

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учреждение образования «Полоцкий государственный университет»

Республиканский конкурс научных работ студентов  
высших учебных заведений Республики Беларусь

Гравиметрия

ПРИМЕНЕНИЕ ГРАВИМЕТРИИ В РЕШЕНИИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Науки о Земле. Геологические структуры и экогеологические процессы.  
Функционирование и оптимизация геосистем

Автор:  
Маркович Кирилл Игоревич  
магистрант

Научный руководитель:  
Шароглазова Галина Александровна  
доцент кафедры прикладной геодезии  
и фотограмметрии

Новополоцк, 2012 г.

## РЕФЕРАТ

Сведения об объеме работы, количестве иллюстраций, таблиц, приложений, количестве используемых источников:

работа: 82с., 43 рис., 30 табл., 40 источников.

Перечень ключевых слов: ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ, АНОМАЛИИ УСКОРЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ, УКЛОНЕНИЯ ОТВЕСНЫХ ЛИНИЙ, АНОМАЛИИ ВЫСОТ, ГЕОИД.

**Объектом исследования** являются гравитационная модель Земли EGM2008, Полоцкий геодинамический профиль и Полоцкая ГЭС.

**Цель работы** – показать значимость влияния гравитационного поля на результаты геодезических измерений.

**Метод исследования** – обобщенный анализ влияния гравитационного поля на результаты геодезических измерений.

**Результатом работы** является обобщенный анализ гравитационной модели EGM2008, исследования по учету вариаций гравитационного поля и определению аномалий высот на Полоцком геодинамическом профиле, а также оценка изменения ускорения силы тяжести на водохранилище Полоцкой ГЭС.

**Областью практического применения** являются геодезические работы, в которых необходим учет аномальности гравитационного поля Земли; дальнейшие инструментальные исследования как на Полоцком геодинамическом профиле, так и на других геодинамических площадках Беларуси; геодезические измерения на водохранилище Полоцкой ГЭС.

**Экономическая эффективность** работы состоит в том, что выполненные исследования показали отсутствие необходимости в выполнении повторных гравиметрических измерений на геодинамических полигонах страны и вычислении поправок в линии нивелирования на водохранилище Полоцкой ГЭС вследствие его заполнения.

**Прогнозные представления о развитии объекта исследования.** Наступление XXI века положило начало новой эпохе в гравиметрии. Исследований в области гравиметрии становится больше и они имеют прикладной характер. В связи с тем, что геодезия сейчас развивается быстрыми темпами, то логично предположить, что и гравиметрия со своими открытиями не будет от нее отставать.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
1 Поле силы тяжести в геодезии.....	6
1.1 Системы координат.....	6
1.1.1 Геоцентрическая система координат.....	6
1.1.2 Топоцентрические координаты в поле силы тяжести.....	7
1.2 Уровненный эллипсоид.....	8
1.3 Системы высот.....	10
1.3.1 Эллипсоидальные высоты.....	11
1.3.2 Высоты в поле силы тяжести.....	13
1.4 Сила тяжести и определение местоположения пунктов.....	18
2 Учет неоднородности гравитационного поля в специальных геодезических работах.....	20
2.1 Вычисление поправок за отклонения отвесных линий в различные виды геодезических измерений.....	20
2.2 Гравитационное поле и геодинамика.....	
2.2.1 Изменение силы тяжести на геодинамических полигонах .....	29
2.2.2 Учет изменений гравитационного поля, вызванных заполнением водохранилища и колебанием его уровня в период его эксплуатации, при обработке данных повторного нивелирования на геодинамических полигонах ГЭС.....	31
3 Гравиметрические измерения и их практическое использование при решении геодезических задач.....	35
3.1 Методы измерения силы тяжести и современные гравиметрические приборы.....	
3.2 Современные гравиметрические модели и их применение при решении геодезических задач.....	41
3.2.1 Глобальная модель геоида EGM2008. Предварительный анализ.....	44
3.3 Геодезические исследования на Полоцком геодинамическом профиле.....	57
3.3.1 Обоснование выбора расположения Полоцкого геодинамического профиля и состав исполненных работ.....	57
3.3.2 Определение аномалий высот на Полоцком геодинамическом профиле по гравиметрическим данным и результатам спутниковых и нивелирных измерений.....	62
3.3.3 Оценка влияния изменения ускорения силы тяжести на Полоцком геодинамическом профиле на изменение результатов нивелирования между эпохами.....	68
3.4 Оценка изменения ускорения силы тяжести на водохранилище Полоцкой ГЭС.....	73
Заключение.....	78
Список использованных источников.....	80

## **ВВЕДЕНИЕ**

Гравиметрия, родившаяся в 17 веке как раздел геодезии, развивается в последние десятилетия быстрыми темпами. Успехи теоретических разделов геодезии и геофизики,

совершенствование методов изучения гравитационного поля и обработки измерений, новые виды гравиметрической аппаратуры повлекли резкое повышение точности и детальности гравиметрических данных и значительно расширили области практического применения гравиметрии.

Наряду с традиционными геодезическими и геофизическими приложениями современные методы гравиметрии позволяют выполнять исследования геодинамических явлений, исследования для целей инженерной геологии, археологии, прогноза землетрясений.

В связи с тем, что гравиметрия является ключевым звеном при изучении фигуры Земли и без ее данных невозможно выполнять геодезические работы повышенной точности, была выполнена научная работа, в которой рассмотрены основные аспекты гравиметрии в геодезии.

В данной работе уделено большое внимание полю силы тяжести в геодезии. Прежде всего были определены системы координат, наиболее часто применяемые для представления поля силы тяжести. Введены понятия ускорения силы тяжести и потенциала силы тяжести как функций местоположения, а также выведены основные функциональные зависимости.

Как известно, модели поля служат для аппроксимации реального поля и для определения элементов аномального поля, в связи с этим особую важность приобретает рассмотренный вопрос о системах высот.

Не обделен вниманием и вопрос учета неоднородности гравитационного поля в результатах геодезических измерений. Представлен вывод поправок за уклонения отвесных линий в различные виды геодезических измерений, в том числе и в створные измерения, и в работы по переносу азимута в шахту. Кроме того обобщена связь гравитационного поля и геодинамики. Описана зависимость изменения силы тяжести с глобальными и крупномасштабными геодинамическими явлениями и на геодинамических полигонах. Представлен учет изменения гравитационного поля, вызванных заполнением водохранилища и колебанием его уровня в период эксплуатации, согласно методике ЦНИИГАиК.

В разделе практического использования гравиметрических измерений рассмотрены методы измерения силы тяжести. Основное внимание уделено статическим методам, как наиболее распространенным и обладающим рядом преимуществ перед динамическими. Представлены современные гравиметрические приборы.

Большое внимание обращено современным гравиметрическим моделям. С точки зрения исследования выполнен обобщенный анализ глобальной модели геоида EGM2008.

Отдельным пунктом стоят исследования на Полоцком геодинамическом профиле: определение аномалий высот по гравиметрическим данным с привлечение карты аномалий силы тяжести и упомянутой выше гравитационной модели EGM2008 и результатам спутниковых и нивелирных измерений. Выполнена оценка влияния изменения ускорения силы тяжести на результаты нивелирования между эпохами на данном профиле согласно подходу Юркиной М.И. [13].

Еще одним исследованием с дальнейшим практическим применением является оценка изменения ускорения силы тяжести на водохранилище Полоцкой ГЭС. Выполнен анализ для реперов, запроектированных в самом экстремальном положении относительно будущего водохранилища, согласно методике ЦНИИГАиК.

## **1 ПОЛЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ В ГЕОДЕЗИИ**

### **1.1 Системы координат**

#### **1.1.1 Геоцентрическая система координат**

Для глобального представления поля силы тяжести используют геоцентрическую систему координат, связанную с Землей (рис. 1.1). Ее начало совмещено с центром  $C$  масс Земли. Ось  $Z$  совпадает с неизменной во времени средней осью вращения Земли, которая определена средним положением полюса на эпоху 1900,0 — 1906,0 гг. (Международное условное начало, МУН). Ось  $X$  направлена в точку пересечения Гринвичского астрономического меридиана (нулевого меридиана Международного бюро времени) с плоскостью среднего экватора, ось  $Y$  дополняет эту декартову систему координат до правой [1].



Рисунок 1.1 - Геоцентрическая система координат, связанная с Землей.

Геоцентрическая система координат до 1980-х была определена относительно центра масс Земли с ошибкой  $\pm 0,5$  м ошибка направления осей составляла  $\pm 0,03''$ . Система была задана пространственными координатами станций, полученными из анализа орбит спутников и астрономическими определениями направлений отвесных линий на многочисленных обсерваториях в различных точках земного шара. Новые космические методы и возможность ориентирования координатных систем с помощью внегалактических радиоисточников повысили точность задания земной геоцентрической системы на порядок. В будущем понадобится учитывать относительные смещения обсерваторий. С 1988г. Текущая ориентация геоцентрической системы в пространстве регистрируется Международной службой вращения Земли с ошибкой  $\pm 0,001''$  в положении полюса и  $0,1$  м/с в суточном вращении Земли [1].

Поле силы тяжести шаровых тел удобно описывать с помощью сферических координат  $r, \vartheta, \lambda$  (рис.1.). Здесь  $r$  – геоцентрическое расстояние,  $\vartheta = 90 - \varphi$  – полярное расстояние ( $\varphi$  - геоцентрическая широта),  $\lambda$  - географическая долгота. Для вектора  $r$  справедливо соотношение [1]

$$r = \left( \frac{X}{Z} \right) = r \left( \frac{\sin \vartheta \cos \lambda}{\cos \vartheta} \right) \quad (1.1)$$

Пространственные координаты  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  до последнего времени имели небольшое применение как в теоретических выводах, так и в практических вычислениях. Это объясняется тем, что как сами измерения, так и вычисления производились на поверхности Земли и заключались в вычислении координат ее точек, расстояний между этими точками и т.п. В этом случае наиболее удобной была система координат, непосредственно связанная с поверхностью Земли [2].

Однако в связи с космическими исследованиями возникли геодезические задачи по определению координат точек во внешнем пространстве Земли. При этом система геодезических координат становится неудобной. Наоборот, система прямоугольных пространственных координат, позволяющая выражать положение точек независимо от поверхности земного эллипсоида, оказывается наиболее целесообразной для решения возникающих задач. Поэтому эта система координат  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  в настоящее время приобретает большое теоретическое и практическое значение. Метод решения геодезических задач при помощи этой системы координат получил наименование “трехмерной геодезии” [2].

На сегодняшний день наиболее используемыми общеземными эллипсоидами, связанными с геоцентрической СК являются WGS 84, GRS 80 и IERS 96 [3].

### 1.1.2 Топоцентрические координаты в поле силы тяжести

Для описания геометрии локального поля силы тяжести и для вычислений на ограниченных участках земной поверхности удобнее пользоваться координатными системами, которые связаны с определенной точкой  $P$  в поле силы тяжести (рис. 1.2). Ось  $z$  системы совпадает с направлением отвесной линии и направлена в зенит. Оси  $x$  и  $y$  лежат в плоскости горизонта. Ось  $x$  направлена на север (лежит в плоскости астрономического меридиана), ось  $y$  - на восток [1].

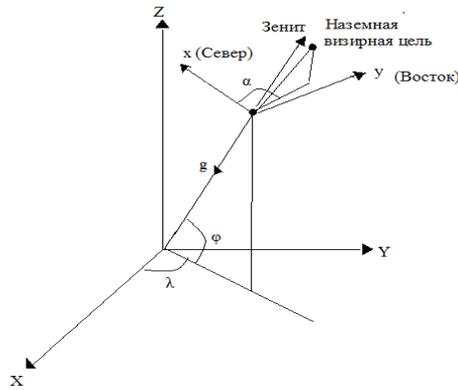


Рисунок 1.2 - Топоцентрическая система координат, связанная с гравитационным полем, и общеземная геоцентрическая система.

Топоцентрические (местные) системы связаны с общеземной геоцентрической системой (1.1) через астрономическую широту  $\varphi$  и астрономическую долготу  $\lambda$ , а направление меридиана задается астрономическим азимутом  $\alpha$  наземной визирной цели (рис.1.2). Методы геодезической астрономии позволяют получить эти величины с ошибкой  $\pm 0,1'' - 1''$ . Через единичный вектор  $n$  внешней нормали к уровенной поверхности вектор силы тяжести выражается следующим образом [1]

$$g = -gn = -g \left( \frac{\cos \varphi \cos \lambda}{\sin \varphi} \right) \quad (1.2)$$

Где  $g$  – сила тяжести;

$\varphi$  - астрономическая широта;

$\lambda$  - астрономическая долгота ;

## 1.2 Уровенный эллипсоид

Уровенный эллипсоид — это эллипсоид вращения с массой  $M$  и угловой скоростью  $\omega$ . Форма эллипсоида определяется длиной  $a$  его большой полуоси и геометрическим сжатием  $\alpha$  [1,2]

$$\alpha = \frac{a - b}{a} \quad (1.3)$$

где  $b$  — малая полуось (рис. 1.3). Поверхность эллипсоида — уровенная поверхность нормального поля силы тяжести. По определению его поле симметрично относительно оси вращения и плоскости экватора. В соответствии с теоремой Стокса—Пуанкаре внешнее поле силы тяжести этого уровенного эллипсоида полностью определяется четырьмя параметрами  $a, f, M, \omega$  и описывается нормальным потенциалом силы тяжести  $U(r)$ . Уровенные поверхности нормального поля (сферопы) [1]

$$U(r) = \text{const} \quad (1.4)$$

не являются эллипсоидами, за исключением самого уровенного эллипсоида

$$U(r) = U_0 \quad (1.5)$$

Предположения о распределении масс внутри эллипсоида не требуются. Однако можно показать, что массы со слоистой структурой, близкой к строению недр реальной Земли, могут воспроизвести поле силы тяжести такого эллипсоида [4].

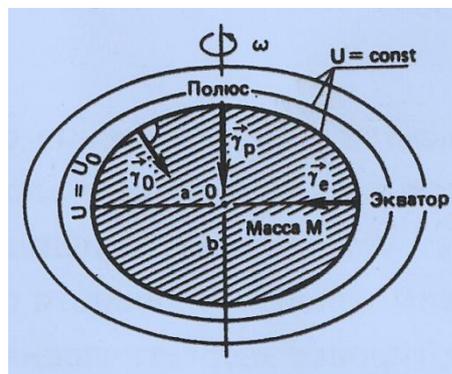


Рисунок 1.3 - Уровенный эллипсоид, нормальная сила тяжести и сферопы.

Для вычислений в поле силы тяжести часто используют геодезические координаты  $B, L, H$ .

Широта  $B$  связана с геоцентрической широтой  $\Phi = 90^\circ - \mathcal{G}$ , которая определена соотношением

$$\text{tg}\Phi = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \text{tg}B \quad (1.6)$$

Если центр эллипсоида совпадает с центром масс Земли, то вектор положения  $r$  точки  $P$  определяется выражением [1]:

$$= \frac{\quad}{\quad} \quad (1.7)$$

здесь  $e^2$  - квадрат первого эксцентриситета. Радиус кривизны  $M$  меридиана и радиус кривизны  $N$  первого вертикала являются главными радиусами кривизны эллипсоида [1,2]:

$$M = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 B)^{3/2}} \quad (1.8) \quad , \quad N = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 B)^{1/2}} \quad (1.9)$$

Соответствующие нормальные сечения лежат в плоскости меридиана и в плоскости первого вертикала.

Разложение (1.7) в ряд с удержанием членов порядка сжатия позволяет получить для точки на поверхности эллипсоида ( $h = 0$ ) выражение [1,2]

$$r = a(1 - \alpha \sin^2 B) \quad (1.10)$$

Где  $r$  - вектор положения точки;

$a$  – большая полуось эллипсоида;

$\alpha$  – полярное сжатие;

$B$  – геодезическая широта.

### 1.3 Системы высот

Практическая роль, которую играют высоты, заключается в следующем. Высоты точек земной поверхности определяют рельеф, который необходимо изобразить на топографических картах. Точное значение разностей высот отдельных точек поверхности Земли совершенно необходимо для проектирования и строительства различных сооружений, для различных расчетов, в которых надо учитывать положение точек в пространстве. Знание высот необходимо для вычисления редуций в непосредственно измеренные на земной поверхности величины (углы, базисы) при переходе на поверхность относимости, без чего не может осуществляться строгая математическая обработка геодезических измерений на эллипсоиде.

Требования к точности определения высот в различных целях колеблются в очень больших пределах, но многие из них весьма высокие, и они могут быть обеспечены лишь при теоретически строгом решении возникающих вычислительных задач.

Поэтому при обработке результатов работ и представлении их в виде каталогов высот реперов приходится учитывать многие особенности теории фигуры Земли, которые несущественны при обработке других видов измерений. С большой тщательностью должна быть определена система высот, в которой будут представлены результаты нивелирования. Сформулируем основные требования к выбору такой системы.

Прежде всего должны выполняться два условия [5]:

1) высоты пунктов должны быть однозначны независимо от пути нивелирования;

2) высоты должны определяться лишь по данным измерений на физической поверхности Земли без привлечения каких-либо гипотетических данных о ее внутреннем строении. С практической точки зрения выгодно, чтобы соблюдалось условие:

3) поправки в измеренные превышения за переход к принятой системе высот должны быть достаточно малы, чтобы ими можно было пренебречь при обработке нивелировок низших классов. Из решения геометрической задачи определения геодезических высот  $H$  как суммы гипсометрической и геоидальной частей вытекает пожелание:

4) принятой системе высот должен соответствовать достаточно строгий и удобный способ определения геоидальной части геодезической высоты  $H$ . В то же время нельзя забывать, что данные геометрического нивелирования используются прежде всего для решения в сущности физической задачи — определения взаимного положения физической поверхности Земли и уровенных поверхностей реального поля силы тяжести. Именно это необходимо при любых инженерно-геодезических изысканиях для строительства гидротехнических сооружений, дорог и т. д. С точки зрения решения этой физической задачи целесообразно выполнение пожелания:

5) высоты должны быть по возможности постоянными для точек на одной уровенной поверхности. Последнее требование находится в противоречии с 3), в результате чего поиск наилучшей системы высот является своеобразным компромиссом между различными требованиями к ней.

### 1.3.1 Эллипсоидальные высоты

Эллипсоидальная (геодезическая) высота точек земной поверхности  $H$  — одна из координат, определяющих фигуру Земли и отдельные ее точки относительно исходной

отсчетной поверхности. Если геодезические координаты  $B_M$  и  $L_M$  определяют положение проекции точки  $M$  на референц-эллипсоиде, то высота  $H_M$  определяет отстояние точки  $M$  от эллипсоида по нормали к нему.

Физически эллипсоида не существует, следовательно геодезическая высота не может быть непосредственно измерена наземными методами. Определить её возможно с помощью спутниковых измерений, а также посредством обработки рядов триангуляции, астрономо-геодезического нивелирования.

Геодезические высоты  $H$  принято получать из измерений как сумму двух слагаемых: расстояния от референц-эллипсоида до поверхности геоида, или квазигеоида (геоидальная высота) и расстояния от одной из этих поверхностей до соответствующей точки поверхности Земли (гипсометрическая высота). Оба указанных выше слагаемых должны быть отрезками нормали к поверхности референц-эллипсоида. Поясним это геометрически (рис.1.4).

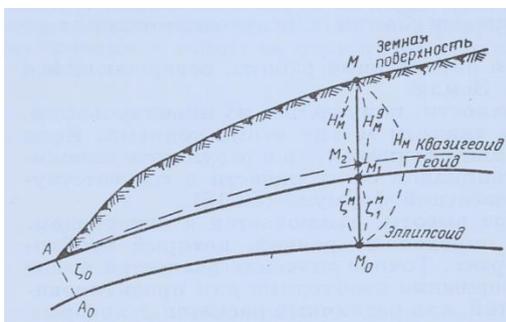


Рисунок 1.4 - Определение геодезической высоты.

Из рисунка 1.4 для геодезической высоты точки  $M$  имеем [2]:

$$H_M = H_M^g + \zeta_1^M \quad (1.11)$$

$$H_M = H_M^y + \zeta^M \quad (1.12)$$

В формуле (1.11)  $H_M^g$  — ортометрическая высота и  $\zeta_1^M$  — высота точки  $M$  над поверхностью геоида. Исследования Молоденского показали, что принципиально строго, без привлечения гипотез о внутреннем строении Земли, оба слагаемых правой части выражения (1.11) не могут быть вычислены. Зато могут быть вычислены точно оба слагаемых выражения (1.12)  $H_M^y$  — нормальная высота и  $\zeta^M$  — аномалия высоты, высота квазигеоида над поверхностью референц-эллипсоида. Поэтому для вычисления геодезических высот  $H$  на территории постсоветского пространства в настоящее время применяется формула (1.12), предусматривающая использование системы нормальных высот  $H^y$  и аномалий высот  $\zeta^M$  [2].

Из сказанного следует, что при вычислении высот практически приходится иметь дело с двумя отсчетными поверхностями: 1) референц-эллипсоида для вычисления геодезических высот  $H$ , и 2) квазигеоида для вычисления нормальных высот, используемых в практических расчетах.

Для решения научных и практических задач геодезии необходимо знать высоту  $H$ , как сумму двух слагаемых  $H^y$  и  $\zeta^M$ , с неизменным выделением значений каждого из них для любой точки Земли.

Точно высоту  $H^y$  определяют методом геометрического нивелирования. Влияние непараллельности уровенных поверхностей поверхности квазигеоида учитывается по гравиметрическим данным.

Аномалии высот определяют путем последовательного вычисления малых разностей аномалий высот ( $\zeta_n - \zeta_{n-1}$ ) по выбранным профилям. Эти разности определяют особыми методами астрономического и астрономо-гравиметрического нивелирования. Геодезические высоты  $H_M$  без выделения слагаемых  $H^y$  и  $\zeta^M$  можно получить геометрически, т. е. только по астрономо-геодезическим измерениям и спутниковым измерениям. Аномалию высоты можно вычислить, сравнивая спутниковые измерения с нормальной высотой.

### 1.3.2 Высоты в поле силы тяжести.

Для точного определения разности высот точек поверхности Земли применяется метод геометрического нивелирования, основанный на использовании горизонтального луча визирования, т. е. луча, направленного по касательной к уровенной поверхности в точке наблюдения. Вследствие непараллельности уровенных поверхностей идеальная и простая схема геометрического нивелирования нарушается и становится сравнительно сложной, требующей учета на каждой станции наблюдений влияний эллипсоидальности Земли и неравномерного распределения плотности внутри ее.

Непосредственно измеряемые превышения нивелированием при помощи горизонтального визирного луча, перпендикулярного направлению отвесной представляют собой превышения относительно плоскости, касательной к уровенной поверхности, проходящей через горизонт инструмента. Для получения превышения относительно отсчетной поверхности должна быть введена поправка за непараллельность этой уровенной поверхности и поверхности относимости. Пусть на рисунке 1.5

изображен профиль земной поверхности, пересекающий точку  $O$ , служащую началом счета высот. Из геометрического нивелирования необходимо определить высоту точки  $M$

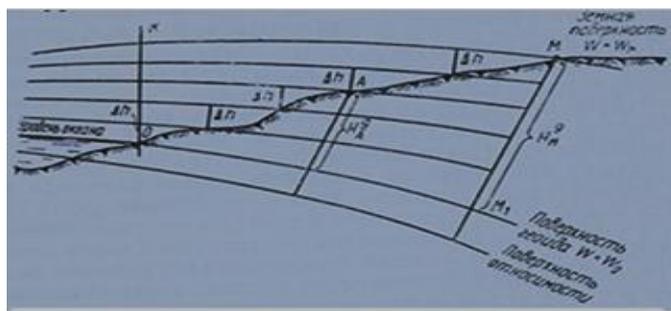


Рисунок 1.5 - Непараллельность уровенных поверхностей

Напишем, как исходную, одну из основных формул, т. е. [2,5]

$$dW = gdh, \quad (1.13)$$

откуда для нашего случая (рис.1.4), используя принятые обозначения[6]

$$\int_{OM} dW = W_O - W_M = \Delta W = \int_{OM} gdh \quad (1.14)$$

где  $W_O$  и  $W_M$  — значения потенциалов силы тяжести для уровенных поверхностей, проходящих через точку  $O$  и через точку  $M$ ;  $g$  — значения силы тяжести в пунктах нивелирного хода;  $dh$  — элементарное превышение.

Потенциалы  $W_O$  и  $W$  постоянны для каждой уровенной поверхности, поэтому постоянно и  $\Delta W = \int gdh$ . Отсюда следует, что значение  $\int_{OM} gdh$  не зависит от пути нивелирования, а только от положения начальной и конечной его точек.

На этом основании можем написать [2]

$$H_M = \frac{W_O - W_M}{g'} = \frac{\int_{OM} gdh}{g'} \quad (1.15)$$

где  $g'$  — некоторое значение силы тяжести.

Формула (1.15) — исходная для установления различных систем высот.

Существуют четыре системы геопотенциальных высот: приближенные, ортометрические, нормальные и динамические.

#### *Приближенные высоты.*

Приближенные высоты получатся, если не принимать во внимание реальное гравитационное поле силы тяжести Земли. Из определения приближенных высот следует, что измеренные величины следует исправить только за непараллельность уровенных поверхностей нормального поля.

Обозначая  $\Delta u$  — разность потенциалов уровенных поверхностей, т. е. исходной и проходящей через данную точку;  $\gamma$  — силу тяжести нормального потенциала и  $H_{\text{пркб}}$  — искомую высоту, на основании (1.15) напишем [2]

$$H_{\text{ПРИБ}}^M = \frac{u_0 - u_M}{\gamma_m^M} = \frac{\Delta\gamma}{\gamma_m^M} = \frac{\int_O^M \gamma^{dh}}{\gamma_m^M} \quad (1.16)$$

Где  $\gamma_m^M$  - среднее значение нормальной силы тяжести на отвесной линии  $MM_1$ .

### *Ортометрические высоты.*

Ортометрическими высотами называются расстояния от поверхности геоида до точек земной поверхности, считаемые по отвесным линиям, проходящим через эти точки. Для точки  $M$  (рис. 1.5) ортометрическая высота выразится расстоянием  $MM_1$ .

Для применения формулы (1.15) определим несколько иначе разность потенциалов  $W_O - W_M$ . Так как точки  $O$  и  $M_x$  лежат на одной уровенной поверхности, то [2,5]

$$W_O - W_M = W_{M_1} - W_M = \int_O^M g dh = \int_{M_1}^M g dh \quad (1.17)$$

Применив теорему Лагранжа о среднем значении функции, напишем [2,5]

$$\int_{M_1}^M g dh = g_m^M \int_{M_1}^M dh = g_m^M H_M^g \quad (1.18)$$

Где  $g_m^M$  — среднее значение действительной силы тяжести на отрезке отвесной линии  $MM_1$ , а  $H_M^g = \int dh$ , согласно определению, — ортометрическая высота точки  $M$ .

Тогда для ортометрической высоты  $H_M^g$  получим [2]

$$H_M^g = \frac{W_O - W_M}{g_m^M} = \frac{\int g dh}{g_m^M} \quad (1.19)$$

Из (1.19) следует, что ортометрические высоты  $H_M$  не зависят от пути нивелирования и ортометрические высоты точек, расположенные на одной уровенной поверхности, будут иметь разные значения, так как расстояния от геоида до уровенной поверхности точки  $M$  не остаются постоянными и будут зависеть от  $g_m$ , значения которых будут различными в разных точках.

Ортометрические высоты имеют крупный недостаток принципиального характера — они не могут быть вычислены точно, так как входящая в формулу для  $H^g$  величина  $g_m$

сложным образом зависит от распределения плотностей внутри Земли, которые в настоящее время неизвестны.

### Нормальные высоты.

Пусть основная уровенная поверхность — геоид определяется уравнением  $W_0 = \text{const}$ , и за поверхность относимости принят уровенный эллипсоид нормального потенциала, для которого  $u = u_0$  (рис.1.6).

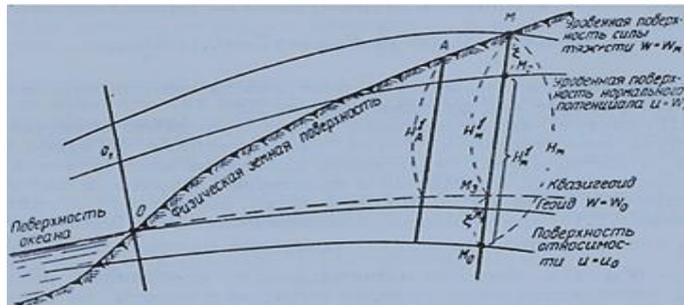


Рис.1.6 - Получение нормальных высот

Потенциал на уровенной поверхности силы тяжести (действительной), проходящей через данную точку земной поверхности  $M$ , обозначим через  $W_M$ . Изобразим сечение уровенной поверхности нормального потенциала, для которой  $u = W_M$ ; пусть это будет кривая  $O_1M_2$ , тогда [2]

$$W_0 - W_M = u_0 - u_{M_2} \quad (1.20)$$

Обозначая через  $dH^\gamma$  элементарное превышение между уровенными поверхностями нормального поля на отвесной линии  $MM_0$  и имея в виду, что [2]

$$W_0 - W_M = \int_{OM} g dh \quad \text{и} \quad u_0 - u_{M_2} = \int_{M_0M_2} \gamma dH^\gamma \quad (1.21)$$

можем написать [2]

$$\int_{OM} g dh = \int_{M_0M_2} \gamma dH^\gamma = \gamma_m H_m^\gamma \quad (1.22)$$

Где  $\gamma_m$  - среднее значение нормальной силы тяжести на отрезке отвесной линии  $M_0M_2$ .

Из (1.22) и получим основную формулу для нормальной высоты [2,5]

$$H_M^\gamma = \frac{W_0 - W_M}{\gamma_m} = \frac{\int_{OM} g dh}{\gamma_m} \quad (1.23)$$

Из (1.23) следует, что нормальная высота однозначно определяется независимо от пути нивелирования.

### Динамические высоты.

Нормальные высоты точек (так же как и ортометрические) одной и той же уровенной поверхности будут в общем случае в разных местах отличаться одна от другой, что в практике инженерно-геодезических работ может вызвать затруднения, а иногда и просчеты. Приведем, например, разности нормальных высот северных и южных точек некоторых водоемов и средние квадратические ошибки нивелирных ходов I класса, соединяющих реперы, расположенные на севере и юге этих водоемов.

Таблица 1. - Разности нормальных высот

Наименование объекта	$H^y_S - H^y_N$ в мм	Средняя квадратическая ошибка нивелирного хода $\Delta h$ в мм	$H^y$ уреза воды (средние)
Рыбинское	8,4	$\pm 6$	100
водохранилище	88	4	1900
Озеро Севан.....	165	25	450
Озеро Байкал.....	190	$\sim 10$	3200
Озеро Кукунор ....			

Данный факт должен учитываться при строительстве сооружений, больших по размеру используемой территории или предъявляющих особо высокие требования к точности геодезических данных. В подобных случаях выгодно использовать динамические высоты. Эти высоты определяются исходя из следующих соображений.

Разность потенциалов силы тяжести определяет разности высот соответствующих точек Земли. Поэтому, по-прежнему, принимая за исходное выражение [2]

$$H_M = \frac{W_O - W_M}{g'} \quad (1.24)$$

можно подразумевать под  $g$  нормальное ускорение силы тяжести для средней широты Земли, т. е.  $45^\circ$ . Тогда основная формула для вычисления динамических высот примет вид [2]

$$H_M^{дин} = \frac{W_O - W_M}{g_{45^\circ}} = \frac{\int g dh}{g_{45^\circ}} \quad (1.25)$$

Нетрудно из (1.25) видеть, что динамические высоты точек, расположенных на одной уровенной поверхности, будут одинаковы, так как в этом случае и числитель и знаменатель будут постоянными; динамические высоты не зависят от пути нивелирования.

#### 1.4 Сила тяжести и местоположения пунктов.

Основная задача геодезии состоит в определении поверхности Земли. Большинство измеряемых для этой цели величин  $L$  в общем виде могут быть представлены как нелинейные функции векторов местоположения пункта наблюдений и визирной цели ( $r_1$ ,  $r_2$ ) и гравитационного потенциала  $W(r)$  [1]:

$$L = F(r_1, r_2, W(r)) \quad (1.26)$$

Таким образом, в задачу геодезии входит и определение внешнего гравитационного поля.

В настоящее время при определении местоположения на больших расстояниях основную роль выполняют наблюдения ИСЗ, орбиты которых зависят от особенностей гравитационного поля. Инерциальные геодезические системы, применяемые для сгущения геодезических сетей, чувствительны как к движениям носителя, так и к вектору силы тяжести. И наконец, измерения на поверхности Земли горизонтальных и вертикальных углов, а также превышений при геометрическом нивелировании сопровождаются ориентированием геодезического инструмента относительно отвесной линии.

Для того чтобы получить из наблюдений декартовы или геодезические координаты пункта (геометрические величины), необходимо моделировать гравитационное поле. Системы высот в гравитационном поле Земли также предполагают, что информация об этом поле имеется. Независимо от перечисленных измеряемых величин при определении гравитационного поля превалируют непосредственные определения вектора силы тяжести (направления отвесной линии  $\Phi$ ,  $A$  и величины силы тяжести  $g$ ), а также ее потенциала  $W$ . По величинам силы тяжести, измеренным на поверхности Земли (или редуцированным на нее), определяют также и геометрию этой поверхности. При этом справедливо выражение, сходное с (1.26) [1]

$$g_s = F_s(S, W_s) \quad (1.27)$$

( $g_s$  — вектор силы тяжести,  $W_s$  — потенциал силы тяжести на поверхности  $S$ ); его необходимо решить как граничную задачу [6].

Краевая задача гравиметрии по Молоденскому [1,7] формулируется в виде нелинейного интегрального уравнения, в котором к потенциалу  $W$  применена теорема Грина [1]:

$$-2\pi W + \iint_S \left( W \frac{\partial}{\partial n_s} \left( \frac{1}{l} \right) - \frac{1}{l} \frac{\partial W}{\partial n_s} \right) dS + 2\pi w^2 (X^2 + Y^2) + 2w^2 \iiint_u \frac{du}{l} = 0 \quad (1.28)$$

Здесь  $S$  — поверхность,  $u$  — объем Земли,  $w$  — угловая скорость вращения Земли,  $n_s$  — внешняя нормаль к поверхности,  $l$  — расстояние между текущей точкой поверхности и притягиваемой точкой (рис. 1.7).

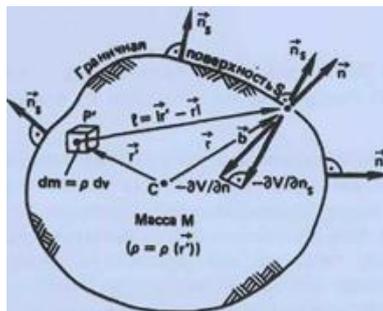


Рисунок 1.7 - Поле силы притяжения, порождаемое объемным телом

Выражение (1.28) можно линеаризовать, используя нормальное гравитационное поле. При этом вместо потенциала силы тяжести появляется возмущающий потенциал  $T$ , а вместо силы тяжести — ее аномалия  $\Delta g$ . Земная поверхность аппроксимируется теллуroidом, а положение точки  $Q$  на теллуroidе определяется в геодезической системе величинами  $\Phi$ ,  $\Lambda$ ,  $W$ , найденными из наблюдений в точке  $P$  поверхности Земли:

$$\varphi_Q = \Phi_P, \quad \lambda_Q = \Lambda_P, \quad U_Q = W_P \quad (1.29)$$

Линеаризация уравнения (1.28) приводит к интегральному уравнению для возмущающего потенциала  $T$ . При определении местоположения необходимо ввести понятия геометрических параметров гравитационного поля: аномалия высоты  $\zeta$  или высота геоида  $N$  и составляющие уклонения отвесной линии  $\xi$ ,  $\eta$ . Эти параметры нужны для перехода от величины  $H$  и астрономической широты  $\Phi$  и долготы  $\Lambda$ , определяемых в гравитационном поле Земли, к геодезическим координатам  $h$ ,  $\varphi$ ,  $\lambda$ . Их можно получить по возмущающему потенциалу  $T$  после решения краевой задачи. При вычислении координат пунктов геодезических сетей необходимо знать величины  $\zeta$  (или  $N$ ) с ошибкой  $\pm 0,5$  м, а величины  $\xi$ ,  $\eta$  с ошибкой  $\pm 1''$ . В то же время для перехода от высот в реальном поле к геодезическим высотам необходима точность  $\pm 0,01$  —  $0,1$  м. Если поверхность Земли известна, гравитационное поле во внешнем пространстве можно определить путем его аналитического продолжения. Если стационарную поверхность Мирового океана, известную на больших площадях из спутниковой альтиметрии, принять за поверхность геоида, можно сформулировать смешанную краевую задачу альтиметрии и гравиметрии [1,8]

## 2 УЧЕТ НЕОДНОРОДНОСТИ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ В СПЕЦИАЛЬНЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ РАБОТАХ

2.1 Вычисление поправок за уклонения отвесных линий в различные виды геодезических измерений

Одной из основных особенностей современных геодезических работ является резкое повышение требований к точности наблюдений. В первую очередь это относится к инженерно-геодезическим работам, связанным со строительством уникальных по размерам и конструкции сооружений: кольцевых и линейных ускорителей заряженных частиц, радиотелескопов, гидротехнических сооружений, протяженных дорожных туннелей, Геодезические работы, выполняемые на таких объектах, требуют нетрадиционных приборов и методов измерений и их обработки; они получили название специальных геодезических работ (СГР). Поэтому при обработке результатов высокоточных геодезических измерений необходимо учитывать влияние таких факторов, которыми геодезисты до последнего времени пренебрегали.

Силовые линии и уровенные поверхности гравитационного поля используют в инженерной геодезии в качестве материализованной прямоугольной координатной системы. Такой взгляд на поле в подавляющем большинстве оправдан, так как монтаж оборудования ведут с погрешностью  $10^{-4} - 10^{-5}$ , а съемочные работы – с еще меньшей точностью.

При работах с погрешностью порядка  $10^{-5} - 10^{-6}$  гипотеза об однородности гравитационного поля в пределах стройплощадки перестает себя оправдывать и приходится различать выбранные нами и потому геометрически определенные координатные линии от реально существующих неизвестных нам силовых линий. Силовой линией называется кривая, касательная к которой в каждой точке совпадает с вектором силы тяжести. Силовую линию на практике всегда считают плоской кривой. Касательную к ней называют отвесной линией. Однако силовые линии имеют кривизну, они не совпадают с отвесными линиями и непараллельны друг другу. Вместе с силовыми линиями искривляются и поверхности, ортогональные силовым линиям – уровенные поверхности потенциала силы тяжести.

В частности, в инженерной геодезии обычно предполагают, что в пределах участка работ отвесные линии во всех точках параллельны, а уровенные поверхности — параллельные плоскости (рис.2.1,а).

Такое предположение было бы верным, если бы гравитационное поле Земли было однородным. В реальности уровенные поверхности имеют сложную форму, кривизна их не постоянна и расстояние между уровенными поверхностями меняется в зависимости от величины силы тяжести (рис.2.1,б). Обработка измерений, выполненных в этой (натуральной) системе координат, представляет определенные сложности и требует предварительного изучения поля силы тяжести.

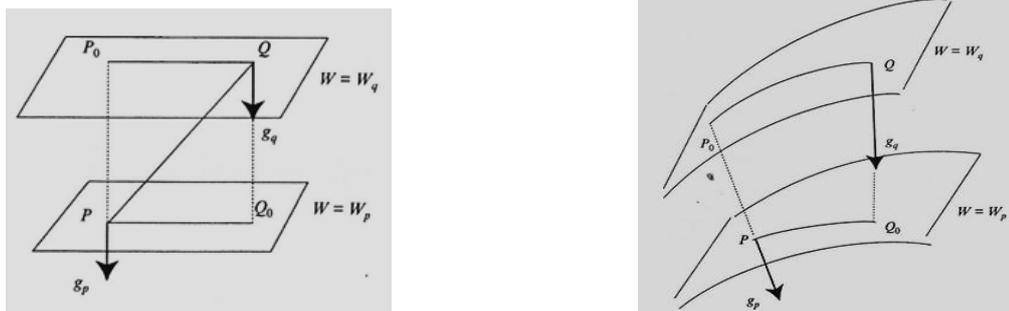


Рисунок 2.1 - а) однородное поле:  $q_p=q_g$ ;  $PQ_0=P_0Q$ ;  $PP_0=Q_0Q$ ;

б) неоднородное поле:  $q_p \neq q_g$ ;  $PQ_0 \neq P_0Q$ ;  $PP_0 \neq Q_0Q$

Так как уровенные поверхности непараллельны, то и отвесные линии во всех точках непараллельны. В результате чего возникают отклонения отвеса, характеризующие отличия направления действительной силы тяжести от направления нормали к эллипсоиду [7,9].

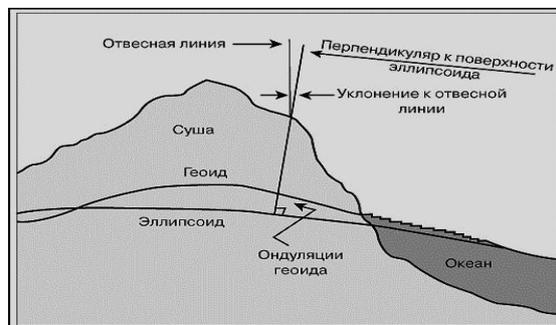


Рисунок 2.2 - Уклонение отвесной линии.

Соответственно предположение об однородности гравитационного поля может привести к непренебрегаемым ошибкам в определяемых координатах точек.

В связи с этим необходимо оценивать влияние неоднородности гравитационного поля на результаты наблюдений и при необходимости учитывать это влияние.

Как говорилось раньше в современной геодезии существует специфическая область применения геодезических измерений – обеспечение монтажа, юстировки, метрологических исследований и эксплуатации сложных уникальных сооружений и оборудования. Для проведения данных работ создаются инженерно-геодезические сети. Эти сети имеют ряд особенностей по сравнению с астрономо-геодезической сетью [10]:

- а) занимают небольшую территорию;
- б) могут не иметь связи с астрономо-геодезической сетью;
- в) имеют высокую точность определения взаимного положения пунктов;
- г) имеют значительные углы наклона и одинаковую точность измерения горизонтальных и вертикальных углов;
- д) выполняются как на поверхности Земли, так и под землей (в тоннелях, скважинах, подводных сооружениях);
- е) располагаются в зоне значительных колебаний отклонения отвеса техногенного происхождения, вызванных притяжением массивных сооружений и водных масс водохранилищ;
- ж) могут располагаться в предгорной и горной местности со сложным гравитационным полем, где возможны значительные, разности уклонений отвеса на небольших расстояниях.

Эти особенности обуславливают специфику вычислений в инженерно-геодезических сетях. Конечно, можно и в этом случае использовать традиционную методику редуцирования на поверхность референц-эллипсоида. Однако целесообразнее выбрать локальную отсчетную поверхность - сферу или плоскость, достаточно близкую к уровенной поверхности в пределах геодезической сети. Это позволит уменьшить редуцирующие поправки и вычислять их по более простым формулам.

Но так как инженерно-геодезические работы всегда проводят на сравнительно малой территории, поэтому практически всегда в этом случае при определенных условиях допустимо использовать концепцию плоской Земли. Рассмотрим эти условия.

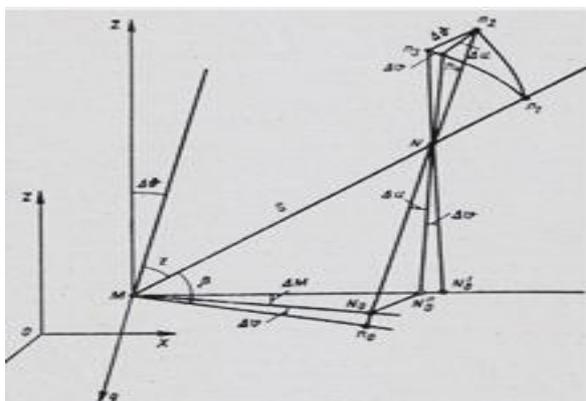


Рисунок 2.3 - Влияние уклонения отвеса на измеряемые горизонтальные углы

Пусть точка  $O$  (рис.2.3) является началом местной системы координат  $XUY$ . Ось  $OZ$  совпадает с направлением касательной к отвесной линии в точке  $O$ , оси  $OX$  и  $OY$  лежат в плоскости, касательной к уровенной поверхности в точке  $O$ ; ось  $X$  направлена на север, ось  $Y$  — на восток. В точке  $M$  геодезической сети измерено горизонтальное направление на точку  $N$ . Направление касательной к отвесной линии в точке  $M$  образует с осью  $OZ$  угол  $\Delta\nu$ , равный разности уклонения отвеса в точке  $M$  и начале координат. При измерении горизонтального направления фактически измеряют двугранные углы, образованные плоскостями, проходящими через вертикальную ось теодолита и наблюдаемые точки. Пусть  $MN_0$  — линия пересечения плоскости, проходящей через отвесную линию точки  $M$  и точку  $N$  с горизонтальной плоскостью,  $N_0$  — проекция точки  $N$  на горизонтальную плоскость по нормали  $NN_0$  к уровенной поверхности, проходящей через  $M$ . Через  $N_0'$  обозначим проекцию на горизонтальную плоскость точки  $N$  линией, параллельной оси  $Z$ .

Через точку  $N$  проведем плоскость, перпендикулярную к направлению  $MN_0$ . Точку пересечения этой плоскости линией  $MN_0'$  обозначим через  $N_0''$ . Очевидно, что горизонтальное направление будет искажено на угол  $\Delta M$  за счет составляющей  $\Delta\nu$  разности уклонений отвеса в плоскости, перпендикулярной к измеренному направлению. Эта составляющая равна [7,9,10,11]:  $-\Delta\xi \sin A + \Delta\eta \cos A$

Где  $A$ -азимут направления  $MN$ . Величина угла  $\Delta M$  — из прямоугольного треугольника  $MNN_0$ [7]:

$$MN_0 = S \sin Z, \quad NN_0 = S \cos Z \quad (2.1)$$

Где  $Z$ -измеренное зенитное расстояние,  $S$ -сторона  $MN$ .

Из треугольника  $NN_0N_0''$  сторона  $NN_0'' = S \cos Z \operatorname{tg} \Delta\nu$  и из треугольника  $MN_0N_0''$

$$tg\Delta M = tg\Delta u ctgZ \quad (2.2)$$

По малости углов  $\Delta M$  и  $\Delta u$  можно записать [7,9,10,11]:

$$\Delta M = \Delta u ctgz = -(\Delta\xi \sin A + \Delta\eta \cos A) ctgZ \quad (2.3)$$

Это и есть поправка в измеренное горизонтальное направление за уклонение отвесной линии.

Особенностью специальных геодезических сетей являются значительные углы наклона, достигающие 30-40°. При таких углах коэффициент  $ctgZ$  равен 0,58-0,84. Поэтому уклонение отвесной линии нужно знать по крайней мере с той же точностью, с которой выполняют измерение горизонтальных углов [7].

**Влияние уклонения отвесных линий на зенитные расстояния.** Обратимся вновь к рис.2.3. Продолжим линии  $MN$ ,  $NN_0$ ,  $NN_0'$  и  $NN_0''$  до пересечения со сферой единичного радиуса с центром в точке  $N$ . Точки пересечения обозначим через  $n_1, n_2, n_3, n_4$ . В системе координат  $XVZ$  зенитным расстоянием  $Z$  точки  $N$  будет угол между направлением оси  $OZ$  и измеряемым направлением. Согласно рис.2.3 [7]

$$Z = \angle MNN_0' = n_1 \cup n_3 \quad (2.4)$$

Из прямоугольного треугольника  $n_1, n_2, n_4$  следует [7,9]:

$$\cos Z = \cos \Delta u \cos n_1 \cup n_4 \quad (2.5)$$

Так как угол  $\Delta u$  не превышает нескольких секунд, можно написать  $\cos Z = \cos n_1 \cup n_4$  и  $Z = n_1 \cup n_4$ . Поэтому [1,2,15,16,17]:

$$Z = z + \Delta v = z + \xi \cos A + \eta \sin A \quad (2.6)$$

здесь  $\Delta v$  — составляющая разности уклонения отвеса в азимуте измеряемого направления.

Согласно формуле (2.6) поправки в зенитные расстояния нужно вводить в том случае, если точность измерения зенитных расстояний сравнима с величиной уклонения отвеса, т. е. при измерениях зенитных расстояний с погрешностями около 1".

**Влияние уклонений отвеса на измеряемые расстояния.** Пусть на рис.4.  $MN_0$  — проекция измеренной линии  $MN$  на уровенную поверхность точки  $M$  по нормали к этой поверхности,  $\beta=90^\circ - z$  — измеренный угол наклона, угол  $NoMnO$  равен составляющей  $\Delta v$  уклонения отвеса в азимуте направления  $MN$ . Проекция расстояния  $MN$  на горизонтальную плоскость равна [7]:

$$MN \cos(\beta - \Delta\nu) = MN \cos\beta \cos\Delta\nu + MN \sin\beta \sin\Delta\nu \quad (2.7)$$

Примем  $\cos \Delta\nu=1$ ,  $\sin \Delta\nu= \Delta\nu$ , тогда [7,9,10,11]

$$MN'_0 = MN_0 + \Delta\nu h_{изм} \quad (2.8)$$

Где  $h_{изм}$ -измеренное превышение точки.

Если угол наклона измеряемой линии составляет 5-10°, а колебания уклонений отвеса 1-2", необходимо учитывать поправки за уклонения отвеса в измеряемые расстояния.

Однако данная поправка вводится только в том случае, если линия измерена мерными проволками, что в настоящее время достаточно редко. В случае производства линейных измерений светодальномерами необходимость во введении данной поправки отпадает, так как положение оптических центров приборов, между которыми дает расстояние светодальномер, не зависит от состояния гравитационного поля.

**Влияние уклонения отвеса на результаты тригонометрического нивелирования.** При измерении углов наклона  $\beta$  или зенитных расстояний  $Z$  инструмент ориентирован по отвесной линии в точке наблюдений, поэтому методом тригонометрического нивелирования определяют превышения над уровенной поверхностью, а не над горизонтальной плоскостью  $MN_0'N_0$ . Превышение  $h$  над горизонтальной плоскостью равно [7]

$$h = MN \cos(z + \Delta\nu) = MN \cos Z \cos\Delta\nu - MN \sin Z \sin\Delta\nu$$

Так как  $\cos \Delta\nu=1$ ,  $\sin \Delta\nu= \Delta\nu$ ,  $MN \cos Z = h_{изм}$ , получаем [7,9,10,11]

$$h = h_{изм} - \Delta\nu MN \sin Z \quad (2.9)$$

При  $\Delta\nu = 0,1''$ ,  $MN \sin z = 100$  м  $\Delta\nu MN \sin z = 0,05$  мм. Эта величина сравнима с погрешностями точного нивелирования, поэтому влияние уклонений отвеса на результаты нивелирования учитывать необходимо.

**Влияние уклонений отвеса на результаты геометрического нивелирования.** Пусть на рис. 2.4  $mn$  — физическая поверхность Земли,  $g$  — направление силы тяжести в точке  $m$ ,  $mm_0$  — уровенная поверхность точки  $m$ ,  $nm_0$  — измеренное нивелирное превышение  $dh$ . Разность высот точек  $m$  и  $n$  в принятой прямоугольной системе координат  $XVZ$ , где ось  $Z$  совпадает с направлением отвесной линии в исходной точке, будет равна [7]:

$$dH = nn_0 = (nm_0 - m_0n_1) \cos \Delta v \quad (2.10)$$

Или, так как  $\cos \Delta v = 1$ , а  $m_0n_1 = mn_1 \sin \Delta v = \Delta v dS$  [7]

$$dH = dh - \Delta v dS \quad (2.11)$$

где  $dS$  — расстояние между точками  $m$  и  $n$ .

Для вычисления превышения между удаленными точками следует сложить элементарные превышения

$$H_M - H_0 = \sum dh_{изм} - \sum \Delta v dS \quad (2.12)$$

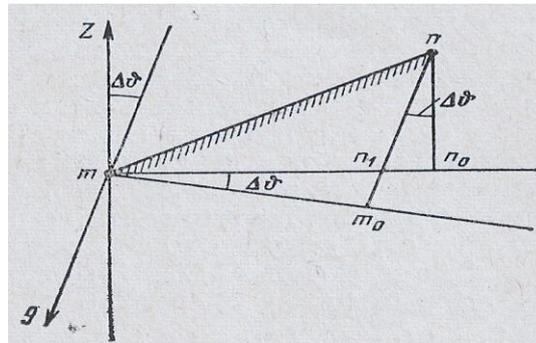


Рисунок 2.4 - Влияние уклонений отвеса на результаты геометрического нивелирования

В соответствии с формулой при средней разности уклонения отвеса  $0,5''$  и расстоянии 2 км влияние уклонений отвеса на разность высот составит 10 мм.

**Учет уклонения отвеса при гиротеодолитных наблюдениях.** При наблюдениях с гиротеодолитами на всех точках наблюдений нужно знать уклонения отвеса для перехода от астрономических азимутов  $\alpha$  к геодезическим азимутам  $A$ .

Рассмотрим азимут в точке с широтой  $B$  как угол между направлением на местный предмет и полюс Мира. Согласно формуле (2.1) поправка в направление на полюс равна  $\eta \operatorname{tg} B$ , так как в этом случае  $Z = 90^\circ - B$  и плоскость, перпендикулярная к измеряемому направлению, является плоскостью первого вертикала, азимут которого равен  $90^\circ$ .

Поправку в измеренный азимут  $\alpha$  получим как разность поправок в горизонтальные направления на местный предмет и на полюс Мира. Имеем [7,9,10,11]

$$A = \alpha - \eta \operatorname{tg} B + \operatorname{ctg} z \quad (2.13)$$

здесь  $\eta$  — составляющая уклонения отвеса в плоскости первого вертикала,  $u$  — составляющая уклонения отвеса в плоскости, перпендикулярной к измеряемому направлению.

Если составляющая  $\eta$  уклонения отвеса постоянна и равна  $3''$ ,  $Z=90^\circ$  то поправка за переход к геодезическому азимуту будет действовать систематически и для хода из 10 точек составит  $30''$  на широте  $45^\circ$ .

**Перенос азимута в шахту.** Пусть нужно перенести азимут  $A$  линии  $PQ$  приведенный поправкой (2.13) в локальную прямоугольную систему координат, в шахту на глубину  $z-z_0$ . Для этого нужно спроектировать точки  $P$  и  $Q$  вниз по координатным линиям  $PP_0$  и  $QQ_0$  (рис.2.5).

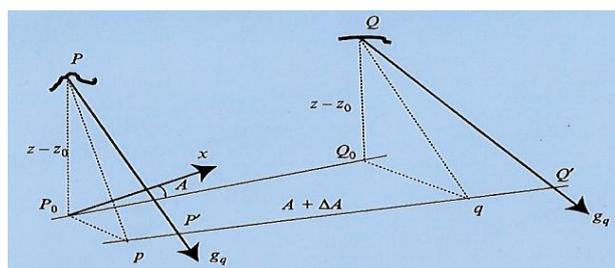


Рисунок 2.5 - Перенос азимута в шахту

Практически проектирование выполняют с помощью оптического центрира или нитяного отвеса. Вследствие отличия направления силы тяжести от координатных линий локальной системы в таком случае проекции  $P'$  и  $Q'$  не совпадут с точками  $P_0$  и  $Q_0$ . Кроме того, из-за кривизны силовой линии проекции с помощью отвеса и оптического центрира не совпадут между собой.

Поясним это с помощью рис.2.6 Здесь  $P_1$ - проекция точки  $P$  на отсчетную плоскость  $P_0P'$  по силовой линии поля силы тяжести; оптический центрир ориентирует инструмент по направлению  $g_1$  силы тяжести в измерительной точке  $P$  (по отвесной линии), в этом случае точка  $P$  будет спроектирована на точку  $P'$ ; нитяной отвес  $PP'$  расположится по направлению силы тяжести в точке, где находится груз этого отвеса; это направление практически совпадает с направлением отвесной линии в точке  $P_1$ .

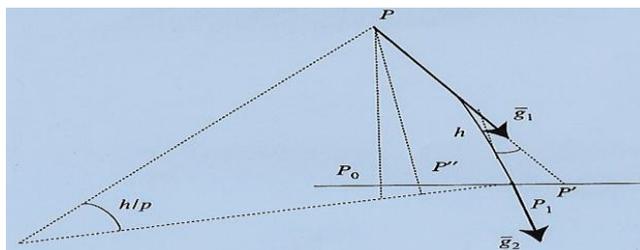


Рисунок 2.6 - Пояснение к переносу азимута

Вернемся к рис.2.6 Здесь  $P_0Q_0$  – проекция  $PQ$  по нормальям к отсчетной плоскости, поэтому азимут  $A$  этих линий одинаков. При проектировании по отвесным линиям прямая  $P'Q'$  будет иметь азимут  $A+\Delta A$ , отличный от исходного азимута на поверхности Земли. Найдем поправку в азимут. Проведем плоскости через нормали  $PP_0$  и  $QQ_0$ , перпендикулярные линии  $P_0Q_0$ ; они пересекут линию  $P'Q'$  в точках  $p$  и  $q$  соответственно. Расстояния  $P_0p$  и  $Q_0q$  можно определить через составляющие уклонения отвеса в азимуте  $A+90^\circ$  [7]:

$$P_0p = (v_{A+90})_p (z - z_0) \quad Q_0q = (v_{A+90})_q (z - z_0) \quad (2.14)$$

Если глубина  $z-z_0$  шахты в точках  $P$  и  $Q$  одинакова, поправку в азимут можно найти из соотношения [7]

$$\Delta A = \frac{P_0p - Q_0q}{pq} \quad (2.15)$$

Подставив сюда значения  $P_0p$  и  $Q_0q$  и выражение для составляющей уклонения отвеса, получим [7,9,11]

$$\Delta A = -[\xi_p - \xi_0]^{AG} \sin A - (\eta_h - \eta_0)^{AG} \cos A \Big] \frac{z - z_0}{s_0} \quad (2.16)$$

В формуле (2.16) нужно использовать разности  $(\xi_p - \xi_0)^{AG}$  и  $(\eta_p - \eta_0)^{AG}$  уклонений отвеса в точках  $Q$  и  $P$  поверхности Земли, если использованы оптические центриры, и в точках  $Q'$  и  $P'$  шахты, если использованы отвесы.

**Створные наблюдения.** Оценим влияние наклона вертикальной оси инструмента на определение нестворности. Назовем створом плоскость, проходящую через отвесную линию  $Oo$  в точке  $O$  и точку  $P$  (рис.2.7). Из-за непараллельности отвесных линий в точках  $O$  и  $P$  плоскость, проходящая через отвесную линию  $Pp$  в точке  $P$  и точку  $O$  не совпадет со створом и пересечется с ним по линии  $OP$ .

При наблюдении с точки Р все точки створа, не лежащие на этой линии, будут казаться не лежащими в створе с точкой О.

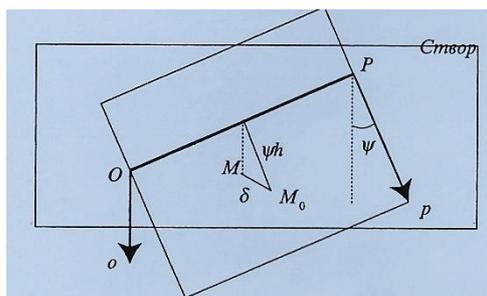


Рисунок 2.7 - влияние наклона вертикальной оси инструмента на определение нестворности

Нестворностью  $\delta = M_0M$  является расстояние от точки М створа до точки  $M_0$  – проекции точки М на плоскость РрО. Согласно рис.2.7 [11]

$$\delta = \psi h \quad (2.17)$$

где  $\psi$  – составляющая угла между отвесными линиями в точках О и Р в перпендикулярной к створу плоскости;  $h$  – расстояние точки М до линии ОР. Если  $\psi = 1''$ ,  $h = 10\text{м}$   $\delta = 0,05\text{мм}$  и влияние непараллельности уровенных поверхностей можно считать пренебрегаемым.

## 2.2 Гравитационное поле и геодинамика

### 2.2.1 Изменения силы тяжести на геодинамических полигонах.

В геодинамических исследованиях регионального и локального масштабов важнейшую роль играют наблюдения за изменениями силы тяжести в комплексе с повторными геодезическими измерениями, поскольку результаты геодезических измерений зависят от состояния гравитационного поля.

Наиболее ощутимо искажения за вариации гравитационного поля могут проявиться при анализе результатов повторного нивелирования [12], так как геометрическое нивелирование дает расстояние между уровенными поверхностями потенциала силы тяжести, проходящими через точки стояния нивелира и рек. С изменением значений силы тяжести изменяются и положения уровенных поверхностей, а, следовательно, превышения при повторном нивелировании также изменяются. Важно, что

эти изменения превышений могут возникнуть даже при абсолютной неподвижности земной коры [13].

В строгом смысле можно сказать, что только при неизменном гравитационном поле результаты повторных нивелировок будут соответствовать изменению высот.

Для правильного анализа результатов повторных нивелировок необходимо иметь в виду, что данные геометрического нивелирования зависят от пути нивелирования между исследуемыми точками и имеют ясный физический смысл только в том случае, если они обрабатываются совместно с результатами измерения силы тяжести  $g$  вдоль нивелирных линий. Поэтому нивелирные работы повышенной точности должны обеспечиваться гравиметрическими данными [14].

Наиболее обширные и продолжительные исследования изменений силы тяжести в сейсмоактивных и вулканических районах в виде классических примеров рассмотрены в лекциях Вольфганга Торге [15].

На практике же при обработке результатов повторного нивелирования следует иметь в виду, что поправки за изменения взаимного положения Земли, Луны и Солнца, так называемые приливные поправки, достигают существенной величины только в ходах большой протяженности. Поэтому вопрос об учете этих поправок в результатах повторного нивелирования на ГДП обычно не возникает.

Однако неприливные ВГП, т. е. обусловленные техногенными перемещениями масс, извержениями вулканов, землетрясениями, миграцией подземных вод и т. д., могут достичь значительных величин и вызвать существенные искажения в исследуемых деформациях, если не учесть их в результатах повторных геодезических измерений.

Вопросу изучения неприливных изменений силы тяжести на ГДП во всем мире уделяется большое внимание. Широко распространены подобные исследования в Японии, Северной Исландии, Мексике, США, Германии, странах бывшего Союза. В последние годы к ним активно привлекается спутниковая альтиметрия, позволяющая фиксировать высоты геоида (квазигеоида), а, следовательно, и их изменения, с точностью в несколько сантиметров.

Выполненные исследования изменений силы тяжести на геодинамических полигонах показали, что величины этих изменений могут составлять десятки мкГал/год [13]. В ряде случаев зафиксировано изменение гравитационного поля до и после происшедших землетрясений большой силы, вызвавших большие вертикальные перемещения земной поверхности. Поэтому сведения об изменениях локального

гравитационного поля, полученные с помощью повторных гравиметрических и спутниковых альтиметрических измерений, могут рассматриваться как один из видов предвестников землетрясений и извержений вулканов.

2.2.2 Учет изменений гравитационного поля, вызванных заполнением водохранилища и колебанием его уровня в период эксплуатации, при обработке данных повторного нивелирования на геодинимических полигонах ГЭС.

Источником ВПП в районах водохранилищ ГЭС являются массы воды в водохранилище при его заполнении и изменение уровня воды в нем в период эксплуатации. Как известно, на ГДП ГЭС основным видом геодезических измерений является высокоточное повторное нивелирование. Линии повторного нивелирования прокладываются по периметру водохранилища и перпендикулярно к нему. Расстояние между реперами равно 2-3 км (рис.2.9). Первые два цикла нивелирования выполняют до заполнения водохранилища, затем ежегодно во время его заполнения и еще несколько циклов в период эксплуатации ГЭС [9].

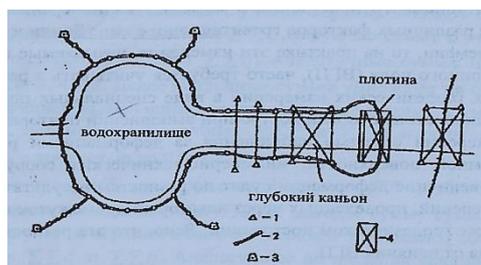


Рис.2.9 - Схема геодезических построений на ГДП ГЭС: 1-пункты плановой сети; 2-линии повторного нивелирования; 3-фундаментальные нивелирные знаки, расположенные вне зоны влияния водохранилища; 4-геодезический четырехугольник, приуроченный к расположению тектонических разломов.

Вследствие гравитационного притяжения масс воды водохранилища направления отвесных линий меняются таким образом, что превышения вдоль нивелирных ходов, идущих в перпендикулярном направлении к водохранилищу, будут больше, чем до его заполнения, то есть возникает ложный эффект “опускания ложа” водохранилища [1,2,24,25]. Это изменение проявляется, в частности, в изменении положений направлений отвесных линий и соответственно уровенных поверхностей, проходящих через нивелирные репера ГДП ГЭС (рис.2.10) [7,9]

Этот эффект будет наибольшим при сравнении результатов нивелирования, выполненного до и после заполнения водохранилища. Таким образом, результаты высокоточного нивелирования на ГДП ГЭС должны приводиться к некоторому стандартному уровню наполнения водохранилища [9].

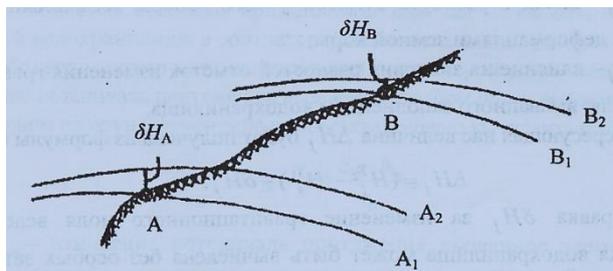


Рис.2.10 - Иллюстрация к факту изменения уровневых поверхностей, проходящих через нивелирные репера, вследствие заполнения водохранилища: А и В – нивелирные репера. А1 и В1 – положение уровневых поверхностей до заполнения; А2 и В2 - положение уровневых поверхностей послезаполнения;

Величины радиальных смещений уровневых поверхностей на реперах А и В (рис.2.10) будут характеризоваться отрезками  $\delta H_A$  и  $\delta H_B$ . Они будут равны поправкам в отметки реперов А и В за изменение гравитационного поля вследствие заполнения водохранилища для эпохи нивелирования, выполненного после заполнения.

На сегодняшний день наиболее популярной методикой вычисления соответствующих поправок является методика ЦНИИГАиК. Для удешевления работ и отказа от гравиметрических измерений ЦНИИГАиК предлагает учесть тот факт, что источник изменения гравитационного поля в районах водохранилища известен, так как службы ГЭС ведут практически непрерывные наблюдения за уровнем воды водохранилища.

Поправка  $\delta H$  за изменение гравитационного поля вследствие заполнения водохранилища может быть вычислена без особых затруднений, исходя из следующих рассуждений. Из теории потенциала известно, что изменение потенциала тяготения в точке земной поверхности на величину  $\Delta V$  приводит к радиальному смещению  $\delta H$  проходящей через нее уровневой поверхности, вычисляемому по формуле [7,9,16,17]

$$\delta H = \frac{\Delta V}{\gamma} \quad (2.18)$$

где  $\gamma$  - нормальное значение силы тяжести в данной точке.

При заполнении водохранилища изменение потенциала  $\Delta V$  создается массой воды, объем и плотность которой известны, так как за уровнем водохранилища ведутся

непрерывные наблюдения. Поэтому величина  $\Delta V$  может быть вычислена по формуле определения потенциала притяжения объемных масс [7,9,17]

$$\Delta V = f\rho \iiint_{\tau} \frac{d\tau}{r} \quad (2.19)$$

где  $f$  - гравитационная постоянная ( $f = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг} \cdot \text{сек}^{-2}$ );

$\rho$  - плотность воды ( $\rho \text{ воды} = 1 \text{ гем}^3$ );

$\tau$  - объем воды в водохранилище;

$d\tau$  - элементарный объем воды;  $r$  - расстояние от репера, в котором вычисляется величина  $\Delta V$ , и элементом объема воды  $d\tau$ .

Предусматриваемое формулой (2.19) интегрирование выполняется численно с помощью круговой палетки Еремеева [7,9]. В пределах площади водохранилища вычисляются все элементарные изменения потенциала притяжения, вызванные каждым отдельным вкладом вертикальных столбов воды, горизонтальные сечения которых задаются отсеками применяемой палетки, а высоты - средней глубиной водохранилища в соответствующем отсеке палетки (рис.2.11) [7,9].

$$\begin{aligned} \Delta V_{ik} = & \frac{1}{2} f\rho (\alpha_{i+1} - \alpha_i) [h_1 (\sqrt{r_{i+1}^2 + h_1^2} - \sqrt{r_i^2 + h_1^2}) - h_2 (\sqrt{r_{i+1}^2 + h_2^2} - \sqrt{r_i^2 + h_2^2}) + \\ & + r_{i+1}^2 \ln \frac{(h_1 + \sqrt{r_{i+1}^2 + h_1^2})}{(h_2 + \sqrt{r_{i+1}^2 + h_2^2})} - r_i^2 \ln \frac{(h_1 + \sqrt{r_i^2 + h_1^2})}{(h_2 + \sqrt{r_i^2 + h_2^2})}] \end{aligned} \quad (2.20)$$

Формула (2.20) получается как разность выражений для потенциала тяготения двух призм с основанием на горизонтальной плоскости, проходящей через репер Р. Ввиду малости вычисляемой поправки формулу (3) можно существенно упростить. Ее достаточным приближением является [9]

$$\Delta V_{ik} = f\rho \frac{S_{ik} \cdot h_{ik}}{r_{ik}} \quad (2.21)$$

где  $\Delta V_{ik}$  - изменение потенциала притяжения, вызванное элементарным объемом (столбом воды, высекаемым отсеком палетки  $ik$ ;  $S_{ik}$  — площадь отсека  $ik$  палетки в масштабе карты;  $h_{ik}$  - средняя глубина водохранилища в отсеке  $ik$  палетки;  $r_{ik}$  — расстояние от репера до середины зоны палетки ( $r_{ik} = (r_i + r_{i+1}) / 2$ );  $f$  - гравитационная постоянная;  $\rho$  - плотность воды.

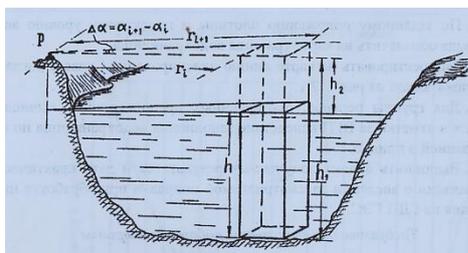


Рис. 2.11 - Иллюстрация к операции численного интегрирования при определении объема воды в водохранилище для оценки изменения потенциала притяжения, вызванного этим объемом.

$S_{jk}$  вычисляется по формуле [9]

$$S_{IK} = \frac{\pi(r_{i+1}^2 - r_i^2)}{16} \quad (2.22)$$

Под операцией интегрирования здесь понимается суммирование всех  $\Delta V_{IK}$ , вычисленных для каждого попавшего на площадь водохранилища отсека палетки, то есть [7,9,16]

$$\Delta V = \sum_{i=F}^{IV} \sum_{K=1}^{16} \Delta V_{IK} \quad (2.23)$$

Где  $\delta H$  – поправка в отметку репера за ВГП вследствие заполнения водохранилища;  $\gamma = \gamma_0 - 0,3086H$ ;  $\gamma_0$  вычисляется по формуле Гельмерта. Необходимые для вычисления  $\gamma$  и  $\gamma_0$  широта и высота достаточно снять с карты для каждого репера.

Результирующая величина смещения уровенной поверхности равна [9]

$$\delta H = \frac{\Delta V}{\gamma} = \frac{\sum_{I=F}^{IV} \sum_{K=1}^{16} \delta V_{IK}}{\gamma} \quad (2.24)$$

Как правило, данную поправку учитывают, если она больше 1/3 СКП нивелирного хода. В противном случае, говорят о ее незначительности и опускают ее [7]

### 3 ГРАВИМЕТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ И ИХ ПРАКТИЧЕСКОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

#### 3.1 Методы измерения силы тяжести и современные гравиметрические приборы.

Процессы и явления, происходящие на Земле, совершаются в поле силы тяжести, являющейся во многих случаях главной силой, определяющей их характер. К ним относятся падение тел, свободные колебания маятника, деформация твердых тел или изменение объема газа под действием веса массы; колебания струны, натянутой подвешенным грузом, и многие другие.

В основе современных методов измерения силы тяжести лежит использование следующих закономерностей [7,9]:

а) Зависимость от силы тяжести пути, пройденного свободно падающим телом. Метод наблюдений падающего тела называется баллистическим, или методом свободного падения.

б) Связь периода собственных колебаний маятника постоянной длины с величиной силы тяжести. На этой связи основан маятниковый метод измерений.

в) Зависимость от силы тяжести частоты колебаний струны, на нижнем конце которой укреплен груз. Основанный на этом принципе прибор называется струнным гравиметром.

г) Изменение положения равновесия в пружинных весах, на которых взвешивается груз неизменной массы. При изменении силы тяжести возникает дополнительная деформация упругого элемента весом (пружины или крутильной нити), которую измеряют.

Все методы, а соответственно и приборы разделяются на динамические и статические. В первых ускорение силы тяжести получается по измерениям частоты или периода колебания системы или по измерениям пройденного пути и времени. К динамическим соответственно относятся: метод свободного падения маятниковый и струнный. Во вторых — по изменению положения равновесия чувствительного элемента под действием приращения силы тяжести  $g$  или по добавочной силе, приложенной для компенсации этого изменения. Измерения могут быть абсолютными, когда измеряется полная величина  $g$ , и относительными, когда измеряется приращение силы тяжести к ее значению в некотором исходном пункте.

Рассмотрим основные методы измерения силы тяжести.

Маятниковый метод долгое время был единственным методом точного измерения силы тяжести. Лишь в 30-х годах были созданы гравиметры, более компактные и простые в обращении, чем маятниковые приборы. В настоящее время при измерениях силы тяжести на суше и на море используют преимущественно статические гравиметры. Маятниковый метод применяют для особо точных определений на суше, для контроля измерений с гравиметрами, для создания гравиметрических базисов с целью эталонирования гравиметров, а также как один из методов измерения силы тяжести на море.

При измерениях используют математический маятник. Зависимость периода  $T$  собственных колебаний математического маятника под действием только силы тяжести от его длины  $l$  и величины  $g$  при бесконечно малой амплитуде колебаний выражает уравнение Гюйгенса [7,9]:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (3.1)$$

Где  $T$ -период колебаний,  $g$ - ускорение силы тяжести,  $l$  – приведенная длина.

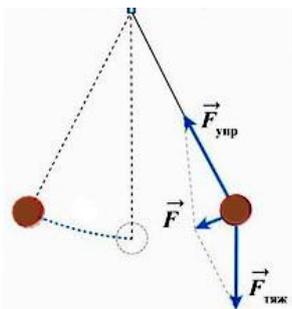


Рис.3.1 - Математический маятник

Как говорилось выше, с помощью маятника можно определять как абсолютные, так и относительные ускорения силы тяжести.

При абсолютных маятниковых измерениях непосредственно получают период колебаний и приведенную длину. Значение  $g$  в пункте наблюдений вычисляют по формуле [7]:

$$g = \pi^2 \frac{l}{T^2} \quad (3.2)$$

Так, например, для маятника с приведенной длиной  $l=100\text{см}$  ( $T\sim 1\text{с}$ ) при заданной погрешности ускорения силы тяжести  $m_g=0,1\text{мгал}$  ( $m_g/g=1\cdot 10^{-7}$ ) период колебаний и длину следует измерять с допустимыми погрешностями:

$$m_1=0,07\text{мкм}, m_1=3,5\cdot 10^{-8}\text{с} [7].$$

Для достижения такой точности длину измеряют интерференционным методом, а период колебаний— с помощью кварцевых часов. Однако этим отнюдь не гарантируется высокая точность окончательного результата. Он может быть искажен действием многих факторов, к которым относятся колебания штатива, сопротивление воздуха» влияние магнитных полей Земли и окружающих источников, электрических полей, непостоянство температуры маятника, кривизна лезвия, деформация маятника при установке на опорную площадку и в процессе движения и др. Некоторые из них с трудом поддаются учету и ограничивают реальную точность.

Маятниковый метод относительных измерений силы тяжести основан на последовательных наблюдениях свободных колебаний одного и того же маятника неизменной приведенной длины на разных пунктах. Выполнив измерения на пункте А(исходный) и получив  $T_A$ , а затем на пункте В(определяемый) и получив  $T_B$ , получают значение ускорения силы тяжести на пункте В:

$$T_A = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_A}} \quad T_B = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_B}} \quad (3.3)$$

Возводя в квадрат и деля первое уравнение на второе, получим:

$$\frac{T_A^2}{T_B^2} = \frac{g_B}{g_A} \quad \text{откуда} \quad g_B = g_A \frac{T_A^2}{T_B^2} \quad (3.4)$$

Из современных маятниковых приборов отметим маятниковый гравиметр “Агат” (ЦНИИГАиК) и ОПВМ ЦНИИГАиК (Москва); четырехмаятниковый прибор фирмы “Аскания” (Берлин); Кембриджский двухмаятниковый прибор с инварными маятниками и катушкой Гельмгольца. Точность относительных измерений современными маятниковыми приборами составляет 0,02-0,04мгал [9].

Баллистический метод исторически известен раньше маятникового, однако наибольшее развитие получил в XX веке после появления возможности измерения длины и времени с высокой точностью. В настоящее время эти величины определяются с относительной ошибкой порядка  $10^{-9}$ .

Баллистическая установка представляет собой вакуумную камеру, где свободно падает грузик, для которого с высокой точностью фиксируют  $S_0, S_1, S_2 \dots S_n$  и  $t_1, t_2 \dots t_n$ . Затем составляют уравнения



Этот момент уравнивается моментом упругой силы нити, на которой закреплен маятник [7,9]

$$mgl \cos \alpha = k(v - \alpha) \quad (3.9)$$

где  $v$  — угол закручивания нити,  $\alpha$  — угол наклона маятника к горизонту,  $k$  — крутильная жесткость нити. Поскольку в уравнение равновесия входит косинус угла закручивания, зависимость этого угла от изменения силы тяжести оказывается нелинейной [16].

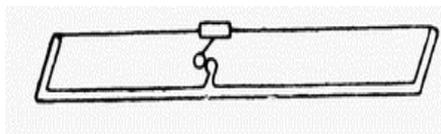


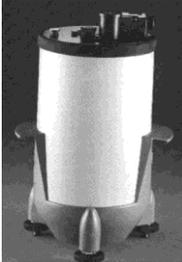
Рис.3.3 - Гравиметр вращательного типа

Ниже представлены современные гравиметры, преобладающие сейчас на рынке гравиметрического оборудования [18,19,20,21,22,23].

Таблица 3.1 - Современные гравиметры

Название	Краткое описание	Характеристики
<p>ГНУ-КВ</p> 	<p>Назначение: региональная гравиметрическая съемка, создание опорных гравиметрических сетей и высокоточных работ. Чувствительная система из плавленного кварца с электрической индикацией положения чувствительного элемента, остаточных наклонов и температуры.</p>	<p>1.диапазон измерений, мГл 80 – 500 2.СКП единичного измерения разности ускорения силы тяжести, мГл 0,02 3.чувствительность при измерениях силы тяжести, мГл &lt;0,001</p>
<p>ГНУ-КВК</p> 	<p>Назначение: Высокоточная гравиметрическая съемка масштаба 1:50000 -1:100000 и крупнее. Мониторинг геологической среды и сейсмоопасных зон, инженерно-технических объектов.</p>	<p>1.СКП, мГал - 0,02 2.Смещение нуля-пункта, мГал/сут -0,2 3.Время измерений на пункте, мин- 3.</p>
<p>ГНШ-МА</p> 	<p>Гравиметр на относительной основе лазерного гетеродинного интерферометра и управления с применением цифровых методов обработки. Автоматическая коррекция: прилив; наклон прибора; температура; шумоподавление; сейсмический фильтр</p>	<p>1.СКП, мкГал-1 2. Смещение нуля-пункта, мГал/сут -0.02</p>

Продолжение таблицы 3.1

<p>CG-5 AutoGrav</p> 	<p><b>Применение:</b> разведка минералов, геологическое картирование, вулканология, Разведка нефти и газа Автоматическое выравнивание прибора,</p>	<p>1.СКП, мГал -1</p>
<p>T-200 фирмы Sodin</p> 	<p>Гравиметр изготовлен по заказу Государственного Научного Центра «Ожморгеология» специально для проведения съёмки со штатива на глубинах до 2,5 метров. Используется для сухопутной и штативной гравиметрической съёмки</p>	<p>1.СКП, мГал- 1</p>
<p>ЧЕКАН-АР</p> 	<p><b>Предназначен</b> для детальной морской гравиметрической съёмки при поиске нефтегазоносных структур на шельфе и региональной аэросъёмки. <b>Позволяет проводить</b> полную обработку результатов съёмки с оценкой точности и построение гравиметрических карт.</p>	<p>1.СКП измерений на неподвижном основании +/- 0,5 мГал 2.СКП измерений в морских условиях +/- 1,0 мГал 3.Скорость смещения нуля-пункта не более 3 мГал/сут</p>
<p>ГМН-КМ</p> 	<p>Комплекс предназначен для измерений гравитационного поля в океанах, на шельфах и в прибрежно-лиманных зонах.</p>	<p>1.СКП <u>в океане</u> при предельном уровне вертикальных возмущающих ускорениях - 1,0 мГал; 2.Смещение нуля-пункта не более 0,2 мГал/сутки.</p>
<p>ГРИН-2000</p> 	<p>Комплекс предназначен для измерений гравитационного поля в океанах, на шельфах и в прибрежно-лиманных зонах.</p>	<p>1.СКП— 0.04 мГал; 2.Смещение нуля-пункта— 1мГал/сут.; 3.Точность удержания горизонтали гироплатформы в динамике — ±20";</p>
<p>LaCoste &amp; Romberg</p> 	<p><b>Скважинный гравиметр (СГ)</b> - это единственный каротажный прибор, который непосредственно измеряет плотность через обсадные трубы в пределах значительного расстояния от скважины.</p>	<p>Разрешение 1 μGal Типичное разрешение по плотности от 0.01 to 0.10 г/куб. см (в зависимости от точности определения глубин).</p>

### 3.2 Современные гравиметрические модели и их применение при решении геодезических задач

Современные технологии изысканий и проектирования связаны с применением различных видов геодезической информации, в том числе математических моделей внешнего гравитационного поля Земли (ГПЗ). Прогресс в области инструментальных методов изучения гравитационного поля способствовал созданию ряда новых глобальных и региональных моделей ГПЗ с улучшенными характеристиками по точности и детальности. Естественно, они привлекают внимание разработчиков и пользователей автоматизированных систем изысканий и проектирования.

Возможная область применения моделей ГПЗ в автоматизированных технологиях изысканий и проектирования в настоящее время охватывает такие направления, как обработка геодезических измерений, обоснование различных проектных решений, отображение, преобразование и интерпретация гравитационных аномалий.

Первое из этих направлений, являющееся наиболее представительным, связано с геодезическим обеспечением различных специальных работ (строительных, буровых, горнопроходческих и т.п.). Это задачи прямого и обратного пересчета геодезических высот в нормальные высоты, редуцирования линейных и угловых геодезических измерений с поверхности Земли на поверхность относимости, вычисления поправок за переход от астрономического азимута к геодезическому азимуту.

Решение большинства перечисленных задач, как правило, сводится к вычислению трансформант аномального гравитационного потенциала  $T$ . Традиционно в их число входят высота квазигеоида – аномалия высоты  $\zeta$ , аномалия силы тяжести в свободном воздухе  $\Delta g$ , составляющие уклонений отвесных линий  $\xi, \eta$  в плоскости меридиана и первого вертикала.

Исходные соотношения для этих величин имеют вид [24]

$$\zeta = \frac{T}{\gamma}, \quad \Delta g = -\frac{dT}{dr} - \frac{2}{r}T, \quad \xi = -\frac{1}{\gamma} \cdot \frac{dT}{dB}, \quad \eta = \frac{1}{\gamma r \cos B} \cdot \frac{dT}{dL} \quad (3.10)$$

где  $B, L$  – геодезические координаты (широта, долгота) определяемой точки;

$r$  – ее геоцентрический радиус-вектор;

$\gamma$  – нормальное ускорение силы тяжести.

При необходимости аномалия высоты может быть пересчитана в высоту геоида путем введения поправки [25]

$$\partial\xi \approx \frac{1}{\gamma}(\Delta g_B h) = \frac{1}{\gamma}(\Delta g - 0,1119 h)h \quad (3.11)$$

где  $\Delta g_B$  – аномалия силы тяжести в простой редукции Буге;

$\Delta g$  – аномалия силы тяжести в свободном воздухе;

$h$  – нормальная высота определяемой точки.

В настоящее время при проведении геодезических работ, если их точность характеризуется относительной погрешностью  $10^{-6}$ , необходимо учитывать аномальность поля силы тяжести [26]. Данные об аномальности поля силы тяжести можно получить из гравитационных моделей.

Математические модели гравитационного поля земли, как правило, создаются на основе линейной аппроксимации аномального потенциала и/или его трансформант по дискретным данным. Основным методом моделирования был и остается традиционный метод разложения геопотенциала в ряд по сферическим функциям. Процедура определения коэффициентов разложения (гармонических коэффициентов геопотенциала) базируется на комплексном использовании различных видов измерительной информации, в том числе спутниковых траекторных измерений, данных спутниковой альтиметрии и гравиметрии. Повышение точности и детальности создаваемых моделей обеспечивается как за счет уточнения определяемых коэффициентов, так и за счет увеличения предельной степени  $N$  учитываемых сферических гармоник [24].

Первые отечественные модели, появившиеся еще в 1930-е годы, содержали гармоники до 6-8-й степени [26]. В 60-е годы были созданы модели до  $N = 16$ ; в 70-е годы – до  $N = 32$  (ПЗ-77); в 80-е годы – до  $N = 36$  (ПЗ-85, ПЗ-90); в первой половине 90-х годов – до  $N = 180-200$  (ГПЗ.200, ГАО-95); во второй половине 90-х годов–начале 2000-х годов – до  $N = 360$  (ГАО-98, ПЗ-2002/360). Модель ПЗ-2002/360 вошла в модернизированную систему геодезических параметров Земли ПЗ-90.02 [24].

В настоящее время завершен вывод новой модели ГПЗ ГАО-2008 до 360-й степени (ЦНИИГАиК, совместно с 29 НИИ МО РФ), при получении которой впервые в отечественной практике использовались данные низкоорбитальных измерений на спутниках CHAMP и GRACE [27]. В этой модели в отличие от модели ГАО-98 используются данные межспутниковых измерений и уточненная система погрешностей по трапециям  $30' \times 30'$  [26].

Аналогичные зарубежные модели вышли на уровень  $N = 180$  к началу 80-х годов, достигли  $N = 360$  во второй половине 80-х–начале 90-х годов с появлением моделей OSU-

86, OSU-91A. Во второй половине 90-х годов были созданы новые, более точные модели этой серии, в том числе модель EGM96. Целью создания этой модели было определение высот геоида по всей Земле со средней квадратичной погрешностью (СКП) 0,5–1,0 м. Существенный вклад в решение этой задачи внесло использование при выводе модели новых данных спутниковой альтиметрии (GEOSAT, TOPEX, ERS-1). В эти же годы за рубежом были созданы и первые так называемые ультравысокостепенные модели ГПЗ, среди которых следует отметить модель GPM98A до 1800-й степени, полученную путем гармонического анализа средних АСТ по трапециям 5' x 5'[24].

В последние годы зарубежными специалистами создан ряд моделей гравитационного поля Земли с улучшенными характеристиками по точности определения гармонических коэффициентов геопотенциала (GGM02C, EIGEN-GLO4C, EIGEN-5C и др.). Особое место в ряду этих моделей занимает модель EGM- 2008 до 2160-й степени [28], созданная при ведущей роли Национального агентства геопространственной разведки США на замену модели EGM96.

Из всего списка перечисленных моделей можно увидеть прогресс в области измерения гравитационного поля Земли.

Таблица 3.2 - Наиболее популярные гравитационные модели

Развитие гравитационных моделей			
Модель	Степень разложения	Модель	Степень разложения
ПЗ-77	32	OSU-91A	360
ПЗ-85	36	EGM96	360
ГПЗ.200	200	GPM98A	1800
ГАО-95	180	GGM02C	200
ГАО-98	360	EIGEN-GLO4C	200
ПЗ-2002	360	EIGEN-5C	360
ГПЗ ГАО-2008	360	EGM- 2008	2160

Раннее длинноволновую часть гравитационного поля Земли из космоса определяли из различных измерений, отслеживая большое число орбитальных спутников Земли. Эти измерения были значительно различные, старинные, некачественные и имели неполный географический охват. Следовательно, точность и разрешение в результате моделей гравитационного поля были ограничены. На коротких волнах, ошибки были слишком велики, чтобы быть полезным. В результате нового подхода в использовании средних и коротких волн стало возможно получить более качественные и точные модели гравитационного поля Земли.

Визуально, прогресс измерения представлен на рисунке 3.4

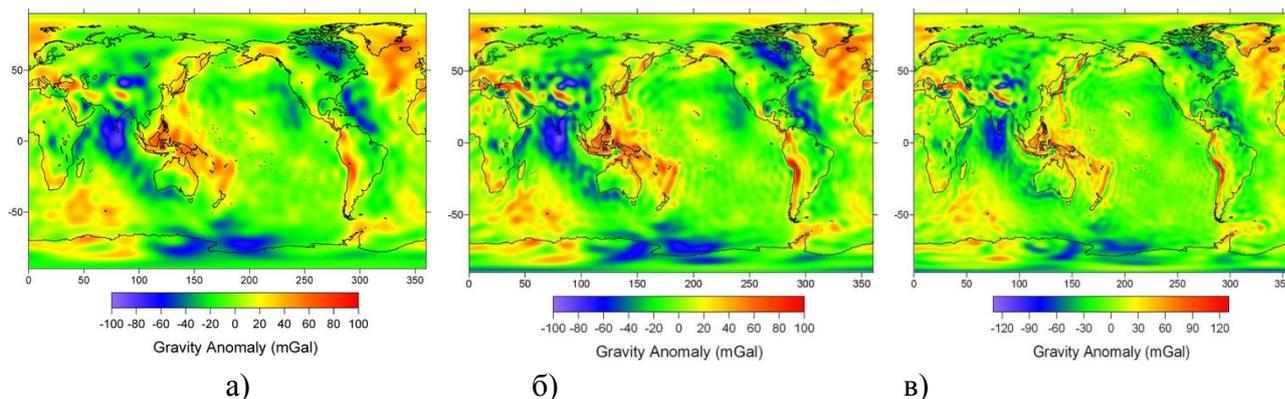


Рисунок 3.4 - а): карта аномалий силы тяжести на основе отслеживания данных от 30 спутников на протяжении более 20 лет (GRIM5-S1 модели); б): карта аномалий силы тяжести, полученных от 16 месяцев CHAMP только собственные данные CHAMP02S модели; в): карта аномалий силы тяжести, полученных от 39 дней GRACE (собственные GRACE01S модели).

Рассмотрим наиболее актуальную на сегодняшний день модель EGM2008 и выполним предварительный анализ модели.

### 3.2.1 Глобальная модель геоида EGM2008. Предварительный анализ.

В сложившейся практике спутниковых геодезических измерений определение высот принято считать уступающим по точности определениям в плане, а получение нормальных (ортометрических) высот с высокой точностью без производства гравиметрических измерений в принципе невозможным. Непосредственное производство полевых гравиметрических измерений громоздкое и дорогостоящее занятие, получение высот геоида и переход от эллипсоидальных высот к ортометрическим обычно осуществляется при обработке спутниковых определений подключением той или иной глобальной или региональной модели геоида, в основе которой лежат данные гравиметрии.

Наиболее известными являются глобальная модель геоида EGM96 и глобальная модель геоида GAO98. В настоящее время на сайте NGA -- национального агентства геодезических исследований МО США выложена новая глобальная модель геоида EGM2008 – Гравитационная модель Земли EGM2008.

Целью создания этой ультравысококачественной модели было доведение точности определения высот геоида до уровня СКП 0,15 м, в несколько раз превышающего точностные характеристики модели EGM96. В сравнении с моделью EGM96 с сеткой 15'x15' модель EGM2008 дает высоту геоида по сетке 2.5'x2.5' и 1'x1' для любого участка поверхности Земли [29].

В модели используются следующие константы, связывающие референц-эллипсоид и нормальное гравитационное поле [29,30]:

- $a=6378137.00$  m (большая полуось эллипсоида WGS 84)
- $f=1/298.257223563$  (сжатие эллипсоида WGS 84)
- $GM=3.986004418 \times 10^{14} \text{ m}^3\text{s}^{-2}$  (геоцентрическая гравитационная постоянная)
- $\omega=7292115 \times 10^{-11}$  radians/sec (угловая скорость вращения Земли)

Для модернизации каталога средних аномалий силы тяжести по трапециям 5' x 5' были использованы, в частности, ранее недоступные данные на территорию России, основанные на гравиметрических картах масштаба 1:1000000, данные Европейского, Азиатского, Арктического и других международных гравиметрических проектов, в том числе данные конфиденциального характера. В итоге гравиметрическая изученность Земли по трапециям 5' x 5' была повышена, по сравнению с моделью GPM98A, с 65% примерно до 90% [24].

Не обеспеченными исходной гравиметрической информацией остались только Антарктида и отдельные районы на территории Африки и Южной Америки, которые были заполнены с использованием статистического прогноза. Характеристики сводного каталога средних аномалий силы тяжести по трапециям 5' x 5', служившего исходной основой модели EGM2008, схематично представлены на рис. 3.5 [24].

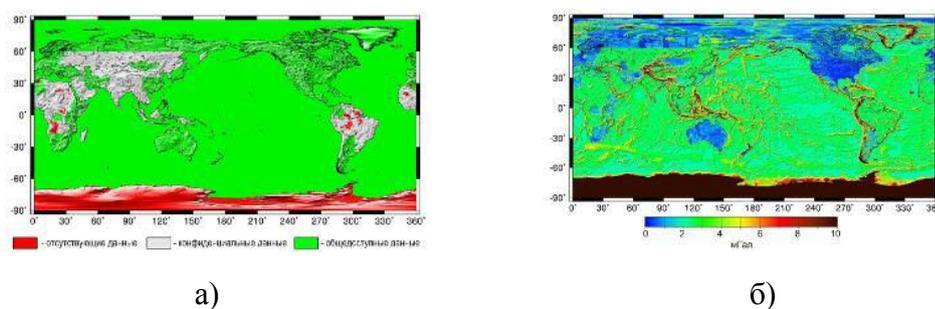


Рисунок 3.5 - Характеристики сводного каталога средних АСТ по трапециям 5'x5': а) категории доступности исходной информации; б) СКП определения АСТ



В [31] опубликован рисунок изолиний высот современной детальной локальной цифровой модели геоида (эллипсоид ПЗ90) в районе г. Москвы в сравнении с моделью EGM96. На рис. 6 приведены оба фрагмента моделей и фрагмент модели EGM2008

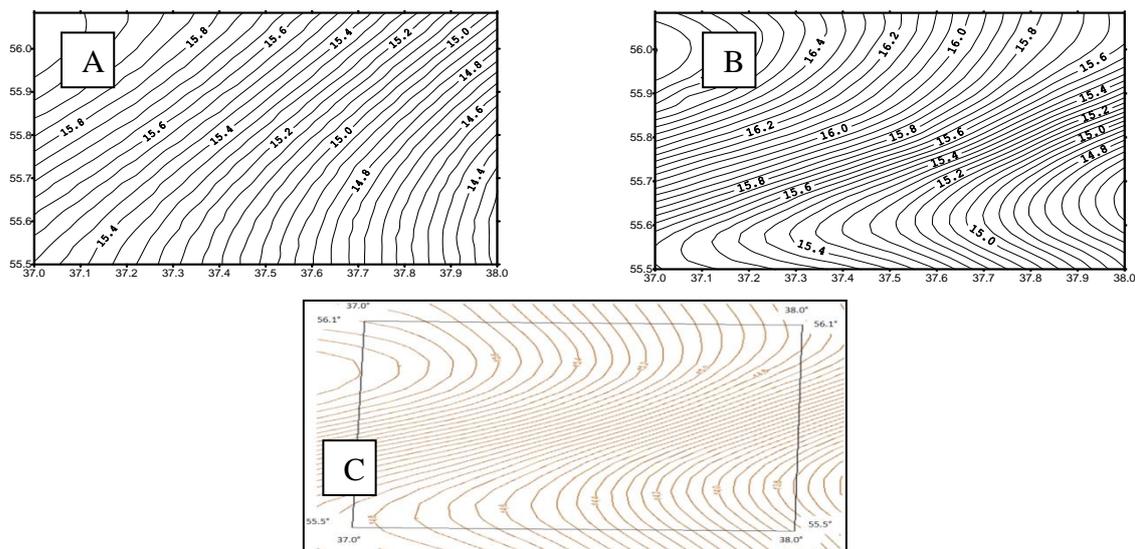


Рис. 3.7 - Высоты геоида – А – модель EGM96, В – современная модель (эллипсоид ПЗ-90), С – модель EGM2008.

(эллипсоид WGS-84) на эту территорию. Как видно из рисунка, характер волнистости модели EGM2008 и современной детальной модели геоида в районе Москвы идентичны. Это обстоятельство позволило сделать вывод о возможности и необходимости дальнейшей оценки [29].

В связи с большим разнообразием существующих моделей наиболее рационально будет провести оценку новой EGM2008 с другими.

Рассмотрим некоторые интересные результаты сопоставления спутниковых измерений, полученные на двух разного назначения объектах [32]. Первый объект - трасса проектируемого трубопровода, определение пар опорных пунктов для привязки теодолитных ходов -- рядовая работа, не сложнее и не проще любой другой работы подобного типа. Второй объект - определение пунктов ВГС, расположенных вблизи восьми уровневных постов по периметру озера Байкал - работа необычная, являющаяся на сегодня первым этапом постановки работ по геодинамическому мониторингу Байкала.

Первый объект. Общая длина объекта около 70 км, расстояние между смежными парами опорных пунктов от 2.5 до 5 км, расстояния от исходных пунктов до определяемых от 5 до 15 км. Набор информации выполнен 2-х частотными приемниками

Javad Legasy E, Lехon H, Leica GX1220,1230, Thales ZMax. Набор синхронной информации выполнялся не менее 1.5 часов в одном сеансе наблюдений.

Анализ определения ортометрических высот пунктов выполнен с подключением моделей геоида EGM2008, EGM96, GAO98, GeoidWS и без подключения геоида в трех вариантах [32]:

1. По уравниванию с минимальными ограничениями (зафиксирована отметка пункта Коты):

а) В таблицу 3.3 сведены отметки исходных пунктов, посчитанные по вышеуказанным моделям геоидов, и разности их с отметками по каталогу. По полученным разностям посчитаны СКО и построен график.

б) В таблицу 3.4 сведены отметки определяемых пунктов и их разности с отметками по геоиду EGM2008. По полученным разностям посчитаны среднеквадратические ошибки и построен график.

2. По уравниванию с фиксацией всех исходных:

В таблицу 3.5 сведены отметки определяемых пунктов и их разности с отметками по геоиду EGM2008. По полученным разностям посчитаны среднеквадратические ошибки и построен график.

Таблица.3.3 - Анализ вычисления высоты по спутниковым измерениям с подключением различных моделей геоида.

По уравниванию с минимальными ограничениями (зафиксирован п-т Коты)											
1. По пунктам, имеющим отметки из каталога											
Пункт	EGM2008	EGM96	GAO98	GeoWS	Без МГ	Каталог	Кат-EG08	Кат-EG96	Кат-G98	Кат-GWS	Кат-БМГ
PP2733	536.898	536.896	537.872	536.859	537.271	536.775	-0.123	-0.211	-1.096	-0.084	-0.496
Хандагай	660.024	660.139	660.964	660.012	660.358	659.982	-0.042	-0.145	-0.982	-0.029	-0.376
Утхыр	620.601	620.759	621.456	620.510	620.869	620.600	-0.001	-0.159	-0.856	0.090	-0.269
RP48	504.277	504.280	504.890	504.141	504.494	504.218	-0.059	-0.062	-0.672	0.078	-0.276
RP1383	506.638	506.655	507.185	506.531	506.813	506.592	-0.046	-0.063	-0.593	0.061	-0.221
OP6450	507.762	507.790	508.316	507.656	507.933	507.708	-0.056	-0.082	-0.608	0.052	-0.225
Коты	558.750	558.750	558.750	558.750	558.750	558.750	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
гр71	475.331	475.426	475.319	475.348	475.237	475.376	0.046	-0.050	0.057	0.028	0.239
Семинарская	529.580	529.830	529.652	529.656	529.429	529.671	0.091	-0.159	0.019	0.015	0.242
Плишкино	542.677	542.908	542.706	542.785	542.559	542.869	0.192	-0.039	0.163	0.084	0.310
Гараж	523.528	523.963	523.810	523.622	523.230	523.855	0.327	-0.108	0.045	0.233	0.625
Сумма квадратов							0.180	0.150	4.105	0.091	1.201
Сум.квдр./к-во							0.016	0.014	0.373	0.008	0.109
СКО							0.128	0.117	0.611	0.091	0.330

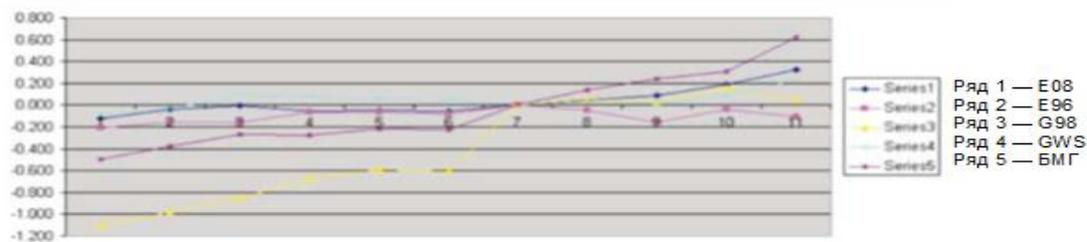


Рисунок 3.8 - График разностей отметок, полученных с помощью моделей геоидов и отметок из каталога.

Таблица. 3.4 - По определяемым пунктам с фиксацией отметки пункта Коты

Пункт	EGM2008	EGM96	GAO98	GeoWS	EG08-EG96	EG08-G98	EG08-GWS
OP0654	490.472	490.436	490.623	490.397	0.036	-0.151	0.075
OP0774	492.445	492.420	492.516	492.398	0.024	-0.071	0.047
op10	474.410	474.454	474.397	474.420	-0.044	0.013	-0.009
OP1011	538.294	538.437	538.220	538.291	-0.144	-0.926	0.003
OP1029	485.688	485.656	485.844	485.612	0.032	-0.156	0.076
OP1061	505.214	505.218	505.233	505.197	-0.003	-0.018	0.017
OP1066	486.535	486.496	487.011	487.427	0.039	-0.476	0.107
OP1078	462.908	463.080	463.894	463.008	-0.172	0.014	-0.100
OP11	462.404	462.570	462.387	462.501	-0.166	0.017	-0.097
OP1125	592.789	592.945	592.786	592.780	-0.155	-0.996	0.010
OP1128	489.254	489.234	489.328	489.206	0.020	-0.073	0.048
OP1129	504.376	504.323	504.592	504.291	0.053	-0.216	0.085
OP12	478.672	478.752	478.650	478.697	-0.080	0.022	-0.025
OP13	482.926	483.009	482.905	482.951	-0.083	0.021	-0.025
OP14	527.564	527.802	527.593	527.689	-0.238	-0.029	-0.125
OP15	582.590	582.876	582.660	582.736	-0.286	-0.069	-0.145
OP16	578.049	578.332	578.115	578.196	-0.283	-0.066	-0.146
OP1777	594.842	594.988	594.826	594.832	-0.147	-0.985	0.009
OP1803	487.491	487.452	487.974	487.383	0.039	-0.482	0.108
OP1938	526.577	526.579	526.588	526.566	-0.002	-0.011	0.011
OP2050	492.133	492.067	492.487	492.040	0.065	-0.354	0.093
OP2058	491.939	491.878	491.313	491.844	0.063	-0.373	0.095
OP2357	513.062	513.053	513.746	513.918	0.009	-0.684	0.144
OP238	489.445	489.391	489.725	489.355	0.054	-0.280	0.090
OP3199	490.191	490.132	490.459	490.103	0.058	-0.269	0.088
OP33	559.161	559.293	559.162	559.132	-0.132	-1.001	0.029
OP6401	538.717	538.955	538.746	538.844	-0.238	-0.028	-0.127
OP6611	511.755	511.760	511.455	511.614	-0.004	-0.700	0.141
OP6618	512.929	512.978	512.715	512.803	-0.049	-0.786	0.126
OP6985	514.182	514.223	514.966	514.054	-0.041	-0.784	0.128
OP7032	502.419	502.370	502.646	502.331	0.049	-0.227	0.088
OP7141	517.200	517.316	517.171	517.258	-0.116	-0.029	-0.058
OP7385	505.524	505.636	505.496	505.573	-0.112	0.027	-0.049
OP7398	543.224	543.359	544.145	544.218	-0.135	-0.921	0.005
OP7460	511.470	511.478	511.103	511.333	-0.008	-0.633	0.137
OP9	473.580	473.623	473.569	473.588	-0.042	0.011	-0.007
VU69	551.588	551.721	551.594	551.555	-0.134	-1.007	0.032
Сумма квадратов					0.525	9.322	0.282
Сум.квадр./36					0.015	0.259	0.008
СКО					0.121	0.509	0.089

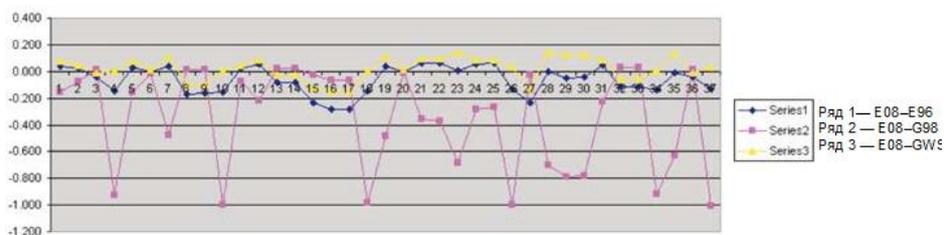


Рисунок 3.9 - график разностей отметок определяемых пунктов с отметками по геоиду EGM2008

Анализируя полученные результаты по уравниванию с минимальным ограничением по графику в табл. 3.3, можно отметить довольно странное поведение модели геоида GAO-98 — на данном объекте ее применение даже ухудшает сходимость с нивелированием, чем если не применять никакую модель. Ближе всего к результатам нивелирования ортометрические высоты по моделям EGM2008 и GeoidWS и затем EGM96

Сравнение между собой по определяемым точкам (таб. 3.4) показывает близость результатов по EGM2008, GeoidWS и EGM96 и резкие различия с результатами по GAO-98. Примерно такая же картина при уравнивании с фиксацией всех исходных пунктов, но, что интересно, ближе всего между собой результаты по модели EGM2008 и вообще без модели геоида.

Таблица 3.5 - Уравнивание со всеми исходными пунктами

Пункт	EGM2008	EGM96	GAO98	GeoWS	None	EG08-EG96	EG08-G98	EG08-GWS	E08-Non
OP0654	490.448	490.357	490.325	490.418	490.407	0.091	0.133	0.030	0.041
OP0774	492.420	492.339	492.284	492.414	492.390	0.081	0.136	0.006	0.030
op10	474.424	474.383	474.327	474.444	474.415	0.041	0.096	-0.020	0.009
OP1011	538.292	538.310	538.300	538.305	538.306	-0.018	-0.008	-0.013	-0.014
OP1029	485.671	485.579	485.537	485.636	485.629	0.092	0.135	0.035	0.042
OP1061	505.198	505.137	505.078	505.211	505.181	0.061	0.121	-0.013	0.018
OP1066	486.428	486.416	487.425	487.457	487.422	0.012	0.002	-0.029	0.006
OP1078	462.976	463.024	463.009	463.053	463.003	-0.048	-0.033	-0.077	-0.027
OP11	462.473	462.513	462.493	462.546	462.497	-0.041	-0.021	-0.073	-0.025
OP1125	592.766	592.793	592.780	592.764	592.781	-0.028	-0.014	0.002	-0.016
OP1128	489.238	489.155	489.099	489.225	489.205	0.083	0.138	0.012	0.032
OP1129	504.323	504.245	504.207	504.318	504.288	0.078	0.115	0.005	0.035
OP12	478.717	478.694	478.654	478.732	478.713	0.023	0.063	-0.015	0.004
OP13	482.977	483.951	482.909	482.989	482.971	0.026	0.068	-0.012	0.006
OP14	527.695	527.750	527.758	527.757	527.716	-0.054	-0.063	-0.062	-0.020
OP15	582.698	582.815	582.876	582.800	582.719	-0.118	0.178	-0.102	-0.022
OP16	578.151	578.270	578.328	578.257	578.174	-0.118	-0.176	-0.106	-0.023
OP1777	594.812	594.835	594.824	594.814	594.825	-0.024	-0.013	-0.002	-0.013
OP1803	487.382	487.371	487.383	487.411	487.376	0.011	-0.002	-0.030	0.006
OP1938	526.550	526.496	526.436	526.576	526.538	0.054	0.115	-0.026	0.013
OP2050	492.021	492.985	492.974	492.064	492.009	0.036	0.047	-0.043	0.012
OP2058	491.826	491.793	491.787	491.868	491.815	0.033	0.039	-0.042	0.011

Продолжение таблицы 3.5

OP2357	512.956	513.945	513.966	513.936	513.946	0.011	-0.010	0.020	.0009
OP238	489.378	489.315	489.284	489.390	489.352	0.063	0.094	-0.012	0.026
OP3199	490.119	490.056	490.023	490.138	490.093	0.063	0.096	-0.019	0.025
OP33	559.101	559.125	559.118	559.093	559.111	-0.024	-0.017	0.008	-0.010
OP6401	538.843	538.902	538.911	538.910	538.864	-0.059	-0.068	-0.067	-0.022
OP6450	507.737	507.731	507.725	507.727	507.736	0.006	0.013	0.010	0.001
OP6611	511.661	511.653	511.672	511.636	511.653	0.008	-0.010	0.025	0.008
OP6618	512.864	512.864	512.878	512.821	512.862	0.000	-0.014	0.044	0.003
OP6985	514.106	514.105	514.122	514.065	514.101	0.002	-0.016	0.041	0.005
OP7032	502.370	502.290	502.260	502.353	502.332	0.080	0.110	0.017	0.037
OP7141	517.235	517.260	517.242	517.288	517.251	-0.025	-0.007	-0.053	-0.016
OP7385	505.572	505.581	505.556	505.609	505.580	-0.009	0.015	-0.038	- 0.009
OP7398	543.212	543.229	544.222	544.228	544.224	-0.017	-0.010	-0.016	- 0.012
OP7460	511.405	511.401	511.406	511.391	511.403	0.004	-0.001	0.014	0.002
OP9	473.594	473.551	473.495	473.612	473.584	0.043	0.099	-0.018	0.010
VU69	551.526	551.552	551.544	551.514	551.537	-0.026	-0.019	0.011	-0.011
Сумма квадр.						0.107	0.251	0.061	0.015
Сум.квадр./36						0.003	0.007	0.002	0.000
СКО						0.054	0.082	0.041	0.020

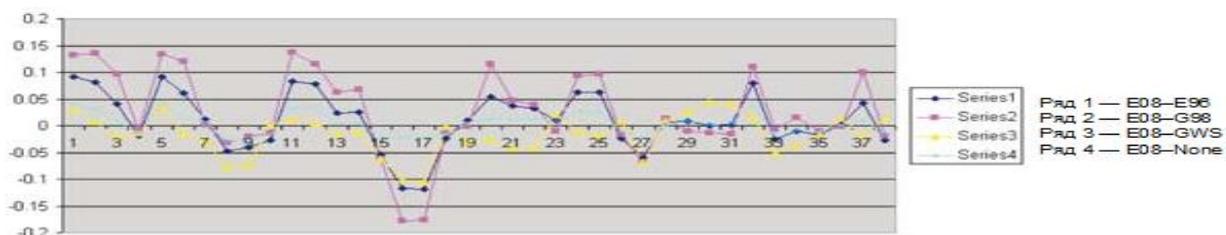


Рис.3.10 - График разностей отметок определяемых пунктов с отметками по геоиду EGM2008

Объект №2 - водпосты Байкала. Работа по водпостам Байкала не относится к обычной в связи с тем, что выполнена в тектонически сложном регионе, к тому же передача высот по спутниковой сети осуществляется на большие расстояния. Основной целью работы было определение высот водомерных постов Байкала в единой системе с точностью +/- 15 см, включая водпосты на островах [32].

Данная работа была разбита на два этапа. На первом была повторена высотная привязка водпостов нивелированием II, III класса от ближайших реперов государственной сети там, где это возможно. По данным наблюдений на водпостях выполнена одномоментная срезка уровня. Вблизи водпостов заложены пункты специальной спутниковой сети. Спутниковая сеть наблюдалась 5-тисуточными синхронными наблюдениями на всех пунктах.

Вычисление ортометрических высот выполнено с применением моделей EGM2008, EGM96, GAO98 модели ЦНИИГАиК, рассчитанной специально для этого

объекта с частотой сетки 1x1 минуту. Российский гравиметрический геоид — 2000 на территорию Байкала данных не имеет. Анализ выполнен по уравниванию с минимальными ограничениями, с фиксацией поочередно всех пунктов сети и сопоставлением вычисленных по указанным моделям геоида ортометрическим высотам и высотам этих же пунктов из геометрического нивелирования.

Ниже приведены для иллюстрации два варианта фиксации высоты исходного пункта — для пункта Душкочан, расположенного на северном краю сети, и для пункта Горячинск, самого симметрично расположенного в сети пункта. Результаты показаны в табл. 3.6 и табл. 3.7 [32].

Таблица.3.6 - По уравниванию с минимальным ограничением (п-т DUSK-Душкочан)

По пунктам, имеющим отметки из нивелирования II, III класса									
	EGM2008	EGM96	GAO98	None	Нивелир.	EGM8-Kat	EGM6-Kat	GAO8-Kat	None-Kat
DUSK	467.591	467.591	467.591	467.591	467.591	0.000	0.000	0.000	0.000
NANG	477.638	477.646	477.768	477.293	477.740	-0.102	-0.094	0.028	-0.447
DAVS	467.607	467.999	469.455	464.186	467.770	-0.163	0.229	1.685	-3.584
GORJ	490.445	490.829	493.672	485.766	491.058	-0.613	-1.229	2.614	-5.292
HUZR	487.932	487.795	490.075	482.068	488.380	-0.448	-1.585	1.695	-6.313
PATR	462.029	462.105	463.891	452.408	461.455	0.574	0.650	2.436	-9.047
LIST	466.668	466.904	470.550	455.321	466.434	0.234	0.470	4.116	-11.113
TANH	475.143	475.907	479.002	463.880	474.634	0.509	1.273	4.368	-10.754
MKLT	464.290	464.436	467.194	454.947	464.405	-0.115	0.031	2.789	-9.458

Таб.3.7 - По уравниванию с минимальным ограничением (п-т Горячинск)

По пунктам, имеющим отметки из нивелирования II, III класса											
	EGM2008	EGM96	GAO98	ZNIGAiK	None	Нивел.	EGM8-Kat	EGM6-Kat	GAO8-Kat	ZN-Kat	None-Kat
GORJ	491.058	491.058	491.058	491.058	491.058	491.058	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
HUZR	488.544	488.024	487.461	488.714	487.357	488.380	0.164	-0.356	-0.919	0.334	-1.023
DAVS	468.220	469.228	466.842	468.108	469.436	467.770	0.450	1.458	-0.928	0.338	1.666
LIST	467.279	468.132	467.939	467.906	460.649	466.434	0.845	1.698	1.505	1.472	-5.785
TANH	475.755	477.135	476.391	476.368	469.215	474.634	1.120	2.501	1.757	1.734	-5.419
PATR	462.640	463.333	461.280	462.507	457.729	461.455	1.185	1.878	-0.175	1.052	-3.726
NANG	478.251	478.874	475.158	477.780	482.503	477.740	0.511	1.134	-2.582	0.040	0.040
DUSK	468.204	468.819	464.980	467.647	472.799	467.591	0.613	1.228	-2.611	0.056	5.208
MKLT	464.901	465.663	464.585	465.092	460.278	464.405	0.496	1.258	0.180	0.687	-4.127

Анализ уравнивания при минимальном ограничении позволяет сделать следующие выводы:

1. Явная корреляция расхождения ортометрической высоты по модели геоида и высоты по геометрическому нивелированию просматривается только для модели геоида GAO98 и без применения модели геоида.

2. Расхождения по модели геоида EGM2008 с геометрическим нивелированием самые небольшие и для самых длинных векторов находятся в пределах 0.115–0.613 м.

Как было упомянуто выше - любая модель адекватно представляет гравитационное поле в условиях отсутствия притягивающих масс, т.е. выше уровня физической поверхности Земли. Ниже этого уровня до поверхности уровенного эллипсоида можно говорить только об аналитическом продолжении искомых величин. Для карты уклонений отвесных линий уклонения отвеса даны на физической поверхности Земли [26].

В этой связи профессором В.Н.Барановым из Государственного университета по землеустройству РФ выполнена работа по определению уклонения отвеса по модели EGM2008 для 825 точек при различных геодезических высотах ( $H$ ,  $H=100\text{м}$ ,  $H=200\text{м}$ ). Полученные для 15 точек результаты сведены в табл.3.8 [26].

Таблица 3.8 - Составляющие уклонения отвеса при различных геодезических высотах

№ точки	B			L			ξ"			η"		
	°	'	"	°	'	"	H=0м	H=100м	H=200м	H=0м	H=100м	H=200м
1	56	0	0.4	35	59	52.6	3.53	3.52	3.52	-2.40	-2.34	-2.32
2	56	0	0.4	36	14	52.6	3.39	3.39	3.38	-3.10	-3.09	-3.06
3	56	0	0.5	36	29	52.6	3.11	3.09	3.08	-1.30	-1.30	-1.29
4	56	0	0.5	36	44	52.7	2.25	2.23	2.22	0.50	0.48	0.49
5	56	0	0.5	36	59	52.7	1.75	1.74	1.72	1.40	1.38	1.39
6	56	0	0.5	37	14	52.7	1.43	1.41	1.39	3.20	3.18	3.18
7	56	0	0.5	37	29	52.7	1.06	1.03	1.01	4.30	4.28	4.27
8	56	0	0.5	37	44	52.7	0.53	0.51	0.49	4.60	4.55	4.55
9	56	0	0.5	37	59	52.7	0.00	-0.01	-0.03	4.30	4.33	4.34
10	56	0	0.5	38	14	52.8	-0.21	-0.23	-0.24	5.50	5.48	5.48
11	56	0	0.6	38	29	52.8	-0.41	-0.43	-0.45	7.10	7.03	7.01
12	56	0	0.6	38	44	52.8	-1.24	-1.26	-1.27	6.50	6.45	6.44
13	56	0	0.6	38	59	52.8	-2.49	-2.49	-2.48	5.50	5.47	5.46
14	56	0	0.6	39	14	52.8	-3.55	-3.54	-3.53	4.10	4.10	4.11
15	56	0	0.6	39	29	52.8	-4.42	-4.40	-4.38	3.90	3.89	3.88

Для рассматриваемого случая разность уклонений отвеса при различных высотах не превышает 0,1". Следовательно, можно выполнить предварительную оценку точности, полагая, что геодезическая высота точек  $H=0$ .

По данным модели EGM 2008 были найдены составляющие уклонения отвеса на европейскую часть РФ для трех различных по степени аномальности областей, для которых уже существуют карты уклонения отвеса (рис.3.11). Изолинии на картах проведены через 1". Карты, на рис.3.11 приведены в схематичном виде, чтобы показать их сходство [26].

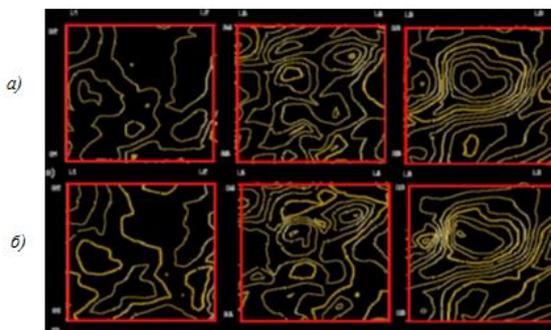


Рисунок 3.11 - Карты составляющей уклонения отвеса в первом вертикале  
а) существующие, б) полученные по данным EGM2008

Для количественной оценки точности модели были получены карты разностей  $\eta - \eta^{EGM}$  имеющихся уклонений отвеса и вычисленных по EGM2008 (рис.3.12) [26].

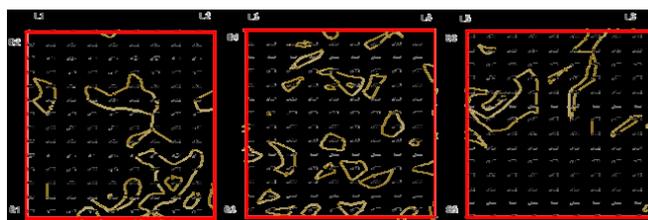


Рисунок 3.12 - Карты разностей  $\eta - \eta^{EGM}$  составляющих уклонения  
Отвеса в первом вертикале

Для карт на рис. 3.12 были определены СКП разностей  $\eta - \eta^{EGM}$  по формуле (3.12) [26]:

$$m, = \sqrt{\frac{\sum((\eta - \eta^{EGM}) - (\eta - \eta^{EGM})_{CP})^2}{n}} \quad (3.12)$$

где  $\eta$ - составляющая уклонения отвеса в первом вертикале,  $\eta^{EGM}$  - составляющая уклонения отвеса в первом вертикале, полученная по модели EGM 2008.

СКП разностей равна 0,42", 0,48" и 0,37" соответственно для 1-й, 2-й и 3-й области. Полученные погрешности являются удовлетворительными, учитывая, что

изолинии на картах уклонений отвеса, определенных астрономо-геодезическим путем, получают с погрешностью 0,6"-0,8".

Кроме работы В.Н.Баранова значительный интерес представляет анализ модели EGM2008, сделанный А.П.Пигиным. Пигиным проведен предварительный, основанный на этом этапе только на геометрических аспектах, анализ модели для территории республики Беларусь. Проведено сравнение модели EGM2008 и широко используемой модели EGM96. Кроме того, на основе данных спутниковых измерений и данных геометрического нивелирования, проведена оценка качества моделей EGM2008 и EGM96, позволяющая сделать определенные предварительные выводы для практических целей и наметить пути дальнейших исследований.

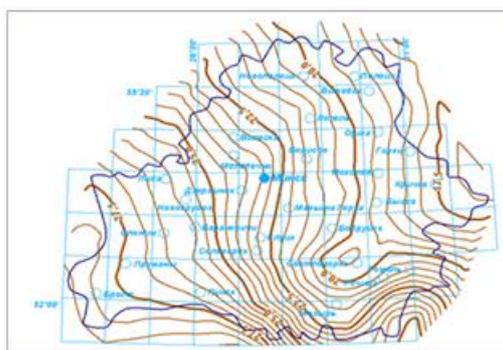


Рисунок 3.13 - Изолинии высот геоида EGM2008 на территории Беларуси

На рис.3.13 представлена в изолиниях модель аномалий высот геоида относительно эллипсоида WGS84, изолинии проведенные через 0.5 м [32].

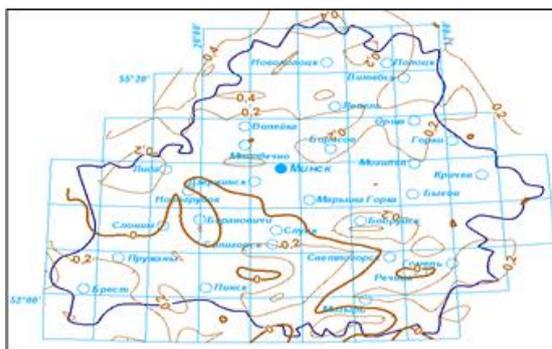


Рисунок 3.14 - Разности высот EGM2008 и EGM96

На рис. 3.14 представлены проведенные через 0,2м изолинии разностей значений аномалии высоты (EGM2008-EGM96). В целом закон распределения разностей близок к нормальному, систематическое смещение модели EGM2008 относительно модели EGM96 составляет +7.8 см. при  $\sigma = 20,5$  см [32].

Для предварительного анализа отобрано 167 пунктов ВГС и СГС1, геодезические координаты и эллипсоидальные высоты определены в рамках работ по созданию геодезической основы республики в СК WGS84 и жестко связаны с опорными пунктами сети ITRF. Нормальные высоты этих пунктов известны из геометрического нивелирования I и II классов. Территория, на которой располагаются выбранные пункты, отмечена на рис. 3.14 фиолетовым пунктиром. Для отобранных пунктов проведена упрощенная статистическая обработка разностей значений аномалий высоты, полученных из модели EGM2008 и разностей нормальных и эллипсоидальных высот, результаты которой представлены в таблице 3.9

Таблица 3.9 - Обработка разностей аномалий

Погрешности	Модель EGM2008 по сравнению с моделью EGM96	Модель EGM96 в сравнении с GPS-измерениями и геометрическим нивелированием	Модель EGM2008 в сравнении с GPS-измерениями и геометрическим нивелированием
[ $\Delta$ ]/n	+7.8см	+1.1 см	+5.1см
+ $\Delta$ , max	+46.9	+47.4см	+11.3см
- $\Delta$ , max	-53.0	-52.3см	-15.7см
СКП	20.5см	21.6см	<b>5.5см</b>
Вероятная	13.1	14,7см	4.5см
$k_1$	1.56	1.47см	1.23
Средняя	16.4	17.3см	4.6см
$K_2$	1.25	1.25	1.19

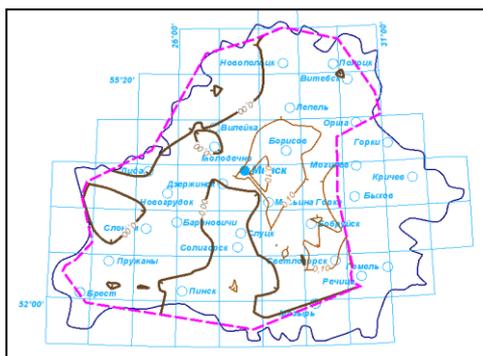


Рисунок 3.15 - Разности значений аномалий высоты, полученных из модели EGM2008 и разностей нормальных и эллипсоидальных высот

На рис. 3.15 представлены проведенные через 0,1м изолинии этих разностей. В целом закон распределения разностей в принципе приближается к нормальному, систематическое смещение модели EGM2008 относительно результатов спутниковых определений и геометрического нивелирования составляет +5.1 см. при  $\sigma = 5.5$  см [32].

Таким образом с учетом представленных исследований можно сделать следующие выводы по гравитационной модели EGM2008:

а) Модель EGM2008 является наиболее точной. Она дает приличные по точности значения как аномалий высот, так и значений аномалий силы тяжести. Она существенно точнее таких моделей как GAO98, GeoidWS, точнее модели EGM96 и ее можно рекомендовать для замены модели EGM96 в тех работах, в которых модель EGM96 использовалась.

б) Повышение точности модели геоида расширяет спектр работ, в которых трудоемкое наземное геометрическое и тригонометрическое нивелирование можно не выполнять или выполнять как контрольное, ограничившись спутниковыми измерениями (например – геодезическое обеспечение геофизических методов геологоразведки).

в) Кроме того, разумное сочетание геометрического нивелирования с подключением подробной модели геоида дает вполне приличные результаты.

г) Вместе с тем выполненная предварительная оценка показывает необходимость более углубленного исследования модели с привлечением дополнительной информации – точностных характеристик спутниковых измерений, данных гравиметрии, большего объема информации, покрывающей всю территорию республики и большей плотности данных. Конечной целью такого исследования может являться региональная модель геоида Республики Беларусь точности 2 – 3 см, основой которой может служить модель EGM2008.

### 3.3 Геодезические исследования на Полоцком геодинамическом профиле

#### 3.3.1 Обоснование выбора расположения Полоцкого геодинамического профиля и состав исполненных работ

Полоцкий геодинамический профиль создан в 2004 г. на основании геолого-геофизических и сейсмологических исследований [33,34,35], выполненных в Полоцко-Курземском поясе тектонических разломов. Этот пояс выделен сравнительно недавно в теле Восточно-Европейской платформы группой геологов и геофизиков Института геохимии и геофизики НАН Беларуси [33] по гравитационным, магнитным аномалиям и сейсмологическим данным. Полоцко-Курземский пояс разломов (рис.3.16)

контролируется субширотными разломами: на юге Неманско-Полоцким, а на севере Лиепайско-Локновским, на востоке – глубинной зоной, которая разделяет блоки земной коры разного глубинного строения с амплитудой по поверхности Мохо 3 км, выделенной на профиле Браслав–Плещеницы по сейсмологическим данным [35].

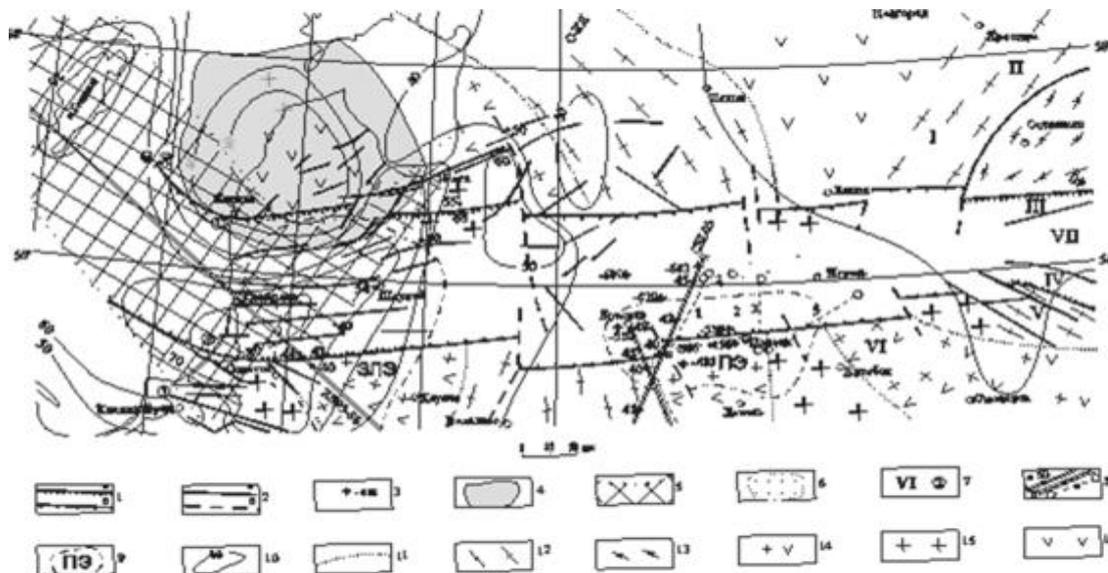


Рис.3.16 - Схема расположения и геофизические характеристики Полоцко Курземского пояса тектонических разломов [33].

1 – краевые глубинные разломы: а) по геологическим и сейсмическим данным, б) по данным гравиметрии и магнитометрии; 2 – разломы: а) по геологическим и сейсмическим данным, б) по данным гравиметрии и магнитометрии; 3 – скважины, вскрывшие фундамент, абсолютные отметки фундамента, в метрах; 4 – Рижский плутон гранитов рапакиви; 5 – Готландский тектонический пояс; 6 – площади распространения рифейских отложений; 7 – римские цифры на схеме: грабены: I – Валдайский, II – Крестцовский, III – Тверской, IV – Гжатский, V – Пречистинский, VI – Оршанский палеопрогиб, VII – Нелидовский выступ; цифры в кружках – зоны разломов: 1 – Лиепайско-Рижская, 2 – Неманская, 3 – Прегольская; 8 – геофизические профили: а – профили ГСЗ «Советск-Кохтла-Ярве», EUROBRIDGE и CELEBRATION, б – профиль МОБЗ «Браслав-Плещеницы»: точки на профилях ГСЗ и МОБЗ – значения мощности земной коры, в км, в – грави-магнитные профили (1-Шарковщина-Верхнедвинск-Косторово, 2-Полоцк-Юховичи, 3-Оболь-Дретунь-Заборье, 4-Освея-Красный Бор, 5-Николаево-Полово); 9 - контуры геоэлектрических аномалий, обусловленных повышенной проводимостью корового вещества, и их названия: ЗЛЭ – Западно-Литовская, ПЭ – Полоцкая; 10 – изолинии плотности теплового потока, в мВт/м<sup>2</sup>; 11 – границы типов аномальных магнитных полей; 12-16 – типы аномальных магнитных полей: 12 – чередование ярко выраженных полос положительных и отрицательных линейно вытянутых аномалий, 13 – положительные и отрицательные линейно вытянутые аномалии сложной конфигурации, 14 – смешанные положительные и отрицательные аномалии различной формы, 15 – крупные, «монокристаллические» положительные аномалии, 16 – крупные отрицательные поля с локальными положительными аномалиями.

В намеченных пределах (без северо-западной части Готландской зоны) Полоцко-Курземский пояс разломов вытянут почти на 800 км при ширине 120–160 км, на востоке,

начиная примерно от Вязьмы (Россия), далее следуя через Беларусь и Прибалтику, предположительно до острова Готланд (Швеция). Для Полоцко-Курземского пояса характерны субширотное простираие осей гравитационных и магнитных аномалий, а также полоса в основном субширотных минимумов аномалий силы тяжести. Полоса минимумов аномалий силы тяжести (порядка 0,5-0,9 мГал) наблюдается как раз в районе Полоцка[36]. Тектонический разлом субширотного простираия предположительно проходит через Боровуху 2. Таким образом, Полоцкий геодинимический профиль, занимая локальный участок Полоцко-Курземского пояса разломов, начинается в городе Полоцке, пролегал на север от него по дороге на Россоны в меридиональном направлении на 12 км, и заканчивается в населенном пункте Булавки. Предположительно, Полоцкий профиль пересекает сетку тектонических разломов субширотного направления [36].

Полоцкий геодинимический профиль включает в себя 12 нивелирных реперов, центры которых заложены на глубину 3,0 метра (рис.3.17). Одиннадцать реперов, кроме репера №59, который входит в ранее созданную сеть государственного высокоточного нивелирования, заложены в 2004 году. Закладка реперов производилась методом бурения. При изготовлении и закладке центров реперов были приняты все необходимые меры, чтобы сделать их максимально устойчивыми к влиянию факторов нетектонического характера. Конструкция центров вновь заложенных реперов представляет собой металлическую трубу диаметром 60 миллиметров и длиной 3 метра, на верхней части которой приварена чугунная марка с номером. Металлическая труба заделана в бетонную плиту (якорь) размером 40×40×50 см и помещена в асбестоцементную трубу, заполненную бетонным раствором (рис. 3.18) [36].

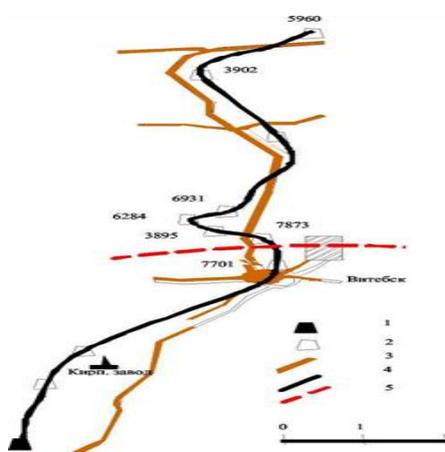


Рис. 3.17 - Схема расположения реперов на Полоцком геодинимическом профиле:

- 1 – нивелирный репер государственной сети; 2 – вновь заложенный нивелирный репер; 3 – дорога; 4 – линия нивелирования; 5 – предполагаемый разлом

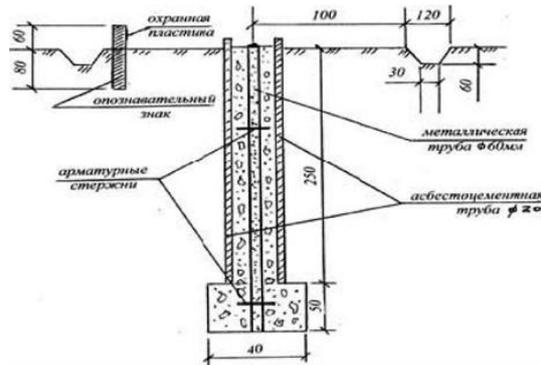


Рис. 3.18 - Конструкция центров реперов на Полоцком геодинимическом профиле (основные размеры даны в сантиметрах)

Предложенная конструкция центров реперов делает их максимально защищенными от влияния сезонных колебаний грунта, так как бетон и асбестоцементная труба плохо сцепляются друг с другом и обоснованно следует ожидать, что при движении грунта вместе с ним, прежде всего, будет двигаться асбестоцементная труба, а не основной трубчатый центр репера.

При закладке центров реперов были взяты пробы грунта на различных горизонтах, описание которых составлено кандидатом геолого-минералогических наук С.М. Чураковым. Из анализа проб следует, что состав грунта на реперах является однородным с преобладанием тонкозернистого полевошпатового песка. Однако условия закладки следует признать только удовлетворительными, так как на семи реперах (7701, 7873, 3895, 6284, 2898, 6931, 3902) на нижнем горизонте закладки наблюдалась влажность грунта [36].

Геодинимические исследования на Полоцком профиле выполнялись в 2004-2010 гг. Состав этих исследований представлен в таблице 3.10.

Таблица 3.10 - Виды инструментальных исследований, выполненных на Полоцком геодинимическом профиле

№п/п	Наименования исследования	Дата выполнения (месяц, год)	Организация, выполнявшая исследования
1	Производство шести циклов высокоточного нивелирования	9.04—10.04; 9.06; 9.07; 9.08; 9.09; 9.10.	Полоцкий государственный университет
2	Производство четырех циклов высокоточных спутниковых измерений	11.04; 9.08; 9.09; 9.10	РУП «Белаэрокосмогеодезия»; Полоцкий государственный университет
4	Гравиметрические и магнитометрические наблюдения	6.05; 8.06—9.06; 8.07-9.07	Институт геохимии и геофизики НАН Беларуси

В 2004 г. нивелирование было произведено нивелиром Н05 по методике I класса [14], а в последующие годы - электронным нивелиром Trimble Dini12 в прямом и обратном направлениях по методике работы на каждой станции (ЗППЗ) с изменением горизонта перед вторым взятием отсчета на переднюю рейку. Точность нивелирования в первом цикле характеризуется средней квадратической ошибкой 1 мм/км, а в последующих - 0,3 мм/км [36].

Математическая обработка результатов каждого цикла нивелирования проведена по стандартной методике обработки нивелирования I класса. Оценка точности выполнялась по разностям прямых и обратных превышений, определяемых как среднее из левой и правой нивелировок (при нивелировании Н05) или как среднее из двух горизонтов (при нивелировании Dini12). Для интерпретации результатов нивелирования были получены такие общепринятые параметры вертикальных деформаций, как разности превышений по секциям и разности отметок реперов между циклами, а также их точностные характеристики, которые вычислялись по формулам [36]:

$$\Delta h_{ik} = h_{ik}^{(T2)} - h_{ik}^{(T1)}$$

(3.13)

$$m_{\Delta h_{ik}} = \sqrt{(\eta_{T1}^2 - \eta_{T2}^2) \cdot l_{ik}} \quad (3.14)$$

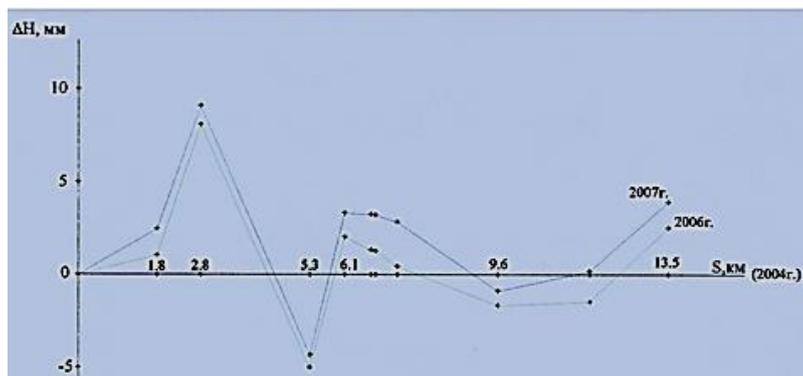
$$\Delta H_k = \sum \Delta h_{ik} \quad (3.15)$$

$$m_{\Delta H_k} = m_{\sum \Delta h_{ik}} = \sqrt{(\eta_{T1}^2 - \eta_{T2}^2) \cdot \sum l_{ik}} \quad (3.16)$$

В формулах (3.13—3.16):  $T1$  и  $T2$  — сравниваемые эпохи (циклы) нивелирования;  $\Delta h_{ik}$  - разности превышений по секции между циклами нивелирования;  $\sum \Delta h_{ik}$  - накопление разностей превышений между циклами вдоль анализируемой линии относительно начального репера;  $\Delta H_k$ — разности отметок реперов между циклами;  $l_{ik}$  - длина секции в километрах;  $\sum l_{ik}$  -расстояние в километрах от начального до текущего репера;  $\eta_{T1}$  и  $\eta_{T2}$ - случайные средние квадратические ошибки нивелирования, полученные, соответственно, в эпохи  $T1$  и  $T2$ .

По результатам инструментальных исследований на профиле составлены графики (рис. 3.18). Графики построены относительно репера 59, который условно принят за стабильный. При анализе результатов нивелирования уровень значимости вертикальных смещений (разности превышений или разности отметок реперов между эпохами) принимался равным 0,95 [36]. По данному критерию значимые разности превышений в 2006-2007 гг. относительно эпохи 2004 г. наблюдаются по четырем секциям, отмеченным знаком расположения тектонических нарушений (рис. 3.18, б).

а)



б)

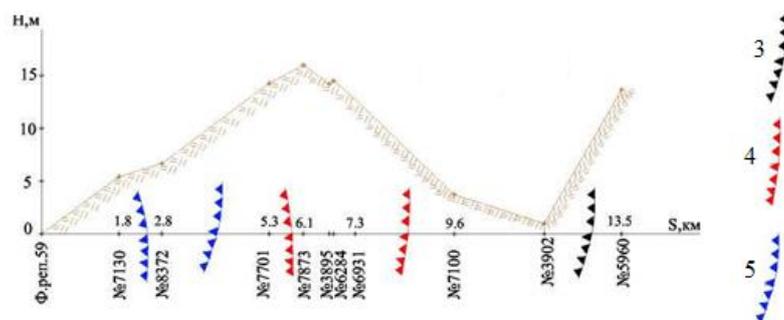


Рисунок 3.18 - Результаты инструментальных исследований на Полоцком геодинамическом профиле: а-разности превышений в 2006 и 2007 гг. относительно эпохи 2004 г; б –графики вертикальных смещений земной поверхности, построенные по результатам повторного нивелирования (3–2006–2004; 4 –2007–2004); 3, 4, 5 – места расположения тектонических нарушений, установленные по результатам повторного нивелирования (3), которые подтверждены GPS-данными (5), GPS и гравиметрическими данными (4)

### 3.3.2 Определение аномалий высот на Полоцком профиле по гравиметрическим данным и результатам спутниковых и нивелирных измерений.

Как известно, аномалия высоты является одной из характеристик аномального гравитационного поля, по распределению которой на земной поверхности можно судить о степени однородности или неоднородности локального гравитационного поля Земли на исследуемой территории. Предполагая, что неоднородность гравитационного поля на исследуемом геодинамическом профиле вызвана наличием неоднородностей в земной

коре, обусловленных тектоническими разломами, то следует ожидать, что изменения аномалий высот по профилю будут наблюдаться, прежде всего, на разломах.

На сегодняшний день определить аномалию высот представляется возможным двумя способами: с использованием гравиметрических данных; сочетанием спутниковых и нивелирных измерений.

Сама по себе фигура геоида достаточно сложна. Трехосность Земли, которую в прошлом четко выявляли по астрономо-геодезическим и гравиметрическим данным, не является доминирующей особенностью этой фигуры. В целом по Земле не замечается корреляции высот геоида с особенностями топографии земной поверхности. Из этого делают вывод о том, что основные особенности геоида связаны с аномалиями масс не в коре, а в более глубоких слоях Земли [37]. Поэтому для успешного решения проблемы регуляризации необходимо знать внутреннее строение Земли. Из этого следует, что решение Стокса не является строгим и фигура геоида вообще неопределима.

М.С.Молоденский предложил строгое решение задачи определения фигуры Земли. Он дал общее решение, не связанное с привлечением каких-либо гипотез о внутреннем строении Земли, из которого решение Стокса получается как первое приближение. В результате была введена вспомогательная поверхность - квазигеоид.

Далее именно с квазигеоидом и связано определение аномалии высот.

В соответствии с теорией М. С. Молоденского аномалию высот любой в точке М земной поверхности вычисляют по формуле (рис.3.19):

$$\zeta^M = H_M - H_M^V \quad (3.18)$$

Способ, основанный на сочетании спутниковых и нивелирных измерений, наиболее прост. С помощью спутниковых измерений получают геодезические высоты  $H_M$ , а с помощью нивелирования, приведенного к системе нормальных высот, - нормальные  $H_M^V$ . В итоге (рис.3.19):

$$\zeta = H_{СПУТН} - H_{ГЕОМЕТР.} \quad (3.19)$$

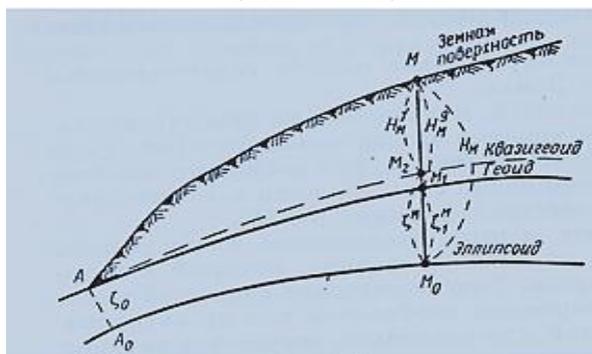


Рисунок 3.19 - Определение аномалий высот

Что касается вычисления аномалий высот с использованием гравиметрических данных, то М.С.Молоденским разработана строгая теория и методика вычисления. Однако методика вычисления  $\zeta$  по формулам строгой теории для реальных условий является очень трудоемкой и в настоящее время на практике широко применяется формула нулевого приближения Стокса (2) [9]. Для пунктов, расположенных в равнинных районах, аномалии высот по формулам Стокса определяются с достаточной точностью [7].

$$\zeta = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_w (g - \gamma) \cdot S(\psi) dw \quad (3.20)$$

Где  $(g - \gamma)$  – аномалия силы тяжести;

$$S(\psi) = \cos \frac{\psi}{2} - 6 \sin \frac{\psi}{2} + 1 - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \cdot \ln(\sin \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\psi}{2}) - \text{функция Стокса}$$

$\Psi$  – сферическое расстояние от текущей точки до точки, в которой определяется возмущающий потенциал.

Так как формула Стокса интегральная и аналитическое интегрирование входящих в них выражений невозможно из-за дискретности гравиметрической съемки, то на практике определение  $\zeta$  выполняется методом численного интегрирования с помощью палетки Еремеева [1,2].

Согласно палетке Еремеева аномалия высоты  $\zeta_{0-5}$  за влияние аномальных масс центральной зоны (0-5 км) [9]:

$$\zeta = 0.00255 \Delta g_0 + 0.00032 \sum_{K=2n}^{16} \Delta g_K \quad (3.21)$$

Где  $k$ -номер сектора палетки Еремеева,  $n=1,2\dots 8$

$\Delta g_0$  – значение аномалии силы тяжести на определяемом пункте

$\Delta g_K$  – среднее значение аномалии  $\Delta g$  в четных секторах нулевой зоны.

Аномалия высоты  $\zeta_{5-100}$  в определяемом пункте за влияние аномальных масс ближних зон (5-10 км) [9]:

$$\begin{aligned} \zeta_{5-100} = & (15 \sum_{K=1}^{16} \Delta g_{IK} + 22 \sum_{K=1}^{16} \Delta g_{IIK} + 32 \sum_{K=1}^{16} \Delta g_{IIIK} + 47 \sum_{K=1}^{16} \Delta g_{IVK} + 69 \sum_{K=1}^{16} \Delta g_{VK} + \\ & + 101 \sum_{K=1}^{16} \Delta g_{VIK} + 149 \sum_{K=1}^{16} \Delta g_{VIIK} + 219 \sum_{K=1}^{16} \Delta g_{VIIIK}) 10^{-5} \end{aligned} \quad (3.22)$$

$\Delta g_{KI}$  – среднее значение аномалий на трапеции  $k_i$  палетки

Высота квазигеоида  $\zeta_{0-100}$  за влияние аномальных масс центральной и ближней зон получим путем суммирования [7,9]:

$$\zeta_{0-100} = \zeta_{0-5} + \zeta_{5-100} \quad (3.23)$$

В результате, с помощью описанных двух методик по результатам инструментальных исследований были определены аномалии высот на Полоцком профиле.

Аномалии высот, полученные с помощью гравиметрических данных определялись, методом численного интегрирования с помощью палетки Еремеева. При определении аномалий силы тяжести использовалась карта аномалий силы тяжести масштаба 1:200000 в редукции Буге (рис.3.20,а) и на недостающую часть территории гравитационная модель EGM2008 – карта аномалий силы тяжести в редукции Буге (рис.3.21, б).

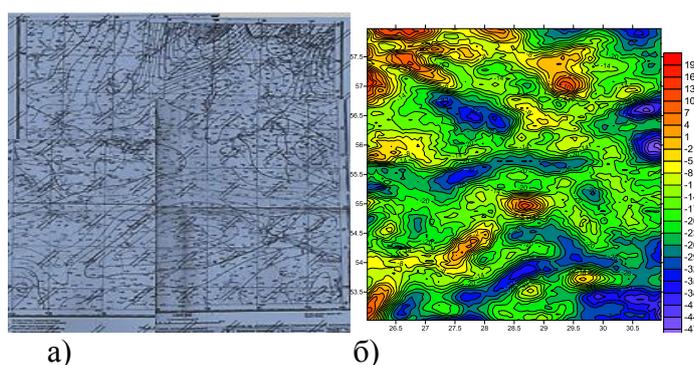


Рисунок 3.21 - а) Карта аномалий силы тяжести; б) гравитационная модель EGM2008

Значения аномалий силы тяжести, полученные с карты (нормальная сила тяжести относительно эллипсоида Красовского), были перевычислены в систему гравитационной модели EGM2008 (нормальная сила тяжести относительно эллипсоида WGS-84). Перевычисления производились путем перехода от формулы Гельмерта для нормальной силы тяжести территории бывшего СССР (3.24) [9] к “международной формуле для геодезической референц-системы 1980 года Морица” (3.25) [9]. В итоге аномалии высот получим относительно общеземного эллипсоида WGS-84.

$$\gamma_0 = 978030 \cdot (1 + 0,005302 \sin^2 B - 0,000007 \sin^2 2B) \quad (3.24)$$

$$\gamma_0 = 978032,7 \cdot (1 + 0,005324 \sin^2 B - 0,0000058 \sin^2 2B) \quad (3.25)$$

Для получения аномалий силы тяжести на определяемых пунктах согласно формуле (3.21) были использованы результаты измерения приращений аномалий силы тяжести между пунктами, выполненные сотрудником “Института геохимии и геофизики НАН Беларуси” Мясниковым в 2008 году. За абсолютное значение ускорения силы тяжести было принято значение на пункте №59  $g_{59} = 981548,722 \text{ мГл}$ .

Координаты пунктов, для которых вычислялись аномалии высот представлены в табл.3.11

Таблица 3.11 - Координаты пунктов

№ пункта	Широта	Долгота	Высота (Метр)
2898	N55°32'38,9"	E28°47'12,5"	159,998
3895	N55°32'27,8"	E28°46'45,0"	163,352
3902	N55°34'42,2"	E28°46'47,4"	150,085
59	N55°30'19,6"	E28°44'54,6"	149,273
5960	N55°35'19,6"	E28°47'22,7"	162,723
6931	N55°32'39,9"	E28°46'45,5"	161,913
7100	N55°33'41,2"	E28°47'03,2"	152,858
7130	N55°30'46,4"	E28°45'44,0"	154,649
7701	N55°31'53,9"	E28°47'04,8"	163,448
7873	N55°32'15,5"	E28°47'01,9"	165,143
8372	N55°31'12,7"	E28°45'58,6"	155,879

Результаты измерения приращений ускорения силы тяжести между пунктами Полоцкого профиля представлены в таблице 3.12 [46 Каратаев Г.И., Мясников О.В.].

Таблица 3.12 - Результаты измерения приращений ускорения силы тяжести между пунктами профиля

Названия Пунктов	59	7130	8372	7701	7873	3895	6284	6931	7100	3902	5960
Приращения, мГл	0	-2,575	-0,686	-1,166	-0,13	-0,497	-0,628	1,736	1,366	0,29	-4,152

Значения аномалий высот, полученные по гравиметрическим данным согласно формул (3.21-3.23) представлены в табл.3.13

Таблица 3.13 - Значения аномалий высот, полученные по гравиметрическим данным

Пункт №	Значение аномалии на пункте	$\zeta_{0-5}$ (центральная зона), м	$\zeta_{5-100}$ (ближняя зона), м	$\zeta_{0-100} = \zeta_{0-5} + \zeta_{5-100}$ , м
59	-15,145	-0,079	-1,858	-1,937
7130	-17,720	-0,087	-1,851	-1,938
8372	-18,406	-0,091	-1,852	-1,943
7701	-19,572	-0,095	-1,885	-1,980
7873	-19,702	-0,052	-1,933	-1,985
3895	-20,199	-0,099	-1,891	-1,990
6284	-20,827	-0,056	-1,937	-1,993
6931	-19,091	-0,101	-1,927	-2,028
7100	-17,725	-0,058	-1,978	-2,036
3902	-17,435	-0,105	-1,941	-2,056
5960	-21,587	-0,117	-1,962	-2,079

Значения аномалии высот, полученные по гравиметрическим данным относительно пункта №59, принятого за стабильный представлены в табл.3.14

Таблица 3.14 - Значения аномалии высот относительно пункта №59,

Названия Пунктов	59	7130	8372	7701	7873	3895	6284	6931	7100	3902	5960
Аномалия высоты, м	0	-0,001	-0,006	-0,043	-0,048	-0,053	-0,056	-0,091	-0,099	-0,119	-0,142

Сопоставимая с гравиметрическими данными информация об аномалиях высот с использованием результатов GPS-измерений (2008 год) была получена путем сравнения разностей геодезических высот между реперами профиля и репером №59, определенных по спутниковым данным, с превышениями между этими же реперами, найденными из геометрического нивелирования, которые следует рассматривать как разности ортометрических высот реперов. Таким образом, во втором случае аномалия высоты определялась по формуле (3.26) [37]:

$$\zeta_i = (H_i^z - H_{\text{№59}}^z) - \sum_{\text{№59}}^I h \quad (3.26)$$

где  $\zeta_i$  – аномалия высоты на текущем репере относительно репера № 59;  $H_i^z$  и  $H_{59}^z$  – геодезические высоты соответственно текущего репера профиля и репера № 59, полученные по спутниковым данным;  $\Sigma h$  – суммарное превышение по профилю между репером № 59 до текущего репера, найденное из геометрического нивелирования.

Значения аномалий высоты относительно пункта №59, полученные по результатам GPS-измерений и нивелирования представлены в табл.3.15

Таблица 3.15 - Аномалии высоты относительно пункта №59, полученные по результатам GPS-измерений и нивелирования [37]

Название репера	Высота квазигеоида, м
59	0
7130	-0,032
8372	-0,052
7701	-0,085
7873	-0,098
3895	-0,104
6931	-0,106
7100	-0,134
3902	-0,151
5960	-0,197

Определенные по формуле (3.26) аномалии высот по профилю, приведенные к реперу № 59, сравним с соответствующими разностями аномалий высот, полученными по гравиметрическим данным. Полученные результаты хорошо согласуются друг с другом, поскольку для гравиметрического способа разность аномалий высот между крайними реперами профиля (5960 и 59) составила -14,2 см, а вычисленные для этих же реперов разности с привлечением GPS-нивелирных данных составили соответственно -19,7см.

По результатам вычислений построен график аномалий высот относительно пункта 59.

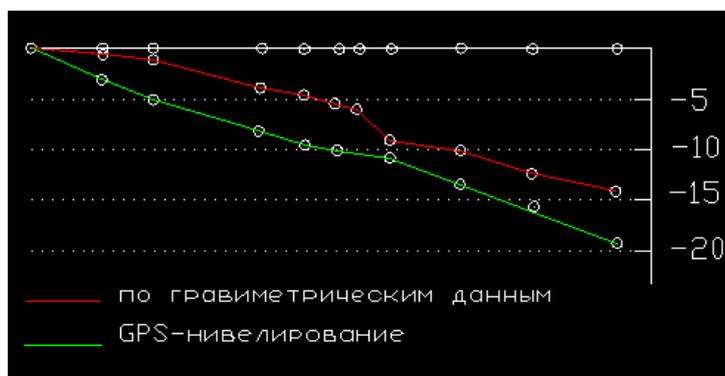


Рисунок 3.19 - График аномалий высот относительно пункта 59

Согласно данным аномалий высот, полученным как с помощью гравитационной модели EGM2008 и карты аномалий ускорения силы тяжести, так и с помощью сочетания GPS и нивелирования можно утверждать, что корректное использование гравитационной модели EGM2008 дает вполне приличные результаты, которые могут быть использованы и без привлечения других данных. Кроме того, для пунктов, расположенных в равнинных районах, аномалии высот по формуле Стокса (3.20) определяются с достаточной точностью.

Что касается Полоцкого профиля, то результаты инструментальных исследований свидетельствуют о существовании на данном локальном участке Полоцко-Курземского тектонического пояса сетки тектонических нарушений.

Полученные результаты указывают на современную активность Полоцко-Курземского пояса тектонических разломов и представляют интерес как в научном, так и в прикладном плане.

### 3.3.3 Оценка влияния изменения ускорения силы тяжести на Полоцком профиле на изменение результатов нивелирования между эпохами.

При изучении деформаций земной коры методом повторных геодезических измерений на геодинимических полигонах серьезное внимание должно быть обращено на факторы, искажающие реальную картину деформаций. Поскольку результаты геодезических измерений зависят от состояния гравитационного поля, к таким факторам следует отнести и вариации гравитационного поля во времени, в результате которых сравниваемые циклы геодезических измерений на ГДП окажутся выполненными при различных состояниях гравитационного поля.

Представим без доказательств уравнения [2]:

$$-\frac{dW}{dh} = g \quad dW = -gdh \quad dh = -\frac{dW}{g} \quad (3.27)$$

Последнее уравнение из (3.27) показывает, что расстояния между двумя близкими уровнями поверхностями не равны в разных точках, а обратно пропорциональны силе тяжести, действующей в этих точках. На полюсе, где сила тяжести имеет максимальное значение, уровенные поверхности сближаются, а на экваторе расходятся.

Кроме того, из последних уравнений также следует, что  $dh$  — величина одного порядка с  $dW$  и ни при каких условиях  $dh$  не может обратиться в нуль, если  $dW \neq 0$  (так как  $g$  — конечная величина), поэтому уровенные поверхности между собой не пересекаются.

Интегрируя второе из уравнений (3.27), получаем [2]

$$\int gdh = -\int dW \quad (3.28)$$

где под  $dh$  можно понимать измеренное превышение, определяемое как разность отсчетов по задней и передней рейкам с одной установки нивелира.

Если это суммирование превышений исполнено между некоторыми двумя точками физической земной поверхности  $A$  и  $B$ , расположенными на конечном расстоянии и на разных уровенных поверхностях, то [2]

$$\int_A^B gdh = g'(H_B - H_A) = W_A - W_B \quad (3.29)$$

$$(H_B - H_A) = \frac{W_A - W_B}{g'} \quad (3.30)$$

Где  $g'$  — некоторое значение силы тяжести

Так как мы работаем в системе нормальных высот, то формула (3.30) будет выглядеть соответственно так [2]

$$H_B^\gamma = \frac{W_A - W_B}{\gamma_m^B} = \frac{\int gdh}{\gamma_m^B} \quad (3.31)$$

Из формулы (3.31) видно, что при изменении ускорения силы тяжести на пункте будет и изменяться высота пункта. Для определения вариаций ускорения силы тяжести на Полоцком профиле были выполнены гравиметрические измерения (месяц/год: 8.06-9.06; 8.07-9.07; 8.08; 8.09) “Институтом геохимии и геофизики НАН Беларуси” [36,37]. В результате были определены приращения ускорения силы тяжести между пунктами Полоцкого профиля – табл.3.16

Таблица 3.16 - Приращения ускорения силы тяжести между пунктами Полоцкого профиля [37]

Названия пунктов	Приращение, мГл			
	2006 год	2007год	2008год	2009год
59	0	0	0	0
7130	-2,222	-2.254	-2,575	-2.685
8372	-1,468	-0.474	-0,686	-0.389
7701 (Круг)	0,713	-2.104	-1.166	-1.828
7873 (Склад)	-2,930	-0.483	-0,130	-0.966
3895 (Полигон 1)	0,957	-0.850	-0.497	0.686
6284 (Эстакада)	0,243	-0.670	-0,628	-0.132
6931	0,256	-0,020	1.736	0.673
7100 (Ельник)	2,258	2,358	1,366	2,041
3902 (Рудня)	0,017	0.180	0,290	0.472
5960 (Булавки)	-3,068	-3,287	-4.152	-3.873

Разности приращений ускорения силы тяжести относительно начального цикла – 2006г представлены в таблице 3.17

Таблица 3.17 - Разности приращений ускорения силы тяжести относительно начального цикла – 2006г [37]

Названия пунктов	Разности , мГл		
	2007-2006 год	2008-2006год	2009-2006год
59	-0.032	-0.353	-0.463
7130	0.994	0.782	1.079
8372	-2.817	-1.879	-2.541
7701	2.443	2.800	1.964
7873	-0.107	-1.454	-0.271
3895	-0.913	-0.871	-0.375
6284	-0.276	1.480	0.417
6931	0.100	-0.892	-0.217
7100	0.163	0.273	0.455
3902		-1.084	
5960	-0.219		-0.805

Далее для учета влияния изменения гравитационного поля на результаты измерений используем подход Юркиной М.И. Согласно подходу Юркиной М.И., если между эпохами нивелирования произошло изменение разности потенциалов, то данное изменение можно представить как [7,13]

$$\delta(W_0 - W_A) = \int_{OA} (\delta g \cdot dh + g \cdot \delta dh) \approx \sum_{OA} (\delta g \cdot \Delta h + g \cdot \delta \Delta h), \quad (3.32)$$

где  $\delta(W_0 - W_A)$  – изменение разности потенциалов силы тяжести;

$\delta g$  – изменение силы тяжести;

$\delta dh$  и  $\delta \Delta h$  – изменение соответствующих превышений.

Из (3.32) следует, что изменение разности потенциалов силы тяжести, наблюдаемое между эпохами нивелирования, может быть вызвано как изменениями силы тяжести ( $\delta g$ ), так и изменениями превышений ( $\delta \Delta h$ ).

В равнинных районах при наблюдаемых изменениях нивелирных превышений и силы тяжести преобладающее влияние на изменение потенциалов окажет последний член под знаком суммы в формуле (3.32). Действительно, при  $\delta \Delta h = 5$  мм,  $\delta g = 0,03$  мГал,  $g = 1000000$  мГал,  $\Delta h = 5 \cdot 10^5$  мм этот член равен  $5 \cdot 10^6$  мГал·мм, а первый член под знаком суммы этой формулы равен  $0,015 \cdot 10^6$  мГал·мм. Только в высоких горах при  $\delta g = 0,1$  мГал (на Северном Кавказе обнаружено изменение  $\delta g$ , равное  $0,08$  мГал/год [44]), и  $\Delta h = 6$  км первый член может приблизиться по порядку своей величины ко второму, достигнув  $0,6 \cdot 10^6$  мГал·мм [13].

Из приведенных расчетов следует, что для равнинных районов, например, Беларуси (при условии отсутствия техногенных перемещений масс), формулу (3.32) можно упростить и переписать как [13]

$$\delta(W_O - W_A) \approx \sum_{OA} (g \cdot \delta \Delta h) \quad (3.33)$$

Следовательно, вертикальные перемещения земной коры здесь будут соответствовать изменению разности потенциалов, выявляемому из повторных нивелировок.

На основании формулы (3.33) определим изменение разностей потенциалов между эпохами нивелирования. В качестве  $\Delta h$  возьмем превышения между реперами, определенные инструментально из нивелирования в 2006 году.

Таблица 3.18 - Превышения между реперами представлены [46].

№репера	59	7130	8372	7701	7873	3895	6284	6931	7100	3902	5960
h	5.4047	1.2548	7.5964	1.7132	-1.7918	0.3117	-1.7421	-9.0293	-2.7499	12.6789	

Тогда согласно формуле (3.33) вариации потенциалов между эпохами нивелирования будут равны

Таблица 3.19 - Вариации потенциалов между эпохами нивелирования

№репера	2007	2008	2009
59	-0.17295	-1.90788	-2.5024
7130			
8372	1.247311	0.981285	1.353972
7701	-21.3991	-14.2736	-19.3025
7873	4.185494	4.797128	3.364843
3895	0.191725	2.605306	0.485583
6284	-0.28462	-0.27153	-0.1169
6931	0.480825	-2.57834	-0.72646
7100	-0.90293	8.054136	1.959358
3902	-0.44824	-0.75073	-1.25121
5960	-2.77668	-13.7439	-10.2065

Таблица 3.20 - Изменение превышений из-за вариаций потенциалов (нормальная система высот).

№репера	2007, мм	2008, мм	2009, мм
59	0,00017	0,0019	0,0025
7130			
8372	0,0012	0,00010	0,0014
7701	0,022	0,014	0,020
7873	0,0043	0,0049	0,0034
3895	0,00019	0,0026	0,00049
6284	0,00029	0,00028	0,00012
6931	0,00049	0,0026	0,00074
7100	0,00092	0,0082	0,0020
3902	0,00046	0,00076	0,0013
5960	0,028	0,014	0,01
$\Sigma$	<b>-0,02</b>	<b>-0,017</b>	<b>-0,027</b>

Согласно вычислениям, максимальное накопление изменений превышений по ходу относительно исходной эпохи из-за вариаций гравитационного поля равно 0,027, что в десять раз меньше точности нивелирования в данных циклах (СКО=0,3 мм/км [1,3]). Из

этого можно судить о том, что вертикальные перемещения земной коры на Полоцком профиле будут соответствовать изменению разности потенциалов, выявляемому из повторных нивелировок, и в этом случае не надо заботиться о повторных измерениях силы тяжести.

### 3.4 Оценка изменения ускорения силы тяжести на водохранилище Полоцкой ГЭС.

Согласно концепции энергетической безопасности Республики Беларусь до 2020 года на Западной Двине предусматривается создание каскада из четырех гидроэлектростанций: Полоцкой, Витебской, Бешенковичской и Верхнедвинской. Их суммарная установленная мощность составит 125-130 МВт. Первым этапом является строительство Полоцкой ГЭС, которое уже началось [38].

Проектом предусматривается сооружение у деревни Лучно гидроузла руслового типа (рис.3.20), с расположением сооружений водонапорного фронта в естественном русле реки, здания ГЭС с закрытым машинным залом, железобетонной водосливной плотины с плоскими секционными затворами для сброса паводковых вод. Кроме того, проектировщиками заложена возможность создания судоходного шлюза для обеспечения речного судоходства. ГЭС должна заработать в 2015 году [39].



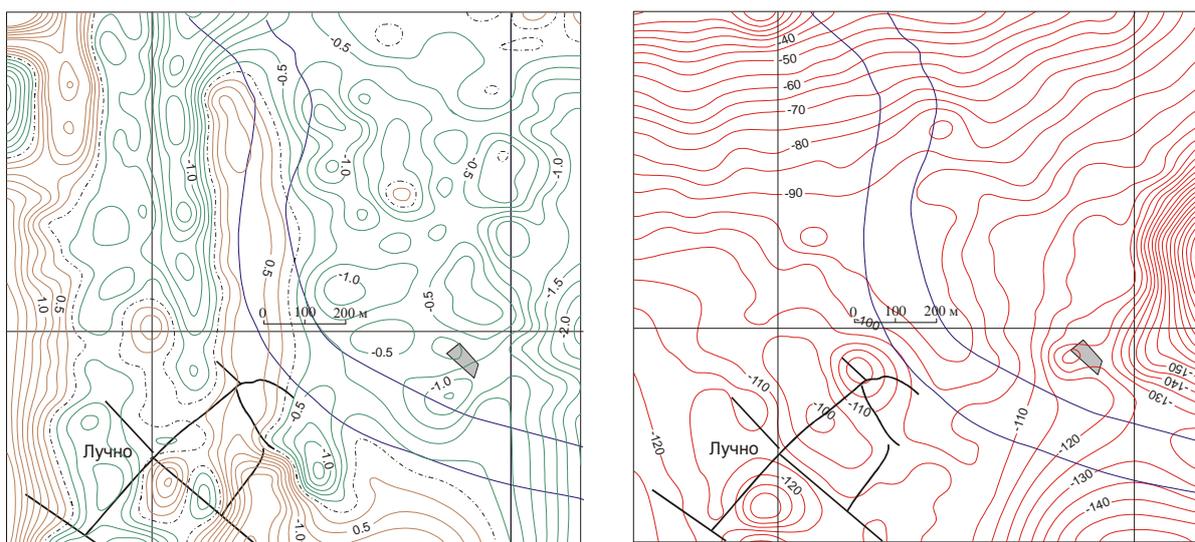
Рис.3.20 - Место строительства ГЭС у деревни Лучно Полоцкого района.

Перед началом строительства были выполнены наблюдения, позволяющие охарактеризовать обстановку на площадке Полоцкой ГЭС.

Для этих целей в 2006 г. в юго-восточной части Полоцкого полигона (зона проектирования на р. Западная Двина Полоцкой ГЭС) сотрудниками Института геохимии

и геофизики НАН Беларуси и Полоцкого государственного университета были проведены геофизические и геодезические работы по установлению современной геодинамической обстановки.

С точки зрения разломной тектоники площадь проектируемой в районе д. Лучно Полоцкой ГЭС на севере и востоке приурочена к крупным региональным активным разломам мантийного заложения – Полоцкому (в 15 км) и Чашникскому (в 5-6 км). Гравиметрические и магнитометрические измерения проведены на площадке размером 1,5х1,6 км. На их основе построены две карты: карта аномалий силы тяжести в редукции Буге с плотностью промежуточного слоя  $2,0 \text{ г/см}^3$  и карта аномалий магнитного поля (рис. 3.21) [40].



Уровень относимости 0 мГал;  
сечение 0,25 мГал  
а)

Уровень относимости 100 нТл;  
сечение 5 нТл  
б)

Рисунок 3.21 - а) карта аномалий поля силы тяжести площадки Полоцкой ГЭС; б) карта аномалий магнитного поля площадки.

В результате было установлено, что поле силы тяжести довольно сильно изрезано. Одновременно выявлено ряд других закономерностей: в западной половине площади поле линейно вытянуто в меридиональном направлении, а в восточной части распространены локальные аномалии разной ориентировки. Судя по тому, что все локальные аномалии имеют высокий градиент, их вызывающие плотностные неоднородности залегают на небольших глубинах – буквально в приповерхностном слое, на глубине 100-200 м, т.е. связаны с осадочным чехлом. Таким образом, район

размещения проектируемой Полоцкой ГЭС полностью расположен в зоне воздействия наблюдаемой системы разломов (рис.3.23) [40].

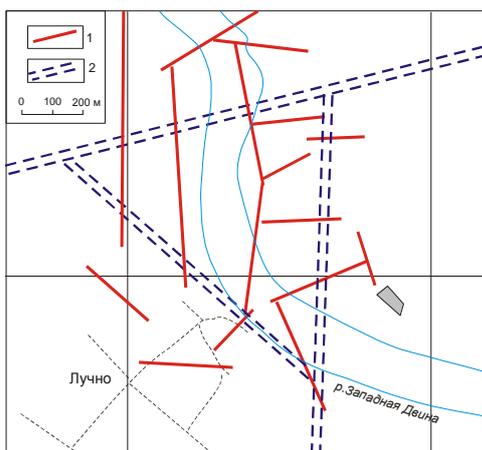


Рисунок 3.23 – Схема разломов на площади проектируемой Полоцкой ГЭС: 1 – локальные разломы в осадочном чехле; 2 – фрагменты относительно региональных разломов в кристаллическом фундаменте

На ГДП ГЭС всегда проектируют линии высокоточного нивелирования, имеющие цель изучить вопрос приводохранилищных землетрясений и позволяющие количественно охарактеризовать обстановку.

Рассмотрим влияние вариаций гравитационного поля, вызванного будущим заполнением водохранилища на результаты нивелирования. В качестве исследуемых нами было запроектировано два репера, находящихся в местах, экстремальных по изменению потенциала при заполнении водохранилища. Схема расположения реперов представлена на рисунке 3.24

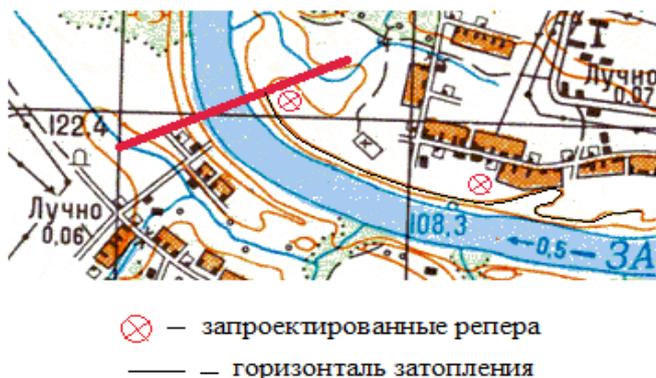


Рис.3.24 Схема расположения реперов

Таблица 3.21 - Геодезические координаты реперов

№	B	L	H, м
1	28°57'11,2"	55°35'51"	127
2	28°57'48,4"	55°35'41,2"	128

Для определения затопления при заполнении водохранилища использовались карты масштаба 1:50000. Отметка НПУ – 118м [38]. Ниже представлена карта масштаба 1:50000 с проектной горизонталью затопления.

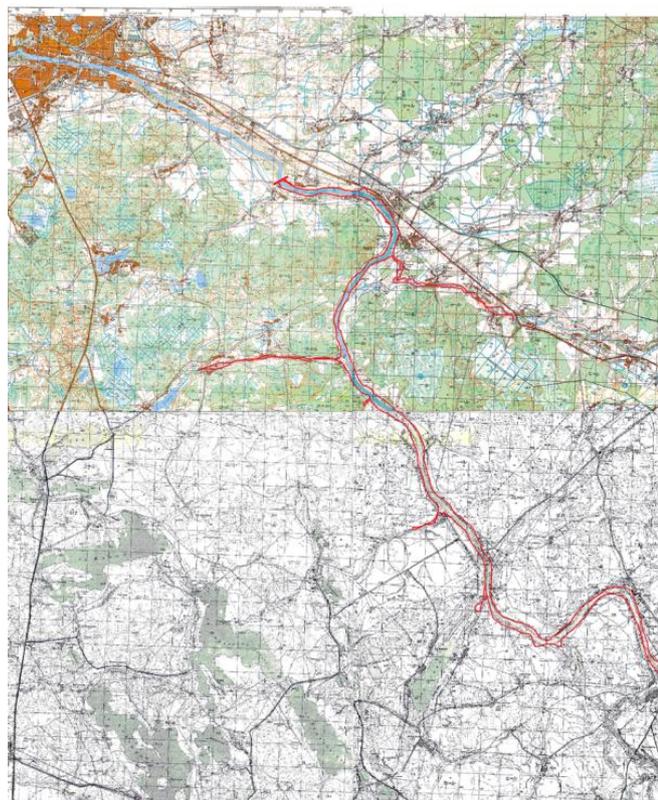


Рисунок 3.25 - Зона затопления водохранилищем Полоцкой ГЭС

Для вычисления поправок  $\delta H$  за изменение гравитационного поля вследствие заполнения водохранилища была использована методика ЦНИИГАиК (см.раздел 2.7.3).

Поправка  $\delta H$  за изменение гравитационного поля вследствие заполнения водохранилища вычислялась по формуле (2.18) [7,9,17]

$$\delta H = \frac{\Delta V}{\gamma} \quad (2.18)$$

где  $\gamma = \gamma_0 - 0,3086H$  - нормальное значение силы тяжести в данной точке;  $\gamma_0$  вычислялось по формуле Гельмерта.

Для вычисления изменений потенциала  $\Delta V$  использовалась круговая палетка Еремеева. Изменение потенциала в каждой зоне вычислялось по формуле (2.22) [9]

$$\Delta V_{iK} = f\rho \frac{S_{iK} \cdot h_{iK}}{r_{iK}} \quad (2.22)$$

где  $\Delta V_{iK}$ - изменение потенциала притяжения, вызванное элементарным объемом (столбом воды, высекаемым отсеком палетки  $ik$ ;  $S_{iK}$  — площадь отсека  $ik$  палетки в масштабе карты;  $h_{iK}$  - средняя глубина водохранилища

в отсеке  $ik$  палетки;  $r_{iK}$ — расстояние от репера до середины зоны палетки ( $r_{iK} = (r_i + r_{i+1}) / 2$ );  $f$  - гравитационная постоянная;  $\rho$  - плотность воды.

Общее изменение потенциала получали путем суммирования всех  $\Delta V_{iK}$ , вычисленных для каждого попавшего на площадь водохранилища отсека палетки, то есть

$$\Delta V = \sum_{i=F}^{IV} \sum_{K=1}^{16} \Delta V_{iK} \quad (2.23)$$

Согласно формулам (2.22, 2.23) было посчитано изменение потенциала в каждой зоне палетки. Изменение потенциала в каждой зоне палетки представлено в таблице 3.22.

Таблица 3.22 - Изменение потенциала в каждой зоне палетки для соответствующих реперов

№ зоны	репер №1	репер №2
	$\Delta V, \text{ м}^*\text{с}^{-2}$	$\Delta V, \text{ м}^*\text{с}^{-2}$
F	$6,71 * 10^{-6}$	$6,88 * 10^{-6}$
E	$4,89 * 10^{-6}$	$4,56 * 10^{-6}$
D	$0,56 * 10^{-5}$	$0,77 * 10^{-5}$
C	$0,55 * 10^{-5}$	$0,68 * 10^{-5}$
B	$0,29 * 10^{-5}$	$0,21 * 10^{-5}$
A	$0,36 * 10^{-5}$	$0,43 * 10^{-5}$
I	$2,29 * 10^{-5}$	$2,41 * 10^{-5}$
II	$4,51 * 10^{-5}$	$4,59 * 10^{-5}$
III	$0,14 * 10^{-4}$	$0,19 * 10^{-4}$
IV	----	----
$\Sigma$	$1,11 * 10^{-4}$	$1,21 * 10^{-4}$

Таблица 3.23 - Поправки  $\delta H$  за изменение потенциала вследствие заполнения водохранилища

№ репера	$\Sigma \Delta V, \text{ м}^*\text{с}^{-2}$	$\gamma, \text{ мГал}$	$\delta H, \text{ м}$
1	$1,11 * 10^{-4}$	979203,295	$1,1 * 10^{-10}$
2	$1,21 * 10^{-4}$	979204,085	$1,2 * 10^{-10}$

Как видно из расчетов, значение получаемых поправок очень мало. Это вызвано низким НПУ и как следствие малым затоплением при заполнении водохранилища. Таким образом можем утверждать, что изменение потенциала вследствие заполнения водохранилища Полоцкой ГЭС, а также при колебаниях уровня воды не скажется на результатах высокоточного нивелирования и нет необходимости в вычислении подобных поправок.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе удалось показать значимость влияния гравитационного поля на результаты геодезических измерений. Были представлены основные сферы влияния гравиметрии в геодезии. Уделено большое внимание полю силы тяжести в геодезии и системам высот в частности. Рассмотрен учет неоднородности гравитационного поля в результатах геодезических измерений с детальным выводом поправок в последние. Представлена методика ЦНИИГАиК по учету изменения гравитационного поля, вызванных заполнением водохранилища и колебанием его уровня в период эксплуатации. Рассмотрены наиболее популярные гравиметрические модели и их применение при решении геодезических задач.

Выполненный анализ глобальной модели геоида EGM2008 показал, что она существенно точнее всех используемых на сегодняшний день моделей, и дает приличные по точности значения как аномалий высот, так и значений аномалий силы тяжести, и ее можно рекомендовать для замены модели EGM96 в тех работах, в которых модель EGM96 используется. Кроме того, разумное сочетание геометрического нивелирования с подключением подробной модели геоида EGM2008 дает вполне приличные результаты.

Выполненное исследование по определению аномалий высот на Полоцком геодинамическом профиле свидетельствуют о существовании на данном локальном участке Полоцко-Курземского тектонического пояса сетки тектонических нарушений. Результаты определения аномалий высот по гравиметрическим данным с привлечением карты аномалий силы тяжести и гравитационной модели EGM2008 и результатам спутниковых и нивелирных измерений хорошо согласуются друг с другом. Полученные результаты в сравнении с исследованиями других годов указывают на современную активность Полоцко-Курземского пояса тектонических разломов и представляют интерес как в научном, так и в прикладном плане.

Исследования по оценке влияния изменения ускорения силы тяжести на результаты нивелирования между эпохами на Полоцком геодинамическом профиле показали, что вертикальные перемещения земной коры на профиле будут соответствовать изменению разности потенциалов, выявляемому из повторных нивелировок, и в этом случае не надо заботиться о повторных измерениях силы тяжести. Данный факт с большой долей вероятности можно отнести и к другим геодинамическим площадкам территории Беларуси.

Исследование же изменения ускорения силы тяжести на водохранилище Полоцкой ГЭС показало, что значение получаемых поправок в нивелирные репера, расположенные в самых экстремальных местах при заполнении водохранилища, очень мало. Таким образом можем утверждать, что изменение потенциала вследствие заполнения водохранилища Полоцкой ГЭС, а также при колебаниях уровня воды не скажется на результатах высокоточного нивелирования, и в данном случае из-за малого объема водохранилища нет необходимости в вычислении подобных поправок. К данному исследованию стоит обратить внимание как при производстве геодезических работ на Полоцкой ГЭС, так и на всем проектируемом каскаде ГЭС на реке Западная Двина.

В целом можно отметить, что в данной работе были рассмотрены наиболее значимые сферы влияния гравиметрии в геодезии. Получены интересные и точные результаты исследований, являющиеся предпосылкой для новых исследований и работ.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 3 <http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/index.html>.
- 4 <http://www.breegs.uz/page/gravimetriya>.
- 1 Торге В. Гравиметрия. - М.: Мир, 1999. – 428с.
- 2 Закатов П.С. Курс Высшей геодезии. - М.: Недра, 1976. – 510с.
- 3 <http://www.astronet.ru/db/msg/1190817/node25.html>.
- 4 Moritz H.: Mass distributions for the equipotential ellipsoid. Boll. Geof. teor. appl. X, 59-65, 1968a.
- 5 Пеллинен Л.П. Высшая геодезия. – М.: Недра, 1978. – 264с.
- 6 Moritz H.: Advanced physical geodesy. H. Wichmann-Abacus Press, Karlsruhe-Tunbridge Wells, 1980. [Имеется перевод: Мориц Г. Современная физическая геодезия. -М.: Недра, 1983.]
- 7 Огородова Л.В., Шимбарев Б.П., Юзефович А.П. Гравиметрия. - М.: Недра, 1978. – 321с.
- 8 Arnautov, G. P., УЕ. N. Klash, A. Kiviniemi, Yu. F. Sti:IS, У. G. Tarasruk, S. N. SCHEGLOV: Determination of absolute gravity values in Finland using laser ballistic gravimeter. РубI. Finn. Geod. Inst., No. 97, Helsinki 1982.
- 9 Шароглазова Г.А. УМК Гравиметрия. - Новополюцк, 2006. – 195с.
- 10 Бровар В.В. Гравитационное поле в задачах инженерной геодезии. М.: Недра, 1983. – 112с.
- 11 Огородова Л.В. Высшая геодезия. М.: Геодезкартиздат, 2006. – 385с.
- 12 Юркина М.И. Об интерпретации результатов повторного геометрического нивелирования // Геодезия и картография. – 1976. – № 10. – С. 15 – 19.
- 13 Шароглазова Г.А. Применение геодезических методов в геодинатике. - Новополюцк, 2006. - 196с.
- 14 Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов. – М.: Недра, 1990. – 168 с.
- 15 Торге В. Изменения силы тяжести в сейсмоактивных и вулканических районах //Геодезия и геофизика, Хельсинки. – сентябрь 1992. - 131-171с.; Пер. с англ. Г.А. Шануров.
- 16 Грушинский Н.П. Основы гравиметрии. – М.: Наука, 1983. – 350с.
- 12 <http://www.astronet.ru/db/msg/1190817/node25.html>.
- 13 Шимбарев Б.П. Теория фигуры Земли. – М.: Недра, 1975. – 432с.

- 14 [http://ru.wikipedia.org/wiki/Фигура\\_Земли](http://ru.wikipedia.org/wiki/Фигура_Земли).
- 15 Яковлев Н.В. Высшая геодезия. – М.: Недра, 1989. – 446с.
- 16 Грушинский Н.П. Основы гравиметрии. – М.: Наука, 1983. – 350с.
- 17 Балавадзе Б.К. Абашидзе В.Г. Повторные гравиметрические измерения в районе водохранилища Ингури ГЭС//Сборник научных трудов по исследованию неприливных изменений силы тяжести и сопутствующих разработок в области аппаратуры методики работ. стр.66-71.
- 18 [http://gravimetr.com/tehnicheskie\\_harakteristiki](http://gravimetr.com/tehnicheskie_harakteristiki).
- 19 <http://geoget.ru/content/view/208/441/>.
- 20 <http://www.agtsys.ru/post/26>.
- 21 <http://www.agtsys.ru/item/151>.
- 22 <http://www.agtsys.ru/item/153>.
- 23 <http://geoget.ru/content/view/102/237/>.
- 24 Непоклонов В.Б. Определение высот с использованием модели геоида //Автоматизированные технологии изысканий и проектирования. – 2007. -№3(26). –стр.56-60.
- 25 Пеллинен Л.П. Высшая геодезия (Теоретическая геодезия). М., Недра, 1978. – 320с.
- 26 Баранов В.Н., Королевич В.В. Пример оценки точности модели EGM 2008 по астрономо-геодезическим данным // Международный научно-технический и производственный журнал «Науки о Земле», 2011, №2, с.39-43.
- 27 Демьянов Г.В. Геодезические системы координат, современное состояние и основные направления развития. «Геодезия и картография», 2008, №9, с. 17–20.
- 28 Pavlis N.K., Holmes S.A., Kenyon S.C., Factor J.K. An Earth Gravitational Model to Degree 2160: EGM2008/EGU General Assembly 2008. Vienna, Austria, April 13–18, 2008.
- 29 Пигин.А.П., Березина С.В. Глобальная модель геоида EGM2008. Предварительный анализ // Инженерные изыскания. – 2009. - №2. – С.44-47.
- 30 <http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/index.html>.
- 31 Непоклонов В.Б. Об использовании новых моделей гравитационного поля Земли в автоматизированных технологиях изысканий и проектирования. «Автоматизированные технологии изысканий и проектирования», 2009, №2 (33), с.72—76.
- 32 А.И. Сидоренко. Некоторые результаты применения модели геоида EGM2008 в сопоставлении с другими моделями// Земля и недвижимость Сибири 5 (19) 2009. Стр.30-34.

- 33 Гарецкий Р.Г., Каратаев Г.И., Астапенко В.И и др. Полоцко-Курземский пояс разломов. Доклады НАН Беларуси, 2002, т. 46, № 6, с. 85–89.
- 34 Каратаев Г.И., Белов Ю.В. Мониторинг гравитационного поля территории Беларуси: результаты наблюдений и интерпретация. Доклады НАН Беларуси. 2004, т. 48, №4, с. 83–86.
- 35 Мاستюлин Л.А., Астапенко В.Н., Кузнецов Ю.Н. Неприливные вариации ускорения силы тяжести на Белорусско-Прибалтийском геофизическом полигоне. Доклады НАН Беларуси. 1993, т. 37, № 3, с. 98–100.
- 36 Г.А.Шароглазова, С.К.Товбас, В.Н.Коровкин, А.Н.Соловьев, Б.А.Фурман, А.В.Ходарович. Результаты инструментальных исследований 2004-2007 годов на Полоцком геодинамическом профиле.// Кредо-диалог. – 2008. -№3(30).
- 37 Г.А.Шароглазова, С.К.Товбас, В.Н.Коровкин, В.В.Ялтыхов. Отчет о научно-исследовательской работе ГПОФИ “Недра Беларуси 13” за 2006-2010гг. “Диагностика современных движений земной коры Беларуси по результатам геодезических и геолого-геофизических исследований” ГБ-4026.
- 38 <http://www.nest.by/news/2011-12-23/pod-polotskom-nachalos-stroitelstvo-ge>.
- 39 [http://novopolock.ru/index.php/novosti/20-pod-polotskom-nachalos\\_vozvedenie\\_gidroelektrostantsii.html](http://novopolock.ru/index.php/novosti/20-pod-polotskom-nachalos_vozvedenie_gidroelektrostantsii.html).
- 40 Р.Г. Гарецкий, Г.И. Каратаев, В.И. Астапенко, И.В. Данкевич. Полоцко-Курземский пояс разломов. – Доклады национальной академии наук Беларуси. – 2002, том 46, №6, с.85-89.



