

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«ПОЛОЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

УДК 528.2:528.7(043.3)

**528
П 34**



**ПИСЕЦКАЯ
ОЛЬГА НИКОЛАЕВНА**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФИГУРЫ ЗЕМЛИ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ GPS-ИЗМЕРЕНИЙ**

**Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук
по специальности 25.00.32 –“Геодезия”**

НОВОПОЛОЦК – 2007

Работа выполнена на кафедре геодезии и фотограмметрии Учреждения образования «Белорусская государственная сельскохозяйственная академия»

Научный руководитель:

доктор технических наук, профессор
А.С. ЯРМОЛЕНКО, Новгородский
государственный университет,
кафедра управления земельными
ресурсами,
г. Великий Новгород

Официальные оппоненты:

доктор технических наук, профессор
В.Н. БАРАНОВ, Московский
государственный университет
землеустройства, кафедра геодезии и
информатики, г. Москва

доктор технических наук, профессор
В.И. МИЦКЕВИЧ, Полоцкий
государственный университет,
кафедра прикладной геодезии
и фотограмметрии, г. Новополоцк

Оппонирующая организация:

Республиканское унитарное
предприятие аэрокосмических
методов в геодезии
«Белаэрокосмогеодезия», г. Минск

Защита состоится 8 февраля 2008 г. в 14⁰⁰ на заседании Совета по
заштите кандидатских диссертаций К.02.19.02 в Учреждении
образования «Полоцкий государственный университет» по адресу:
Республика Беларусь, 211440, г. Новополоцк, ул. Блохина, 29, УО
«ПГУ», ауд. 32.

Тел. (103752145)32383, факс (103752145)34263.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке УО «ПГУ».
Автореферат разослан 22 декабря 2007 г.

Ученый секретарь

Совета по защите диссертаций,
кандидат технических наук

Л.А. Черкас

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с научными программами, темами. Диссертационная работа выполнена в рамках исследований кафедры геодезии и фотограмметрии учреждения образования «Белорусская государственная сельскохозяйственная академия» по теме «Разработка современной технологии геодезического обеспечения земельного кадастра, создание земельно-информационных систем и элементов автоматизации картоставления» в 2003–2007 годах.

Цели и задачи исследований:

- 1) разработка методов восстановления параметров земного эллипсоида по GPS-измерениям приращений координат между пунктами;
- 2) разработка методики определения возмущающего потенциала Земли с применением GPS-измерений для последующего применения в вычислении аномалий высот.

Для достижения поставленных целей решены следующие задачи:

1. Разработана методика восстановления параметров земного эллипсоида с применением GPS-измерений.
2. Разработана методика определения параметров земного эллипсоида методом развертывания с применением GPS-измерений.
3. Разработана методика и выполнено определение параметров земного эллипсоида с применением коллокационного подхода Морица.
4. Выполнено решение задачи Молоденского с применением GPS-измерений и реализован алгоритм этого решения.
5. Разработан и реализован алгоритм восстановления параметров земного эллипсоида с применением GPS-измерений и оценкой точности.
6. Выполнено сравнение возмущающего потенциала Земли определяемого на основе теории Молоденского и с применением GPS-измерений с оценкой точности полученных результатов и учетом рельефа Земли.

Объектом исследований являются модельные и реальные GPS-построения, модельные и реальные поля аномалий силы тяжести.

Предметом исследований являются методы определения параметров Земли и ее гравитационного поля.

При выполнении диссертационной работы использовались методы аналитической систематизации и теория глобальных позиционных систем, теория фигуры Земли, метод математического моделирования,

математико-статистические методы, метод наименьших квадратов, теория ошибок измерений.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту:

1. Методика и алгоритм определения параметров земного эллипсоида с применением GPS-измерений.
2. Оценка точности полученных параметров земного эллипса.
3. Аналитические формулы вывода функции Неймана.
4. Методика и алгоритм определения параметров земного эллипсоида с применением коллокационного подхода Морица.
5. Алгоритм решения основного интегрального уравнения Молоденского в случае наличия GPS-измерений.
6. Алгоритм определения возмущающего потенциала Земли с применением GPS-измерений и оценка точности возмущающего потенциала Земли.

Научная новизна выполненной работы состоит в получении следующих новых результатов:

- 1) предложена методика восстановления параметров земного эллипсоида с применением GPS-измерений;
- 2) разработан алгоритм восстановления параметров земного эллипсоида с применением GPS-измерений;
- 3) выполнена оценка точности полученных параметров земного эллипсоида (большой полуоси и сжатия);
- 4) предложена методика и разработан алгоритм определения параметров земного эллипсоида на основе коллокационного подхода Морица;
- 5) дан полный вывод функции Неймана в случае наличия GPS-измерений;
- 6) предложена методика определения возмущающего потенциала Земли с применением GPS-измерений;
- 7) разработан алгоритм определения возмущающего потенциала Земли на основе теории Молоденского с применением спутниковых измерений;
- 8) выполнена оценка точности полученных значений возмущающего потенциала Земли;
- 9) обоснована плотность расположения гравиметрических пунктов в случае применения чистых аномалий силы тяжести.

Практическая значимость результатов заключается в:

- 1) составлении программ на основе разработанных алгоритмов по восстановлению параметров земного эллипсоида с применением GPS-измерений;
- 2) восстановлении параметров земного эллипсоида по GPS-измерениям приращений координат для локальной территории;
- 3) использовании коллокационного похода Морица для определения параметров земного эллипсоида;
- 4) составлении программ определения возмущающего потенциала Земли на основе разработанных алгоритмов;
- 5) обосновании плотности расположения гравиметрических пунктов при использовании GPS-измерений для определения возмущающего потенциала Земли.

Личный вклад соискателя. Диссертационная работа является завершенным научным трудом. Методика восстановления параметров земного эллипсоида с использованием GPS-измерений, разработка прикладных программ и результаты исследований по данной методике, а так же прикладная программа по определению возмущающего потенциала Земли с применением GPS-измерений и результаты исследований по определению возмущающего потенциала выполнены соискателем самостоятельно.

Апробация результатов диссертации. Изложенные в диссертации материалы научных исследований докладывались на научно-практической конференции “Региональная география: проблемы развития и преподавания” (Могилев, 2004), на международной научной конференции “Геодезия и кадастры. Прошлое, настоящее и будущее” (Новополоцк, 2006), на международной научно-практической конференции “Системы навигации и позиционирования” (Минск, 2007), на ежегодных семинарах кафедры геодезии и фотограмметрии БГСХА, результаты исследований доложены руководству РУП “Белаэрокосмогеодезия”.

Опубликованность результатов. Результаты выполненных исследований опубликованы в 12 научных статьях на 96 страницах. Из них 6 статей в научных журналах, 5 статей в сборниках научных трудов и 1 статья в сборнике материалов международной научной конференции.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, общей характеристики, трех глав, заключения, библиографического списка и приложений. Общий объем работы составляет 124 страницы, в том числе 100 страниц основного текста, 8 таблиц, 9

рисунков, 13 приложений и библиографический список из 93 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснован выбор темы и ее актуальность.

В первой главе "Обоснование определения фигуры Земли с применением GPS-измерений" раскрыты особенности геодезических измерений спутниковыми методами.

Дана характеристика проблемы определения параметров фигуры Земли и описание определения параметров земного эллипсоида геометрическим и физическим методами.

Точное определение параметров земного эллипсоида обеспечивает наибольшую близость квазигеоида и геоида.

Обосновывается необходимость определения аномалий высот (высот геоида над эллипсоидом). Так как для вычисления аномалий высот возможно применение формулы:

$$\zeta = \frac{T}{\gamma},$$

где T – возмущающий потенциал Земли;

γ – нормальная сила тяжести,

то вопрос заключается в установлении возмущающего потенциала T , определяемого из решения теории фигуры Земли.

В обзоре литературных источников на современном этапе приводится вывод основных параметров фигуры Земли с использованием модели нормальной Земли на основе теоремы Пицетти. Приведено условие минимума аномального гравитационного поля Земли для определения фундаментальных постоянных, определяющих форму и гравитационное поле общего земного эллипсоида.

Отражены основные фундаментальные постоянные и параметр большой полуоси, которые получены на основе обработки серий альтиметрических данных.

Приведены теоретические аспекты решения краевых задач Стокса и Молоденского.

Во второй главе "Теория восстановления параметров фигуры Земли с использованием спутниковых измерений" раскрывается общий

подход к восстановлению параметров земного эллипсоида данным методом.

Суть теории заключается в том, что, располагая астрономическими координатами пунктов (φ, λ, H') , измеренными базовыми линиями GPS-построений исследуется возможность восстановления параметров земного эллипса с достаточной точностью. При этом измеренные значения приращений координат выражаются через следующие параметры:

- составляющие уклонений отвесных линий в плоскости меридиана ξ, ξ_j ;
- составляющие уклонений отвесных линий в плоскости первого вертикала η, η_j ;
- аномалии высоты ζ, ζ_j ;
- поправка в приближенное значение большой полуоси эллипса δa_0 (поправка в приближенное значение первого параметра эллипса);
- поправка в приближенное значение второго параметра эллипса (этим параметром может быть сжатие α или любой из эксцентриситетов).

На этом основании составляется система уравнений поправок измеренных приращений координат:

$$V = AX + L , \quad (1)$$

где V – вектор поправок в измеренные приращения координат;

A – матрица коэффициентов уравнений поправок ;

L – вектор свободных членов;

X – вектор приведенных выше неизвестных (параметров).

Настоящая система решается по методу наименьших квадратов, и получаем решение с соответствующей матрицей весов. Таков общий алгоритм рассмотренного метода. В данной главе получены значения частных производных по всем неизвестным системы (1).

Излагается теория определения параметров земного эллипса методом развертывания с применением GPS-измерений. Ставится задача уточнения параметров принятого эллипса для исследуемой территории. В данном методе предполагаются известными геодезические координаты точек в системе “старого эллипса”. Используя GPS-измерения необходимо определить параметры нового эллипса. На основе теории метода развертывания составляются известные уравнения градусных измерений.

Эти уравнения дополняются GPS-измерениями. Здесь вместо приращений координат предлагается использовать следующее расстояние:

$$D = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}, \quad (2)$$

где $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – измеренные приращения координат.

В линейном разложении это уравнение записывается так:

$$a\xi_1 + b\eta_1 + c\zeta_k + d\zeta_r + e\Delta a + f\Delta \alpha + \ell_D = 0, \quad (3)$$

где $\ell_D = D - D_0$,

D_0 – значение расстояния, вычисленное по приближенным значениям неизвестных,

a, b, c, d, e, f – коэффициенты, соответствующие частным производным.

Уравнения градусных измерений и (3) решаются при условии

$$\sum_{i=1}^n (\xi_i^2 + \eta_i^2) = \min, \quad (4)$$

где n – число уравнений градусных измерений.

В результате решения находим поправки в параметры эллипсоида, поправки в составляющие уклонений отвесных линий и аномалии высот.

Излагается теория Молоденского в случае наличия GPS-измерений. Ставится вопрос определения фигуры квазигеоида относительно эллипсоида с использованием GPS-измерений. Для этого обосновывается следующее краевое условие, соответствующее второй краевой задаче теории потенциала:

$$\frac{\partial T}{\partial \rho} = \delta g, \quad (5)$$

где δg – чистая аномалия;

T – возмущающий потенциал;

ρ – расстояние от центра Земли до произвольной точки, в которой определяется возмущающий потенциал.

Краевое условие (5) было сформулировано ранее, но его решение из-за больших ошибок измерений высот в 70-х гг. не осуществлялось.

Лишь в настоящее время (5) приобретает актуальность. Однако для изложения полной теории решения данного уравнения необходимо решить следующие задачи:

- 1) вывести обобщенный ряд Стокса для данного случая;
- 2) определить соответствующий возмущающий потенциал T на сфере;
- 3) решить задачу Молоденского при краевом условии (5);
- 4) выполнить оценку точности.

В результате решения поставленных задач, выведен обобщенный ряд Стокса в случае GPS-измерений. Окончательно он записывается следующим образом:

$$T(\rho, \theta, \lambda) = -\sum \frac{R^{n+2}}{\rho^{n+1}(n+1)} g_n(\theta, \lambda), \quad (6)$$

где R – радиус Земли.

Выражение (6) является решением краевого условия (5). Составляющая $g_n(\theta, \lambda)$ определяется из зависимости:

$$g_n(\theta, \lambda) = \frac{2n+1}{4\pi} \iint_{\omega} \delta g P_n(\cos \psi) d\omega, \quad (7)$$

где $P_n(\cos \psi)$ – полином Лежандра степени n .

δg – значение чистой аномалии на сфере;

ω – телесный угол, соответствующий элементу поверхности $d\sigma$ на сфере.

Возмущающий потенциал на сфере:

$$T_{GPS} = \frac{1}{4\pi R} \iint K(\psi)_{GPS} \delta g d\sigma,$$

где функция Неймана $K(\psi)_{GPS}$ – это выражение:

$$K(\psi) = \frac{2R}{r} \cdot \left(\ln \frac{\left| \frac{R}{\rho} - \cos \psi + \sqrt{\left(\frac{R}{\rho} - \cos \psi \right)^2 + (\sin \psi)^2} \right|}{\left| 1 - \cos \psi \right|} \right).$$

Отметим, что в существующей литературе эта функция записана в упрощенном варианте без учета логарифмирования по абсолютной величине, что вызвано упрощениями в выводах.

Для оценки точности необходимо определить стандарт полученного решения:

$$\sigma_{\tau_{GPS}} = \frac{1}{4\pi R} \sqrt{M \left[\int \int (\delta g - M\delta g) K_{GPS}(\psi) d\sigma \right]^2}, \quad (8)$$

где M – знак математического ожидания;

$K_{GPS}(\psi)$ – функция Неймана для GPS-измерений.

Описывается практическая реализация алгоритмов восстановления параметров фигуры Земли с применением GPS-измерений. Исходя из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} AX + L = V \\ BX + W = 0 \end{cases}. \quad (9)$$

Условное уравнение (9) налагается на аномалии высот.

На систему (9) налагается вначале условие $\sum \zeta^2 = \min$, а после него $V^T PV = \min$.

В результате получим систему нормальных уравнений, верхний треугольник которой имеет вид:

$$\begin{cases} -N_1 N_1^T K_1 + N_2 X_2 - N_1 B_1^T K_2 + A^T PL = 0 \\ 0 \cdot X_2 + B_2^T K_2 + 0 = 0 \\ -B_1 B_1^T K_2 + 0 = 0 \end{cases}, \quad (10)$$

где N_1 и N_2 – относятся к векторам X_1 – высот геоида (ζ) и X_2 – составляющих уклонений отвесных линий (ξ, η) и поправок ($\Delta a, \Delta \alpha$);

K_1, K_2 – векторы коррелат;

$$B_1 = -E,$$

E – единичная матрица;

$$B_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & b_{11} & b_{12} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & b_{21} & b_{22} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & b_{k1} & b_{k2} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

а коэффициенты b_{ij} – определяются характером условия $BX + W = 0$.

На основе алгоритма решения многокритериальной задачи легко получить частные случаи при

$$B_1 = (001001001\dots001)$$

$$B_2 = (0\dots0)$$

и при $B=0$, когда аномалии высот не определяются.

На основе алгоритма (10) составлены программы восстановления параметров земного эллипсоида с применением GPS-измерений.

Применен коллокационный подход Морица к определению параметров земного эллипсоида, на основе которого составлена и решена линейная система:

$$AX + BT + n = l$$

или

$$AX + BT - l = -n . \quad (12)$$

Здесь A – матрица коэффициентов при векторе неизвестных X , а B – вектор функционалов от T . В терминах средней квадратической коллокации, A – матрица влияния, n – вектор ошибок измерений, l – вектор наблюдений.

Вместо функции T примем вектор значений для каждой точки:

ζ – значение уклона отвесной линии в плоскости меридiana;

η – значение уклона отвесной линии в плоскости первого вертикала;

ζ – аномалия высоты.

Вектор параметров X представим в виде компонент уклонений отвесных линий и поправок в приближенные значения большой полуоси эллипсоида δa и сжатия $–\delta a$. Вместо функции T примем ей соответствующие значения аномалий высот в каждой точке в виде вектора, а вместо вектора функционалов B – матрицу коэффициентов A_2 при векторе X_2 .

Тогда системе (12) будет соответствовать следующий эквивалент теории математической обработки геодезических измерений:

$$A_1 X_1 + A_2 X_2 + L = V . \quad (13)$$

Здесь

$$L = -l,$$

$$V = -n.$$

Для определения неизвестных X_1 и X_2 применим коллокационный принцип. В соответствии с этим принципом записывается условие

$$\Phi = X_2^T X_2 + V^T P V + 2K^T (A_1 X_1 + A_2 X_2 + L - V) = \min \quad (14)$$

которое позволяет найти векторы X_1 , X_2 , V из уравнений

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \Phi}{\partial X_1} = 2K^T A_1 = 0 \\ \frac{\partial \Phi}{\partial X_2} = 2X_2^T + 2K^T A_2 = 0 \\ \frac{\partial \Phi}{\partial V} = 2V^T P - 2K^T = 0 \end{array} \right\} \quad (15)$$

После ряда подстановок приходим к решению:

$$X_1 = -\bar{N}^{-1} A_1^T N^{-1} L, \quad (16)$$

где

$$\bar{N} = A_1^T N^{-1} A. \quad (17)$$

В соответствии с приведенными выводами составлена и реализован алгоритм определения параметров земного эллипсоида.

В третьей главе “Экспериментальные работы по определению фигуры Земли с применением GPS-измерений” изложены экспериментальные исследования по восстановлению параметров земного эллипсоида (большой полуоси a и сжатия α) с применением GPS- измерений приращений координат. Цель данных исследований:

1. Выполнить проверку предложенных алгоритмов определения и восстановления параметров земного эллипсоида.

2. По результатам реализации данных алгоритмов выполнить оценку точности.

Методика работы излагается в диссертационной работе на модельных и реальных геодезических построениях и здесь не приведена.

Вычисление отклонений параметров большой полуоси и сжатия выполнялось в трех вариантах при:

- 1) одновременном восстановлении параметров эллипсоида;
- 2) восстановлении сжатия эллипсоида при известном значении большой полуоси;
- 3) восстановлении большой полуоси эллипсоида при известном значении сжатия.

По результатам исследований установлена эмпирическая зависимость средних абсолютных отклонений Δa и $\Delta \alpha$ определяемых параметров a и α от числа пунктов n GPS-сети и длин сторон сети S .

Для подтверждения результатов исследований было выполнено определение и восстановление параметров сжатия и большой полуоси земного эллипсоида с применением GPS-измерений координат пунктов на основе материалов высокоточной опорной геодезической аэродромной сети Республики Беларусь, созданной Республиканским Унитарным Предприятием "Белазрокосмогеодезия". Отклонение восстановленных параметров от параметров эллипсоида Красовского составили для большой полуоси 0,23 м и для сжатия 0,000000042.

В этой же главе изложены исследования по определению возмущающего потенциала Земли с применением GPS-измерений. Целью данных исследований является:

1. Выполнить проверку предложенного алгоритма определения возмущающего потенциала Земли с применением GPS-измерений.

2. Выполнить оценку точности полученных решений.

3. Проанализировать точность определения аномалий высот в зависимости от плотности расположения гравиметрических пунктов.

Для реализации вышеуказанного алгоритма на основе реальных данных была построена модель аномалий силы тяжести из 487 точек в узлах сетки квадратов $10^\circ \times 10^\circ$.

Возмущающий потенциал определялся по чистым и смешанным аномалиям. Выполнялось сравнение возмущающего потенциала для каждой точки. На основе разностей потенциалов определялись средние квадратические ошибки определения потенциалов по разностям двойных определений. Точность вычислений совпадала с расчетной. Связь между чистой и смешанной аномалиями силы тяжести определяются по известной в теории фигуры Земли формуле.

Обоснование плотности гравиметрических пунктов осуществляется исходя из точности определения возмущающего потенциала. Стандарт возмущающего потенциала при вычислении его как по чистым, так и по смешанным аномалиям осуществляется по формуле (8).

Переходя к дискретному случаю можно записать:

$$\sigma_{T_{GPS}} = \frac{\sigma_{\Delta g}}{4\pi R} \sqrt{\sum_{i=a}^{180} K_{GPS}^2(\psi_i) p_i (\Delta\sigma_{GPS})^2}. \quad (18)$$

Если в (18) вместо $\sigma_{\Delta g}$ принять $\sigma_{\Delta g}$, а вместо $K_{GPS}(\psi)$ просто $S(\psi)$, то получим σ_T .

Численное интегрирование осуществляется на интервале сетки квадратов от $0,1^\circ \times 0,1^\circ$ до $1^\circ \times 1^\circ$ с шагом через $0,1^\circ$, при этом получая суммы:

$$\sum_{i=a}^{180} S^2(\psi_i) p_i (\Delta\sigma)^2, \quad (19)$$

$$\sum_{i=a}^{180} K_{GPS}^2(\psi_i) p_i (\Delta\sigma_{GPS})^2, \quad (20)$$

где $\Delta\sigma$, $\Delta\sigma_{GPS}$ – элементарные площадки;

p_i – число повторений $S(\psi)$ и $K_{GPS}(\psi)$ при суммировании;
 a – начальное значение i .

Из соотношения выражений (19) и (20) установлено, что

$$\Delta\sigma_{GPS} = 1.5\Delta\sigma. \quad (21)$$

Следовательно, использование GPS-измерений позволяет при одинаковой точности определения аномалий силы тяжести уменьшить плотность гравиметрических пунктов в 1,5 раза.

Разработана методика оценки точности определения возмущающего потенциала с учетом рельефа, что дополняет теоретические положения по теории фигуры Земли.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертации

Основные научные результаты диссертационной работы, полученные по ходу ее выполнения, заключаются в следующем:

1. Разработана методика восстановления параметров земного эллипсоида с применением GPS-измерений [2], [9], [3-А].

2. Выполнена разработка алгоритмов решения поставленной задачи по восстановлению параметров земного эллипсоида [7-А]. Решение выполнено при условиях:

- многокритериальности задачи;
- равенства суммы высот геоида над эллипсоидом нулю;
- определения лишь уклонения отвесных линий.

3. Разработана методика определения параметров земного эллипсоида методом развертывания с применением GPS-измерений. В частности вместо приращений координат использовать расстояние, полученное на их основе [4-А].

4. Разработана методика и алгоритм определения параметров земного эллипсоида на основе коллокационного подхода Морица.

5. Выполнено решение задачи Молоденского с применением GPS-измерений [9], [10], [5]:

- решение при сферической аппроксимации при втором краевом условии, которое приобретает актуальность с появлением точных GPS-методов определения геодезических высот;

- аналитически получена формула Неймана для случая GPS-измерений и приведено его решение с оценкой точности;

- выведено основное интегральное уравнение Молоденского в случае применения GPS-измерений и выполнено его решение разложением в ряд, результатом которого является определение возмущающего потенциала при выше указанном краевом условии [6].

6. Реализован алгоритм сравнения определения возмущающего потенциала Земли с применением GPS-измерений и согласно решения Молоденского.

7. Исследована точность определения возмущающего потенциала Земли с применением спутниковых измерений [8], [11-А], результатом которой является заключение о возможности применения чистых аномалий в разработанном методе. Разработана методика оценки точности

определения аномалий высот с учетом рельефа при произвольном расположении гравиметрических пунктов.

Рекомендации по практическому использованию результатов

1. Результаты заключений позволяют рекомендовать к внедрению алгоритм восстановления земного эллипсоида в учебный процесс геодезических факультетов, в геодезическую практику, в производственный процесс навигационно-топографической службы.

2. Согласно проведенных исследований, при современной точности измерения аномалий силы тяжести и возможности применения чистых аномалий, достижима миллиметровая точность определения аномалий высот. При этом плотность гравиметрических пунктов может быть уменьшена в 1,5 раза.

Список публікацій соискателя

- 1 Ярмоленко, А.С., Писецкая, О.Н. Модели уравнивания результатов GPS-измерений в геодезических сетях / А.С. Ярмоленко, О.Н. Писецкая // Рэгіянальная геаграфія: праблемы развіцця і выкладання: зб. навук. артык. МДУ імя А.А.Куляшова; рэдкалл.: М.І. Вішнеўскі [і др.] – Магілёў, 2004. – С.207 – 208.
- 2 Ярмоленко, А.С., Писецкая, О.Н. К определению параметров земного эллипсоида с помощью GPS-измерений /А.С. Ярмоленко, О.Н. Писецкая // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка.–2005.– №3. – С.30–39.
- 3-А Писецкая ,О.Н., Ярмоленко, А.С. Общий подход к определению параметров земного эллипсоида с помощью GPS-измерений / О.Н. Писецкая, А.С. Ярмоленко // Информационное и геодезическое обеспечение кадастров: сб. науч. тр. БГСХА; редкол.: А.С. Ярмоленко [и др.] – Горки, 2005. – С.18–25.
- 4-А Писецкая ,О.Н., Ярмоленко, А.С. Определение параметров земного эллипсоида методом развертывания в случае наличия GPS-измерений / О.Н. Писецкая, А.С. Ярмоленко // Информационное и геодезическое обеспечение кадастров: сб. науч. тр. БГСХА; редкол.: А.С. Ярмоленко [и др.] – Горки, 2005. – С.25–30.
- 5 Ярмоленко, А.С., Писецкая, О.Н. Краевое условие теории фигуры Земли и обобщение ряда Стокса в случае применения GPS-измерений / А.С. Ярмоленко, О.Н. Писецкая // Информационное и геодезическое обеспечение кадастров: сб. науч. тр. БГСХА; редкол.: А.С. Ярмоленко [и др.] – Горки, 2005. – С.30–42.
- 6 Ярмоленко, А.С., Писецкая, О.Н. Определение возмущающего потенциала в случае наличия GPS-измерений / А.С. Ярмоленко, О.Н. Писецкая // Информационное и геодезическое обеспечение кадастров: сб. науч. тр. БГСХА; редкол.: А.С. Ярмоленко [и др.] – Горки, 2005. – С.42–51.
- 7-А Писецкая, О.Н. Уточнение параметров земного эллипсоида по GPS-измерениям приращений координат / О.Н. Писецкая // Земля Беларуси. - 2006. - №3. - С. 21–23.
- 8 Ярмоленко, А.С., Писецкая, О.Н. Развитие теории Молоденского в случае наличия GPS-измерений / А.С.Ярмоленко, О.Н.Писецкая // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2006. – №6. – С.49–75.
- 9 Ярмоленко, А.С., Писецкая, О.Н. Основные проблемы определения параметров земного эллипсоида и высот на основе GPS-измерений

/ А.С. Ярмоленко, О.Н. Писецкая // Вестник БГСХА. – 2006.– № – 2. – С.102–106.

10 Ярмоленко, А.С., Писецкая, О.Н. Развитие теории Молоденского в случае наличия GPS-измерений / А.С. Ярмоленко, О.Н. Писецкая // Вестник ПГУ. Серия ВВ. Приклад. науки. Геодезия – 2006. – №9.– С.97–104.

11-А Писецкая, О.Н. Определение аномалий высот на основе теории потенциала для GPS-измерений / О.Н. Писецкая // Геодезия и кадастры. Прошлое, настоящее и будущее: материалы Междунар. науч. конф., Новополоцк, 26-28 октября 2006г. / ПГУ под ред. Подшивалова В.П. Новополоцк, 2006. – С.43–47

12 Ярмоленко, А.С., Писецкая, О.Н. Практическая реализация определения параметров земного эллипсоида с использованием GPS-измерений/ А.С. Ярмоленко, О.Н. Писецкая // Вестник ПГУ. Серия FF. Приклад. науки. Строительство – 2007. – № 6.– С.114 – 118.

РЭЗЮМЭ

Пісецкая Вольга Мікалаеўна
Вызначэнне фігуры Зямлі з прымненнем GPS-вымярэнняў

Ключавыя слова: вастанаўленне параметраў зямнога эліпсоіда, GPS-вымярэнні, метад развёртывання, вызначэнне ўзбуразльнага патэнцыяла Зямлі, тэорыя Маладенскага, функцыя Неймана.

Даследуецца магчымасць вастанаўлення параметраў зямнога эліпсоіда па GPS-вымярэнням прыращэнняў каардынат паміж пунктамі, магчымасць вызначэння ўзбуразльнага патэнцыяла Зямлі з прымненнем GPS-вымярэнняў і дакладнасць атрыманых вынікаў.

Выкарыстоўваліся метады аналітычнай сістэматызацыі, тэорэя глабальных пазіцыённых сістэм, тэорыя фігуры Зямлі, метад матэматычнага мадэлявання, матэматыка-статыстычныя метады, метад найменьшых квадратаў, тэорыя памылак вымярэнняў.

Атрыманы наступныя новыя вынікі:

1. Разпрацавана методыка вастанаўлення параметраў зямнога эліпсоіда з ужываннем GPS-вымярэнняў.
2. Разпрацавана методыка вызначэння параметраў зямнога эліпсоіда метадам развёртывання з ужываннем GPS-вымярэнняў.
3. Разпрацавана методыка вызначэння параметраў зямнога эліпсоіда на аснове каллакацыйнага падыходу Морыца.
4. Зроблена рашэнне задачы Маладенскага з ужываннем GPS-вымярэнняў.
5. Разпрацаваны и рэалізаваны алгарытмы вызначэння параметраў зямнога эліпсоіда з ужываннем GPS-вымярэнняў і алгарытмы вызначэння ўзбуразльнага патэнцыяла Зямлі з ужываннем GPS-вымярэнняў.
6. Зроблена ацэнка дакладнасці атрыманых рашэнняў.

Вынікі заключэнняў па зробленым даследваннім дазваляюць рэкамендаваць алгарытм вастанаўлення параметраў зямнога эліпсоіда ў навучальны працэс геадэзічных факультэтаў, у геадэзічную практику, у вытворчы працэс навігацийна-тапаграфічнай службы.

РЕЗЮМЕ

Писецкая Ольга Николаевна

Определение фигуры Земли с использованием GPS-измерений

Ключевые слова: восстановление параметров земного эллипсоида, GPS-измерения, метод развертывания, определение возмущающего потенциала Земли, теория Молоденского, функция Неймана.

Исследуются возможность восстановления параметров земного эллипсоида по GPS-измерениям приращений координат между пунктами, возможность определения возмущающего потенциала Земли с применением GPS-измерений и точность полученных результатов.

Использовались методы аналитической систематизации, теория глобальных позиционных систем, теория фигуры Земли, метод математического моделирования, математико-статистические методы, метод наименьших квадратов, теория ошибок измерений.

Получены следующие новые результаты:

1. Разработана методика восстановления параметров земного эллипсоида с применением GPS-измерений.
2. Разработана методика определения параметров земного эллипсоида методом развертывания с применением GPS-измерений.
3. Разработана методика определения параметров земного эллипсоида на основе коллокационного подхода Морица.
4. Выполнено решение задачи Молоденского с применением GPS-измерений
5. Разработаны и реализованы алгоритмы определения параметров земного эллипсоида с применением GPS-измерений и алгоритмы определения возмущающего потенциала Земли с применением GPS-измерений.
6. Выполнена оценка точности полученных решений.

Результаты заключений по выполненным исследованиям позволяют рекомендовать алгоритм восстановления земного эллипсоида в учебный процесс геодезических факультетов, в геодезическую практику, в производственный процесс навигационно-топографической службы.

SUMMARY

Olga Pisetskaya

Definition of the Earth figure with application of GPS-measurements

Keywords: restoration of the earth ellipsoid parameters, GPS-measurements, method of expansion, definition of the Earth disturbing potential, theory of Molodensky, function of Stoks.

The possibility of restoration of the earth ellipsoid parameters with application of GPS-measurements through coordinate increments between marks, the possibility of definition of the Earth disturbing potential with application of GPS-measurements and the accuracy of the received results are investigated.

The methods of analytical ordering, the theory of global positioning systems, the theory of the Earth figure, the method of mathematical modelling, mathematic and statistical methods, the method of the least squares, the theory of mistakes and measurements were used.

The following new results are received:

1. The general theory of restoration of the earth ellipsoid parameters with application of GPS-measurements and the theory of definition of the earth ellipsoid parameters through the method of expansion in case of GPS-measurements availability are developed.

2. The theory of definition of the Earth disturbing potential on the basis of the theory of Molodensky with application of GPS-measurements is developed.

3. The algorithms of restoration of the earth ellipsoid parameters with application of GPS-measurements and accuracy rating and algorithms of definition of the Earth disturbing potential by means of the classical method on the basis of the theory of Molodensky and with application of GPS-measurements are developed. The accuracy rating of the received results is carried out.

The results of conclusions on the carried out researches allow recommending the algorithm of restoration of the earth ellipsoid to be applied.

The conclusion on the Stoks's function inferred in the dissertational work in case of application of GPS-measurements should be included into educational process, alongside with the classical one, on disciplines "Higher geodesy" and "Theory of the Earth figure" of all geodetic specialities.

The results of the research are introduced into the educational process at the Land Use Planning Faculty of the Belarussian State Agricultural Academy.

