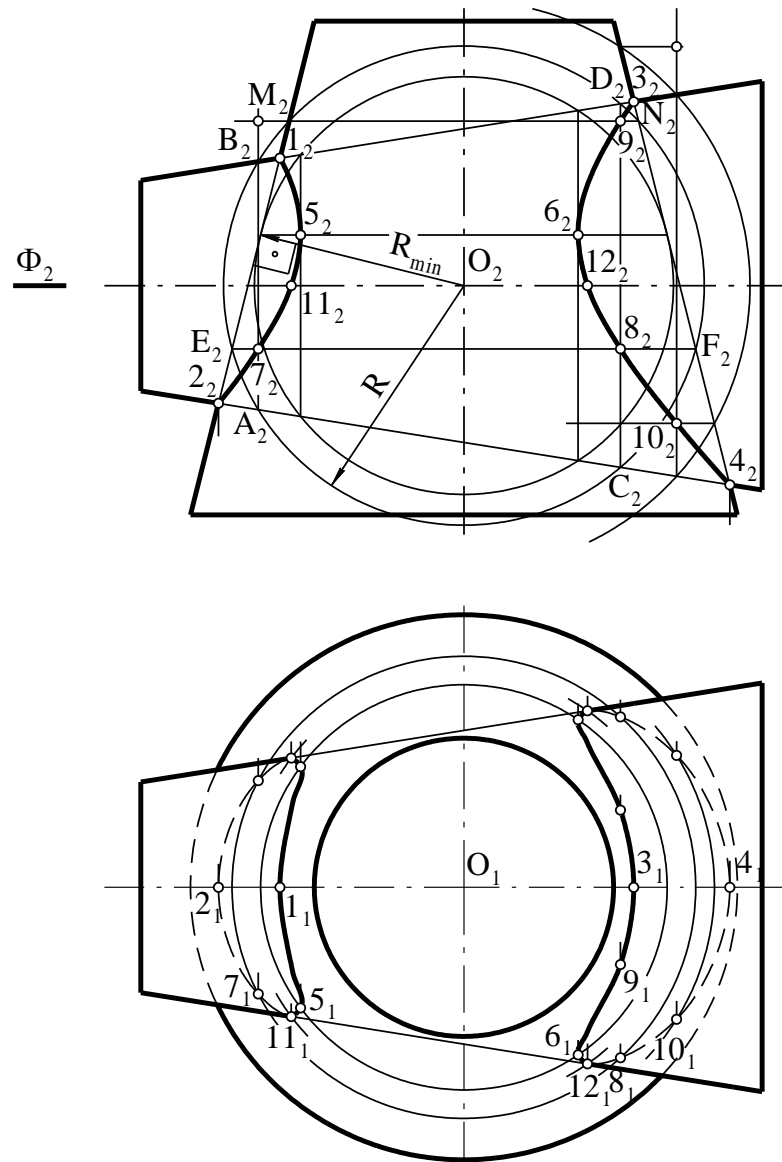


Рис. 15.4

Изменяя радиус  $R$  вспомогательной секущей сферы, можно получить последовательный ряд точек линии пересечения. Недостающие горизонтальные проекции точек линии пересечения определяют на соответствующих параллелях вертикального конуса. Точки  $11_1$  и  $12_1$ , в которых происходит разделение горизонтальной проекции линии пересечения на види-

мую и невидимую ветви, определены с помощью горизонтальной плоскости  $\Phi$ , проходящей через ось горизонтального конуса.

Пример построения линии пересечения двух поверхностей вращения способом эксцентричных сфер приведен на рис. 15.5 (открытый тор пересекается с конусом вращения).

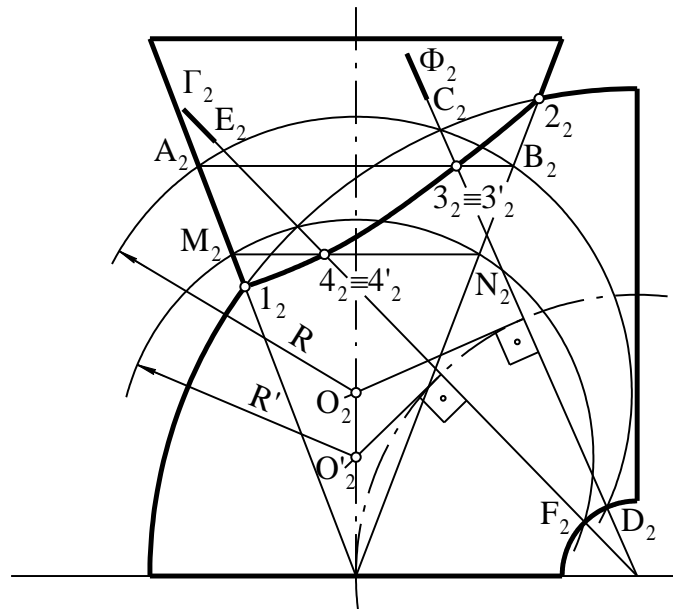


Рис. 15.5

Поверхности имеют одну общую плоскость симметрии. Оси пересекающихся поверхностей вращения между собой не пересекаются. Поверхности заданы фронтальными отрезками.

При построении линии пересечения поверхностей прежде всего определяем точки 1 и 2 пересечения очерковых образующих поверхностей, затем через ось вращения тора проводим фронтально-проецирующую плоскость  $\Phi$ . Она пересекает тор по окружности. Центры сфер, пересекающих тор по окружности, находятся на перпендикуляре, восстановленном в центре окружности к плоскости  $\Phi$ . Пересечение этого перпендикуляра с осью конуса вращения даст центр  $O$  ( $O_2$ ) вспомогательной секущей сферы с радиусом  $R$ . Такая сфера пересекает как тор, так и конус вращения по окружностям, фронтальные проекции которых – отрезки  $A_2B_2$  и  $C_2D_2$  прямых. Точка  $3_2$  и  $3'_2$  пересечения окружностей принадлежат фронтальной проекции линии пересечения поверхностей.

Аналогично определяют другие промежуточные точки линии пересечения поверхностей. Вспомогательные сферы имеют различные центры, находящиеся на оси конуса вращения.