Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет»

ФИЗИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

ДЛЯ СТУДЕНТОВ-ЗАОЧНИКОВ
ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

В трех частях

ЧАСТЬ 1

**ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ,
МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ**

Новополоцк 2006

УДК 53 (075.8)

Одобрены и рекомендованы к изданию
методической комиссией геодезического факультета

Кафедра физики

Составители:

В.А. ГРУЗДЕВ, доктор техн. наук, профессор
Г.А.ДУБЧЕНОК, ст. преподаватель
Г.М. МАКАРЕНКО, канд. техн. наук, профессор

Рецензенты:

С.А. ВАБИЩЕВИЧ, канд физ.-мат. наук, доцент
Н.В. ОЩЕПКОВА, канд. техн. наук, доцент

ПРЕДИСЛОВИЕ

Физика – наука о природе: о строении, свойствах и взаимодействии составляющих ее материальных тел и полей. Главная цель этой науки – выявить и объяснить законы природы, которыми определяются все физические явления. Занимая центральное место среди других наук в объяснении законов природы, физика играет первостепенную роль в формировании научного мировоззрения.

Цель настоящего учебно-методического пособия – оказать помощь студентам инженерно-технических специальностей в изучении курса физики. В пособии материал курса физики распределен на три контрольные работы, каждая из которых имеет 40 вариантов заданий. Перед каждым заданием приводятся основные формулы и примеры решения задач. Кроме того, в пособии даны общие методические указания, рабочая программа, некоторые справочные величины.

Список литературы, использованной при составлении пособия, приведен в конце книги.

1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. За время изучения курса общей физики студент-заочник должен представить в учебное заведение, в зависимости от специальности, от двух до четырех контрольных работ.

2. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблицам вариантов.

3. Контрольные работы нужно выполнять чернилами в школьной тетради, на обложке которой приводятся сведения по образцу (прил. 1).

4. Условия задач в контрольной работе надо переписать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставляются поля.

5. В конце контрольной работы указать, каким учебником или учебным пособием студент пользовался при изучении физики (название учебника, автор, год издания). Это делается для того, чтобы рецензент в случае необходимости мог указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы.

6. Высылать на рецензию следует одновременно не более одной работы. Во избежание одних и тех же ошибок очередную работу следует высылать только после получения рецензии на предыдущую.

7. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, решения которых оказались неверными. Повторную работу необходимо представить вместе с незачтенной.

8. Зачтенные контрольные работы предъявляются экзаменатору. Студент должен быть готов во время экзамена дать пояснения по существу решения задач, входящих в контрольные работы.

9. Решения задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями; в тех случаях, когда это возможно, дать чертеж, выполненный с помощью чертежных принадлежностей.

10. Решать задачу надо в общем виде, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.

11. После получения расчетной формулы для проверки правильности ее следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин обозначения единиц этих величин, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученное при этом наименование величины соответствует искомому. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.

12. Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу следует выражать только в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения однородных величин, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.

13. При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3{,}52\cdot10^{3}$, вместо 0, 00129 записать $1{,}29\cdot10^{-3}$ и т.п.

14. Вычисления по расчетной формуле надо производить с соблюдением правил приближенных вычислений. Как правило, окончательный ответ следует записывать с тремя значащими цифрами. Это относится и к случаю, когда результат получен с применением калькулятора.

Раздел 1. Физические основы механики

1.1. Элементы кинематики. Кинематический закон движения материальной точки в координатной, естественной и векторной формах. Перемещение. Средние и мгновенные скорость и ускорение. Декартовы проекции скорости и ускорения. Нормальное и касательное ускорения. Движение точки по окружности. Кинематика поступательного и вращательного движений твердого тела. Векторы угловой скорости и углового ускорения. Связь угловых и линейных величин.

1.2. Основы динамики. Законы Ньютона. Виды силовых взаимодействий. Второй закон Ньютона как уравнение движения. Импульс, момент импульса и кинетическая энергия материальной точки; законы изменения этих величин. Работа переменных сил. Консервативные силы, потенциальная энергия и их взаимосвязь. Неконсервативные силы, диссипация механической энергии. Законы изменения импульса, момента импульса и механической энергии системы. Центр масс, уравнение его движения. Динамические характеристики движения в системе центра масс. Замкнутые системы, законы сохранения импульса и момента импульса. Консервативные системы, закон сохранения механической энергии. Законы сохранения и симметрия пространства и времени. Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.

1.3. Динамика твердого тела. Момент импульса и момент инерции тела относительно оси. Законы изменения и сохранения проекции момента импульса на ось вращения. Основное уравнение динамики вращательного движения. Кинетическая энергия сложного движения. Расчет потенциальной энергии в поле сил тяжести. Работа при вращательном движении. Законы изменения и сохранения механической энергии в сложном движении. Свободные оси и тензор моментов инерции. Гироскоп и его движение.

1.4. Гидродинамика. Скалярные и векторные поля. Векторные линии. Векторная трубка. Конвективные потоки массы, импульса, энергии. Плотности потока скалярных величин. Уравнения баланса массы, импульса и энергии в объеме сплошной среды. Силы давления в жидкости, гидростатика несжимаемой жидкости. Стационарное движение идеальной несжимаемой жидкости, уравнение неразрывности, уравнение Бернулли. Внутреннее трение, закон Ньютона, формулы Пуазейля, Стокса. Ламинарный и турбулентный режимы течений жидкостей и газов. Число Рейнольдса.

1.5. Элементы неклассической механики. Границы применимости классической механики. Элементы частной теории относительности. Преобразования Галилея и Лоренца. Понятие одновременности. Относительность длин и промежутков времени. Интервал. Закон сложения скоростей. Импульс. Основной закон релятивистской динамики. Кинетическая энергия. Энергия покоя. Закон взаимосвязи массы и энергии. Энергия связи системы. Связь между энергией и импульсом частицы.

Раздел 2. Основы молекулярной физики и термодинамики

2.1. Термодинамические параметры и их молекулярно-кинетическое истолкование. Идеальный газ. Давление, основное уравнение молекулярно-кинетической теории. Температура, газовый термометр. Уравнение Менделеева-Клапейрона. Молекулярно-кинетический смысл температуры. Уравнение состояния вещества. Внутренняя энергия и способы ее изменения. Теплоемкость.

2.2. Равновесные свойства газов. Энергия теплового движения многоатомной молекулы. Внутренняя энергия идеального газа, классическая теория теплоемкости и ее ограниченность, объяснение температурной зависимости теплоемкости на основе квантово-механических представлений. Силы и потенциальная энергия межмолекулярного взаимодействия. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Изотермы реального газа. Критические параметры.

2.3. Статистические распределения. Вероятность, средние значения, флуктуации. Вычисление средних величин с использованием функций распределения. Закон Максвелла для распределения молекул по скоростям и энергиям теплового движения. Среднее число столкновений и средняя длина свободного пробега молекул. Ультраразряженные газы. Закон Больцмана для распределения частиц в потенциальном поле. Барометрическая формула.

2.4. Явления переноса. Равновесные и неравновесные процессы. Время релаксации. Опытные законы диффузии, теплопроводности и внутреннего трения. Молекулярно-кинетическая теория этих явлений. Статистический вес макроскопических состояний. Неравновесные процессы как переход к более вероятным состояниям. Больцмановское определение энтропии. Принцип возрастания энтропии.

2.5. Основы термодинамики. Первый закон термодинамики. Вычисление работы и теплоты равновесных процессов. Изопроцессы. Термодинамика изохорного, изобарного, изотермического процессов. Приведенное количество теплоты. Вычисление изменения энтропии. Уравнения адиабатного процесса. Циклические процессы как основа работы тепловых машин. Тепловые двигатели, тепловые насосы, холодильные машины. Идеальная тепловая машина Карно и ее кпд. Обратимые и необратимые процессы. Второй закон термодинамики. Влияние необратимых процессов на кпд. Третий закон термодинамики. Внутренняя энергия реального газа. Эффект Джоуля-Томсона. Фазовые переходы первого и второго рода. Особенности жидкого и твердого состояний вещества.

2. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ ПО РАЗДЕЛАМ КУРСА ФИЗИКИ

2.1. КИНЕМАТИКА

Средняя и мгновенная скорости материальной точки

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}; \qquad \langle \upsilon \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t};$$

$$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt}; \qquad \upsilon = \frac{ds}{dt},$$

где $\Delta \vec{r}$ – элементарное перемещение точки за промежуток времени Δt; $\vec{r}$ – радиус-вектор точки; Δs – путь, пройденный точкой за промежуток времени Δt.

Среднее и мгновенное ускорения материальной точки

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t}; \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}.$$

Полное ускорение при криволинейном движении

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n; \qquad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2},$$

где $a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}$ – тангенциальная составляющая ускорения; $a_n = \frac{\upsilon^2}{R}$ – нормальная составляющая ускорения (R – радиус кривизны траектории в данной точке).

Путь и скорость для равнопеременного движения

$$s = \upsilon_0 t \pm \frac{at^2}{2}; \qquad \upsilon = \upsilon_0 \pm at,$$

где υ_0 – начальная скорость.

Угловая скорость

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

Угловая скорость для р а в н о м е р н о г о вращательного движения

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n\,,$$

где T – период вращения; $n = N / t$ – частота вращения (N – число оборотов, совершаемых телом за время t).

Угол поворота и угловая скорость для р а в н о п е р е м е н н о г о вращательного движения

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}; \qquad \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t\,,$$

где ω_0 – начальная угловая скорость.

Связь между *линейными* и *угловыми* величинами

$$s = R\cdot\varphi; \quad \upsilon = R\cdot\omega; \quad a_\tau = R\cdot\varepsilon; \quad a_n = \omega^2\cdot R,$$

где R – расстояние точки от оси вращения.

2.2. ДИНАМИКА

Импульс (количество движения) материальной точки

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon}\,.$$

Второй закон Ньютона (о с н о в н о е у р а в н е н и е д и н а м и к и материальной точки)

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \text{ или } \vec{F}dt = d(m\vec{\upsilon}),$$

где Fdt – импульс силы, $d(m\upsilon)$ – импульс тела.

Это же уравнение в проекциях на касательную и нормаль к траектории точки

$$F_\tau = ma_\tau = m\frac{d\upsilon}{dt}; \qquad F_n = ma_n = \frac{m\upsilon^2}{R} = m\omega^2 R\,.$$

Сила трения скольжения

$$F = \mu\, N,$$

где μ – коэффициент трения скольжения; N – сила нормального давления.

Сила трения качения

$$F = \frac{\mu_k N}{r},$$

где μ_k – коэффициент трения качения; r – радиус катящегося тела.

Закон сохранения импульса для замкнутой системы

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i = const,$$

где n – число материальных точек (или тел), входящих в систему.

Скорость центра масс системы материальных точек

$$\vec{\upsilon}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i}{m},$$

где m_i и r_i– соответственно масса и радиус-вектор i-той материальной точки; n – число материальных точек в системе.

Импульс системы

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon}_c,$$

где m – масса системы, $\vec{\upsilon}_c$ – скорость центра масс системы.

Уравнение движения тела переменной массы (уравнение Мещерского)

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_p,$$

где $\vec{F}_p = -\vec{u}\frac{dm}{dt}$ – реактивная сила ($\vec{u}$ – скорость истечения газов из ракеты).

2.3. РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

Работа, совершаемая постоянной силой,

$$dA = F_s ds = F ds \cos\alpha,$$

где F_s – проекция силы на направление перемещения; α – угол между направлениями силы и перемещения.

Работа, совершаемая переменной силой на пути s,

$$A = \int_s F_s ds = \int_s F \cos\alpha ds.$$

Средняя мощность за промежуток времени Δt

$$\langle N \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t}.$$

Мгновенная мощность

$$N = \frac{dA}{dt}, \qquad \text{или} \qquad N = \vec{F}\vec{\upsilon} = F_s \upsilon = F \upsilon \cos\alpha .$$

Кинетическая энергия д в и ж у щ е г о с я со скоростью υ тела массой m

$$W_K = \frac{m\upsilon^2}{2}.$$

Связь между *силой*, действующей на тело в данной точке поля, и *потенциальной энергией* тела

$$\vec{F} = -grad W_\Pi, \qquad \text{или} \qquad \vec{F} = -(\frac{\partial W_\Pi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial W_\Pi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W_\Pi}{\partial z}\vec{k}),$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы координатных осей.

Потенциальная энергия тела, п о д н я т о г о над поверхностью земли на высоту h,

$$W_\Pi = mgh,$$

где g – ускорение свободного падения.

Сила упругости

$$F = -kx,$$

где x – деформация; k – коэффициент упругости.

Потенциальная энергия у п р у г о д е ф о р м и р о в а н н о г о тела

$$W_\Pi = \frac{kx^2}{2}.$$

Закон сохранения механической энергии (для консервативной системы)

$$W_K + W_\Pi = E = const.$$

Коэффициент восстановления

$$\varepsilon = \frac{\upsilon'_n}{\upsilon_n},$$

где υ'_n и υ_n – соответственно нормальные составляющие относительной скорости тел после и до удара.

Скорости тел массами m_1 и m_2 после их *абсолютно упругого* центрального удара

$$\upsilon_1' = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon_1 + 2m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2}; \qquad \upsilon_2' = \frac{(m_2 - m_1)\upsilon_2 + 2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2},$$

где υ_1 и υ_2 – скорости этих тел до удара.

Скорость тел массами m_1 и m_2, движущихся соответственно со скоростями υ_1 и υ_2, после *абсолютно неупругого* центрального удара

$$\upsilon = \frac{m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2}.$$

2.4. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Момент инерции материальной точки

$$J = mr^2,$$

где m – масса точки; r – расстояние до оси вращения.

Момент инерции системы (тела)

$$J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2,$$

где r_i – расстояние материальной точки массой m_i до оси вращения.

В случае непрерывного распределения масс

$$J = \int r^2 dm.$$

Моменты инерции тел правильной геометрической формы (тела считаются однородными; m – масса тела) представлены в таблице.

Тело	Положение оси вращения	Момент инерции
Полый тонкостенный цилиндр радиусом R	Ось симметрии	mR^2
Сплошной цилиндр или диск радиусом R	То же	$\frac{1}{2}mR^2$
Прямой тонкостенный стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его середину	$\frac{1}{12}ml^2$
То же	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его конец	$\frac{1}{3}ml^2$
Шар радиусом R	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mR^2$

Теорема Штейнера

$$J = J_c + ma^2,$$

где J_c – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс; J – момент инерции относительно параллельной оси, отстоящей от первой на расстоянии a; m – масса вращающегося тела.

Кинетическая энергия тела, в р а щ а ю щ е г о с я вокруг неподвижной оси z,

$$W_{Kвр} = \frac{J_z \omega^2}{2},$$

где J_z – момент инерции тела относительно оси z; ω – его угловая скорость.

Кинетическая энергия тела, к а т я щ е г о с я по плоскости без скольжения,

$$W_K = \frac{1}{2} m \upsilon_c^2 + \frac{1}{2} J_c \omega^2,$$

где m – масса тела; υ_c – скорость центра масс тела; J_c – момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс; ω – угловая скорость тела.

Момент силы относительно неподвижной точки

$$\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right],$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из этой точки в точку приложения силы $\vec{F}$.

Модуль момента силы

$$M = Fl,$$

где l – плечо силы (кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения).

Работа при вращении тела

$$dA = M_z d\varphi,$$

где $d\varphi$ – угол поворота тела; M_z – момент силы относительно оси z.

Момент импульса (момент количества движения) твердого тела относительно оси вращения

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i \upsilon_i r_i = J_z \omega,$$

где r_i – расстояние от оси z до отдельной частицы тела; $m_i\upsilon_i$ – импульс этой частицы; J_z – момент инерции тела относительно оси z; ω – его угловая скорость.

Уравнение (закон) динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}; \qquad M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon,$$

где ε – угловое ускорение; J_z – момент инерции тела относительно оси z.

Закон сохранения момента импульса (момента количества движения) для замкнутой системы

$$\vec{L} = const.$$

Напряжение при упругой деформации тела

$$\sigma = \frac{F}{S},$$

где F – растягивающая (сжимающая) сила; S – площадь поперечного сечения тела.

Относительное продольное растяжение (*сжатие*)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

где Δl – изменение длины тела при растяжении (сжатии); l – длина тела до деформации.

Относительное поперечное растяжение (сжатие)

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d},$$

где Δd – изменение диаметра стержня при растяжении (сжатии); d – диаметр стержня.

Связь между относительным поперечным сжатием (растяжением) ε' и относительным продольным растяжением (сжатием) ε

$$\varepsilon' = \mu\varepsilon,$$

где μ – коэффициент Пуассона.

Закон Гука для продольного растяжения (сжатия)

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где E – модуль Юнга.

Потенциальная энергия упругорастянутого (сжатого) тела

$$W_\Pi = \int_0^{\Delta l} F dx = \frac{1}{2}\frac{ES}{l}(\Delta l)^2 = \frac{E\varepsilon^2}{2}V,$$

где V – объем тела.

2.5. ТЯГОТЕНИЕ. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Третий закон Кеплера

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3},$$

где T_1 и T_2 – периоды обращения планет вокруг Солнца; R_1 и R_2 – большие полуоси орбит этих планет.

Закон всемирного тяготения

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где F – сила всемирного тяготения (гравитационная сила) двух материальных точек массами m_1 и m_2; r – расстояние между точками; G – гравитационная постоянная.

Сила тяжести

$$P = mg,$$

где m – масса тела; g – ускорение свободного падения.

Напряженность поля тяготения

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m},$$

где $\vec{F}$ – сила тяготения, действующая на материальную точку массой m, помещенную в данную точку поля.

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точек массами m_1 и m_2, находящихся на расстоянии r друг от друга,

$$W_\Pi = -\frac{Gm_1 m_2}{r}.$$

Потенциал поля тяготения

$$\varphi = \frac{W_\Pi}{m},$$

где W_Π – потенциальная энергия материальной точки массой m, помещенной в данную точку поля.

Связь между *потенциалом поля тяготения и его напряженностью*

$$\vec{g} = -grad\varphi, \qquad \text{или} \quad \vec{g} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right),$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы координатных осей.

Первая и вторая космические скорости

$$\upsilon_1 = \sqrt{gR_0}, \qquad \upsilon_2 = \sqrt{2gR_0},$$

где R_0 – радиус Земли.

Основной закон динамики для неинерциальных систем отсчета

$$m\vec{a}' = m\vec{a} + \vec{F}_{ин},$$

где $\vec{a}$ и $\vec{a}'$ – соответственно ускорения тела в инерциальной и неинерциальной системах отсчета, $\vec{F}_{ин}$ – силы инерции.

Силы инерции

$$\vec{F}_{ин} = \vec{F}_и + \vec{F}_ц + \vec{F}_К,$$

где $\vec{F}_и$ – силы инерции, проявляющиеся при поступательном движении системы отсчета с ускорением a_0: $\vec{F}_и = -m\vec{a}_0$; $\vec{F}_ц$ – центробежные силы инерции (силы инерции, действующие во вращающейся системе отсчета на тела, удаленные от оси вращения на конечное расстояние R): $F_ц = -m\omega^2 R$; $\vec{F}_К$ – кориолисова сила инерции, действующая на тело, движущееся со скоростью υ' во вращающейся системе отсчета.

$$\vec{F}_К = 2m\left[\vec{\upsilon}', \vec{\omega}\right].$$

2.6. ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАНИКИ ЖИДКОСТЕЙ

Гидростатическое давление столба жидкости на глубине h

$$p = \rho g h,$$

где ρ – плотность жидкости.

Закон Архимеда

$$F_A = \rho g V,$$

где F_A – выталкивающая сила; V – объем вытесненной жидкости.

Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости

$$S\upsilon = const,$$

где S – площадь поперечного сечения трубки тока; υ – скорость жидкости.

Уравнение Бернулли для стационарного течения идеальной несжимаемой жидкости

$$\frac{\rho\upsilon^2}{2} + \rho g h + p = const,$$

где p – статическое давление жидкости для определенного сечения трубки тока; υ – скорость жидкости для этого же сечения; $\frac{\rho\upsilon^2}{2}$ – динамическое давление жидкости для этого же сечения; h – высота, на которой расположено сечение; $\rho g h$ – гидростатическое давление. Для трубки тока, расположенной горизонтально,

$$\frac{\rho\upsilon^2}{2} + p = const.$$

Формула Торричелли, позволяющая определить скорость истечения жидкости из малого отверстия в открытом широком сосуде,

$$\upsilon = \sqrt{2gh},$$

где h – глубина, на которой находится отверстие относительно уровня жидкости в сосуде.

Сила внутреннего трения между слоями текущей жидкости

$$F = \eta \cdot \left|\frac{\Delta\upsilon}{\Delta x}\right| \cdot S,$$

где η – динамическая вязкость жидкости; $\frac{\Delta\upsilon}{\Delta x}$ – градиент скорости; S – площадь соприкасающихся слоев.

Число Рейнольдса, определяющее характер движения жидкости,

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho\langle\upsilon\rangle d}{\eta},$$

где ρ – плотность жидкости; $\langle\upsilon\rangle$ – средняя по сечению трубы скорость жидкости; d – характерный линейный размер, например, диаметр трубы.

Формула Стокса, позволяющая определить силу сопротивления, действующую на медленно движущийся в вязкой среде шарик,

$$F = 6\pi\eta r\upsilon,$$

где r – радиус шарика; υ – его скорость.

Формула Пуазейля, позволяющая определить объем жидкости, протекающий за время t через капиллярную трубку длиной l,

$$V = \pi R^4 \frac{\Delta p t}{8\eta l},$$

где R – радиус трубки; Δp – разность давлений на концах трубки.

При движении твердых тел в жидкостях и газах *лобовое сопротивление*

$$R_x = C_x \frac{\rho\upsilon^2}{2} S,$$

где C_x – коэффициент сопротивления (безразмерный); ρ – плотность среды; υ – скорость движения тела; S – площадь наибольшего поперечного сечения тела.

Подъемная сила

$$R_y = C_y \frac{\rho\upsilon^2}{2} S,$$

где C_y – коэффициент подъемной силы (безразмерный).

2.7. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

Закон Бойля – Мариотта

$$pV = \text{const при } T = \text{const},\ m = \text{const},$$

где p – давление; V – объем; T – термодинамическая температура; m – масса газа.

Закон Гей-Люссака

$$V = V_0(1 + \alpha t),\ \text{или}\ \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2},\ \text{при } p = \text{const},\ m = \text{const}.$$

Закон Шарля

$$p = p_0(1 + \alpha t),\ \text{или}\ \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2},\ \text{при } V = \text{const},\ m = \text{const},$$

где t – температура по шкале Цельсия; V_0 и p_0 – соответственно объем и давление при 0 °C; коэффициент $\alpha = 1/273$ К$^{-1}$; индексы 1 и 2 относятся к произвольным состояниям.

Закон Дальтона для давления смеси n идеальных газов

$$p = \sum_{i=1}^{n} p_i\,,$$

где p_i – парциальное давление i-го компонента смеси.

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона – Менделеева)

$$pV_m = RT \text{ (для одного моля газа)};$$

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \text{ (для произвольной массы газа)},$$

где V_m – молярный объем; R – молярная газовая постоянная; μ – молярная масса газа; m – масса газа; $\nu = m/\mu$ – количество вещества.

Зависимость давления газа от концентрации n молекул и температуры

$$p = nkT,$$

где k – постоянная Больцмана ($k = \frac{R}{N_A}$, N_A – постоянная Авогадро).

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle \upsilon_{кв} \rangle^2, \text{ или } pV = \frac{2}{3} N \frac{m_0 \langle \upsilon_{кв} \rangle^2}{2} = \frac{2}{3} E, \text{ или}$$

$$pV = \frac{1}{3} N m_0 \langle \upsilon_{кв} \rangle^2 = \frac{1}{3} m \langle \upsilon_{кв} \rangle^2,$$

где $\langle \upsilon_{кв} \rangle$ – средняя квадратичная скорость молекул; E – суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул газа; n – концентрация молекул; m_0 – масса одной молекулы; $m = Nm_0$ – масса газа; N – число молекул в объеме газа V.

Скорость молекул:

наиболее вероятная

$$\upsilon_в = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}};$$

средняя квадратичная

$$\langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}};$$

средняя арифметическая

$$\langle \upsilon \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}},$$

где m_0 – масса одной молекулы.

Средняя кинетическая энергия *поступательного* движения молекулы идеального газа

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{3}{2} kT.$$

Закон Максвелла для распределения молекул идеального газа по скоростям

$$f(\upsilon)=\frac{dN(\upsilon)}{Nd\upsilon}=4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2}\upsilon^2 e^{-m_0\upsilon^2/(2kT)},$$

где функция $f(\upsilon)$ распределения молекул по скоростям определяет относительное число молекул $dN(\upsilon)/N$ из общего числа N молекул, скорости которых лежат в интервале от υ до $\upsilon + d\upsilon$.

Закон Максвелла для *распределения молекул идеального газа по энергиям теплового движения*

$$f(\varepsilon)=\frac{dN(\varepsilon)}{Nd\varepsilon}=\frac{2}{\sqrt{\pi}}(kT)^{-3/2}\varepsilon^{1/2}e^{-\varepsilon/(kT)},$$

где функция $f(\varepsilon)$ распределения молекул по энергиям теплового движения определяет относительное число молекул $dN(\varepsilon)/N$ из общего числа N молекул, которые имеют кинетические энергии $\varepsilon = m_0\upsilon^2/2$, заключенные в интервале от ε до $\varepsilon+d\varepsilon$.

Барометрическая формула

$$p_h = p_0 e^{-\mu g(h-h_0)/(RT)},$$

где p_h и p_0 – давления газа соответственно на высоте h и h_0.

Распределение Больцмана во внешнем потенциальном поле

$$n = n_0 e^{-\mu g(h-h_0)/(RT)} = n_0 e^{-m_0 gh/(kT)}, \text{ или } n = n_0 e^{-\Pi/(kT)},$$

где n и n_0 – концентрации молекул соответственно на высоте h и $h = 0$; $\Pi = m_0 gh$ – потенциальная энергия молекулы в поле тяготения.

Среднее число соударений, испытываемых молекулой газа за 1 с,

$$\langle z\rangle = \sqrt{2}\pi d^2 n\langle\upsilon\rangle,$$

где d – эффективный диаметр молекулы; n – концентрация молекул; $\langle\upsilon\rangle$ – средняя арифметическая скорость молекул.

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle l\rangle = \frac{\langle\upsilon\rangle}{\langle z\rangle} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}.$$

Закон теплопроводности *Фурье*

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dx} St,$$

где Q – теплота, прошедшая посредством теплопроводности через площадь S за время t; $\frac{dT}{dx}$ – градиент температуры; λ – коэффициент теплопроводности,

$$\lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \langle \upsilon \rangle \langle l \rangle,$$

где c_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; ρ – плотность газа; $<\upsilon>$ – средняя арифметическая скорость теплового движения его молекул; $<l>$ – средняя длина свободного пробега молекул.

Закон диффузии Фика

$$M = -D \frac{d\rho}{dx} St,$$

где M – масса вещества, переносимая посредством диффузии через площадь S за время t; $\frac{d\rho}{dx}$ – градиент плотности, $D = \frac{1}{3} \langle \upsilon \rangle \langle l \rangle$ – коэффициент диффузии.

Закон Ньютона для внутреннего трения (вязкости)

$$F = -\eta \frac{d\upsilon}{dx} S,$$

где F – сила внутреннего трения между движущимися слоями площадью S; $\frac{d\upsilon}{dx}$ – градиент скорости; $\eta = \frac{1}{3} \rho \langle \upsilon \rangle \langle l \rangle$ – динамическая вязкость.

2.8. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

Средняя кинетическая энергия поступательного движения, приходящаяся на одну степень свободы молекулы

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{2} kT.$$

Средняя энергия молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT ,$$

где i – число степеней свободы.

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \nu \frac{1}{2} RT = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT ,$$

где ν – количество вещества; m – масса газа; M – молярная масса газа; R – молярная газовая постоянная.

Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A ,$$

где Q – количество теплоты, сообщенное системе или отданное ею; ΔU – изменение ее внутренней энергии; A – работа системы против внешних сил.

Первое начало термодинамики в *дифференциальной форме*

$$\delta Q = dU + \delta A .$$

Связь между молярной C и удельной c теплоемкостями газа

$$C = c\mu ,$$

где μ – молярная масса газа.

Молярные теплоемкости газа при постоянном объеме и постоянном давлении

$$C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_p = \frac{i+2}{2} R .$$

Уравнение Майера

$$C_p = C_V + R .$$

Изменение внутренней энергии идеального газа

$$dU = \frac{m}{\mu} C_V dT .$$

Элементарная работа, совершаемая газом при изменении его объема

$$dA = pdV .$$

Полная работа при изменении объема газа

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV ,$$

где V_1 и V_2 – соответственно начальный и конечный объемы газа.

Работа газа:

при изобарном процессе

$$A = p\left(V_2 - V_1\right), \text{ или } A = \frac{m}{\mu} R\left(T_2 - T_1\right);$$

при изотермическом процессе

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln\frac{V_2}{V_1}, \text{ или } A = \frac{m}{\mu} RT \ln\frac{p_1}{p_2}.$$

Уравнение адиабатного процесса (*уравнение Пуассона*)

$$pV^{\gamma} = \text{const}, \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad T^{\gamma}p^{1-\gamma} = \text{const},$$

где $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V} = \dfrac{i+2}{i}$ – показатель адиабаты.

Работа в случае адиабатного процесса

$$A = \frac{m}{\mu} C_V\left(T_1 - T_2\right), \text{ или}$$

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1}\frac{m}{\mu}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right] = \frac{p_1V_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right],$$

где T_1, T_2, и V_1, V_2 – соответственно начальные и конечные температура и объем газа.

Термический коэффициент полезного действия (кпд) *для кругового процесса (цикла)*

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 – количество теплоты, полученное системой; Q_2 – количество теплоты, отданное системой; A – работа, совершаемая за цикл.

Термический коэффициент полезного действия *цикла Карно*

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 – температура нагревателя; T_2 – температура холодильника.

Изменение энтропии при равновесном переходе системы из состояния 1 в состояние 2

$$\Delta S_{1\to 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dU + dA}{T}.$$

2.9. РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ, ЖИДКОСТИ И ТВЕРДЫЕ ТЕЛА

Уравнение состояния реального газа (уравнение Ван-дер-Ваальса) для одного моля

$$\left(p+\frac{a}{V_m^2}\right)\left(V_m-b\right)=RT,$$

где V_m – молярный объём; a и b – постоянные Ван-дер-Ваальса, различные для разных газов.

Уравнение Ван-дер-Ваальса *для произвольной массы газа*

$$\left(p+\frac{\nu^2 a}{V^2}\right)\left(\frac{V}{\nu}-b\right)=RT,$$

где $\nu = m/\mu$ – количество вещества, $V = \nu V_m$.

Внутреннее давление, обусловленное силами взаимодействия молекул,

$$p'=\frac{a}{V_m^2}.$$

Критические параметры – объем $V_к$, давление $p_к$ и температура $T_к$ – связаны с постоянными a и b Ван-дер-Ваальса соотношениями:

$$V_к=3b,\quad p_к=\frac{a}{27b^2},\quad T_к=\frac{8a}{27Rb}.$$

Внутренняя энергия 1 моля реального газа

$$U_m=C_V T-\frac{a}{V_m},$$

где C_V – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Поверхностное натяжение

$$\sigma=\frac{F}{l},\ \text{или}\ \ \sigma=\frac{\Delta E}{\Delta S},$$

где F – сила поверхностного натяжения, действующая на контур l, ограничивающий поверхность жидкости; ΔE – поверхностная энергия (пропорциональна площади ΔS поверхности пленки).

Формула Лапласа, позволяющая определить избыточное давление для произвольной поверхности жидкости двоякой кривизны:

$$\Delta p = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где R_1 и R_2 – радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных нормальных сечений поверхности жидкости; радиус кривизны положителен, если центр кривизны находится внутри жидкости (выпуклый мениск), и отрицателен, если центр кривизны находится вне жидкости (вогнутый мениск). В случае сферической поверхности

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}.$$

Высота подъема жидкости в капиллярной трубке

$$h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g r},$$

где θ – краевой угол; r – радиус капилляра; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения.

Закон Дюлонга и Пти

$$C_V = 3R,$$

где C_V – молярная (атомная) теплоемкость химически простого твердого тела.

Уравнение Клапейрона – Клаузиуса, позволяющее определить изменение температуры фазового перехода в зависимости от изменения давления при равновесно протекающем процессе

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T\left(V_2 - V_1\right)},$$

где L – теплота фазового перехода; $(V_2 - V_1)$ – изменение объема вещества при переходе его из первой фазы во вторую; T – температура перехода (процесс изотермический).

При повышении температуры *длина твердых тел возрастает* в первом приближении линейно с температурой, т. е.

$$l_1 = l_0\left(1 + at\right),$$

где l_1 – длина тела при температуре t, l_0 – его длина при температуре 0° С, a – коэффициент линейного теплового расширения.

Для твердых изотропных тел $a = \frac{1}{3}b$, где b – коэффициент объемного теплового расширения.

Относительное изменение д л и н ы стержня по закону Гука в случае деформации продольного растяжения (или одностороннего сжатия) стержня

$$\frac{\Delta l}{l} = \alpha p_н = \frac{1}{E} p_н,$$

где $p_н$ – удельная нагрузка, т.е. $p_н = \frac{F}{S}$, где F – растягивающая (сжимающая) сила, S – площадь поперечного сечения, α – коэффициент упругости.

Величина $E = \frac{1}{\alpha}$ называется модулем упругости (модулем Юнга).

Относительное изменение т о л щ и н ы стержня при продольном растяжении

$$\frac{\Delta d}{d} = \beta p_н,$$

где β – коэффициент поперечного сжатия.

Величина $\sigma = \frac{\beta}{\alpha}$ называется *коэффициентом Пуассона.*

Для закручивания стержня (проволоки) на некоторый угол φ необходимо приложить *момент пары сил*

$$M = \frac{\pi N r^4 \varphi}{2l},$$

где l – длина проволоки, r – ее радиус и N – модуль сдвига материала проволоки.

3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Над колодцем глубиной h = 10 м бросают вертикально вверх камень с начальной скоростью $\upsilon_{нач}$ = 14 м/с. Через какое время камень достигнет дна колодца?

Анализ. Прежде всего, следует особенно подчеркнуть, что в течение всего времени, пока камень движется, его движение совершается по одному и тому же закону. Действительно, ускорение камня, равное ускорению свободного падения, если пренебречь сопротивлением воздуха, все время остается неизменным. Следовательно, движение камня является равнопеременным движением с отличной от нуля начальной скоростью. Тот факт, что, начиная с некоторого момента, скорость имеет противоположное первоначальному направление, не дает никаких оснований считать, что в этот момент меняется закон движения тела.

Движение камня происходит по следующему закону:

$$y = y_0 + \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}, \tag{1.1}$$

его скорость

$$\upsilon = \frac{dy}{dt} = \upsilon_0 + at. \tag{1.2}$$

Знаки начальной скорости и ускорения и численное значение y_0 определяются выбором положительного направления оси и начала отсчета. В этом можно убедиться в следующих трех случаях:

1) ось Y направлена вниз; начало отсчета помещается на уровне Земли. Тогда

$$y_0 = 0; \qquad \upsilon_0 = -\upsilon_{нач}; \quad a = g.$$

Уравнения (1.1) и (1.2) для данного случая принимают вид:

$$y = -\upsilon_{нач} t + \frac{gt^2}{2}; \qquad \upsilon_0 = -\upsilon_{нач} + gt;$$

2) ось Y направлена вверх; начало отсчета на уровне дна колодца. Тогда

$$y_0 = h; \qquad \upsilon_0 = \upsilon_{нач}; \qquad a = -g.$$

Уравнение движения: $y = h + \upsilon_{нач} t - \dfrac{gt^2}{2}$;

скорость камня: $\upsilon_0 = \upsilon_{нач} - gt$;

3) ось направлена вверх; начало координат на уровне Земли. Тогда

$$y_0 = 0; \qquad \upsilon_0 = \upsilon_{нач}; \qquad a = -g.$$

Уравнение движения: $y = \upsilon_{нач} t - \dfrac{gt^2}{2}$;

скорость камня: $\upsilon_0 = \upsilon_{нач} - gt$.

Решение. Проводим решение, например, по третьему варианту.

$$y = \upsilon_{нач} t - \frac{gt^2}{2}, \qquad \text{или} \qquad y = \upsilon_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Решая это уравнение относительно t, получим

$$t = \frac{\upsilon_0 \pm \sqrt{\upsilon_0^2 - 2gy}}{g}. \tag{1.3}$$

Отсюда сразу находим время $t_к$, по истечении которого камень достигает дна колодца ($y = -h$):

$$t_k = \frac{\upsilon_0 + \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}}{g}. \tag{1.4}$$

Корень $t_k' = \dfrac{\upsilon_0 - \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}}{g}$ отбрасываем, так как он не имеет физического смысла: $t_k' < 0$.

Полезно обратить внимание на то, что исследование равенства (1.3) дает возможность ответить на ряд вопросов:

1. Найти максимальную высоту H подъёма камня.

Из уравнения (1.3) видно, что t имеет действительное значение до тех пор, пока

$$\upsilon_0^2 - 2gy \geq 0. \tag{1.5}$$

Из уравнения (1.5) имеем $y \leq \dfrac{\upsilon_0^2}{2g}$, откуда

$$H = y_{\max} = \frac{\upsilon_0^2}{2g}.$$

2. Найти время, по истечении которого камень находится в любой промежуточной точке своего пути.

При $H > y \geq 0$ в (1.3) получится два ответа, каждый из которых имеет физический смысл, так как в каждой точке камень бывает дважды за время своего движения.

Задача 2. Камень брошен с высоты h = 2,1 м под углом α = 45° к горизонту и падает на землю на расстоянии s = 42 м (по горизонтали от места бросания (рис. 1). Найти начальную скорость υ_0 камня, время полета τ и максимальную высоту H подъема над уровнем земли. Определить также радиусы кривизны траектории в верхней точке и в точке падения камня на землю.

Анализ. Движение камня, происходящее по параболе, можно рассматривать как сумму независимых движений: равномерное движение по горизонтали (по оси X) и равнопеременное по вертикали (по оси Y). Начало отсчета удобно выбрать в точке бросания. Ось Y направим вертикально вверх.

Решение. Для движения камня по оси X имеем

$$\upsilon_x = \upsilon_0 \cos\alpha = const; \quad x = \upsilon_0 t \cos\alpha \qquad \text{при } t = \tau, \quad x = s.$$

Следовательно,

$$s = \upsilon_0 \tau \cos\alpha. \tag{2.1}$$

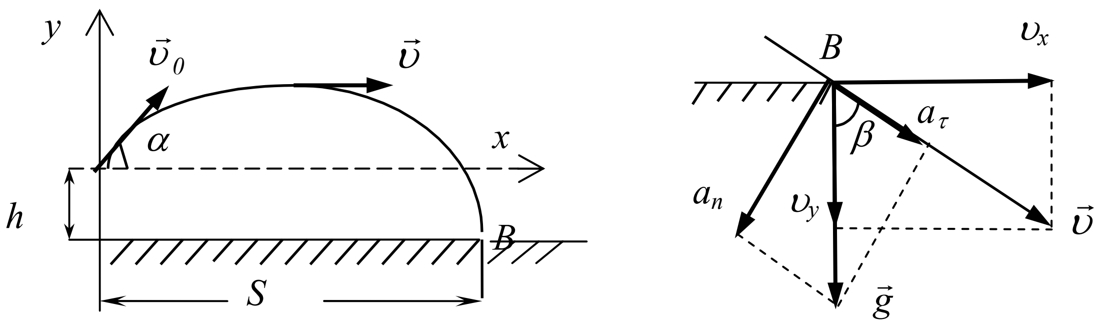


Рис. 1

Для движения камня по оси Y

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt, \tag{2.2}$$

$$y = \upsilon_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}. \tag{2.3}$$

При $t = \tau$ $\quad y = -h$, поэтому

$$-h = \upsilon_0 \tau \sin\alpha - \frac{g\tau^2}{2}, \tag{2.4}$$

$$\upsilon_{yB} = \upsilon_0 \sin\alpha - g\tau. \tag{2.5}$$

Решая совместно уравнения (2.1) и (2.4), находим значения τ и υ_0.

$$\tau = \sqrt{\frac{2(h + s \cdot tg\alpha)}{g}} = 3 \text{ с},$$

$$\upsilon_0 = \frac{s}{\tau \cos\alpha} = 20 \text{ м/с}.$$

Высоту подъема камня над землей можно найти из условия

$$H = h + y_{\max}.$$

При $y = y_{\max}$ имеем $\upsilon_y = 0$; $t = t_1$. Подставив в уравнение (2.2) $\upsilon_y = 0$, находим время подъема t_1

$$t_1 = \frac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g}.$$

Подставив t_1 в уравнение (2.4), получим

$$y_{\max} = \frac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{2g}, \qquad H = h + \frac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = 12 \text{ м}.$$

Определим теперь направление векторов полного ускорения и скорости, величины нормального и тангенциального ускорений в точках траектории, указанных в условии задачи. В верхней точке траектории $\upsilon_y = 0$, $\upsilon = \upsilon_x$, следовательно, векторы ускорения и скорости взаимно перпендикулярны. Это значит, что $a_t = 0$, $a_n = g$.

Зная нормальное ускорение и скорость, найдем радиус кривизны траектории в рассматриваемой точке по формуле

$$r = \frac{\upsilon^2}{a_n} = \frac{\upsilon_0^2 \cos^2\alpha}{g} = 20 \text{ м}.$$

В конечной точке траектории синус угла β между векторами скорости и ускорения может быть выражен следующим образом:

$$\sin\beta = \frac{\upsilon_x}{\upsilon}.$$

Разложив вектор полного ускорения g на тангенциальное и нормальное, получим $a_t = g\cos\beta$; $a_n = g\sin\beta$; радиус траектории в этой точке также находится из соотношения

$$r = \frac{\upsilon^2}{a_n}, \qquad \text{т.е.} \qquad r = \frac{\upsilon^2}{g \sin\beta}.$$

Поскольку полное время τ движения и начальная скорость υ_0 уже найдены, скорость в точке падения на землю определяется по формуле

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 \cos^2\alpha + (\upsilon_0 \sin\alpha - g\tau)^2} = 21 \text{ м/с}.$$

Тогда радиус кривизны траектории в этой точке $r = 63$ м.

Задача 3. Зависимость координаты материальной точки от времени дается уравнением $x = b - 3t + 2t^2$. Найти: 1) зависимость скорости от времени; 2) расстояние, пройденное точкой, скорость и ускорение точки через 2 с от начала движения; 3) среднюю скорость движения за этот промежуток времени.

Решение. Проекция вектора скорости на ось OX – это производная от координаты по времени:

$$v_x = \frac{\mathrm{dx}}{\mathrm{dt}} = -3 + 4\mathrm{t}.$$

Проекция вектора ускорения на ось OX – это производная от проекции вектора скорости на ось OX по времени:

$$a_x = \frac{\mathrm{dv_x}}{\mathrm{dt}} = 4 \text{ м/с}^2$$

Проанализировав уравнение зависимости скорости от времени, можно заметить, что векторы начальной скорости и ускорения имеют противоположные направления, так как их проекции на ось OX имеют противоположные знаки. Поэтому движение материальной точки равнозамедленное до полной остановки, а затем направление движения изменяется на противоположное (рис. 2).

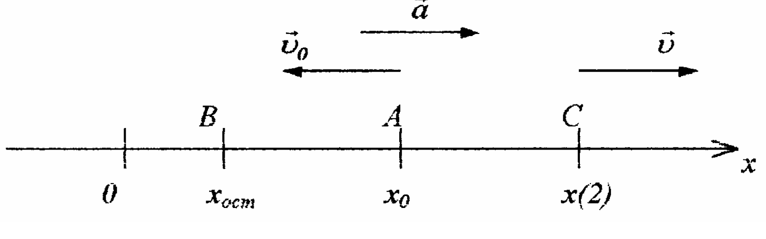


Рис. 2

В момент остановки скорость точки равна нулю, это позволяет рассчитать время движения до остановки

$$0 = -3 + 4t_{ост}, \text{ откуда } t_{ост} = 0{,}75 \text{ с}.$$

Зная время движения материальной точки до остановки, рассчитываем координату остановки

$$x_{ост} = 6 - 3 \cdot 0{,}75 + 2 \cdot (0{,}75)^2 = 4{,}875 \text{ м.}$$

Через 2 с от начала движения координата материальной точки равна

$$x(2) = 6 - 3 \cdot 2 + 2 \cdot 2^3 = 8 \text{ м.}$$

Пройденный материальной точкой путь представляет собой сумму отрезков

$$S = |AB| + |BC| = |6 - 4{,}875| + |8 - 4{,}875| = 4{,}25 \text{ м.}$$

Для нахождения средней скорости проделанный путь делим на время движения:

$$\langle v \rangle = \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{t}} = \frac{4{,}25}{2} = 2{,}125 \text{ м/с}.$$

Скорость в момент времени *t = 2 с*

$$v(2) = -3 + 4 \cdot 2 = 5 \text{ м/с}.$$

Задача 4. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где $A = 10$ рад, $B = 20$ рад/с, $C = -2$ рад/с^2. Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии $r = 0{,}1$ м от оси вращения, для момента времени $t = 4$ с.

Решение. Полное ускорение точки $\vec{a}$, движущейся по кривой линии, может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального ускорения $\vec{a}_\tau$, направленного по касательной к траектории, и нормального ускорения $\vec{a}_n$, направленного к центру кривизны траектории (рис. 3)

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n .$$

Так как векторы $\vec{a}_\tau$ и $\vec{a}_n$ взаимно перпендикулярны, то модуль ускорения

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} . \tag{4.1}$$

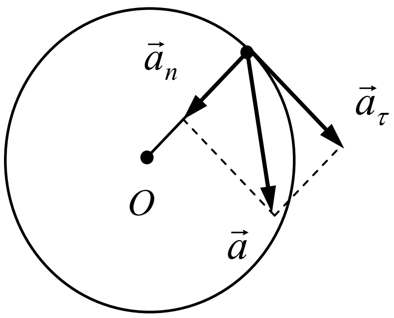


Рис. 3

Модули тангенциального и нормального ускорений точки вращающегося тела выражаются формулами

$$a_\tau = \varepsilon \cdot r\,; \qquad a_n = \omega^2 \cdot r\,,$$

где ω – модуль угловой скорости тела; ε – модуль его углового ускорения.

Подставляя выражения a_τ и a_n в формулу (4.1), находим

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}\,. \qquad (4.2)$$

Угловую скорость ω найдем, взяв первую производную угла поворота по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct\,.$$

В момент времени t = 4 с модуль угловой скорости

$$\omega = \left[20 + 2(-2)4\right] = 4 \text{ рад/с.}$$

Угловое ускорение найдем, взяв первую производную от угловой скорости по времени:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 2C = -4 \text{ рад/с}^2.$$

Подставляя значения ω, ε и r в формулу (4.2), получаем

$$a = 0{,}1\sqrt{(-4)^2 + 4^4} = 1{,}65 \text{ м/с}^2.$$

Задача 5. Ускорение материальной точки изменяется по закону $\vec{a} = \alpha t^2 \vec{i} - \beta \vec{j}$, где α = 3 м/с^4, β = 3 м/с^2. Найти, на каком расстоянии от начала координат она будет находиться в момент времени t = 1 с, если $\vec{\upsilon}_0$ = 0 и $\vec{r}_0$ = 0 при t = 0.

Решение. Из условия задачи видно, что материальная точка движется в плоскости *XOY*. Для того чтобы определить, на каком расстоянии от начала координат она находилась в момент времени t = 1 с, необходимо знать закон ее движения. Таким образом, перед нами обратная задача кинематики: дан какой-то параметр движения (в данном случае ускорение), надо определить закон движения $\vec{r} = \vec{r}(t)$ и далее найти модуль радиуса-вектора $|\vec{r}|$ в момент времени t = 1 с.

Сначала определим вектор скорости

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}, \qquad \text{или} \qquad \vec{a} = \frac{d\upsilon_x}{dt}\vec{i} + \frac{d\upsilon_y}{dt}\vec{j}\,.$$

Это векторное дифференциальное уравнение эквивалентно двум дифференциальным уравнениям:

$$\frac{d\upsilon_x}{dt} = \alpha t^2, \qquad \frac{d\upsilon_y}{dt} = -\beta.$$

Разделяя переменные и интегрируя, получаем компоненты вектора скорости

$$\upsilon_x = \frac{\alpha t^3}{3} + c_1, \qquad \upsilon_y = -\beta t + c_2.$$

Учитывая начальные условия ($\upsilon_x = 0$, $\upsilon_y = 0$ при $t = 0$), находим значения произвольных постоянных $c_1 = 0$ и $c_2 = 0$.

Далее из системы дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\alpha t^3}{3}, \qquad \frac{dy}{dt} = -\beta t$$

определяем компоненты $x(t)$ и $y(t)$ радиуса-вектора $\vec{r}(t)$:

$$x(t) = \frac{\alpha t^4}{12} + c_3, \qquad y(t) = -\frac{\beta t^2}{2} + c_4,$$

где c_3 и c_4 – произвольные постоянные. Учитывая начальные условия ($x = 0$, $y = 0$ при $t = 0$), находим, что $c_3 = c_4 = 0$. Закон движения найден:

$$\vec{r}(t) = \frac{\alpha t^4}{12}\vec{i} - \frac{\beta t^2}{2}\vec{j}.$$

По формуле для модуля вектора определяем искомое расстояние материальной точки от начала координат в момент времени $t = 1$ с:

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Отсюда получаем $r \approx 1{,}52$ м.

Задача 6. Через вращающийся около горизонтальной оси блок перекинута невесомая нерастяжимая нить, к концам которой привязаны грузы $m_1 = 0{,}5$ кг и $m_2 = 0{,}6$ кг (рис. 4). Найти силу давления блока на ось при движении грузов. Массой блока и трением в оси можно пренебречь.

Анализ. На каждый из рассматриваемых грузов действуют сила тяжести и сила натяжения нити. Значит, второй закон Ньютона для каждого из грузов может быть записан следующим образом:

$$m_1\vec{a}_1 = \vec{P}_1 + \vec{T}, \qquad (6.1)$$

$$\vec{m}_2\vec{a}_2 = \vec{P}_2 + \vec{T}'. \qquad (6.2)$$

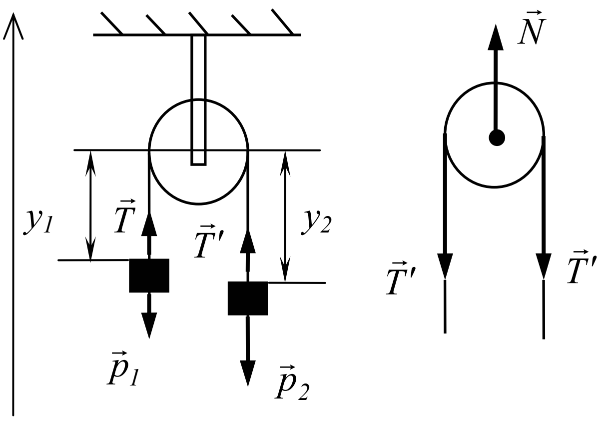


Рис. 4

Нерастяжимость нити позволяет найти соотношения между ускорениями. Из условия постоянства длины нити запишем систему уравнений

$$y_1 + y_2 = const,$$

$$\dot{y}_1 + \dot{y}_2 = 0,$$

$$\ddot{y}_1 + \ddot{y}_2 = 0,$$

где $\ddot{y}_1 = a_{1y}$; $\ddot{y}_2 = a_{2y}$.

Следовательно,

$$a_{1y} = -a_{2y}, \qquad (6.3)$$

т.е. ускорения грузов равны по абсолютной величине и противоположны по направлению.

Невесомость нити позволяет и здесь считать силу натяжения нити постоянной. Неизменяемость силы натяжения при переходе через блок может быть легко доказана при условии, что массой блока можно пренебречь.

Уравнения (6.1) и (6.2) после приведения к скалярной форме с учетом условия (6.3) позволяют легко найти ускорения грузов и силу натяжения нити. Однако по условию задачи требуется найти силу давления блока на ось.

На блок действуют силы натяжения нити $T' = T$ и сила реакции N оси (см. рис. 4, б). Центр масс блока неподвижен, следовательно, сумма сил равна нулю, т.е. $N = 2T$. Согласно третьему закону Ньютона сила реакции N оси равна искомой силе F давления блока на ось.

Решение. Выберем положительное направление вертикально вверх (по движению первого груза). Тогда уравнения (6.1) и (6.2) с учетом равенства (6.3) можно переписать в скалярном виде:

$$\begin{gathered} m_1 a = T - P_1, \\ -m_2 a = -P_2 + T. \end{gathered} \tag{6.4}$$

Решая совместно уравнения (6.4), получим

$$T = \frac{2m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}.$$

Следовательно, сила реакции оси

$$N = \frac{4m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} = 10,7H.$$

Необходимо отметить, что полученное значение силы натяжения нити лежит в пределах

$$P_1 > T > P_2,$$

а сила давления блока на ось меньше суммарной силы тяжести обоих грузов. В случае $m_1 = m_2$ грузы будут находиться в состоянии покоя или равномерного движения, и тогда сила давления блока на ось будет равна сумме сил тяжести обоих грузов.

Задача 7. Верхний конец стального стержня закреплен неподвижно, к нижнему подвешен груз 2000 кг. Длина стержня 5 м, сечение 4 см^2. Определить: а) нормальное напряжение материала стержня; б) абсолютное и относительное удлинения стержня; в) потенциальную энергию растянутого стержня.

Решение: а) нормальное напряжение σ материала растянутого стержня выражается формулой

$$\sigma = \frac{F}{S},$$

где F – сила, действующая вдоль оси стержня (в нашем случае вес P груза); S – площадь поперечного сечения стержня.

Вычисления выполним в системе СИ.

$$F = P = mg = 2\cdot10^3\cdot9{,}8 = 2\cdot10^4 \text{ Н};$$

$$S = 4 \text{ см}^2 = 4\cdot10^{-4} \text{ м}^2;$$

$$\sigma = \frac{2\cdot10^4}{4\cdot10^{-4}} = 5\cdot10^7 \text{ Н/м}^2;$$

б) абсолютное удлинение выражается формулой

$$\Delta l = \frac{Fl}{ES}, \tag{7.1}$$

где F – сила (вес P груза); l – длина стержня; S – площадь поперечного сечения стержня; E – модуль Юнга.

Вычисления выполним в системе СИ.

$$F = P = mg = 2{\cdot}10^3{\cdot}9{,}8 = 2{\cdot}10^4 \text{ Н};$$

$$S = 4 \text{ см}^2 = 4{\cdot}10^{-4} \text{ м}^2;$$

$$E = 20{\cdot}10^{10} \text{ Н/м}^2;$$

$$\Delta l = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 5}{20 \cdot 10^{10} \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 1{,}25 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Относительное удлинение ε стержня определяется как отношение абсолютного удлинения Δl к первоначальной длине l:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}.$$

Вычисления выполним в системе СИ.

$$\Delta l = 1{,}25 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \qquad l = 5 \text{ м};$$

$$\varepsilon = \frac{1{,}25 \cdot 10^{-3}}{5} = 2{,}5 \cdot 10^{-4}; \qquad \varepsilon = 0{,}025\ \%;$$

в) потенциальная энергия растянутого стержня выражается формулой

$$W_П = \frac{1}{2} k x^2, \tag{7.2}$$

где k – жесткость стержня; в нашем случае $x = \Delta l$ – абсолютное удлинение.

Жесткость показывает величину силы, которая вызывает абсолютную деформацию, равную единице, т.е.

$$k = \frac{F}{x}. \tag{7.3}$$

Подставив выражение абсолютного удлинения по (7.1) в (7.3), получим

$$k = \frac{F}{\frac{Fl}{ES}} = \frac{ES}{l}. \tag{7.4}$$

Подставив значение k из (7.4) в (7.2) и заменив x на Δl, запишем выражение потенциальной энергии упруго деформированного стержня в виде

$$W_П = \frac{1}{2} \cdot \frac{ES}{l} \cdot (\Delta l)^2 .$$

Вычисления выполним в системе СИ.

$$E = 20 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2;$$

$$\Delta l = 1{,}25 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \qquad l = 5 \text{ м};$$

$$S = 4 \text{ см}^2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$

$$W_П = \frac{20 \cdot 10^{10} \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 5} (1{,}25 \cdot 10^{-3})^2 = 12{,}5 \text{ Дж}.$$

Задача 8. Боек ковочного молота массой m_1 = 200 кг падает на поковку, масса которой вместе с наковальней m_2 = 2500 кг. Скорость υ_1 бойка молота в момент удара равна 2 м/с. Найти: 1) кинетическую энергию бойка молота в момент удара; 2) энергию, затраченную на сотрясение фундамента; 3) энергию, затраченную на деформацию поковки; 4) коэффициент полезного действия (кпд) удара бойка о поковку.

Удар бойка молота о поковку рассматривать как неупругий.

Решение. 1) кинетическую энергию W_{k1} бойка в момент удара найдем по формуле

$$W_{k1} = \frac{m_1 \upsilon_1^2}{2}. \tag{8.1}$$

Выпишем числовые значения величин в системе СИ:

$$m_1 = 200 \text{ кг}; \qquad \upsilon_1 = 2 \text{ м/с}.$$

Подставив эти значения в (8.1) и произведя вычисления, получим

$$W_{k1} = \frac{200 \cdot 2^2}{2} = 400 \text{ Дж};$$

2) для определения энергии, затраченной на сотрясение фундамента, предварительно найдем скорость системы боек – поковка (с наковальней) непосредственно после удара. Для этого применим закон сохранения импульса, который в случае неупругого удара двух тел выражается формулой

$$m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)u, \tag{8.2}$$

где υ_2 – скорость поковки (вместе с наковальней) перед ударом. Так как поковка с наковальней до удара находилась в состоянии покоя, то $\upsilon_2 = 0$; u – скорость бойка и поковки (вместе с наковальней) непосредственно после удара. При неупругом ударе деформация не восстанавливается, вследствие чего боек молота и поковка (с наковальней) движутся как одно целое, т.е. с одинаковой скоростью.

Из формулы (8.2) найдем эту скорость (учитывая, что $\upsilon_2 = 0$):

$$u = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 . \tag{8.3}$$

В результате сопротивления фундамента скорость u быстро гасится, а кинетическая энергия, которой обладает система боек – поковка (с наковальней), идет на сотрясение фундамента и может быть найдена по формуле

$$W_{k2} = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2}.$$

Скорость u заменим выражением ее по формуле (8.3):

$$W_{k2} = \frac{m_1^2 \upsilon_1^2}{2(m_1 + m_2)}, \qquad \text{или} \qquad W_{k2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} W_{k1} . \tag{8.4}$$

Подставив в (8.4) числовые значения в системе СИ и произведя вычисления, получим

$$W_{k2} = \frac{200}{200 + 2500} \cdot 400 = 29,6 \text{ Дж;}$$

3) боек до удара обладал энергией W_{k1}. Энергия W_{k2} пошла на сотрясение фундамента. Следовательно, энергия

$$W = W_{k1} - W_{k2}$$

использовалась на деформацию поковки.

$$W = 400 - 29,6 \approx 370 \text{ Дж;}$$

4) назначение молота – путем ударов бойка о поковку, находящуюся на наковальне, вызвать деформацию поковки. Следовательно, энергию следует считать полезной.

Коэффициент полезного действия удара бойка о поковку равен отношению энергии W, затраченной на деформацию поковки, ко всей затраченной энергии W_{k1}:

$$\eta = \frac{W}{W_{k1}}, \qquad \text{или} \qquad \eta = \frac{W_{k1} - W_{k2}}{W_{k1}}.$$

Подставив в последнее выражение W_{k2} по формуле (8.4) и сократив на W_{k1}, получим

$$\eta = \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{2500}{200 + 2500} = 0,926 = 92,6 \text{ \%}.$$

Задача 9. Тело массой 1 кг под действием постоянной силы движется прямолинейно. Зависимость пути, пройденного телом, от времени задана уравнением $S = 2t^2 + 4t + 1$. Определить: 1) работу силы за 10 с от начала ее действия; 2) зависимость кинетической энергии от времени.

Решение. Работа, совершаемая силой, выражается через интеграл

$$A = \int F dS . \qquad (9.1)$$

Сила, действующая на тело, по второму закону Ньютона равна

$$F = ma, \qquad \text{или} \qquad F = \frac{d^2 S}{dt^2} . \qquad (9.2)$$

Мгновенное значение ускорения определяется первой производной от скорости по времени или второй производной от пути по времени. В соответствии с этим находим

$$\upsilon = \frac{dS}{dt} = 4t + 4, \qquad (9.3)$$

$$a = \frac{d^2 S}{dt^2} = 4\,\text{м/с}^2. \qquad (9.4)$$

Тогда

$$F = m\frac{d^2 S}{dt^2} = 4m. \qquad (9.5)$$

Из выражения (9.3) определим

$$dS = (4t + 4)dt. \qquad (9.6)$$

Подставив (9.5) и (9.6) в уравнение (9.1), получим

$$A = \int 4m(4t + 4)dt .$$

По этой формуле определим работу, совершаемую силой за 10 с от начала ее действия

$$A = \int_0^{10} (16mt + 16m)dt = m\left[\left.\frac{16t^2}{2}\right|_0^{10} + \left.16t\right|_0^{10} \right].$$

Кинетическая энергия определяется по формуле

$$W_k = \frac{m\upsilon^2}{2}.$$

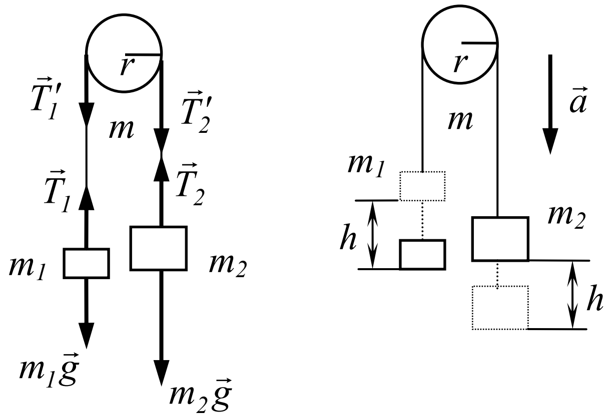
Вычисления:

$$A = 1(8\cdot 100 + 16\cdot 10)\ \text{Дж} = 960\ \text{Дж};$$

$$W_k = \frac{m(4t+4)^2}{2} = \frac{m(16t^2+32t+16)}{2} = m(8t^2+16t+8).$$

Задача 10. Через блок, выполненный в виде диска и имеющий массу m = 80 г (рис. 5), перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы с массами m_1 = 100 г и m_2 = 200 г. С каким ускорением будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе? Трением пренебречь.

Решение. Применим к решению задачи основные законы поступательного и вращательного движения. На каждый из движущихся грузов действуют две силы: сила тяжести $P = mg$, направленная вниз, и сила натяжения нити, направленная вверх (рис. 5, а).



а б

Рис. 5

Груз m_1 поднимается ускоренно вверх, следовательно, $T_1 > m_1 g$. По второму закону Ньютона равнодействующая этих сил, равная их разности, прямо пропорциональна массе груза и ускорению, с которым он движется, т.е.

$$T_1 - m_1 g = m_1 a,$$

откуда

$$T_1 = m_1 g + m_1 a. \qquad (10.1)$$

Груз m_2 ускоренно опускается вниз, следовательно, $T_2 < m_2 g$. Запишем формулу второго закона для этого груза:

$$m_2 g - T_2 = m_2 a,$$

откуда

$$T_2 = m_2 g - m_2 a. \qquad (10.2)$$

Согласно основному закону динамики вращательного движения вращательный момент M, приложенный к диску, равен произведению момента инерции I диска на его угловое ускорение ε:

$$M = I\varepsilon. \qquad (10.3)$$

Определим вращающий момент. Силы натяжения нитей действуют не только на грузы, но и на диск. По третьему закону Ньютона силы T_1' и

T_2', приложенные к ободу диска, по величине равны соответственно силам T_1 и T_2, но по направлению им противоположны. При движении грузов диск ускоренно вращается по часовой стрелке, следовательно, $T_2' > T_1'$.

Вращающий момент, приложенный к диску, равен произведению разности этих сил на плечо, равное радиусу диска, т.е.

$$M = (T_2' - T_1')r.$$

Момент инерции диска $I = mr^2/2$; угловое ускорение связано с линейным ускорением грузов соотношением $\varepsilon = a/r$. Подставив в формулу (10.3) выражения для M, I и ε, получим

$$(T_2' - T_1')r = \frac{mr^2}{2} \cdot \frac{a}{r},$$

откуда

$$T_2' - T_1' = \frac{m}{2}a. \qquad (10.4)$$

Так как $T_1' = T_1$ и $T_2' = T_2$, то можно заменить силы T_2' и T_1' выражениями по формулам (10.1) и (10.2), тогда

$$m_2g - m_2a - m_1g - m_1a = \frac{m}{2}a, \quad \text{или} \quad (m_2 - m_1)g = \left(m_2 + m_1 + \frac{m}{2}\right)a,$$

откуда

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + m/2} \cdot g. \qquad (10.5)$$

Отношение масс в правой части формулы (10.5) есть величина безразмерная. Поэтому числовые значения масс m_1, m_2 и m можно взять в граммах, как они и даны в условии задачи. Числовое значение ускорения g надо взять в единицах СИ. После подстановки получим:

$$a = \frac{200 - 100}{200 + 100 + 80/2} 9{,}81 = 2{,}88 \text{ м/с}^2.$$

Задача 11. Стержень длиной 1,5 м и массой 10 кг может вращаться вокруг неподвижной оси, проходящей через верхний конец стержня перпендикулярно его длине (рис. 6). В середину стержня ударяет пуля массой 10 г, летящая в горизонтальном направлении со скоростью 500 м/с, и застревает в стержне. На какой угол отклонится стержень после удара?

Решение. Удар пули следует рассматривать как неупругий: после удара и пуля, и соответствующая точка стержня будут двигаться с одинаковыми скоростями.

Рассмотрим подробнее явления, происходящие при ударе. Сначала пуля, ударившись о стержень, за ничтожно малый промежуток времени приводит его в движение с некоторой угловой скоростью ω и сообщает ему некоторую кинетическую энергию

$$W_к = \frac{I\omega^2}{2}, \tag{11.1}$$

где I – момент инерции стержня относительно оси вращения. Затем стержень поворачивается на некоторый угол, причем центр тяжести его поднимается на некоторую высоту $h = \frac{l}{2}(1-\cos\varphi)$.

В отклоненном положении стержень будет обладать потенциальной энергией

$$W_п = Mg\frac{l}{2}(1-\cos\varphi), \tag{11.2}$$

где M и l – масса и длина стержня, массой пули m в данном случае пренебрегаем.

Потенциальная энергия получена за счет кинетической энергии и равна ей по закону сохранения энергии.

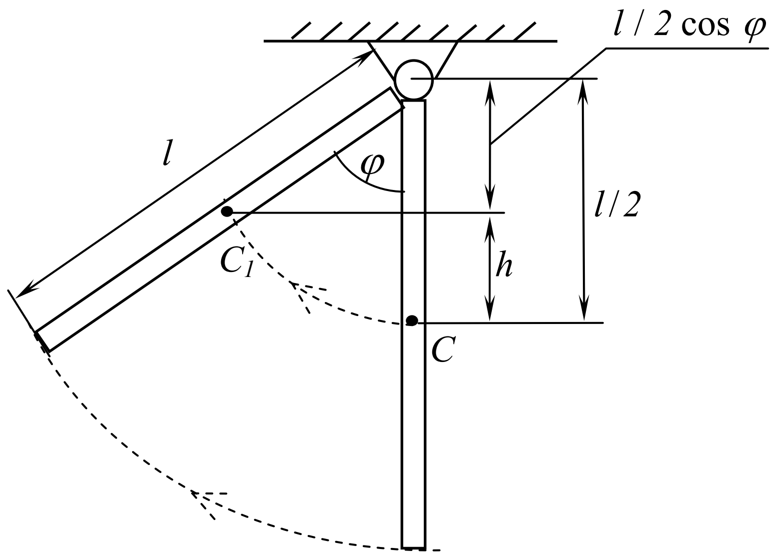


Рис. 6

Приравняв правые части равенств (11.1) и (11.2), получим

$$Mg\frac{l}{2}(1-\cos\varphi) = \frac{I\omega^2}{2}.$$

Отсюда

$$\cos\varphi = 1 - \frac{I\omega^2}{Mgl}.$$

Если в эту формулу подставить выражение для момента инерции стержня $I = \frac{1}{3}Ml^2$, то она примет вид:

$$\cos\varphi = 1 - \frac{l\omega^2}{3g}. \qquad (11.3)$$

Чтобы из (11.3) найти φ, необходимо предварительно определить числовое значение ω.

В момент удара на пулю и на стержень действуют силы тяжести, линии действия которых проходят через ось вращения и направлены вертикально вниз.

Моменты этих сил относительно оси вращения равны нулю. Поэтому при ударе пули о стержень будет справедлив закон сохранения момента импульса. В рассматриваемом случае он может быть выражен формулой

$$I\omega_0 + m\upsilon_0 r = I\omega + m\omega r^2, \qquad (11.4)$$

где ω_0 – начальная (до удара) угловая скорость вращения стержня; m и υ_0 – масса и начальная скорость пули; r – расстояние точки попадания пули в стержень от оси вращения.

Уравнение (11.4) станет более понятным, если указать смысл следующих выражений: $m\upsilon_0$ – начальный (до удара) импульс пули; $m\upsilon_0 r$ – начальный момент импульса пули относительно оси вращения; ωr – окончательная скорость движения пули после удара (вместе со стержнем); $m\omega r$ – окончательный (тотчас после удара) импульс пули; $m\omega r^2$ – окончательный (тотчас после удара) момент импульса пули относительно оси вращения.

Левая часть равенства (11.4) выражает момент импульса пули и стержня до удара, правая часть – ту же величину тотчас после удара.

Из равенства (3.4) находим

$$\omega = \frac{I\omega_0 + m\upsilon_0 r}{I + mr^2}, \qquad \text{или} \qquad \omega = \frac{m\upsilon_0 r}{\frac{1}{3}Ml^2 + mr^2}, \qquad (11.5)$$

так как $\omega_0 = 0$, $I = \frac{1}{3}Ml^2$.

Выпишем в системе СИ числовые значения величин, входящих в формулу (11.5):

m = 10 г = 0,01 кг;
υ_0 = 500 м/с;
l = 1,5 м;
$r = l/2 = 1{,}5/2 = 0{,}75$ м;
M = 10 кг

Подставив эти значения в уравнение (11.5), получим

$$\omega = \frac{0,01 \cdot 500 \cdot 0,75}{\frac{1}{3} \cdot 10 \cdot (1,5)^2 + 0,01 \cdot (0,75)^2} = 0,5 \text{ с}^{-1}.$$

Подставив числовые значения l и ω в (11.3), получим

$$\cos\varphi = 1 - \frac{1,5 \cdot (0,5)^2}{3 \cdot 9,81} = 0,987 \qquad \varphi = 9^\circ 20'.$$

Задача 12. Найти плотность вещества планеты, сутки на которой составляют 24 ч, если на ее экваторе тела невесомы.

Решение. На тело, находящееся на экваторе планеты, действуют сила тяготения F и сила реакции поверхности планеты N (рис. 7). Тело вместе с планетой равномерно вращается вокруг ее оси. Следовательно, ускорение будет направлено по радиусу к центру окружности.

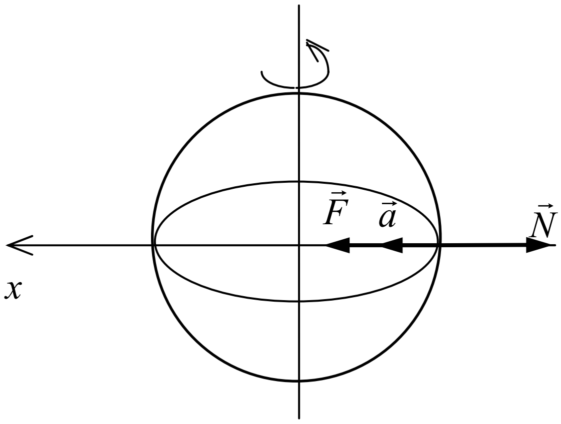


Рис. 7

Основное уравнение динамики запишется

$$m\vec{a}_ц = \vec{F} + m\vec{g},$$

или в проекциях на ось X

$$ma_ц = F - N.$$

По третьему закону Ньютона $P = N$. Но по условию $P = 0$. Следовательно, $N = 0$.

Поэтому

$$m\vec{a}_ц = F = \gamma \frac{mM}{R^2},$$

где M – масса планеты; R – ее радиус; γ – гравитационная постоянная.

Отсюда

$$M = (a_ц R)/\gamma.$$

Центростремительное ускорение

$$a_ц = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

Следовательно,

$$M = \frac{4\pi R^3}{\gamma T^2}.$$

Искомая плотность $\rho = M/V$, где $V = (4\pi R^3)/3$ – объем планеты. Следовательно,

$$\rho = \frac{4\pi^2 R^3 \cdot 3}{\gamma \cdot T^2 \cdot 4\pi R^3} = \frac{3\pi}{\gamma \cdot T^2}.$$

Подставляя числовые значения
$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг·с^2);
$T = 24 \cdot 3600$ с,
получим $\rho = 19$ кг/м^3.

Задача 13. Телу массой m, находящемуся на поверхности планеты массой M и радиусом R, сообщена вертикальная скорость υ_0. Найти: 1) потенциальную энергию тела на высоте h над поверхностью планеты; 2) высоту подъема тела, если υ_0 меньше второй космической скорости υ_{II}; 3) скорость тела υ_∞ на большом удалении от планеты, если υ_0 больше υ_{II} (воздействием других тел пренебречь).

Решение. 1) начальная кинетическая энергия тела равна $\frac{m\upsilon_0^2}{2}$, а его начальная потенциальная энергия равна $W_{П(R)} = -\gamma \frac{mM}{R}$. За счет кинетической энергии тело поднимается на высоту h, где полная энергия представляет собой потенциальную энергию

$$W_{П(R+h)} = -\gamma \frac{mM}{R+h}.$$

Приращение потенциальной энергии

$$W_{П(R+h)} - W_{П(R)} = \frac{m\upsilon_0^2}{2} = -\gamma mM\left(\frac{1}{R+h} - \frac{1}{R}\right) = \frac{\gamma mMh}{R(R+h)}.$$

Так как на поверхности $\gamma \frac{mM}{R^2} = mg_0$, то потенциальная энергия тела, поднятого на высоту h над поверхностью планеты, равна

$$W_{П(R+h)} - W_{П(R)} = mg_0 R \frac{h}{R+h},$$

где g_0 – ускорение свободного падения на поверхности планеты;

2) высота подъема

$$h = \frac{\upsilon_0^2 R}{2g_0 R - \upsilon_0^2};$$

3) в этом случае тело массой m на большом удалении от планеты (на бесконечности) еще сохранит кинетическую энергию $\frac{m\upsilon_\infty^2}{2}$. Разность между исходной кинетической энергией и кинетической энергией на бесконечности расходуется на «подъем» тела из потенциальной ямы (см. рис. 7), т.е. на увеличение потенциальной энергии тела от уровня ($-W_{П(R)}$), соответствующего поверхности планеты, до нулевого уровня $W_{П(\infty)}$, соответствующего весьма большому удалению тела (на бесконечность):

$$\frac{m\upsilon_0^2}{2} - \frac{m\upsilon_\infty^2}{2} = -(W_{П(\infty)} - W_{П(R)}) = -\left(0 - \frac{\gamma m M}{R}\right) = m g_0 R,$$

откуда

$$\upsilon_\infty = \sqrt{\upsilon_0^2 - 2g_0 R} = \sqrt{\upsilon_0^2 - \upsilon_{II}^2},$$

так как $\upsilon_{II} = \sqrt{2g_0 R}$.

Задача 14. Вода подается в фонтан из большого цилиндрического бака (рис. 8) и бьет из отверстия фонтана со скоростью 12 м/с. Найти: а) скорость понижения уровня воды в баке, если диаметр бака равен 2 м, а диаметр отверстия фонтана 2 см; б) давление, под которым вода подается в фонтан; в) высоту уровня воды в баке и струи, выходящей из фонтана.

Решение. а) в потоке жидкости проводим два горизонтальных сечения – одно в баке на уровне отверстия и второе – в этом отверстии.

Из условия неразрывности струи $\upsilon_1 S_1 = \upsilon_2 S_2$ следует, что объем воды V_1, протекающий за 1 с через сечение I, должен быть равен объему воды V_2, протекающей через сечение II:

$$V_1 = V_2,$$

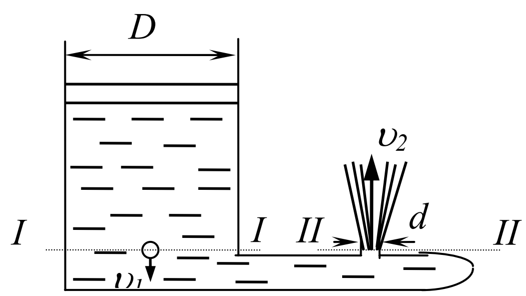


Рис. 8

или

$$\frac{\pi D^2}{4} l_1 = \frac{\pi d^2}{4} l_2, \qquad (14.1)$$

где D и d – диаметры бака и отверстия; l_1 и l_2 – длины цилиндрических столбов жидкости, протекающей за 1 с через сечения *I* и *II*.

Так как длины l_1 и l_2 численно равны скоростям течения υ_1 и υ_2 в сечениях *I* и *II* ($l_1 = \upsilon_1 \Delta t$; $l_2 = \upsilon_2 \Delta t$), то равенство (14.1) можно записать в виде:

$$D^2 \upsilon_1 = d^2 \upsilon_2,$$

откуда

$$\upsilon_1 = \upsilon_2 \left(\frac{d}{D}\right)^2. \qquad (14.2)$$

Подставив в это равенство числовые значения заданных величин в единицах системы СИ, найдем

$$\upsilon_1 = 12(0{,}02/2)^2 = 0{,}0012 \text{ м/с}.$$

С такой же скоростью будет понижаться уровень воды в баке. Как видно, эта скорость очень мала по сравнению со скоростью струи;

б) давление p_1, под которым вода подается в фонтан, найдем по уравнению Бернулли. Это уравнение для идеальной несжимаемой жидкости в случае горизонтальной трубки тока имеет вид:

$$p_1 + \frac{\rho \upsilon_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho \upsilon_2^2}{2}, \qquad (14.3)$$

где p_1 и p_2 – статические давления в сечениях *I* и *II*; $\frac{\rho \upsilon_1^2}{2}$ и $\frac{\rho \upsilon_2^2}{2}$ – скоростные напоры в этих сечениях; ρ – плотность жидкости.

Учитывая, что p_2 равно нулю (под давлением мы подразумеваем избыточное давление над атмосферным), из уравнения (14.3) получим

$$p_1 = \frac{\rho \upsilon_2^2}{2} - \frac{\rho \upsilon_1^2}{2}. \qquad (14.4)$$

Выразим числовые значения величин в единицах системы СИ:

$\rho = 10^3$ кг/м^3; $\upsilon_1 = 0{,}0012$ м/с; $\upsilon_2 = 12$ м/с.

Подставив их в равенство (14.4), получим

$$p_1 = \left(\frac{10^3 \cdot 12^2}{2} - \frac{10^3 \cdot (0{,}0012)^2}{2}\right) \text{ Н/м}^2.$$

Второй член правой части имеет значение, весьма малое по сравнению со значением первого члена. Пренебрегая им, получаем

$$p_1 = \left(\frac{10^3 \cdot 12^2}{2}\right) = 7,2 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2;$$

в) зная давление p_1, можно найти высоту уровня воды в баке по формуле

$$p_1 = h_1 \rho g,$$

откуда

$$h_1 = \frac{p_1}{\rho g}.$$

Подставив числовые значения, будем иметь

$$h_1 = \frac{7,2 \cdot 10^4}{10^3 \cdot 9,81} = 7,35 \text{ м}.$$

Зная скорость υ_2, с которой вода выбрасывается фонтаном, можно найти высоту h_2, на которую она будет выброшена,

$$h_2 = \frac{\upsilon_2^2}{2g} = \frac{12^2}{2 \cdot 9,81} = 7,35 \text{ м}.$$

Подчеркнем, что высота уровня воды в баке равна высоте, на которую поднимется фонтан воды (по правилу сообщающихся сосудов). Конечно, это замечание справедливо, если пренебречь сопротивлением воздуха.

Задача 15. Найти массу одного киломоля смеси 25 г кислорода и 75 г азота.

Решение. Для смеси газов, если она находится под давлением, не превышающим значительно нормальное атмосферное давление, справедливо уравнение Менделеева – Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT.$$

Запишем это уравнение для смеси газов:

$$p_{см} V = \frac{m_{см}}{\mu_{см}} RT, \tag{15.1}$$

где $p_{см}$ – давление смеси газов.

Для определения $\mu_{см}$ запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для каждого газа, входящего в смесь:

$$p_1V = \frac{m_1}{\mu_1}RT, \quad (15.2)$$

$$p_2V = \frac{m_2}{\mu_2}RT. \quad (15.3)$$

Объем во всех трех уравнениях – (15.1), (15.2), (15.3) – одинаков и равен объему сосуда, в котором смешаны газы.

Сложив равенства (15.2) и (15.3), получим:

$$(p_1 + p_2)V = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)RT. \quad (15.4)$$

Левые части равенств (15.1) и (15.4) равны, т.к. по закону Дальтона $p = p_1 + p_2$. Следовательно, будут равны и правые части этих равенств, т.е.

$$\frac{m_{см}}{\mu_{см}}RT = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)RT.$$

Сократив на RT, получим:

$$\frac{m_{см}}{\mu_{см}} = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right),$$

откуда

$$\mu_{см} = \frac{m_{см}}{\dfrac{m_1}{\mu_1} + \dfrac{m_2}{\mu_2}}, \quad \text{или} \quad \mu_{см} = \frac{(m_1 + m_2)\mu_1\mu_2}{m_1\mu_2 + m_2\mu_1}. \quad (15.5)$$

Выразим величины в системе СИ и подставим их в (15.5):

m_1 = 25 г = $2{,}5 \cdot 10^{-2}$ кг; m_2 = 75 г = $7{,}5 \cdot 10^{-2}$ кг;
$\mu_1 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; $\mu_2 = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль:

$$\mu_{см} = \frac{\left(2{,}5 \cdot 10^{-2} + 7{,}5 \cdot 10^{-2}\right)32 \cdot 10^{-3} \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{2{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot 28 \cdot 10^{-3} + 7{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot 32 \cdot 10^{-3}} = 28{,}9 \ кг/моль.$$

Задача 16. Два тонкостенных коаксиальных цилиндра длиной 10 см могут свободно вращаться вокруг их общей оси Z. Радиус R большого цилиндра равен 5 см. Между цилиндрами имеется зазор размером d = 2 мм.

Оба цилиндра находятся в воздухе при нормальных условиях. Внутренний цилиндр приводят во вращение с постоянной частотой n_1 = 20 с$^{-1}$. Внешний цилиндр заторможен. Определить, через какой промежуток времени с момента освобождения внешнего цилиндра он приобретет частоту вращения n_2 = 1 с$^{-1}$. При расчетах изменением относительной скорости цилиндров пренебречь. Масса m внешнего цилиндра равна 100 г.

Решение. При вращении внутреннего цилиндра слой воздуха увлекается им и начинает участвовать во вращательном движении. Вблизи поверхности этого цилиндра слой воздуха приобретает со временем практически такую же линейную скорость, как и точки на поверхности цилиндра, т.е. $\upsilon = 2\pi n_1 (R - d)$. Так как $R >> d$, то приближенно можно считать:

$$\upsilon \approx 2\pi n_1 R. \tag{16.1}$$

Вследствие внутреннего трения момент импульса передается соседним слоям газа и, в конечном счете, внешнему цилиндру. За интервал времени Δt внешний цилиндр приобретает момент импульса $L = p \cdot R$, где p – импульс, полученный внешним цилиндром. Отсюда

$$p = \frac{L}{R}. \tag{16.2}$$

С другой стороны, на основании 2-го закона Ньютона $\Delta p = F\Delta t$, где $F = \eta \frac{d\upsilon}{dz} S$ – внутреннее трение; $\Delta p = p$, так как вначале цилиндр покоился.

Тогда

$$p = \eta \frac{d\upsilon}{dz} S \Delta t, \tag{16.3}$$

где η – динамическая вязкость; $d\upsilon/dz$ – градиент скорости; S – площадь поверхности цилиндра ($S = 2\pi Rl$).

Приравняв правые части выражений (16.2) и (16.3) и выразив из полученного равенства искомый интервал Δt, получим:

$$\Delta t = \frac{L}{\eta R \frac{d\upsilon}{dz} S}. \tag{16.4}$$

Найдем входящие в эту формулу величины L, $d\upsilon/dz$, S. Момент импульса $L = I\omega$, где I – момент инерции цилиндра ($I = mR^2$); m – его масса; ω_2 – угловая скорость внешнего цилиндра ($\omega_2 = 2\pi n_2$). С учетом этого запишем:

$$L = mR^2 \cdot 2\pi n_2 = 2\pi m R^2 n_2.$$

Градиент скорости $d\upsilon/dz = \upsilon/z = \upsilon/d$. Площадь цилиндра равна $S = 2\pi Rl$. Подставив в (16.4) выражения L, $d\upsilon/dz$, S, получим:

$$\Delta t = \frac{mdn_2}{\eta\upsilon l}.$$

Заменив здесь υ на (16.1), найдем:

$$\Delta t = \frac{mdn_2}{2\pi\eta Rn_1 l}. \qquad (16.5)$$

Динамическая вязкость воздуха η = 17,2 мкПа·с = $1{,}72\cdot10^{-5}$ Па·с.

Подставив в (16.5) значения входящих в формулу величин и произведя вычисления, получим:

$$\Delta t = 18{,}5 \text{ с}.$$

Задача 17. Азот находится под давлением 1 атм при температуре 300 К. Найти относительное число молекул азота, модуль скорости которых лежит в интервале скоростей от $\langle\upsilon\rangle$ до $\langle\upsilon\rangle + d\upsilon$, где $d\upsilon$ = 1 м/с. Внешние силы отсутствуют.

Решение. При давлении 1 атм и температуре 300 К азот можно считать идеальным газом. В отсутствие внешних сил молекулы идеального газа подчиняются закону распределения Максвелла. Конкретный вид этого закона определяется из условий задачи – необходимо использовать распределение Максвелла по модулю скорости:

$$dN = N4\pi\cdot\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\upsilon^2 e^{\frac{-m\upsilon^2}{2kT}}\,d\upsilon, \qquad (17.1)$$

где dN – число молекул из данных N, модуль скорости которых лежит в интервале от υ до $\upsilon + d\upsilon$; m – масса молекулы.

Как известно, выражение (17.1) справедливо, если интервал скоростей $d\upsilon$ столь мал, что изменением функции распределения

$$f_M(\upsilon) = \frac{dN}{Nd\upsilon} = 4\pi\cdot\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\upsilon^2 e^{\frac{-m\upsilon^2}{2kT}}\,d\upsilon^2 \qquad (17.2)$$

на этом интервале скоростей можно пренебречь, считая ее приближенно постоянной. В нашем случае интервал $d\upsilon$ = 1 м/с мал (по сравнению со значением средней скорости $\langle\upsilon\rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \approx 475$ $(м/с)$.

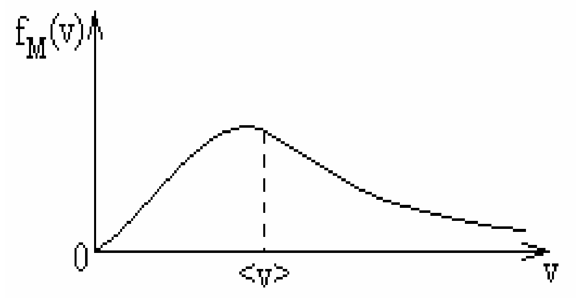


Рис. 9

Кроме того, функция распределения $f_M(\upsilon)$ в области средней скорости <υ> изменяется весьма слабо. Поэтому выражение (17.1) практически решает задачу. Подставив в (17.1) значение средней скорости $\langle \upsilon \rangle = \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m}}$, получаем решение задачи в общем виде:

$$\frac{dN}{N} = \frac{8\sqrt{2}}{\pi}\left(\frac{m}{\pi kT}\right)^{1/2} e^{-\frac{4}{\pi}} \cdot d\upsilon .$$

Произведя вычисления, получим: $\dfrac{dN}{N} = 1{,}9 \cdot 10^{-3} = 0{,}19\ \%$.

При числовом расчете использовались табличные значения функции $f(x) = e^{-x}$.

Задача 18. Кислород массой 1 кг находится при температуре 320 К. Определить: 1) внутреннюю энергию молекул кислорода; 2) среднюю кинетическую энергию вращательного движения молекул кислорода. Газ считать идеальным.

Решение. Внутренняя энергия молекул кислорода

$$U = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot RT ,$$

где $i = 5$ – число степеней свободы молекул кислорода.

$$U = \frac{5 \cdot 8{,}31 \cdot 320}{32 \cdot 10^{-3} \cdot 2} = 208 \cdot 10^{3}\ \text{Дж} .$$

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа определяется из равенства

$$E_{к.вр.} = NE ,$$

где N – число всех молекул газа; E – энергия вращательного движения одной молекулы.

Известно, что на каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая энергия, выражаемая формулой

$$E_0 = \frac{1}{2}kT\,,$$

где k – постоянная Больцмана.

Так как вращательному движению двухатомной молекулы приписываются две степени свободы, то энергия вращательного движения одной молекулы кислорода

$$E_0 = 2 \cdot \frac{1}{2}kT = kT\,.$$

Число молекул N найдем по формуле

$$N = \nu N_A\,,$$

где ν – число молей газа; N_A – число Авогадро.

Если учесть, что число молей газа $\nu = \frac{m}{\mu}$, то $N = \frac{m}{\mu}N_A$.

Тогда

$$E_{к.вр.} = kT\frac{m}{\mu}N_A = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 320 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{32 \cdot 10^{-3}} = 83{,}1 \cdot 10^3 \ \text{\textit{Дж}}\,.$$

Задача 19. Идеальный двухатомный газ, содержащий количество вещества ν = 1 моль, находится под давлением p_1 = 250 кПа и занимает объем V = 10 л. Сначала газ изохорически нагревают до температуры T_2 = 400 К. Далее, изотермически расширяя, доводят его до первоначального давления. После этого путем изобарического сжатия возвращают газ в начальное состояние. Определить термический кпд цикла.

Решение. Для наглядности построим сначала график цикла, который состоит из изохоры, изотермы и изобары. В координатах p, V этот цикл имеет вид, представленный на рис. 10. Характерные точки цикла обозначим 1, 2, 3.

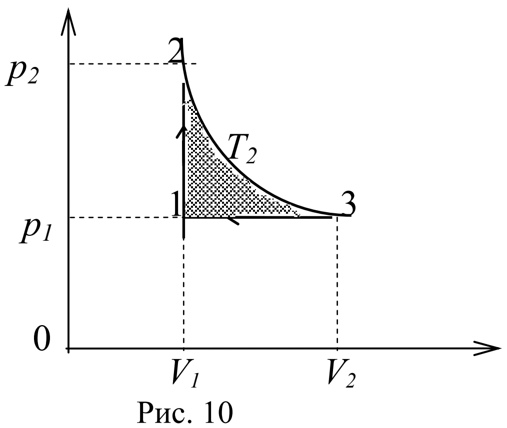


Рис. 10

Термический кпд любого цикла определяется выражением

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}\,,$$

или

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}, \qquad (19.1)$$

где Q_1 – количество теплоты, полученное газом за цикл от нагревателя; Q_2 – количество теплоты, отданное газом за цикл охладителю.

Заметим, что разность количеств теплоты $Q_1 - Q_2$ равна работе A, совершаемой газом за цикл. Эта работа на графике в координатах p, V изображается площадью цикла (площадь цикла заштрихована).

Рабочее вещество (газ) получает количество теплоты Q_1 на двух участках: $Q_{1\text{-}2}$ на участке 1-2 (изохорический процесс) и $Q_{2\text{-}3}$ на участке 2-3 (изотермический процесс). Таким образом,

$$Q_1 = Q_{1-2} + Q_{2-3}.$$

Количество теплоты, полученное газом при изохорическом процессе, равно

$$Q_{1-2} = C_V \nu (T_2 - T_1),$$

где C_V – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме; ν – количество вещества. Температуру T_1 начального состояния газа найдем, воспользовавшись уравнением Менделеева – Клапейрона:

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R} = 300K. \qquad (19.2)$$

Количество теплоты, полученное газом при изотермическом процессе, равно

$$Q_{2-3} = \nu R T_2 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right),$$

где V_2 – объем, занимаемый газом при температуре T_2 и давлении p_1 (точка 3 на графике).

На участке 3-1 газ отдает количество теплоты Q_2, равное

$$Q_2 = Q_{3-1} = C_p \nu (T_2 - T_1),$$

где C_p – молярная теплоемкость газа при изобарическом процессе.

Подставим найденные значения Q_1 и Q_2 в формулу (19.1):

$$\eta = 1 - \frac{\nu C_p (T_2 - T_1)}{\nu C_V (T_2 - T_1) + \nu R T_2 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}.$$

В полученном выражении, согласно закону Гей-Люссака, заменим отношение объемов отношением температур:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Выразим молярные теплоемкости газа через число степеней свободы молекулы:

$$C_V = \frac{iR}{2}, \qquad C_p = \frac{(i+2)R}{2}.$$

После сокращений на ν и $R/2$ получим:

$$\eta = 1 - \frac{(i+2)(T_2 - T_1)}{i(T_2 - T_1) + 2T_2 \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}.$$

Подставив значения и произведя вычисления, получим искомую величину

$$\eta = 0{,}041, \quad \text{или} \quad \eta = 4{,}1\ \%.$$

Задача 20. Вычислите эффективный диаметр молекул азота, если его критическая температура 126 К, критическое давление – 3,4 МПа.

Решение. Азот, согласно условию задачи, должен подчиняться уравнению Ван-дер-Ваальса

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \cdot \frac{a}{V^2}\right)\left(V - \frac{m}{\mu} b\right) = \frac{m}{\mu} RT.$$

Постоянную в уравнении Ван-дер-Ваальса с достаточной степенью точности считают равной учетверенному собственному объему 1 моля газа. В 1 моле газа находится $6{,}02 \cdot 10^{23}$ молекул ($N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$), следовательно, объем одной молекулы

$$V = \frac{1}{6}\pi d^3 = \frac{b}{4N_A},$$

откуда

$$d_{эф} = \sqrt[3]{\frac{3b}{2\pi N_A}}.$$

Постоянная $b = \dfrac{T_{кр}R}{8p_{кр}}$, тогда

$$d_{эф} = \sqrt[3]{\frac{3T_{кр}R}{16\pi p_{кр}N_A}} = \sqrt[3]{\frac{3\cdot 126\ К\cdot 8{,}31\ Дж\cdot К^{-1}\cdot моль^{-1}}{16\cdot 3{,}14\cdot 3{,}4\cdot 10^{6}\ Па\cdot 6{,}02\ моль^{-1}\cdot 10^{23}}} = 3{,}1\cdot 10^{-10}\ м.$$

Задача 21. Радиус мыльного пузыря R, поверхностное натяжение мыльной воды $\alpha = 4{,}3\cdot 10^{-2}$ Н/м. Вычислить добавочное давление воздуха внутри пузыря и его поверхностную энергию.

Решение. Добавочное давление внутри пузыря обусловлено кривизной его поверхности. Сферическую поверхность мыльного пузыря можно рассматривать как сумму двух поверхностей – внешней и внутренней, к каждой из которых применима формула Лапласа, вследствие чего суммарное добавочное давление (если считать радиусы обеих сфер одинаковыми)

$$\Delta p = 2\frac{2\alpha}{R} = \frac{4\alpha}{R}.$$

Поверхностная энергия $E = \alpha S_1$, где S_1 – сумма внутренней и внешней поверхностей, которые будем считать одинаковыми, так как мы пренебрегли разностью между их радиусами.

$$E = 2\alpha S = 8\pi\alpha R^2.$$

Задача 22. Используя закон Дюлонга и Пти, определить удельную теплоемкость меди.

Решение. Согласно закону Дюлонга и Пти, моль химически простых веществ в кристаллическом состоянии имеет теплоемкость

$$C = 3R.$$

Удельная теплоемкость $c = C/\mu$, где μ – молярная масса вещества.

Для меди $\mu = 63{,}5\cdot 10^{-3}$ кг/моль. С учетом этого

$$c = \frac{3R}{\mu} = \frac{3\cdot 8{,}31}{63{,}5\cdot 10^{-3}} = 0{,}39\cdot 10^{3}\ \frac{Дж}{кг\cdot К}.$$

4. ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 1

Вариант		Номера задач									
0	1	1	41	81	121	161	201	241	281	321	361
	2	2	42	82	122	162	202	242	282	322	362
	3	3	43	83	123	163	203	243	283	323	363
	4	4	44	84	124	164	204	244	284	324	364
	5	5	45	85	125	165	205	245	285	325	365
	6	6	46	86	126	166	206	246	286	326	366
	7	7	47	87	127	167	207	247	287	327	367
	8	8	48	88	128	168	208	248	288	328	368
	9	9	49	89	129	169	209	249	289	329	369
	10	10	50	90	130	170	210	250	290	330	370
I	1	11	51	91	131	171	211	251	291	331	371
	2	12	52	92	132	172	212	252	292	332	372
	3	13	53	93	133	173	213	253	293	333	373
	4	14	54	94	134	174	214	254	294	334	374
	5	15	55	95	135	175	215	255	295	335	375
	6	16	56	96	136	176	216	256	296	336	376
	7	17	57	97	137	177	217	257	297	337	377
	8	18	58	98	138	178	218	258	298	338	378
	9	19	59	99	139	179	219	259	299	339	379
	10	20	60	100	140	180	220	260	300	340	380
II	1	21	61	101	141	181	221	261	301	341	381
	2	22	62	102	142	182	222	262	302	342	382
	3	23	63	103	143	183	223	263	303	343	383
	4	24	64	104	144	184	224	264	304	344	384
	5	25	65	105	145	185	225	265	305	345	385
	6	26	66	106	146	186	226	266	306	346	386
	7	27	67	107	147	187	227	267	307	347	387
	8	28	68	108	148	188	228	268	308	348	388
	9	29	69	109	149	189	229	269	09	349	389
	10	30	70	110	150	190	230	270	310	350	390
III	1	31	71	111	151	191	231	271	311	351	391
	2	32	72	112	152	192	232	272	312	352	392
	3	33	73	113	153	193	233	273	313	353	393
	4	34	74	114	154	194	234	274	314	354	394
	5	35	75	115	155	195	235	275	315	355	395
	6	36	76	116	156	196	236	276	316	356	396
	7	37	77	117	157	197	237	277	317	357	397
	8	38	78	118	158	198	238	278	318	358	398
	9	39	79	119	159	199	239	279	319	359	399
	10	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400

5. ЗАДАЧИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 1

1. Студент проехал половину пути на велосипеде со скоростью υ_1 = 16 км/ч. Далее в течение половины оставшегося времени он ехал со скоростью υ_2 = 12 км/ч, а затем до конца пути шел пешком со скоростью υ_3 = 5 км/ч. Определить среднюю скорость движения студента на всем пути.

2. В течение времени τ скорость тела задается уравнением вида $\upsilon = A + Bt + Ct^2$ $(0 \le t \le \tau)$. Определить среднюю скорость за промежуток времени τ.

3. Материальная точка движется вдоль прямой так, что ее ускорение линейно растет и за первые 10 с достигает значения 5 м/с^2. Определить в конце десятой секунды: 1) скорость точки; 2) путь, пройденный точкой.

4. Камень брошен вертикально вверх с начальной скоростью 20 м/с. По истечении какого времени камень будет находиться на высоте 15 м? Найти скорость камня на этой высоте. Сопротивлением воздуха пренебречь. Принять g = 10 м/с^2.

5. Тело, брошенное вертикально вверх, находилось на одной и той же высоте h = 8,6 м два раза с интервалом Δt = 3 с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, вычислить начальную скорость брошенного тела.

6. При падении камня в колодец его удар о поверхность воды доносится через t = 5 с. Принимая скорость звука υ = 330 м/с, определить расстояние до дна колодца.

7. Тело падает с высоты h = 1 км с нулевой начальной скоростью. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить, какой путь пройдет тело: 1) за первую секунду своего падения; 2) за последнюю секунду своего падения.

8. Первое тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью υ_0 = 5 м/с. В тот же момент времени вертикально вниз с той же начальной скоростью из точки, соответствующей максимальной верхней точке полета h_{max} первого тела, брошено второе тело. Определить: 1) в какой момент времени t тела встретятся; 2) на какой высоте h от поверхности земли произойдет эта встреча; 3) скорость υ_1 первого тела в момент встречи; 4) скорость υ_2 второго тела в момент встречи.

9. Из одного и того же места начали равноускоренно двигаться в одном направлении две точки, причем вторая начала свое движение через 2 с после первой. Первая точка двигалась с начальной скоростью 1 м/с и ускорением 2 м/с^2, вторая – с начальной скоростью 10 м/с и ускорением

1 м/с^2. Через какое время и на каком расстоянии от исходного положения вторая точка догонит первую?

10. Две материальные точки движутся согласно уравнениям $x_1 = A_1t + B_1t^2 + C_1t^3$, $x_2 = A_2t + B_2t^2 + C_2t^3$, где $A_1 = 4$ м/с, $A_2 = 2$ м/с, $B_1 = 8$ м/с^2, $B_2 = -4$ м/с^2, $C_1 = -16$ м/с^3, $C_2 = 1$ м/с^3. В какой момент времени ускорения этих точек будут одинаковы? Найти скорости υ_1 и υ_2 точек в этот момент.

11. Движение материальной точки в плоскости *xy* описывается законом $x = At$, $y = At(1+ Bt)$, где A и B – положительные постоянные. Определить: 1) уравнение траектории материальной точки $y(x)$; 2) радиус-вектор $\vec{r}$ точки в зависимости от времени; 3) скорость υ точки в зависимости от времени; 4) ускорение a точки в зависимости от времени.

12. Зависимость пройденного телом пути от времени задается уравнением $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ ($C = 0{,}1$ м/с^2, $D = 0{,}03$ м/с^3). Определить: 1) через какой промежуток времени после начала движения ускорение a тела будет равно 2 м/с^2; 2) среднее ускорение $\langle a \rangle$ тела за этот промежуток времени.

13. Зависимость пройденного телом пути s от времени t определяется уравнением $s = At - Bt^2 + Ct^3$ ($A = 2$ м/с, $B = 3$ м/с^2, $C = 4$ м/с^3). Записать выражения для скорости и ускорения. Определить для момента времени $t = 2$ с после начала движения: 1) пройденный путь; 2) скорость; 3) ускорение.

14. Зависимость пройденного телом пути от времени задается уравнением $s = A - Bt + Ct^2 + Dt^3$ ($A = 6$ м; $B = 3$ м/с, $C = 2$ м/с^2, $D = 1$ м/с^3). Определить для тела в интервале времени от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 4$ с: 1) среднюю скорость; 2) среднее ускорение.

15. Кинематические уравнения движения двух материальных точек имеют вид $x_1 = A_1 + B_1t + C_1t^2$ и $x_2 = A_2 + B_2t + C_2t^2$, где $B_1 = B_2$, $C_1 = -2$ м/с^2, $C_2 = 1$ м/с^2. Определить: 1) момент времени, для которого скорости этих точек будут равны; 2) ускорения a_1 и a_2 для этого момента.

16. Материальная точка движется по плоскости согласно уравнению $\vec{r}(t) = \vec{i}At^3 + \vec{j}Bt^2$. Написать зависимости: 1) $\vec{\upsilon}(t)$; 2) $\vec{a}(t)$.

17. Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $\vec{r} = t^3\vec{i} + 3t^2\vec{j}$, где $\vec{i}, \vec{j}$ – орты осей x и y. Определить для момента $t = 1$ с: 1) модуль скорости; 2) модуль ускорения.

18. Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $\vec{r} = 4t^2\vec{i} + 3t\vec{j} + 2\vec{k}$. Определить: 1) скорость $\vec{\upsilon}$; 2) ускорение $\vec{a}$; 3) модуль скорости в момент времени $t = 2$ с.

19. Движение материальной точки записано уравнением $\vec{r}(t) = \vec{i}\,(A + Bt^2) + \vec{j}Ct$, где $A = 10$ м, $B = -5$ м/с^2, $C = 10$ м/с. Начертить траекторию точки. Найти выражения $\vec{\upsilon}(t)$ и $\vec{a}(t)$. Для момента времени $t = 1$ с вычислить: 1) модуль вектора скорости; 2) модуль вектора ускорения; 3) модуль вектора тангенциального ускорения; 4) модуль вектора нормального ускорения.

20. Точка движется по кривой с постоянным тангенциальным ускорением 0,5 м/с^2. Определить полное ускорение точки на участке кривой с радиусом кривизны $R = 3$ м, если точка движется на этом участке со скоростью 2 м/с.

21. Точка движется по окружности радиусом $R = 4$ м. Начальная скорость точки равна 3 м/с, тангенциальное ускорение 1 м/с^2. Для момента времени $t = 2$ с определить: 1) длину пути s, пройденного точкой; 2) модуль вектора перемещения; 3) среднюю путевую скорость; 4) модуль вектора средней скорости.

22. Движение точки по кривой задано уравнениями $x = A_1t^3$ и $y = A_2t$, где $A_1 = 1$ м/с^3; $A_2 = 2$ м/с. Найти уравнение траектории точки, ее скорость и полное ускорение в момент времени $t = 0{,}8$ с.

23. Нормальное ускорение точки, движущейся по окружности радиусом $r = 4$ м, задается уравнением $a_n = A + Bt + Ct^2$ ($A = 1$ м/с^2, $B = 6$ м/с^3, $C = 9$ м/с^4). Определить: 1) тангенциальное ускорение точки; 2) путь, пройденный точкой за время $t_1 = 5$ с после начала движения; 3) полное ускорение для момента времени $t_2 = 1$ с.

24. Зависимость пройденного телом пути по окружности радиусом $r = 3$ м задается уравнением $s = At^2 + Bt$ ($A = 0{,}4$ м/с^2, $B = 0{,}1$ м/с). Для момента времени $t = 1$ с после начала движения определить ускорения: 1) нормальное; 2) тангенциальное; 3) полное.

25. Материальная точка начинает двигаться по окружности радиусом $r = 12{,}5$ см с постоянным тангенциальным ускорением $a_\tau = 0{,}5$ см/с^2. Определить: 1) момент времени, при котором вектор ускорения $\vec{a}$ образует с вектором скорости $\vec{\upsilon}$ угол $\alpha = 45°$; 2) путь, пройденный за это время движущейся точкой.

26. Пистолетная пуля пробила два вертикально закрепленных листа бумаги, расстояние между которыми равно 30 м. Пробоина во втором листе оказалась на 10 см ниже, чем в первом. Определить скорость пули, если к первому листу она подлетела, двигаясь горизонтально. Сопротивлением воздуха пренебречь.

27. Тело брошено под некоторым углом к горизонту. Оказалось, что максимальная высота подъема $h = s/4$ (s – дальность полета). Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить угол, под которым тело брошено к горизонту.

28. Пуля пущена с начальной скоростью 200 м/с под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Определить максимальную высоту подъема, дальность полета и радиус кривизны траектории пули в ее наивысшей точке. Сопротивлением воздуха пренебречь.

29. Камень брошен с вышки в горизонтальном направлении с начальной скоростью 30 м/с. Определить скорость, тангенциальное и нормальное ускорения камня в конце второй секунды после начала движения.

30. Тело брошено со скоростью $\upsilon_0 = 20$ м/с под углом $\alpha = 30°$ к горизонту (рис. 11). Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить для момента времени $t = 1{,}5$ с после начала движения: 1) нормальное ускорение; 2) тангенциальное ускорение.

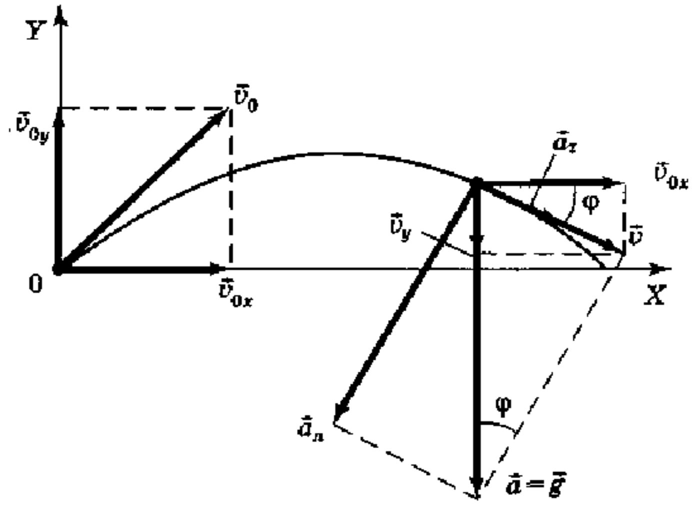


Рис. 11

31. С башни высотой $H = 40$ м брошено тело со скоростью $\upsilon_0 = 20$ м/с под углом $\alpha = 45°$ к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить: 1) время t движения тела; 2) на каком расстоянии s от основания башни тело упадет на землю; 3) скорость υ падения тела на землю; 4) угол φ, который составит траектория тела с горизонтом в точке его падения.

32. Тело брошено со скоростью $\upsilon_0 = 15$ м/с под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить: 1) высоту h подъема тела; 2) дальность полета (по горизонтали) s тела; 3) время t его движения.

33. Тело брошено со скоростью υ_0 = 20 м/с под углом α = 30° к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить для момента времени t = 1,5 с после начала движения: 1) нормальное ускорение; 2) тангенциальное ускорение.

34. Тело брошено горизонтально со скоростью υ_0 = 5 м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить радиус кривизны траектории тела через t = 2 с после начала движения.

35. С башни высотой h = 30 м в горизонтальном направлении брошено тело с начальной скоростью υ_0 = 10 м/с. Определить: 1) уравнение траектории тела $y(x)$, 2) скорость υ тела в момент падения на землю; 3) угол φ, который образует вектор скорости с горизонтом в точке его падения.

36. Линейная скорость υ_1 точек на окружности вращающегося диска равна 3 м/с. Точки, расположенные на ΔR = 10 см, ближе к оси имеют линейную скорость υ_2 = 2 м/с. Определить частоту вращения n диска.

37. Диск радиусом 20 см вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где A = 3 рад; B = – 1 рад/с; C = 0,1 рад/с^3. Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорения точек на окружности диска для момента времени t = 10 с.

38. Якорь электродвигателя, имеющий частоту вращения n = 50 с$^{-1}$, после выключения тока, сделав N = 500 оборотов, остановился. Определить угловое ускорение ε якоря.

39. Колесо автомобиля вращается равнозамедленно. За время t = 2 мин оно изменило частоту вращения от n_1 = 240 мин$^{-1}$ до n_2 = 60 мин$^{-1}$. Определить: 1) угловое ускорение колеса; 2) число полных оборотов, сделанных колесом за это время.

40. Точка движется по окружности радиусом R = 15 см с постоянным тангенциальным ускорением a_τ. К концу четвертого оборота после начала движения линейная скорость точки υ_1 = 15 см/с. Определить нормальное ускорение a_n точки через t_2 = 16 с после начала движения.

41. Ракета поднимается с нулевой начальной скоростью вертикально вверх. Начальная масса ракеты m_0, скорость истечения газа относительно ракеты постоянна и равна u. Пренебрегая сопротивлением воздуха, выразить скорость ракеты υ в зависимости от m и t (m – масса ракеты; t – время ее подъема). Поле силы тяжести считать однородным.

42. Ракета с начальной массой m_0, начиная движение из состояния покоя, к некоторому моменту времени t, израсходовав топливо массой m, развивает скорость υ. Пренебрегая сопротивлением воздуха и внешним силовым полем, определить зависимость υ от m, если скорость истечения топлива относительно ракеты равна u.

43. Ракета, масса которой в начальный момент M = 300 г, начинает выбрасывать продукты сгорания с относительной скоростью u = 200 м/с. Расход горючего μ = 100 г/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха и внешним силовым полем, определить: 1) промежуток времени, за который скорость ракеты станет равной υ_1 = 50 м/с; 2) скорость υ_2, которой достигнет ракета, если масса «заряда» m_0 = 0,2 кг.

44. Ракета, масса которой в начальный момент времени M = 2 кг, запущена вертикально вверх. Относительная скорость выхода продуктов сгорания u = 150 м/с, расход горючего μ = 0,2 кг/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить ускорение a ракеты через t = 3 с после начала ее движения. Поле силы тяжести считать однородным.

45. На катере массой m = 4,5 т находится водомет, выбрасывающий со скоростью u = 6 м/с относительно катера назад V = 25 кг/с воды. Пренебрегая сопротивлением движению катера, определить: 1) скорость катера через t = 3 мин после начала движения; 2) предельно возможную скорость катера.

46. Нагруженная песком железнодорожная платформа с начальной массой m_0 начинает движение из состояния покоя под действием постоянной силы тяги $\vec{F}$. Через отверстие в дне платформы высыпается песок с постоянной скоростью μ (кг/с). Определите $\vec{\upsilon}(t)$, т.е. зависимость скорости платформы от времени.

47. Две одинаковые тележки массой M каждая движутся по инерции (без трения) друг за другом с одинаковой скоростью υ_0. В какой-то момент времени человек массой m, находящийся на задней тележке, прыгнул в переднюю со скоростью $\vec{u}$ относительно своей тележки. Определить скорость $\vec{\upsilon}_1$ передней тележки.

48. Две легкие тележки (массы соответственно m_1 и $m_2 = 2m_1$) соединены между собой сжатой, связанной нитью пружиной. Если пережечь нить, пружина распрямится, и тележки разъедутся в разные стороны. Считая коэффициент трения для обеих тележек одинаковым, определить: 1) υ_1/υ_2 – отношение скоростей движения тележек; 2) t_1/t_2 – отношение времен, в течение которых тележки движутся; 3) s_1/s_2 – отношение путей, пройденных тележками.

49. На железнодорожной платформе, движущейся по инерции со скоростью υ_0 = 3 км/ч, укреплено орудие. Масса платформы с орудием

M = 10 т. Ствол орудия направлен в сторону движения платформы. Снаряд массой m = 10 кг вылетает из ствола под углом α = 60° к горизонту. Определить скорость снаряда (относительно Земли), если после выстрела скорость платформы уменьшилась в n = 2 раза.

50. Снаряд, вылетевший из орудия со скоростью υ_0, разрывается на два одинаковых осколка в верхней точке траектории на расстоянии l (по горизонтали). Один из осколков полетел в обратном направлении со скоростью движения снаряда до разрыва. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить, на каком расстоянии s (по горизонтали) от орудия упадет второй осколок.

51. Лодка массой M = 150 кг и длиной l = 2,8 м неподвижна в стоячей воде. Рыбак массой m = 90 кг в лодке переходит с носа на корму. Пренебрегая сопротивлением воды, определить, на какое расстояние s при этом сдвинется лодка.

52. Снаряд массой m = 5 кг, вылетевший из орудия, в верхней точке траектории имеет скорость υ = 300 м/с. В этой точке он разорвался на два осколка, причем больший осколок массой m_1 = 3 кг полетел в обратном направлении со скоростью υ_1 = 100 м/с. Определить скорость υ_2 второго, меньшего осколка.

53. Платформа, нагруженная песком (M = *2* т), стоит на рельсах на горизонтальном участке пути. В песок попадает снаряд массой m = 8 кг и застревает в нем. Пренебрегая трением, определить, с какой скоростью будет двигаться платформа, если в момент попадания скорость снаряда υ = 450 м/с, а его направление – сверху вниз под углом α = 30° к горизонту.

54. С железнодорожной платформы, движущейся со скоростью υ_0 = 18 км/ч, выстрелили из пушки в горизонтальном направлении (рис. 12). Масса платформы с пушкой M = 15 т, масса снаряда m = 20 кг, а начальная скорость снаряда υ_2 = 500 м/с. Определить скорость υ_1 платформы после выстрела, если выстрел произведен в направлении движения платформы.

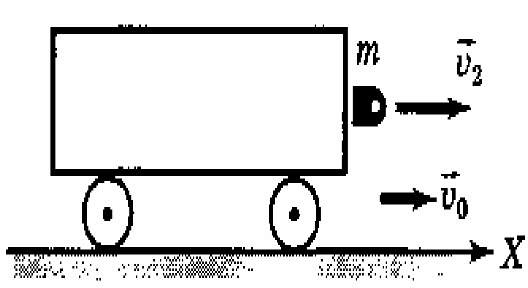


Рис. 12

55. Два конькобежца массами 80 кг и 50 кг, держась за концы длинного натянутого шнура, неподвижно стоят на льду один против другого. Один из них начинает укорачивать шнур, выбирая его со скоростью 1 м/с. С какими скоростями будут двигаться по льду конькобежцы? Трением пренебречь.

56. Снаряд массой 10 кг обладал скоростью 200 м/с в верхней точке траектории. В этой точке снаряд разорвался на две части. Меньшая массой 3 кг получила скорость 400 м/с в прежнем направлении. Найти скорость второй, большей части после разрыва.

57. На железнодорожной платформе установлено орудие. Масса платформы с орудием 15 т. Орудие стреляет вверх под углом $\varphi = 60°$ к горизонту в направлении пути. С какой скоростью покатится платформа вследствие отдачи, если масса снаряда 20 кг и он вылетает со скоростью 600 м/с?

58. На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса человека 60 кг, масса доски 20 кг. С какой скоростью (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль доски со скоростью (относительно доски) 1 м/с? Массой колес пренебречь. Трение во втулках не учитывать.

59. В лодке массой 240 кг стоит человек массой 60 кг. Лодка плывет со скоростью 2 м/с. Человек прыгает с лодки в горизонтальном направлении со скоростью 4 м/с (относительно лодки). Найти скорость движения лодки после прыжка человека в двух случаях: 1) человек прыгает вперед по движению лодки; 2) в сторону, противоположную движению лодки.

60. Какую наибольшую скорость υ_{max} может развить велосипедист, проезжая закругление радиусом $R = 50$ м, если коэффициент трения скольжения μ между шинами и асфальтом равен 0,3? Каков угол φ отклонения велосипеда от вертикали, когда велосипедист движется по закруглению?

61. Автомобиль идет по закруглению шоссе, радиус кривизны R которого равен 200 м. Коэффициент трения μ колес о покрытие дороги равен 0,1 (гололед). При какой скорости υ автомобиля начнется его занос?

62. Самолет описывает петлю Нестерова радиусом 200 м. Во сколько раз сила F, с которой летчик давит на сиденье в нижней точке, больше силы тяжести P летчика, если скорость самолета 100 м/с?

63. Акробат на мотоцикле описывает «мертвую петлю» радиусом 4 м. С какой наименьшей скоростью υ_{min} должен проезжать акробат верхнюю точку петли, чтобы не сорваться?

64. Диск радиусом 40 см вращается вокруг вертикальной оси. На краю диска лежит кубик. Принимая коэффициент трения равным 0,4, найти частоту вращения n, при которой кубик соскользнет с диска.

65. На наклонную плоскость с углом наклона к горизонту $\alpha = 35°$ положена доска массой $m_2 = 2$ кг, а на доску – брусок массой $m_1 = 1$ кг. Коэффициент трения между бруском и доской $\mu_1 = 0{,}1$, а между доской и плоскостью $\mu_2 = 0{,}2$. Определить: 1) ускорение a_1 бруска; 2) ускорение a_2 доски; 3) коэффициент трения μ_2, при котором доска не будет двигаться.

66. В установке (рис. 13) угол α наклона плоскости к горизонту равен 30°, массы тел одинаковы ($m = 1$ кг). Считая нить и блок невесомыми и пренебрегая трением в оси блока, определить силу давления F на ось, если коэффициент трения между наклонной плоскостью и лежащим на ней телом $\mu = 0{,}1$.

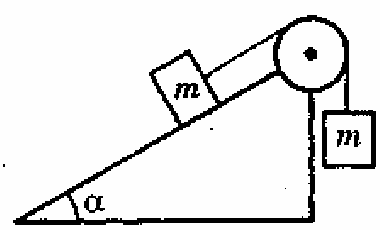


Рис. 13

67. На горизонтальной поверхности находится доска массой m_2, на которой лежит брусок массой m_1. Коэффициент трения бруска о поверхность доски равен μ. К доске приложена горизонтальная сила F, зависящая от времени по закону $F = At$, где A – некоторая постоянная. Определить: 1) момент времени t_0, когда доска начнет выскальзывать из-под бруска; 2) ускорения бруска a_1 и доски a_2.

68. Система грузов (рис. 14) массами $m_1 = 0{,}5$ кг и $m_2 = 0{,}6$ кг находится в лифте, движущемся вверх с ускорением $a = 4{,}9$ м/с^2. Определить силу натяжения нити T, если коэффициент трения между грузом массы m_1 и опорой $\mu = 0{,}1$.

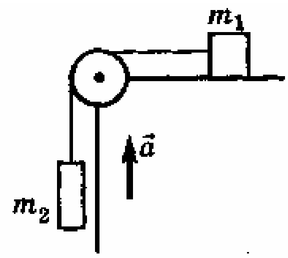


Рис. 14

69. Автоцистерна с керосином движется с ускорением 0,7 м/с^2. Под каким углом к плоскости горизонта расположен уровень керосина в цистерне?

70. Грузы с одинаковой массой ($m_1 = m_2 = 0{,}5$ кг) соединены нитью и перекинуты через невесомый блок, укрепленный на конце стола (рис. 15). Коэффициент трения груза m_2 о стол $\mu = 0{,}15$. Пренебрегая трением в блоке, определить: 1) ускорение, с которым движутся грузы; 2) силу натяжения нити.

71. Вагон массой $m = 1$ т спускается по канатной железной дороге с уклоном $\alpha = 15°$ к горизонту (рис. 16). Принимая коэффициент трения $\mu = 0{,}05$, определить силу натяжения каната при торможении вагона в конце спуска, если скорость вагона перед торможением $\upsilon_0 = 2{,}5$ м/с, а время торможения $t = 6$ с.

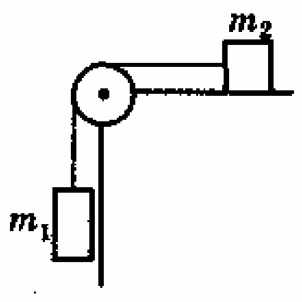


Рис. 15

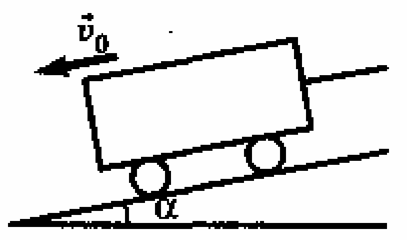


Рис. 16

72. По наклонной плоскости с углом α наклона к горизонту, равным 30°, скользит тело. Определить скорость тела в конце второй секунды от начала скольжения, если коэффициент трения μ = 0,15.

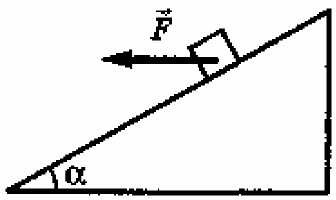


Рис. 17

73. На тело (рис. 17) массой m = 10 кг, лежащее на наклонной плоскости (угол α = 20°), действует горизонтально направленная сила F = 8 Н. Пренебрегая трением, определить: 1) ускорение тела; 2) силу, с которой тело давит на плоскость.

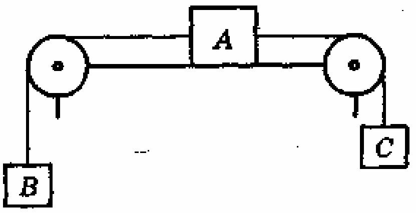


Рис. 18

74. Тело A массой M = 2 кг (рис. 18) находится на горизонтальном столе и соединено нитями посредством блоков с телами B (m_1 = 0,5 кг) и С (m_2 = 0,3 кг). Считая нити и блоки невесомыми и пренебрегая силами трения, определить: 1) ускорение, с которым будут двигаться эти тела; 2) разность сил натяжения нитей.

75. С вершины клина, длина которого l = 2 м и высота h = 1 м, начинает скользить небольшое тело. Коэффициент трения между телом и клином μ = 0,15. Определить: 1) ускорение, с которым движется тело; 2) время прохождения тела вдоль клина; 3) скорость тела у основания клина.

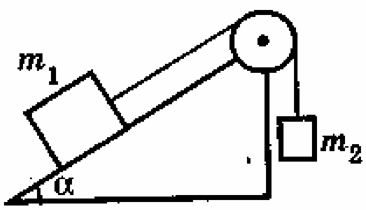


Рис. 19

76. В установке на рис. 19 угол α наклонной плоскости с горизонтом равен 20°, массы тел m_1 = 200 г и m_2 = 150 г. Считая нить и блок невесомыми и пренебрегая силами трения, определить ускорение, с которым будут двигаться эти тела, если тело m_2 опускается.

77. В установке углы α и β с горизонтом соответственно равны 30 и 45°, массы тел m_1 = 0,45 кг и m_2 = 0,5 кг (рис. 20). Считая нить и блок невесомыми и пренебрегая силами трения, определить: 1) ускорение, с которым движутся тела; 2) силу натяжения нити.

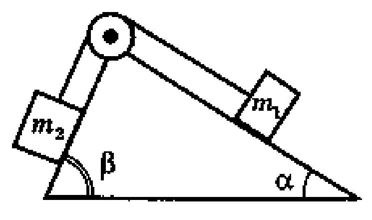


Рис. 20

78. Наклонная плоскость, образующая угол α = 25° с плоскостью горизонта, имеет длину 2 м. Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с этой плоскости за 2 с. Определить коэффициент трения тела о плоскость.

79. На рис. 21 изображена система блоков, к которым подвешены грузы, масса которых m_1 = 200 г и m_2 = 500 г. Считая, что груз m_1 поднимается, а подвижный блок с грузом m_2 опускается, нить и блоки невесомы, силы трения отсутствуют, определить: 1) силу натяжения нити T (рис. 22); 2) ускорения, с которыми движутся грузы.

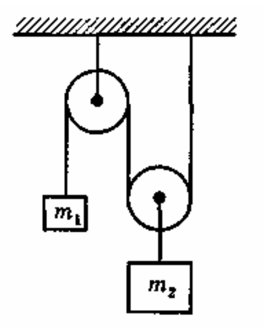


Рис. 21

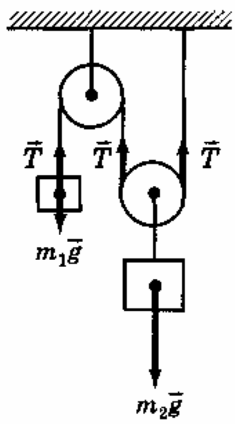


Рис. 22

80. На гладком столе лежит брусок массой 4 кг. К бруску привязаны два шнура, перекинутые через неподвижные блоки, прикрепленные к противоположным краям стола. К концам шнуров подвешены гири, массы которых 1 и 2 кг. Найти ускорение, с которым движется брусок, и силу натяжения каждого из шнуров. Массой блоков и трением пренебречь.

81. Под действием постоянной силы F вагонетка прошла путь, равный 5 м, и приобрела скорость 2 м/с. Определить работу A силы, если масса вагонетки равна 400 кг и коэффициент трения μ = 0,01.

82. Вычислить работу A, совершаемую при равноускоренном подъеме груза массой 100 кг на высоту 4 м за 2 с.

83. Груз массой m = 80 кг поднимают вдоль наклонной плоскости с ускорением a = 1 м/с^2 (рис. 23). Длина наклонной плоскости l = 3 м, угол α

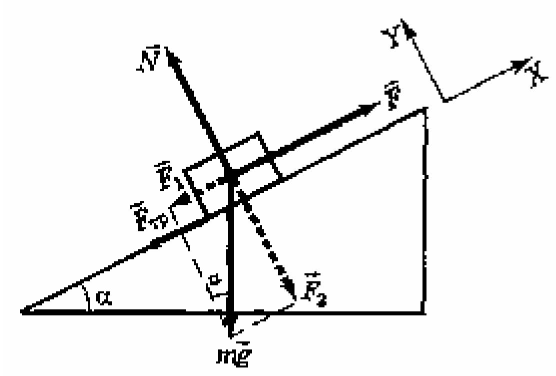


Рис. 23

ее наклона к горизонту равен 30°, а коэффициент трения $\mu = 0{,}15$. Определить: 1) работу, совершаемую подъемным устройством; 2) его среднюю мощность; 3) его максимальную мощность. Начальная скорость груза равна нулю.

84. Тело массой $m = 5$ кг поднимают с ускорением $a = 2$ м/с^2. Определить работу силы в течение первых пяти секунд.

85. Автомобиль массой $m = 1{,}8$ т движется в гору, уклон которой составляет 3 м на каждые 100 м пути. Определить: 1) работу, совершаемую двигателем автомобиля на пути 5 км, если коэффициент трения равен 0,1; 2) развиваемую двигателем мощность, если известно, что этот путь был преодолен за 5 мин.

86. Поезд массой $m = 600$ т движется под гору с уклоном $\alpha = 0{,}3°$ и за время $t = 1$ мин развивает скорость $\upsilon = 18$ км/ч. Коэффициент трения $\mu = 0{,}01$. Определить среднюю мощность $\langle N \rangle$ локомотива.

87. Автомобиль массой $m = 1{,}8$ т спускается при выключенном двигателе с постоянной скоростью $\upsilon = 54$ км/ч по уклону дороги (угол к горизонту $\alpha = 3°$). Определить, какова должна быть мощность двигателя автомобиля, чтобы он смог подниматься на такой же подъем с той же скоростью.

88. Тело скользит с наклонной плоскости высотой h и углом наклона α к горизонту и движется далее по горизонтальному участку. Принимая коэффициент трения на всем пути постоянным и равным μ, определить расстояние s, пройденное телом на горизонтальном участке, до полной остановки.

89. Тело массой m начинает двигаться под действием силы $\vec{F} = 2t\vec{i} + 3t^2\vec{j}$, где $\vec{i}$ и $\vec{j}$ – соответственно единичные векторы координатных осей x и y. Определить мощность $N(t)$, развиваемую силой в момент времени t.

90. Материальная точка массой 2 кг двигалась под действием некоторой силы согласно уравнению $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $A = 10$ м; $B = -2$ м/с; $C = 1$ м/с^2; $D = -0{,}2$ м/с^3. Найти мощность N, затрачиваемую на движение точки, в моменты времени $t_1 = 2$ с и $t_2 = 5$ с.

91. Материальная точка массой m = 1 кг двигалась под действием некоторой силы согласно уравнению $s = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$ (B = 3 м/с, C = 5 м/с^2, D = 1 м/с^3). Определить мощность N, затрачиваемую на движение точки в момент времени t = 1 с.

92. Тело массой m поднимается без начальной скорости с поверхности земли под действием силы F, меняющейся с высотой подъема y по закону $\vec{F} = -2m\vec{g}(1 - Ay)$, где A – некоторая положительная постоянная, и силы тяжести $m\vec{g}$. Определить: 1) высоту подъема; 2) работу силы $\vec{F}$ на первой трети пути. Поле силы тяжести считать однородным.

93. Зависимость потенциальной энергии W_n тела в центральном силовом поле от расстояния r до центра поля задается функцией $W_n(r) = \dfrac{A}{r^2} - \dfrac{B}{r}$ (A = 6 мкДж·м^2, B = 0,3 мДж·м). Определить, при каких значениях r максимальное значение принимают: 1) потенциальная энергия тела; 2) сила, действующая на тело.

94. Тело массой 1 кг, брошенное с вышки в горизонтальном направлении со скоростью υ_0 = 20 м/с, через 3 с упало на землю. Определить кинетическую энергию, которую имело тело в момент удара о землю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

95. Материальная точка массой m = 20 г движется по окружности радиусом R = 10 см с постоянным тангенциальным ускорением. К концу пятого оборота после начала движения кинетическая энергия материальной точки оказалась равной 6,3 мДж. Определить тангенциальное ускорение.

96. Тело, падая с некоторой высоты, в момент соприкосновения с Землей обладает импульсом p = 100 кг·м/с и кинетической энергией $W_к$= 500 Дж. Определить: 1) с какой высоты тело падало; 2) массу тела.

97. С башни высотой H = 20 м горизонтально со скоростью υ_0 = 10 м/с брошен камень массой m = 400 г. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить для момента времени t = 1 с после начала движения: 1) кинетическую энергию камня; 2) его потенциальную энергию.

98. К нижнему концу пружины жесткостью k_1 присоединена другая пружина жесткостью k_2, к концу которой прикреплена гиря. Пренебрегая массой пружин, определить отношение их потенциальных энергий.

99. На рельсах стоит платформа, на которой в горизонтальном положении закреплено орудие без противооткатного устройства. Из орудия производят выстрел вдоль железнодорожного пути. Масса m_1 снаряда равна 10 кг; его скорость υ = 1 км/с. Масса m_2 платформы с орудием и прочим грузом равна 20 т. На какое расстояние откатится платформа после выстрела, если коэффициент сопротивления $\mu = 0{,}002$?

100. Определить, во сколько раз уменьшится скорость шара, движущегося со скоростью υ_1, при его соударении с покоящимся шаром, масса m_2 которого в n раз больше массы m_1 налетающего шара (рис. 24). Удар считать центральным абсолютно упругим.

101. Пуля массой m = 15 г, летящая горизонтально, попадает в баллистический маятник длиной l = 1 м и массой M = 1,5 кг и застревает в нем (рис. 25). Маятник в результате этого отклонился на угол $\varphi = 30°$. Определить скорость пули.

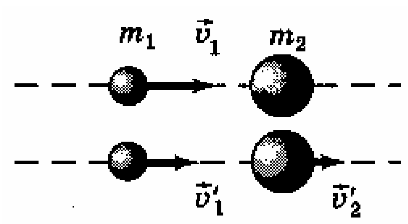


Рис. 24

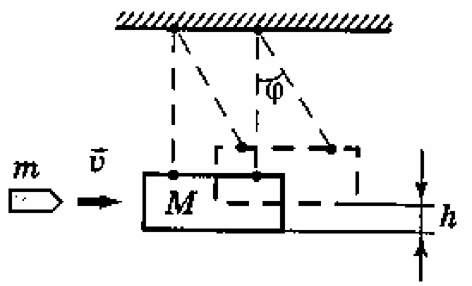


Рис. 25

102. Пуля массой m = 10 г, летевшая со скоростью υ = 600 м/с, попала в баллистический маятник массой M = 5 кг и застряла в нем (см. рис. 25). На какую высоту h, откачнувшись после удара, поднялся маятник?

103. Два груза массами 10 и 15 кг подвешены на нитях длиной 2 м так, что грузы соприкасаются между собой. Меньший груз был отклонен на угол $\varphi = 60°$ и выпущен. Определить высоту, на которую поднимутся оба груза после удара. Удар грузов считать неупругим.

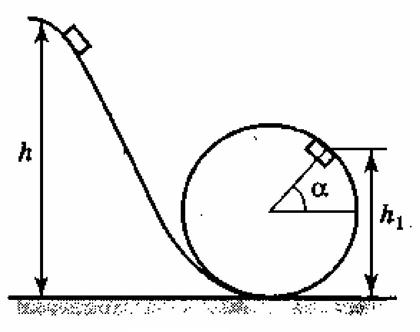


Рис. 26

104. Шайба массой m скользит без трения с высоты h по желобу, переходящему в петлю радиусом R. Определить: 1) силу давления F шайбы на опору в точке, определяемой углом α (рис. 26); 2) угол α.

105. Пуля массой m = 12 г, летящая с горизонтальной скоростью υ = 0,6 км/с, попадает в мешок с песком массой M = 10 кг, висящий на длинной нити, и застревает в нем. Определить: 1) высоту, на которую поднимется мешок, отклонившись после удара; 2) долю кинетической энергии, израсходованной на пробивание песка.

106. Два свинцовых шара массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг подвешены на нитях длиной $l = 70$ см. Первоначально шары соприкасаются между собой, затем меньший шар отклонили на угол $\alpha = 60°$ и отпустили (рис. 27). Считая удар центральным и неупругим, определить: 1) высоту h, на которую поднимаются шары после удара; 2) энергию ΔT, израсходованную на деформацию шаров при ударе.

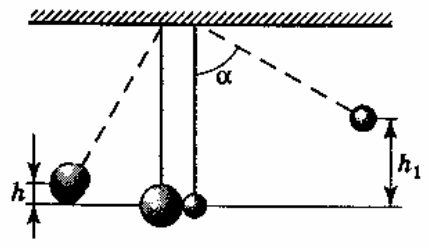


Рис. 27

107. Тело брошено под углом $\alpha = 45°$ к горизонту со скоростью $\upsilon_0 = 15$ м/с. Используя закон сохранения энергии, определить скорость υ тела в высшей точке его траектории.

108. Тело массой $m = 0{,}5$ кг бросают со скоростью $\upsilon_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить кинетическую, потенциальную и полную энергии тела: 1) через $t = 0{,}4$ с после начала движения; 2) в высшей точке траектории.

109. Тело массой $m = 70$ кг движется под действием постоянной силы $F = 63$ Н. Определить, на каком пути s скорость этого тела возрастет в $n = 3$ раза по сравнению с моментом времени, когда скорость тела была равна $\upsilon_0 = 1{,}5$ м/с.

110. Спортсмен с высоты $h = 12$ м падает на упругую сетку. Пренебрегая массой сетки, определить, во сколько раз наибольшая сила давления спортсмена на сетку больше его силы тяжести, если прогиб сетки под действием силы тяжести спортсмена $x_0 = 15$ см.

111. С вершины идеально гладкой сферы радиусом $R = 1{,}2$ м соскальзывает небольшое тело. Определить высоту h (от вершины сферы), с которой тело со сферы сорвется.

112. Два цилиндра массами $m_1 = 150$ г и $m_2 = 300$ г, соединенные сжатой пружиной, разошлись при внезапном освобождении пружины в разные стороны (рис. 28). Пренебрегая силами сопротивления и учитывая, что потенциальная энергия упругой деформации пружины составляет 1,8 Дж, определить: 1) скорость υ_1 движения первого цилиндра; 2) скорость υ_2 движения второго цилиндра.

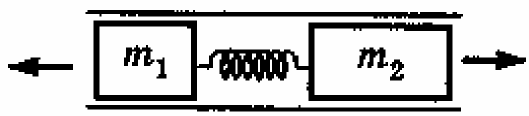


Рис. 28

113. Тело массой m_1 = 3 кг движется со скоростью υ_1 = 2 м/с и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и неупругим, определить количество теплоты, выделившееся при ударе.

114. Два шара массами m_1 = 3 кг и m_2 = 2 кг подвешены на нитях длиной l = 1 м. Первоначально шары соприкасаются между собой, затем больший шар отклонили от положения равновесия на угол α = 60° и отпустили. Считая удар упругим, определить скорость υ'_2 второго шара после удара.

115. Шар массой m = 1,8 кг сталкивается с покоящимся шаром большей массы M. В результате прямого упругого удара шар потерял ω = 0,36 своей кинетической энергии. Определить массу большего шара.

116. На покоящийся шар налетает со скоростью υ_1 = 2 м/с другой шар одинаковой с ним массы. В результате столкновения этот шар изменил направление движения на угол φ = 30°. Определить: 1) скорости шаров после удара; 2) угол β между вектором скорости второго и первоначальным направлением движения первого шара. Удар считать упругим.

117. При центральном упругом ударе движущееся тело массой m_1 ударяется в покоящееся тело массой m_2, в результате чего скорость первого тела уменьшается в 2 раза. Определить: 1) во сколько раз масса первого тела больше массы второго тела; 2) кинетическую энергию второго тела непосредственно после удара, если первоначальная кинетическая энергия первого тела равна 800 Дж.

118. Определить, во сколько раз уменьшится скорость шара, движущегося со скоростью υ_1, при его соударении с покоящимся шаром, масса которого в n раз больше массы налетающего шара. Удар считать центральным абсолютно упругим.

119. Тело массой m_1 = 3 кг движется со скоростью υ_1 = 2 м/с и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и неупругим, определить количество теплоты, выделившееся при ударе.

120. Два шара массами m_1 = 9 кг и m_2 = 12 кг подвешены на нитях длиной l = 1,5 м. Первоначально шары соприкасаются между собой, затем меньший шар отклонили на угол α = 30° и отпустили. Считая удар неупругим, определить высоту h, на которую поднимутся оба шара после удара.

121. Вычислить момент инерции проволочного прямоугольника со сторонами a = 12 см и b = 16 см относительно оси, лежащей в плоскости прямоугольника и проходящей через середины малых сторон. Масса равномерно распределена по длине проволоки с линейной плотностью τ = 0,1 кг/м.

122. Два однородных тонких стержня, AB = 40 см и массой 900 г и CD = 40 см и массой 400 г скреплены под прямым углом (рис. 29). Определить момент инерции системы стержней относительно оси OO', проходящей через конец стержня AB параллельно стержню CD.

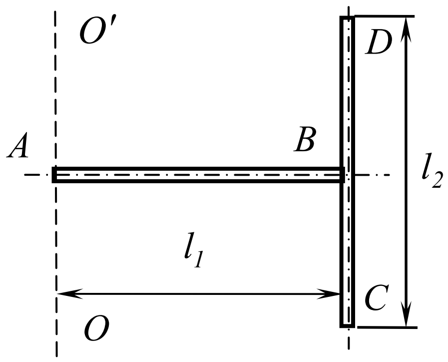


Рис. 29

123. Вывести формулу для момента инерции цилиндрической муфты относительно оси, совпадающей с ее осью симметрии (рис. 30). Масса муфты равна m, внутренний радиус r, внешний радиус R.

124. Найти момент инерции тонкого однородного кольца радиусом 20 см и массой 100 г относительно оси, лежащей в плоскости кольца и проходящей через его центр.

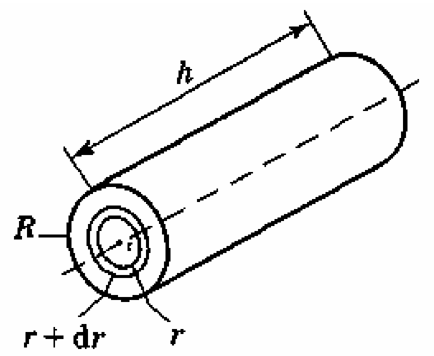


Рис. 30

125. Найти момент инерции плоской однородной прямоугольной пластины массой 800 г относительно оси, совпадающей с одной из ее сторон, если длина другой стороны равна 40 см.

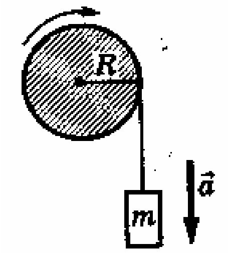
126. Вывести формулу для момента инерции полого шара относительно оси, проходящей через его центр. Масса шара равна m, внутренний радиус r, внешний R.

127. Вал массой 100 кг и радиусом 5 см вращался с частотой n = 8 с$^{-1}$. К цилиндрической поверхности вала прижали тормозную колодку с силой F = 40 Н, под действием которой вал остановился через 10 с. Определить коэффициент трения μ.

128. На цилиндр намотана тонкая гибкая нерастяжимая лента, массой которой по сравнению с массой цилиндра можно пренебречь. Свободный конец ленты прикрепили к кронштейну и предоставили цилиндру возможность опускаться под действием силы тяжести. Определить линейное ускорение оси цилиндра, если цилиндр: 1) сплошной; 2) полый тонкостенный.

129. На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом $R = 5$ см и массой $M = 10$ кг намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой $m = 1$ кг. Определить: 1) зависимость $s(t)$, согласно которой движется груз; 2) силу натяжения нити T; 3) зависимость $\varphi\ (t)$, согласно которой вращается вал; 4) угловую скорость ω вала через $t = 1$ с после начала движения; 5) тангенциальное a_τ и нормальное a_n ускорения точек, находящихся на поверхности вала.

130. На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом $R = 20$ см, момент инерции которого $J = 0{,}15$ кг·м^2, намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой $m = 0{,}5$ кг. До начала вращения барабана высота h груза над полом составляла 2,3 м. Определить: 1) время опускания груза до пола; 2) силу натяжения нити; 3) кинетическую энергию груза в момент удара о пол.



131. На однородный сплошной цилиндрический вал (рис. 31) радиусом $R = 50$ см намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой $m = 6{,}4$ кг. Груз, разматывая нить, опускается с ускорением $a = 2$ м/с^2. Определить: 1) момент инерции J вала; 2) массу M вала.

Рис. 31

132. К ободу однородного сплошного диска радиусом $R = 0{,}5$ м приложена постоянная касательная сила $F = 100$ Н. При вращении диска на него действует момент сил трения $M_{тр} = 2$ Н·м. Определить массу m диска, если известно, что его ускорение ε постоянно и равно 16 рад/с^2.

133. Через блок, имеющий форму диска, перекинут шнур. К концам шнура привязали грузики массой 100 и 110 г. С каким ускорением они будут двигаться, если масса блока равна 400 г? Трение при вращении блока ничтожно мало.

134. Два тела массами m_1 = 0,25 кг и m_2 = 0,15 кг связаны тонкой нитью, переброшенной через блок (рис. 32). Блок укреплен на краю горизонтального стола, по поверхности которого скользит тело массой m_1. С каким ускорением движутся тела и каковы силы T_1 и T_2 натяжения нити по обе стороны от блока? Коэффициент трения μ тела о поверхность стола равен 0,2. Масса m блока равна 0,1 кг и ее можно считать равномерно распределенной по ободу. Массой нити и трением в подшипниках оси блока пренебречь.

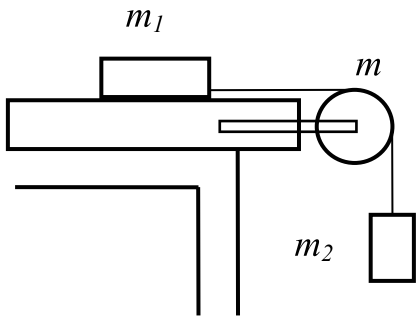


Рис. 32

135. Через неподвижный блок в виде однородного сплошного цилиндра массой m = 160 г перекинута невесомая нить, к концам которой подвешены грузы массами m_1 = 200 г и m_2 = 300 г (рис. 33). Пренебрегая трением в оси блока, определить: 1) ускорение a грузов; 2) силы натяжения T_1 и T_2 грузов.

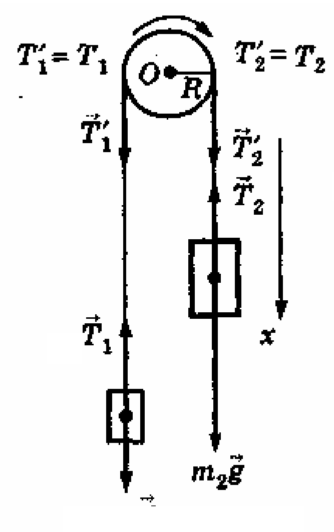


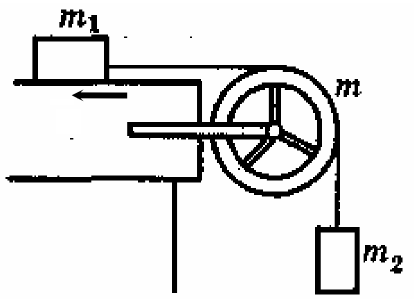
Рис. 33

136. Через неподвижный блок массой 0,2 кг перекинут шнур, к концам которого подвесили грузы массами m_1 = 0,3 кг и m_2 = 0,5 кг. Определить силы T_1 и T_2 натяжения шнура по обе стороны блока во время движения грузов, если масса блока равномерно распределена по ободу.

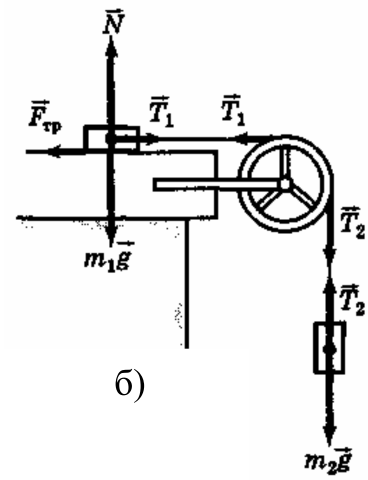
137. Через неподвижный блок в виде однородного сплошного цилиндра массой m = 0,2 кг перекинута невесомая нить, к концам которой прикреплены тела массами m_1 = 0,35 кг и m_2 = 0,55 кг. Пренебрегая трением в оси блока, определить: 1) ускорение грузов; 2) отношение T_2/T_1 сил натяжения нити.

138. Маховик в виде сплошного диска, момент инерции которого J = 150 кг·м^2, вращается с частотой n = 240 об/мин. На маховик стал действовать момент сил торможения, и через время t = 1 мин он остановился. Определить: 1) момент M сил торможения; 2) число оборотов маховика от начала торможения до полной остановки.

139. Тело массой m_1 = 0,25 кг, соединенное невесомой нитью посредством блока (в виде полого тонкостенного цилиндра) с телом массой m_2 = 0,2 кг, скользит по поверхности горизонтального стола (рис. 34). Масса блока m = 0,15 кг. Коэффициент трения μ тела о поверхность равен 0,2. Пренебрегая трением в подшипниках, определить: 1) ускорение a, с которым будут двигаться эти тела; 2) силы натяжения T_1 и T_2 нити по обе стороны блока.



а)



б)

Рис. 34

140. Частота вращения n_0 маховика, момент инерции J которого равен 120 кг·м^2, составляет 240 об/мин. После прекращения действия на него вращающего момента маховик под действием сил трения в подшипниках остановился за время t = π мин. Считая трение в подшипниках постоянным, определить момент M сил трения.

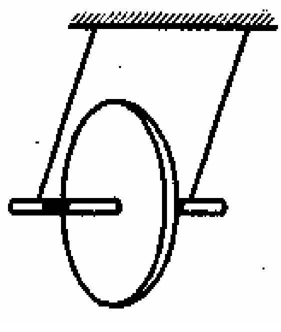


Рис. 35

141. Для демонстрации законов сохранения применяется маятник Максвелла, представляющий собой массивный диск радиусом R и массой m, туго насаженный на ось радиусом r, которая подвешивается на двух предварительно намотанных на нее нитях (рис. 35). Когда маятник отпускают, то он совершает возвратно-поступательное движение в вертикальной плоскости при одновременном движении диска вокруг оси. Не учитывая сил сопротивления и момента инерции оси, определить:
1) ускорение поступательного движения маятника; 2) силу натяжения нити.

142. Шар массой m = 10 кг и радиусом 20 см вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Уравнение вращения шара имеет вид

$\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$, где B = 4 рад/с^2; C = – 1 рад/с^3. Найти закон изменения момента сил, действующих на шар. Определить момент сил М в момент времени t = 2 с.

143. Шар радиусом R = 10 см и массой m = 5 кг вращается вокруг оси симметрии согласно уравнению $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$ (B = 2 рад/с^2, C = – 0,5 рад/с^3). Определить момент сил M для t = 3 с.

144. Однородный тонкий стержень массой 0,2 кг и длиной 1 м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси Z, проходящей через точку O (рис. 36). В точку A на стержне попадает пластилиновый шарик, летящий горизонтально (перпендикулярно оси Z) со скоростью 10 м/с, и прилипает к стержню. Масса шарика равна 10 г. Определить угловую скорость стержня и линейную скорость нижнего конца стержня в начальный момент времени. Вычисления выполнить для следующих значений расстояния между точками A и O: 1) l/2; 2) l/3; 3) l/4.

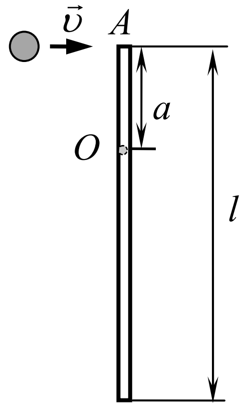


Рис. 36

145. Человек стоит на скамье Жуковского и ловит рукой мяч массой 0,4 кг, летящий в горизонтальном направлении со скоростью 20 м/с. Траектория мяча проходит на расстоянии 0,8 м от вертикальной оси вращения скамьи. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья Жуковского с человеком, поймавшим мяч, если суммарный момент инерции человека и скамьи равен 6 кг·м^2?

146. На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом 2 м, стоит человек массой m_1 = 80 кг. Масса m_2 платформы равна 240 кг. Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Пренебрегая трением, найти, с какой угловой скоростью будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью 2 м/с относительно платформы.

147. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень длиной 2,4 м и массой 8 кг, расположенный вертикально по оси вращения скамейки. Скамья с человеком вращается с частотой n_1 = 1 с$^{-1}$. С какой частотой n_2 будет вращаться скамья с человеком, если он повернет стержень в горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи равен 6 кг·м^2.

148. Человек, стоящий на скамье Жуковского, держит в руках стержень длиной l = 2,5 м и массой m = 8 кг, расположенный вертикально вдоль оси вращения скамейки. Эта система (скамья и человек) обладает моментом инерции $J = 10$ кг·м^2 и вращается с частотой $n_1 = 12$ мин$^{-1}$. Определить частоту n_2 вращения системы, если стержень повернуть в горизонтальное положение.

149. Горизонтальная платформа массой $m = 25$ кг и радиусом $R = 0{,}8$ м вращается с частотой $n_1 = 18$ мин$^{-1}$. В центре стоит человек и держит в расставленных руках гири. Считая платформу диском, определить частоту вращения платформы, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции с $J_1 = 3{,}5$ кг·м^2 до $J_2 = 1$ кг·м^2.

150. Человек массой $m = 60$ кг, стоящий на краю горизонтальной платформы массой $M = 120$ кг, вращающейся по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси с частотой $n_1 = 10$ мин$^{-1}$, переходит к ее центру. Считая платформу круглым однородным диском, а человека – точечной массой, определить, с какой частотой n_2 будет тогда вращаться платформа.

151. Человек массой $m = 60$ кг, стоящий на краю горизонтальной платформы радиусом $R = 1$ м и массой $M = 120$ кг, вращающейся по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси с частотой $n_1 = 10$ мин$^{-1}$, переходит к ее центру. Считая платформу круглым однородным диском, а человека – точечной массой, определить работу, совершаемую человеком при переходе от края платформы к ее центру.

152. Шарик массой 100 г, привязанный к концу нити длиной $l_1 = 1$ м, вращается, опираясь на горизонтальную плоскость, с частотой $n_1 = 1$ с$^{-1}$. Нить укорачивается и шарик приближается к оси вращения до расстояния $l_2 = 0{,}5$ м. С какой частотой n_2 будет при этом вращаться шарик? Какую работу A совершит внешняя сила, укорачивая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь.

153. Маховик вращается по закону, выраженному уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где $A = 2$ рад; $B = 16$ рад/с; $C = -2$ рад/с^2. Момент инерции колеса равен 50 кг·м^2. Найти законы, по которым меняются вращающий момент M и мощность N. Чему равна мощность в момент времени $t = 3$ с?

154. Маховик в виде диска массой 80 кг и радиусом 30 см находится в состоянии покоя. Какую работу A_1 нужно совершить, чтобы сообщить маховику частоту $n = 10$ с$^{-1}$? Какую работу A_2 пришлось бы совершить, если бы при той же массе диск имел меньшую толщину, но вдвое больший радиус?

155. Маховик, момент инерции которого равен 40 кг·м^2, начал вращаться равноускоренно из состояния покоя под действием момента силы $M = 20$ Н·м. Вращение продолжалось в течение 10 с. Определить кинетическую энергию, приобретенную маховиком.

156. Пуля массой 10 г летит со скоростью 800 м/с, вращаясь около продольной оси с частотой 3000 $с^{-1}$. Принимая пулю за цилиндрик диаметром 8 мм, определить полную кинетическую энергию пули.

157. Сплошной цилиндр массой 4 кг катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Линейная скорость оси цилиндра равна 1 м/с. Определить полную кинетическую энергию цилиндра.

158. Шар катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Полная кинетическая энергия шара равна 14 Дж. Определить кинетическую энергию поступательного и вращательного движения шара.

159. Сколько времени будет скатываться без скольжения обруч с наклонной плоскости длиной 2 м и высотой 10 см?

160. Карандаш длиной 15 см, поставленный вертикально, падает на стол. Какую угловую и линейную скорости будет иметь в конце падения: 1) середина карандаша? 2) верхний его конец? Считать, что трение настолько велико, что нижний конец карандаша не проскальзывает.

161. Определить плотность вещества планеты, сутки которой составляют 24 часа, если на экваторе этой планеты тела невесомы.

162. Определить отношение модулей веса тела на экваторе и полюсе планеты радиусом R и массой M, если продолжительность суток на планете T.

163. Определить, во сколько раз сила притяжения на Земле больше силы притяжения на Марсе, если радиус Марса составляет 0,53 радиуса Земли, а масса Марса – 0,11 массы Земли.

164. Определить среднюю плотность Земли, если известна гравитационная постоянная.

165. Две материальные точки массами m_1 и m_2 расположены друг от друга на расстоянии R. Определить угловую скорость вращения, с которой они должны вращаться вокруг общего центра масс, чтобы расстояние между ними осталось постоянным.

166. Два одинаковых однородных шара из одинакового материала, соприкасаясь друг с другом, притягиваются. Определить, как изменится сила притяжения, если массу шаров увеличить в $n = 3$ раза.

167. Ракета, пущенная вертикально вверх, поднялась на высоту 3200 км и начала падать. Какой путь пройдет ракета за первую секунду своего падения?

168. Радиус планеты Марс равен 3,4 Мм, ее масса $6{,}4 \cdot 10^{23}$ кг. Определить напряженность g гравитационного поля на поверхности Марса.

169. Радиус малой планеты равен 250 км, средняя плотность 3 г/$см^3$. Определить ускорение свободного падения g на поверхности планеты.

170. Искусственный спутник обращается вокруг Земли по окружности на высоте 3,6 Мм. Определить линейную скорость спутника. Радиус Земли и ускорение свободного падения на поверхности Земли считать известными.

171. Искусственный спутник Земли движется по круговой орбите на высоте h = 500 км. Определить скорость его движения.

172. Считая орбиту Земли круговой, определить линейную скорость υ движения Земли вокруг Солнца.

173. Период обращения искусственного спутника Земли составляет 3 ч. Считая его орбиту круговой, определить, на какой высоте от поверхности Земли находится спутник.

174. Планета массой M движется по окружности вокруг Солнца со скоростью υ (относительно гелиоцентрической системы отсчета). Определить период обращения этой планеты вокруг Солнца.

175. На какую высоту над поверхностью Земли поднимется ракета, пущенная вертикально вверх, если начальная скорость ракеты равна первой космической скорости?

176. Считая плотность Земли постоянной, определить глубину, на которой ускорение свободного падения составляет 25 % от ускорения свободного падения на поверхности Земли.

177. Определить, в какой точке (считается от Земли) на прямой, соединяющей центры Земли и Луны, напряженность поля тяготения равна нулю. Расстояние между центрами Земли и Луны равно R, масса Земли в 81 раз больше массы Луны.

178. На какой высоте h ускорение свободного падения вдвое меньше его значения на поверхности Земли?

179. Принимая, что радиус Земли известен, определить, на какой высоте h над поверхностью Земли напряженность поля тяготения равна 4,9 Н/кг.

180. Определить высоту, на которой ускорение свободного падения составляет 25 % от ускорения свободного падения на поверхности Земли.

181. Стационарным искусственным спутником Земли называют спутник, находящийся постоянно над одной и той же точкой экватора. Определить расстояние такого спутника до центра Земли.

182. На экваторе некоторой планеты (плотность вещества планеты ρ = 3 г/см^3) тела весят в два раза меньше, чем на полюсе. Определить период обращения планеты вокруг собственной оси.

183. Для тела массой m, находящегося в гравитационном поле Земли над ее поверхностью, вывести зависимость потенциальной энергии тела от расстояния до центра Земли. Считать известными радиус Земли $R_з$ и ускорение свободного падения g на поверхности Земли.

184. Определить работу сил поля тяготения при перемещении тела массой m = 12 кг из точки 1, находящейся от центра Земли на расстоянии $r_1 = 4R$, в точку 2, находящуюся от ее центра на расстоянии $r_2 = 2R$, где R – радиус Земли (рис. 37).

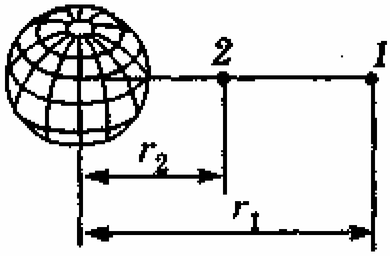


Рис. 37

185. Спутник поднимают на высоту h = 6370 км и запускают его по круговой орбите на той же высоте. Определить отношение работы, совершаемой при подъеме спутника (A_1), к работе, совершаемой при его запуске (A_2).

186. Определить значения потенциала φ гравитационного поля на поверхностях Земли и Солнца.

187. Имеется тонкий однородный стержень массой m и длиной l. Для точки, находящейся на одной прямой со стержнем на расстоянии a от его ближайшего конца, определить: 1) потенциал гравитационного поля стержня; 2) напряженность его гравитационного поля.

188. Тонкий однородный диск радиусом R имеет массу m. Определить в точке, расположенной на оси диска на расстоянии h от него: 1) потенциал гравитационного поля диска; 2) напряженность его гравитационного поля.

189. Принимая потенциальную энергию на бесконечно большом расстоянии равной нулю, определить зависимость потенциальной энергии тела массой m от расстояния R до центра Земли.

190. Известно, что искусственный спутник Земли движется вокруг нее по круговой орбите. Определить, во сколько раз гравитационная потенциальная энергия спутника больше его кинетической энергии.

191. Два алюминиевых шарика (ρ = 2,7 г/см^3) радиусами r_1 = 3 см и r_2 = 5 см соприкасаются друг с другом. Определить потенциальную энергию их гравитационного взаимодействия.

192. Два одинаковых однородных шара из одинакового материала соприкасаются друг с другом. Определить, как изменится потенциальная энергия их гравитационного взаимодействия, если массу шаров увеличить в n = 3 раза.

193. Принимая, что атмосфера на Луне отсутствует, определить скорость падения метеорита на ее поверхность. Скорость метеорита вдали от Луны считать малой.

194. Найти первую и вторую космические скорости вблизи поверхности Солнца.

195. Какова будет скорость ракеты на высоте, равной радиусу Земли, если ракета пущена с Земли с начальной скоростью 10 км/с? Сопротивление воздуха не учитывать. Радиус Земли R и ускорение свободного падения g на ее поверхности считать известными.

196. Определить первую космическую скорость, т.е. горизонтально направленную минимальную скорость, которую надо сообщить телу, чтобы его орбита в поле тяготения Земли стала круговой (тело могло превратиться в искусственный спутник Земли).

197. Определить вторую космическую скорость, т.е. наименьшую скорость, которую надо сообщить телу, чтобы его орбита в поле тяготения Земли стала параболической (тело могло превратиться в спутник Солнца).

198. Определите вторую космическую скорость для Луны.

199. Два спутника с одинаковой массой движутся вокруг Земли по круговым орбитам разных радиусов R_1 и R_2 ($R_2 > R_1$). Определить: 1) отношение кинетической энергии второго спутника к первому; 2) как зависят от радиуса орбиты потенциальная и полная энергии спутников.

200. Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы тело массой m = 1000 кг, находящееся на Земле, смогло превратиться в спутник Солнца (при отсутствии сопротивления среды).

201. Какое давление создает компрессор в краскопульте, если струя жидкой краски вытекает из него со скоростью 25 м/с? Плотность краски равна 800 кг/м^3.

202. По трубе течет машинное масло. Максимальная скорость, при которой движение масла в этой трубке остается еще ламинарным, равна 32 см/с. При какой скорости движение глицерина в той же трубе переходит из ламинарного в турбулентное?

203. В трубе с внутренним диаметром 3 см течет вода. Определить максимальный массовый расход воды при ламинарном течении.

204. Латунный шарик диаметром 0,5 мм падает в глицерине. Определить: 1) скорость установившегося движения шарика; 2) является ли при этой скорости обтекание шарика ламинарным?

205. Автомобиль с площадью миделя (наибольшая площадь сечения в направлении, перпендикулярном скорости) S = 2,2 м^2, коэффициентом лобового сопротивления C_x = 0,4 и максимальной мощностью P = 45 кВт может на горизонтальных участках дороги развивать скорость до 140 км/ч.

При реконструкции автомобиля площадь миделя уменьшили до $S_1 = 2$ м^2, оставив C_x прежним. Принимая силу трения о поверхность дороги постоянной, определить, какую максимальную мощность должен иметь автомобиль, чтобы он развивал на горизонтальных участках дороги скорость до 160 км/ч. Плотность воздуха принять равной 1,29 кг/м^3.

206. Парашют ($m_1 = 32$ кг) пилота ($m_2 = 65$ кг) в раскрытом состоянии имеет форму полусферы диаметром $d = 12$ м с коэффициентом сопротивления $C_x = 1{,}3$. Определить максимальную скорость, развиваемую пилотом, при плотности воздуха 1,29 кг/м^3.

207. Определить наибольшую скорость, которую может приобрести свободно падающий в воздухе ($\rho = 1{,}29$ кг/м^3) свинцовый шарик ($\rho' = 11{,}3$ г/см^3) массой $m = 12$ г. Коэффициент сопротивления C_x принять равным 0,5.

208. Парашют ($m_1 = 32$ кг) пилота ($m_2 = 65$ кг) в раскрытом состоянии имеет форму полусферы диаметром $d = 12$ м, обладая коэффициентом сопротивления $C_x = 1{,}3$. Определить максимальную скорость, развиваемую пилотом, при плотности воздуха 1,29 кг/м^3.

209. Пробковый шарик (плотность $\rho = 0{,}2$ г/см^3) диаметром $d = 6$ мм всплывает в сосуде, наполненном касторовым маслом ($\rho = 0{,}96$ г/см^3), с постоянной скоростью $\upsilon = 1{,}5$ см/с. Определить для касторового масла: 1) динамическую вязкость η; 2) кинематическую вязкость ν.

210. Стальной шарик (плотность $\rho_1 = 9$ г/см^3) падает с постоянной скоростью в сосуде с глицерином ($\rho_2 = 1{,}26$ г/см^3, динамическая вязкость $\eta = 1{,}48$ Па·с). Считая, что при числе Рейнольдса $\mathrm{Re} \le 0{,}5$ выполняется закон Стокса, определить предельный диаметр шарика.

211. Стальной шарик (плотность $\rho' = 9$ г/см^3) диаметром $d = 0{,}8$ см падает с постоянной скоростью в касторовом масле ($\rho = 0{,}96$ г/см^3, динамическая вязкость $\eta = 0{,}99$ Па·с). Учитывая, что критическое значение числа Рейнольдса $\mathrm{Re}_{кр} = 0{,}5$, определить характер движения масла, обусловленный падением в нем шарика.

212. В широком сосуде, наполненном глицерином (плотность $\rho = 1{,}26$ г/см^3, динамическая вязкость $\eta = 1{,}48$ Па·с), падает свинцовый шарик (плотность $\rho = 11{,}3$ г/см^3). Считая, что при числе Рейнольдса $\mathrm{Re} \le 0{,}5$ выполняется закон Стокса (при вычислении Re в качестве характерного размера берется диаметр шарика), определить предельный диаметр шарика.

213. Смесь свинцовых дробинок (плотность $\rho = 1{,}3$ г/см^3) диаметрами 4 мм и 2 мм одновременно опускают в широкий сосуд глубиной $h = 1{,}5$ м с глицерином (плотность $\rho = 1{,}26$ г/см^3, динамическая вязкость $\eta = 1{,}48$ Па·с). Определить, на сколько больше времени потребуется дробинкам меньшего размера, чтобы достичь дна сосуда.

214. Шарик всплывает с постоянной скоростью в жидкости, плотность которой в три раза больше плотности материала шарика. Определить отношение силы трения, действующей на всплывающий шарик, к его весу.

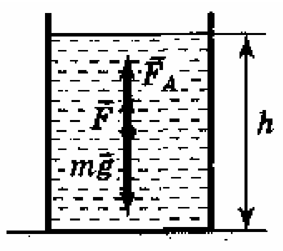


Рис. 38

215. Свинцовые дробинки ($\rho = 11{,}3$ г/см^3), диаметр которых 4 мм и 2 мм, одновременно опускают в широкий сосуд глубиной $h = 1{,}5$ м с глицерином ($\rho = 1{,}26$ г/см^3) (рис. 38). Динамическая вязкость глицерина $\eta = 1{,}48$ Па·с. Определить, на сколько больше времени потребуется дробинкам меньшего размера, чтобы достичь дна сосуда.

216. Площадь соприкосновения слоев текущей жидкости $S = 10$ см^2, коэффициент динамической вязкости жидкости $\eta = 10^{-3}$ Па·с, а возникающая сила трения между слоями $F = 0{,}1$ мН. Определить градиент скорости.

217. На столе стоит наполненный водой широкий цилиндрический сосуд высотой $h = 40$ см. Пренебрегая вязкостью, определить, на какой высоте от дна сосуда должно располагаться небольшое отверстие, чтобы расстояние по горизонтали от отверстия до места, куда попадает струя воды, было максимальным.

218. Через трубку сечением $S_1 = 100$ см^2 (рис. 39) продувается воздух со скоростью 2 м^3/мин. В трубке имеется короткий участок с меньшим поперечным сечением $S_2 = 20$ см^2. Определить: 1) скорость υ_1 воздуха в широкой части трубки; 2) разность уровней Δh воды, используемой в подсоединенном к данной системе манометре. Плотность воздуха $\rho = 1{,}3$ кг/м^3, воды $\rho' = 1000$ кг/м^3.

219. Вдоль оси горизонтальной трубки диаметром 3 см, по которой течет углекислый газ ($\rho = 7{,}5$ кг/м^3), установлена трубка Пито (рис. 40). Пренебрегая вязкостью, определить объем газа, проходящего за 1 с через сечение трубы, если разность уровней в жидкостном манометре составляет $\Delta h = 0{,}5$ см. Плотность жидкости принять равной $\rho' = 1000$ кг/м^3.

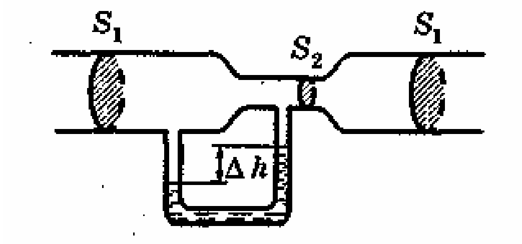


Рис. 39

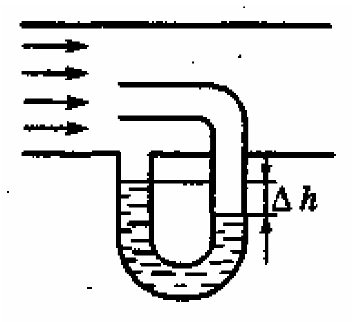


Рис. 40

220. Определить разность давлений в широком и узком (d_1 = 9 см, d_2 = 6 см) коленах горизонтальной трубы (рис. 41), если в широком колене продувается воздух (ρ = 1,29 кг/м^3) со скоростью υ_1 = 6 м/с.

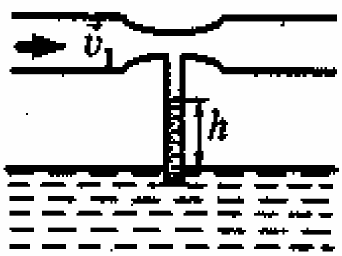


Рис. 41

221. Определить, на какую высоту h поднимется вода в вертикальной трубке (рис. 41), впаянной в узкую часть горизонтальной трубы диаметром d_2 = 3 см, если в широкой части трубы диаметром d_1 = 9 см скорость газа υ_1 = 25 см/с.

222. По горизонтальной трубе переменного сечения (рис. 42) течет вода. Площади поперечных сечений трубы на разных ее участках соответственно равны S_1 = 10 см^2 и S_2 = 20 см^2. Разность уровней Δh воды в вертикальных трубках одинакового сечения составляет 20 см. Определить объем воды, проходящей за 1 с через сечение трубы.

223. По горизонтальной трубе в направлении, указанном на рис. 43 стрелкой, течет жидкость. Разность уровней Δh жидкости в манометрических трубках 1 и 2 одинакового диаметра составляет 8 см. Определить скорость течения жидкости по трубе.

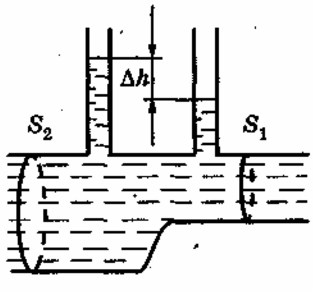


Рис. 42

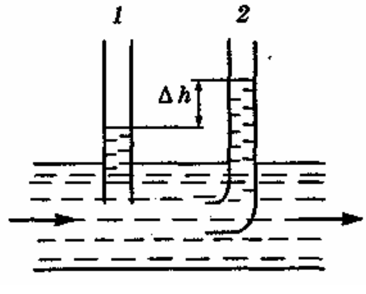


Рис. 43

224. Для точного измерения малых разностей давления служат U-образные манометры, которые заполнены двумя различными жидкостями. В одном из них при использовании нитробензола (ρ = 1,203 г/см^3) и воды (ρ' = 1,000 г/см^3) получили разность уровней Δh = 26 мм. Определить разность давлений.

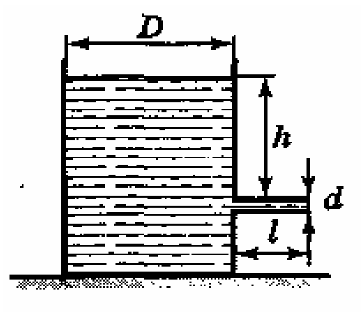


Рис.44

225. В боковую поверхность цилиндрического сосуда диаметром D вставлен капилляр внутренним диаметром d и длиной l (рис. 44). В сосуд налита жидкость с динамической вязкостью η. Определить зависимость скорости υ понижения уровня жидкости в сосуде от высоты h этого уровня над капилляром.

226. В боковую поверхность цилиндрического сосуда, установленного на столе, вставлен на высоте h_1 = 10 см от его дна капилляр внутренним диаметром d = 2 мм и длиной l = 1 см. В сосуде поддерживается постоянный уровень машинного масла (плотность ρ = 0,9 г/см^3 и динамическая вязкость η = 0,1 Па·с) на высоте h_2 = 70 см выше капилляра. Определить расстояние по горизонтали от конца капилляра до места, куда попадает струя масла.

227. В боковую поверхность сосуда вставлен горизонтальный капилляр внутренним диаметром d = 2 мм и длиной l = 1,2 см. Через капилляр вытекает касторовое масло (плотность ρ = 0,96 г/см^3, динамическая вязкость η = 0,99 Па·с), уровень которого в сосуде поддерживается постоянным на высоте h = 30 см выше капилляра. Определить время, которое требуется для протекания через капилляр 10 см^3 масла.

229. В дне сосуда имеется отверстие диаметром d_1. В сосуде вода поддерживается на постоянном уровне, равном h. Считая, что струя не разбрызгивается и пренебрегая силами трения в жидкости, определить диаметр струи, вытекающей из сосуда на расстоянии $h_1 = 2h$ от его дна.

230. Площадь поршня, вставленного в горизонтально расположенный налитый водой цилиндр (рис. 45), S_1 = 1,5 см^2, а площадь отверстия S_2 = 0,8 мм^2. Пренебрегая трением и вязкостью, определить время t, за которое вытечет вода из цилиндра, если на поршень действовать постоянной силой F = 5 Н, а ход поршня l = 5 см. Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3.

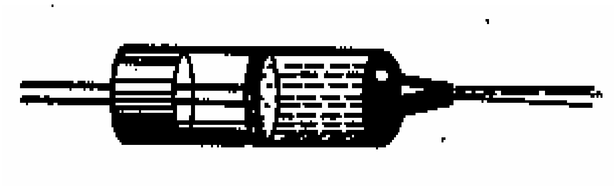


Рис. 45

231. Определить работу, которая затрачивается на преодоление трения при перемещении воды объемом $V = 1{,}5$ м^3 в горизонтальной трубе (рис. 46) от сечения с давлением p_1 = 40 кПа до сечения с давлением p_2 = 20 кПа.

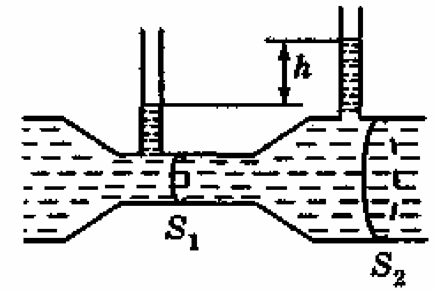


Рис. 46

232. Сосуд в виде полусферы радиусом R = 10 см (рис. 47) до краев наполнен водой. На дне сосуда имеется отверстие площадью поперечного сечения S = 4 мм^2. Определить время, за которое через это отверстие выльется столько воды, что ее уровень в сосуде понизится на 5 см.

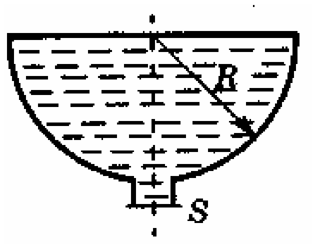


Рис. 47

233. Бак цилиндрической формы площадью основания 10 м^2 и объемом 100 м^3 заполнен водой. Пренебрегая вязкостью воды, определить время, необходимое для полного опустошения бака, если на дне его образовалось круглое отверстие площадью 8 см^2.

234. В сосуд заливается вода со скоростью 0,5 л/с. Пренебрегая вязкостью воды, определить диаметр отверстия в сосуде, при котором вода поддерживалась бы в нем на постоянном уровне h = 20 см.

235. В бочку заливается вода со скоростью 200 см^3/с. На дне бочки образовалось отверстие площадью поперечного сечения 0,8 см^2. Пренебрегая вязкостью воды, определить уровень воды в бочке.

236. Пренебрегая вязкостью жидкости, определить скорость истечения жидкости из малого отверстия в стенке сосуда, если высота h уровня жидкости над отверстием составляет 1,5 м (рис. 48).

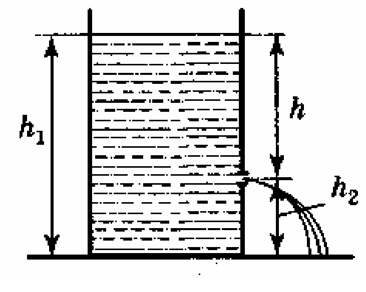


Рис. 48

237. По трубе радиусом $r = 1{,}5$ см течет углекислый газ ($\rho = 7{,}5$ кг/м^3). Определить скорость его течения, если за $t = 20$ мин через поперечное сечение трубы протекает $m = 950$ г газа.

238. Водомер представляет собой горизонтальную трубу переменного сечения, в которую впаяны две вертикальные манометрические трубки одинакового сечения (см. рис. 46). По трубе протекает вода. Пренебрегая вязкостью воды, определить ее массовый расход, если разность уровней в манометрических трубках $\Delta h = 8$ см, а сечения у оснований манометрических трубок соответственно равны $S_1 = 6$ см^2 и $S_2 = 12$ см^2. Плотность воды $\rho = 1$ г/см^3.

239. На столе стоит цилиндрический сосуд, наполненный водой до уровня $H = 20$ см от дна. Если в воду ($\rho = 1$ г/см^3) опустить плавать тонкостенный никелевый стакан ($\rho' = 8{,}8$ г/см^3), то уровень воды подымается на $h = 2{,}2$ см. Определить уровень H_1 воды в сосуде, если стакан утопить.

240. Полый медный шар ($\rho = 8{,}93$ г/см^3) весит в воздухе 3 Н, а в воде ($\rho' = 1$ г/см^3) – 2 Н. Пренебрегая выталкивающей силой воздуха, определить объем внутренней полости шара.

241. Сколько молекул газа содержится в баллоне вместимостью 30 л при температуре 300 К и давлении 5 МПа?

242. В колбе вместимостью 100 см^3 содержится некоторый газ при температуре 300 К. На сколько понизится давление газа в колбе, если вследствие утечки из колбы выйдет 10^{20} молекул?

243. В колбе вместимостью 240 см^3 находится газ при температуре 290 К и давлении 50 кПа. Определить количество вещества газа и число его молекул.

244. Плотность некоторого газа при температуре 14 °С и давлении $4{\cdot}10^5$ Па равна 0,68 кг/м^3. Определить молярную массу этого газа.

245. В баллоне объемом 20 л находится водород массой 6 г при температуре 300 К. Найти плотность и давление водорода.

246. Определить наименьший объем баллона, вмещающего 6 кг кислорода, если его стенки при температуре 27 °С выдерживают давление 15 МПа.

247. В сосуде А объемом 2 л находится газ под давлением $3{\cdot}10^5$ Па, а в сосуде В объемом 4 л находится тот же газ под давлением $1{\cdot}10^5$ Па.

Температура обоих сосудов одинакова и постоянна. Под каким давлением будет находиться газ после соединения сосудов А и В трубкой? Объемом соединительной трубки пренебречь.

248. Определить концентрацию n молекул кислорода и его плотность ρ при давлении p = 5 нПа и температуре 20 °С.

249. Молекулярный пучок падает перпендикулярно на стенку, от которой молекулы отражаются по закону абсолютно упругого удара. Концентрация молекул в пучке n, масса молекулы m_0, скорость каждой молекулы υ. Найти давление p, испытываемое стенкой, если: 1) стенка неподвижна; 2) стенка движется в направлении своей нормали со скоростью u.

250. В цилиндр длиной 1,6 м, заполненный воздухом при нормальном давлении p_0, начали медленно вдвигать поршень площадью 200 см^2. Определить силу, которая будет действовать на поршень, если его остановить на расстоянии 10 см от дна цилиндра.

251. Колба объемом 300 см^3, закрытая пробкой с краном, содержит разреженный воздух. Для измерения давления в колбе горлышко колбы погрузили в воду на незначительную глубину и открыли кран, в результате чего в колбу вошла вода массой 292 г. Определить первоначальное давление в колбе, если атмосферное давление p_0 равно 100 кПа.

252. В U-образный манометр налита ртуть. Открытое колено манометра соединено с окружающим пространством при нормальном атмосферном давлении p_0, и ртуть в открытом колене стоит выше, чем в закрытом, на Δh = 10 см. При этом свободная от ртути часть трубки закрытого колена имеет длину 20 см. Когда открытое колено присоединили к баллону с воздухом, разность уровней ртути увеличилась и достигла значения Δh_1 = 26 см. Найти давление воздуха в баллоне.

253. Полый шар объемом 10 см^3, заполненный воздухом при температуре T_1 = 573 К, соединили трубкой с чашкой, заполненной ртутью. Определить массу ртути, вошедшей в шар при остывании воздуха в нем до температуры T_2 = 293 К. Изменением объема шара пренебречь.

254. В баллоне объемом 25 л находится водород при температуре 290 К. После того как часть водорода израсходовали, давление в баллоне понизилось на 0,4 МПа. Определить массу израсходованного водорода.

255. Оболочка аэростата объемом 1600 м^3, находящегося на поверхности Земли, на k = 7/8 наполнена водородом при давлении 100 кПа и температуре 290 К. Аэростат подняли на некоторую высоту, где давление 80 кПа и температура 280 К. Определить массу водорода, вышедшего из оболочки аэростата при его подъеме.

256. Оболочка воздушного шара объемом 800 м^3 целиком заполнена водородом при температуре T_1 = 273 К. На сколько изменится подъемная сила шара при повышении температуры до T_2 = 293 К? Считать объем оболочки неизменным и внешнее давление нормальным. В нижней части оболочки имеется отверстие, через которое водород может выходить в окружающее пространство.

257. В оболочке сферического аэростата находится газ объемом 1500 м^3, заполняющий оболочку лишь частично. На сколько изменится подъемная сила аэростата, если газ в аэростате нагреть от 273 до 293 К? Давления газа в оболочке и окружающего воздуха постоянны и равны нормальному атмосферному давлению.

258. Газовый термометр состоит из шара с припаянной к нему горизонтальной стеклянной трубкой. Капелька ртути, помещенная в трубку, отделяет объем шара от внешнего пространства. Площадь поперечного сечения трубки равна 0,1 см^2. При температуре T_1 = 273 К капелька находилась на расстоянии 30 см от поверхности шара, при температуре T_2 = 278 К – на расстоянии 50 см. Найти объем шара.

259. В большой сосуд с водой был опрокинут цилиндрический сосуд. Уровни воды внутри и вне цилиндрического сосуда находятся на одинаковой высоте. Расстояние от уровня воды до дна опрокинутого сосуда равно 40 см. На какую высоту поднимется вода в цилиндрическом сосуде при понижении температуры от 310 до 273 К? Атмосферное давление нормальное.

260. Баллон объемом 12 л содержит углекислый газ. Давление газа равно 1 МПа, температура 300 К. Определить массу газа в баллоне.

261. Котел объемом 2 м^3 содержит перегретый водяной пар массой 10 кг при температуре 500 К. Определить давление пара в котле.

262. Газ при температуре 309 К и давлении 0,7 МПа имеет плотность 12 кг/м^3. Определить относительную молярную массу газа.

263. Определить плотность насыщенного водяного пара в воздухе при температуре 300 К. Давление насыщенного водяного пара при этой температуре равно 3,55 кПа.

264. Оболочка воздушного шара имеет объем 1600 м^3. Найти подъемную силу водорода, наполняющего оболочку, на высоте, где давление 60 кПа и температура 280 К. При подъеме шара водород может выходить через отверстие в нижней части шара.

265. В баллоне находятся 8 г водорода и 12 г азота при температуре 17 °С и под давлением $1{,}8 \cdot 10^5$ Па. Определить молярную массу смеси и объем баллона.

266. В сосуде находятся $m_1 = 3{,}2 \cdot 10^{-12}$ кг кислорода и $m_2 = 2{,}8 \cdot 10^{-10}$ кг азота. Температура смеси 300 К. Давление в сосуде 0,15 Па. Определить объем сосуда и концентрацию молекул смеси в нем.

267. Найти давление смеси газа в сосуде объемом 5 л, если в нем находятся $N_1 = 2 \cdot 10^{15}$ молекул кислорода, $N_2 = 8 \cdot 10^{15}$ молекул азота и $m = 1{,}0$ нкг аргона. Температура смеси 17 °С.

268. В сосуде находятся 2 г водорода и 12 г азота при температуре 17 °С и давлении 0,18 МПа. Найти концентрацию молекул водорода в смеси.

269. Какой объем занимает смесь газов – азота массой 1 кг и гелия массой 1 кг – при нормальных условиях?

270. В баллонах объемом $V_1 = 20$ л и $V_2 = 44$ л содержится газ. Давление в первом баллоне 2,4 МПа, во втором – 1,6 МПа. Определить общее давление p и парциальные p_{11} и p_{22} после соединения баллонов, если температура газа осталась прежней.

271. В сосуде объемом 0,01 м^3 содержится смесь газов – азота массой 7 г и водорода массой 1 г – при температуре 280 К. Определить давление смеси газов.

272. Найти плотность газовой смеси водорода и кислорода, если их массовые доли равны соответственно 1/9 и 8/9. Давление смеси равно 100 кПа, температура – 300 К.

273. Газовая смесь, состоящая из кислорода и азота, находится в баллоне под давлением 1 МПа. Определить парциальные давления кислорода и азота, если массовая доля кислорода в смеси равна 0,2.

274. В 1 кг сухого воздуха содержатся 232 г кислорода и 768 г азота (массами других газов пренебрегаем). Определить относительную молекулярную массу воздуха.

275. Баллон объемом 30 л содержит смесь водорода и гелия при температуре 300 К и давлении 828 кПа. Масса смеси равна 24 г. Определить массу водорода и массу гелия.

276. В сосуде объемом 15 л находится смесь азота и водорода при температуре 23 °С и давлении 200 кПа. Определить массы смеси и ее компонентов, если массовая доля азота в смеси равна 0,7.

277. Баллон вместимостью 5 л содержит смесь гелия и водорода при давлении 600 кПа. Масса смеси равна 4 г, массовая доля гелия равна 0,6. Определить температуру смеси.

278. Определить концентрации неона и аргона, если при давлении 0,16 МПа и температуре 47 °С плотность их смеси равна 2,0 кг/м^3.

279. Давление газа равно 1 МПа, концентрация его молекул равна 10^{10} см$^{-3}$. Определить: 1) температуру газа T; 2) среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул газа.

280. Колба вместимостью 4 л содержит некоторый газ массой 0,6 г под давлением 200 кПа. Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа.

281. Вычислить среднюю кинетическую энергию поступательного движения и полную среднюю кинетическую энергию молекулы азота при температуре 300 К. Молекулу азота считать жесткой.

282. При какой температуре T наиболее вероятная скорость молекул азота меньше их средней квадратичной скорости на 50 м/с?

283. На какой высоте давление воздуха составляет 80 % давления на уровне моря? Температуру считать постоянной по высоте и равной 7 °С.

284. Давление воздуха у поверхности Земли 100 кПа. Считая температуру воздуха постоянной и равной 270 К, определить концентрацию молекул воздуха: 1) у поверхности Земли; 2) на высоте 8 км.

285. На какой высоте концентрация молекул водорода составляет 50 % концентрации на уровне моря? Температуру считать постоянной и равной 273 К. Ускорение свободного падения постоянно и равно 9,8 м/с^2.

286. В кабине вертолета барометр показывает давление p_1 = 86 кПа. На какой высоте летит вертолет, если у поверхности Земли давление равно p_2 = 0,10 МПа. Считать, что температура воздуха постоянна и равна 280 К.

287. На какой высоте содержание водорода в воздухе по сравнению с содержанием углекислого газа увеличится вдвое? Среднюю по высоте температуру воздуха считать 300 К.

288. Пылинки, взвешенные в воздухе, имеют массу 10^{-18} г. Во сколько раз уменьшится их концентрация при увеличении высоты на 10 м? Температура воздуха 300 К.

289. На сколько уменьшится атмосферное давление (100 кПа) при подъеме наблюдателя над поверхностью Земли на высоту 100 м? Считать, что температура воздуха равна 290 К и не изменяется с высотой.

290. На какой высоте над поверхностью Земли атмосферное давление вдвое меньше, чем на ее поверхности? Считать, что температура воздуха равна 290 К и не изменяется с высотой.

291. Найти изменение высоты, соответствующее изменению давления на 100 Па, в двух случаях: 1) вблизи поверхности Земли, где температура равна 290 К, давление равно 100 кПа; 2) на некоторой высоте, где температура равна 220 К, давление равно 25 кПа.

292. Барометр в кабине летящего самолета все время показывает одинаковое давление 80 кПа, благодаря чему летчик считает высоту полета неизменной. Однако температура воздуха изменилась на 1 К. Какую ошибку Δh в определении высоты допустил летчик? Считать, что температура не зависит от высоты и что у поверхности Земли давление равно 100 кПа.

293. Найти среднюю длину свободного пробега молекул водорода при давлении 0,1 Па и температуре 100 К.

294. При каком давлении средняя длина свободного пробега молекул азота равна 1 м, если температура газа равна 300 К?

295. Баллон вместимостью 10 л содержит водород массой 1 г. Определить среднюю длину свободного пробега молекул.

296. Можно ли считать вакуум с давлением 100 мкПа высоким, если он создан в колбе диаметром 20 см, содержащей азот при температуре 280 К?

297. Определить плотность разреженного водорода, если средняя длина свободного пробега молекул равна 1 см.

298. Найти среднее число столкновений, испытываемых в течение 1 с молекулой кислорода при нормальных условиях.

299. Найти среднюю продолжительность свободного пробега молекул кислорода при температуре 250 К и давлении 100 Па.

300. Найти среднюю длину свободного пробега молекул воздуха при температуре 300 К и давлении 0,15 МПа. Эффективный диаметр молекулы воздуха 0,30 нм.

301. Найти среднюю продолжительность τ свободного пробега молекул кислорода при температуре 300 К и давлении 150 Па. Эффективный диаметр молекулы кислорода 0,27 нм.

302. Определить концентрацию молекул водорода, при которой среднее расстояние между молекулами в сто раз меньше длины свободного пробега молекул. Эффективный диаметр молекулы водорода 0,23 нм.

303. Средняя длина свободного пробега электрона в газе приблизительно в 5,7 раз больше, чем средняя длина свободного пробега молекул газа. Найти среднюю длину пробега электронов в разрядной трубке, содержащей водород при температуре 127 °С и давлении 1,2 Па. Эффективный диаметр молекулы водорода 0,23 нм.

304. Средняя длина свободного пробега атомов гелия при нормальных условиях равна 180 нм. Определить диффузию гелия.

305. Диффузия кислорода при температуре 0 °С равна 0,19 см^2/с. Определить среднюю длину свободного пробега молекул кислорода.

306. Вычислить диффузию азота: 1) при нормальных условиях; 2) при давлении 100 Па и температуре 300 К.

307. Определить, во сколько раз отличается диффузия газообразного водорода от диффузии газообразного кислорода, если оба газа находятся при одинаковых условиях.

308. Вычислить динамическую вязкость кислорода при нормальных условиях.

309. Найти среднюю длину свободного пробега молекул азота при условии, что его динамическая вязкость равна 17 мкПа·с.

310. Найти динамическую вязкость гелия при нормальных условиях, если диффузия при тех же условиях равна $1{,}06\cdot10^{-4}$ м^2/с.

311. Между двумя пластинами, расположенными на расстоянии 2 мм друг от друга, находится воздух при нормальных условиях. Между пластинами поддерживается разность температур ΔT = 20 К. Площадь каждой пластины равна 150 см^2. Найти количество теплоты Q, передаваемое от одной пластины к другой за 0,5 ч. Эффективный диаметр молекулы воздуха – 0,30 нм.

312. Кислород и углекислый газ находятся при одинаковых температуре и давлении. Эффективные диаметры молекул этих газов соответственно равны 0,35 нм и 0,40 нм. Найти для этих газов отношения: 1) коэффициентов диффузии D_1/D_2; 2) коэффициентов внутреннего трения η_1/η_2.

313. Цилиндр радиусом R_1 = 10 см и длиной 30 см расположен внутри цилиндра радиусом R_2 = 10,5 см так, что оси обоих цилиндров совпадают. Малый цилиндр неподвижен, большой вращается относительно геометрической оси с частотой 15 $с^{-1}$. Динамическая вязкость газа, в котором находятся цилиндры, равна 8,5 мкПа·с. Определить: 1) касательную силу F_τ, действующую на поверхность внутреннего цилиндра площадью 1 $м^2$; 2) вращающий момент M, действующий на этот цилиндр.

314. В ультраразреженном азоте, находящемся под давлением 1 МПа при температуре 300 К, движутся друг относительно друга две параллельные пластины со скоростью 1 м/с. Расстояние между пластинами не изменяется и много меньше средней длины свободного пробега молекул. Определить силу внутреннего трения, действующую на поверхность пластин площадью 1 $м^2$.

315. Динамическая вязкость аргона при нормальных условиях η = 22 мкПа·с. Вычислить длину свободного пробега l молекулы аргона и коэффициент диффузии D аргона при нормальных условиях.

316. Два однородных диска, каждый радиусом 0,3 м, расположены друг над другом так, что их оси совпадают. Верхний диск неподвижен, а нижний вращается с угловой скоростью 126 рад/с. Расстояние между плоскостями дисков – 5 мм. Динамическая вязкость воздуха η = 17 мкПа·с. Найти момент сил трения M, действующий на верхний диск. Краевыми эффектами пренебречь.

317. Вычислить теплопроводность гелия при нормальных условиях.

318. Пространство между двумя большими параллельными пластинами, расстояние между которыми равно 5 мм, заполнено гелием. Температура T_1 одной пластины поддерживается равной 290 К, другой – T_2 = 310 К. Вычислить плотность теплового потока. Расчеты выполнить для двух случаев, когда давление равно: 1) 0,1 МПа; 2) 1 МПа.

319. Водород находится при нормальных условиях и занимает объем V = 1 $см^3$. Определить число молекул N в этом объеме, обладающих скоростями, меньшими некоторого значения υ_{max} = 1 м/с.

320. Найти относительное число ω молекул идеального газа, кинетические энергии которых отличаются от наиболее вероятного значения $\varepsilon_в$ энергии не более чем на 1%.

321. При нагревании двухатомного газа, объем которого остается неизменным (40 л), его давление изменилось на 0,3 МПа. Найти: а) количество теплоты, сообщенное газу; б) приращение внутренней энергии газа; в) совершенную газом работу. Молекулы газа считать жесткими.

322. Одноатомный газ был нагрет при постоянном давлении 90 кПа. В результате его объем увеличился на 2 м^3. Найти: 1) совершенную газом работу; 2) приращение внутренней энергии газа; 3) количество теплоты, сообщенное газу.

323. Разность удельных теплоемкостей $c_p - c_V$ некоторого двухатомного газа равна 260 Дж/(кг·К). Найти молярную массу μ газа и его удельные теплоемкости c_V и c_p.

324. Каковы удельные теплоемкости c_V и c_p смеси газов, содержащей кислород массой 10 г и азот массой 20 г?

325. В баллоне находятся аргон и азот. Определить удельную теплоемкость c_V смеси этих газов, если массовые доли аргона и азота одинаковы и равны 0,5.

326. Смесь газов состоит из хлора и криптона, взятых при одинаковых условиях и в равных объемах. Определить удельную теплоемкость c_p смеси.

327. Найти показатель адиабаты γ для смеси газов, содержащей гелий массой 10 г и водород массой 4 г.

328. Смесь газов состоит из аргона и азота, взятых при одинаковых условиях и в одинаковых объемах. Определить показатель адиабаты γ такой смеси.

329. Азот массой 5 кг, нагретый на ΔT = 150 К, сохранил неизменный объем. Найти: 1) количество теплоты, сообщенное газу; 2) изменение ΔU внутренней энергии; 3) совершенную газом работу A.

330. Водород занимает объем V_1 = 10 м^3 при давлении p_1 = 100 кПа. Газ нагрели при постоянном объеме до давления p_2 = 300 кПа. Определить: 1) изменение ΔU внутренней энергии; 2) работу A, совершаемую газом; 3) количество теплоты, сообщенное газу.

331. При изохорическом нагревании кислорода объемом 50 л давление газа изменилось на Δp = 0,5 МПа. Найти количество теплоты, сообщенное газу.

332. Баллон объемом 20 л содержит водород при температуре 300 К под давлением 0,4 МПа. Каковы будут температура и давление, если газу сообщить количество теплоты $Q = 6$ кДж?

333. Кислород при неизменном давлении 80 кПа нагревается. Его объем увеличивается от 1 м^3 до 3 м^3. Определить: 1) изменение ΔU внутренней энергии кислорода; 2) работу A, совершаемую им при расширении; 3) количество теплоты, сообщенное газу.

334. Азот нагревался при постоянном давлении, причем ему было сообщено количество теплоты $Q = 21$ кДж. Определить работу A, которую совершил при этом газ, и изменение ΔU его внутренней энергии.

335. Кислород массой 2 кг занимает объем 1 м^3 и находится под давлением 0,2 МПа. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема 3 м^3, а затем при постоянном объеме до давления 0,5 МПа. Найти: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную им работу A; 3) количество теплоты, переданное газу. Построить график процесса.

336. Гелий массой 1 г был нагрет на $\Delta T = 100$ К при постоянном давлении p. Определить: 1) количество теплоты Q, переданное газу; 2) работу A расширения; 3) приращение ΔU внутренней энергии газа.

337. Водород массой 4 г был нагрет на $\Delta T = 10$ К при постоянном давлении. Определить работу A расширения газа.

338. Какая доля ω_1 количества теплоты Q_1, подводимого к идеальному газу при изобарическом процессе, расходуется на увеличение ΔU внутренней энергии газа и какая доля ω_2 – на работу A расширения? Рассмотреть три случая, если газ: 1) одноатомный; 2) двухатомный; 3) многоатомный.

339. На нагревание кислорода массой 160 г на $\Delta T = 12$ К было затрачено количество теплоты, равное 1,76 кДж. Как протекал процесс: при постоянном объеме или постоянном давлении?

340. Три литра кислорода находятся под давлением 0,15 МПа. Какое количество теплоты надо сообщить кислороду, чтобы: а) при постоянном объеме вдвое увеличить давление; б) при постоянном давлении вдвое увеличить объем?

341. Двухатомный газ массой 6,5 молей при температуре 300 К расширяется за счет притока теплоты извне вдвое (p = const). Найти: 1) количество теплоты, полученное газом; 2) приращение внутренней энергии газа; 3) работу, совершенную газом при расширении.

342. Азот массой 5 г нагревается от 20 °C при постоянном давлении 150 кПа. После нагревания объем газа оказался равным V_2 = 12 л. Найти: 1) количество теплоты, полученное азотом; 2) работу, совершенную газом; 3) приращение внутренней энергии.

343. При изобарическом расширении двухатомного газа была совершена работа A = 16,2 кДж. Найти количество теплоты, сообщенное газу.

344. В закрытом сосуде находится водород массой m_1 = 12 г и азот массой m_2 = 2 г. Найти приращение внутренней энергии этой смеси при изменении ее температуры на 56 К.

345. Сто молей газа нагреваются изобарически от температуры T_1 до температуры T_2. При этом газ получает количество теплоты 0,28 МДж и совершает работу A = 80 кДж. Найти: 1) приращение внутренней энергии газа; 2) $\gamma = C_p / C_v$; 3) $\Delta T = T_2 - T_1$.

346. Один моль газа расширяется изотермически при температуре 300 К, причем его объем увеличивается в три раза. Найти: 1) приращение внутренней энергии газа; 2) совершенную газом работу; 3) количество теплоты, сообщенное газу.

347. Кислород массой 0,32 кг нагрели на ΔT = 100 К, сообщив ему количество теплоты в 30 кДж. Найти приращение внутренней энергии кислорода и совершенную им работу.

348. Один моль газа изотермически расширяется при температуре 300 К. При этом газом совершается работа A = 2 кДж. Определить, во сколько раз изменяется объем газа при его расширении.

349. Какая работа совершается при изотермическом расширении водорода массой 5 г, взятого при температуре 290 К, если объем газа увеличивается в три раза?

350. Азот массой 200 г расширяется изотермически при температуре 280 К, причем объем газа увеличивается в два раза. Найти: 1) приращение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную при расширении газа работу A; 3) количество теплоты Q, полученное газом.

351. В цилиндре под поршнем находится азот массой 0,6 кг, занимающий объем V_1 = 1,2 м^3 при температуре 560 К. В результате подвода теплоты газ расширился и занял объем V_2 = 4,2 м^3, причем температура осталась неизменной. Найти: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную им работу A; 3) количество теплоты Q, сообщенное газу.

352. Водород массой 10 г нагрели на ΔT = 200 К, причем газу было передано количество теплоты, равное 40 кДж. Найти изменение ΔU внутренней энергии водорода массой 1 г, имевшего температуру 280 К. Объем газа увеличился в три раза. Определить работу A расширения газа.

353. Азот, занимавший объем V_1 = 10 л под давлением p_1 = 0,2 МПа, изотермически расширился до объема V_2 = 28 л. Определить работу A расширения газа.

354. При изотермическом расширении кислорода, содержавшего количество вещества 1 моль и имевшего температуру 300 К, газу было передано количество теплоты 2 кДж. Во сколько раз увеличился объем газа?

355. Какое количество теплоты выделится, если азот массой 1 г, взятый при температуре 280 К под давлением p_1 = 0,1 МПа, изотермически сжать до давления p_2 = 1 МПа?

356. Автомобильная шина накачана до давления p_1 = 220 кПа при температуре T_1 = 290 К. Во время движения она нагрелась до температуры T_2 = 330 К и лопнула. Считая процесс, происходящий после повреждения шины, адиабатическим, определить изменение температуры вышедшего из нее воздуха. Внешнее давление воздуха равно 100 кПа.

357. При адиабатическом сжатии кислорода массой 1 кг совершена работа A = 100 кДж. Определить конечную температуру T_2 газа, если до сжатия кислород находился при температуре T_1 = 300 К.

358. Один моль двухатомного газа, находящегося при нормальных условиях, сжимается до объема V_2 = 5,6 л. Найти температуру газа T_2 после сжатия и работу сжатия, если: 1) газ сжимается изотермически; 2) газ сжимается адиабатически.

359. В результате адиабатического расширения некоторого количества двухатомного газа его давление падает вдвое. Определить, во сколько раз N возрастает средняя длина свободного пробега молекул этого газа.

360. Газ расширяется адиабатически так, что его давление падает от 600 до 300 кПа. Потом газ нагревается при постоянном объеме до первоначальной температуры. При этом его давление возрастает до 360 кПа. Найти для этого газа $\gamma = C_p / C_V$.

361. Из резинового шнура длиной 42 см и радиусом 3 мм сделана рогатка. Мальчик, стреляя из рогатки, растянул резиновый шнур на 20 см. Найти, чему равен модуль Юнга для этой резины, если известно, что камень весом 0,02 кг, пущенный из рогатки, полетел со скоростью 20 м/с. Изменением сечения шнура при растяжении пренебречь.

362. К стальной проволоке радиусом 1 мм подвешен груз в 981 Н. На какой наибольший угол можно отклонить проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась при прохождении этим грузом положения равновесия?

363. С крыши дома свешивается стальная проволока длиной 40 м и диаметром 2 мм. 1. Какой наибольший груз можно подвесить к этой проволоке, чтобы она не разорвалась? 2. На сколько удлинится эта проволока, если на ней повиснет человек весом в 70 кг? 3. Будет ли наблюдаться остаточная деформация, когда человек отпустит проволоку? Предел упругости стали считать равным $2{,}94 \cdot 10^8$ Па.

364. Какую длину должны иметь при 0 °С стальной и медный стержни, чтобы при любой температуре стальной стержень был длиннее медного на 5 см?

365. При нагревании некоторого металла от 0 до 500 °С его плотность уменьшается в 1,027 раза. Найти для этого металла коэффициент линейного теплового расширения, считая его постоянным в данном интервале температур.

366. Медная проволока натянута горячей при температуре 150 °С между двумя прочными неподвижными стенками. При какой температуре, остывая, разорвется проволока? Считать, что закон Гука справедлив вплоть до разрыва проволоки.

367. Какие силы надо приложить к концам стального стержня с площадью поперечного сечения S = 10 см^2, чтобы не дать ему расшириться при нагревании от t_1 = 0 °С до t_2 = 30 °С?

368. На плите стоит алюминиевая кастрюля диаметром 15 см, наполненная водой. Вода кипит, и при этом в каждую минуту образуется 300 г водяного пара. Найти температуру внешней поверхности дна кастрюли, если толщина его 2 мм. Тепловыми потерями пренебречь.

369. Один конец железного стержня поддерживается при температуре 100 °С, другой упирается в лед. Длина стержня 14 см, площадь поперечного сечения – 2 см^2. Стержень теплоизолирован так, что потерями тепла через стенки можно пренебречь. Найти: 1) скорость протекания тепла вдоль стержня, 2) какое количество льда растает за 40 мин.

370. Какое количество тепла теряет в одну минуту комната с площадью пола 4×5 м и высотой 3 м через четыре кирпичные стены? Температура в комнате t_1 = 15 °С, внешняя температура t_2 = – 20 °С. Коэффициент теплопроводности кирпича 0,836 Вт/м·К, толщина стен – 50 см. Потерями тепла через пол и потолок пренебречь.

371. Наружная поверхность стены имеет температуру t_1 = – 20 °С, внутренняя – температуру t_2 = +20 °С. Толщина стены 40 см. Найти коэффициент теплопроводности материала стены, если через каждый 1 м^2 ее поверхности за 1 ч проходит $4{,}59\cdot10^5$ Дж.

372. Свинцовая пуля, летящая со скоростью 400 м/с, ударяется о стенку и входит в нее. Считая, что 10 % кинетической энергии пули идет на ее нагревание, найти, на сколько градусов нагрелась пуля. Удельную теплоемкость свинца найти по закону Дюлонга и Пти.

373. Пользуясь законом Дюлонга и Пти, найти удельную теплоемкость: 1) меди, 2) железа, 3) алюминия.

374. Температура плавления олова при давлении в 10^5 Па равна 231,9 °С, а при давлении в 10^7 Па она равна 232,2 °С. Плотность жидкого олова 7,0 г/см^3. Найти увеличение энтропии при плавлении 1 кмоля олова.

375. На какую высоту h поднимается вода между двумя параллельными друг другу стеклянными пластинками, если расстояние d между ними равно 0,2 мм?

376. Капиллярная трубка диаметром d = 0,5 мм наполнена водой. На нижнем конце трубки вода повисла в виде капли. Эту каплю можно принять за часть сферы радиусом r = 3 мм. Найти высоту h столбика воды в трубке.

377. Разность Δh уровней жидкости в коленах U-образной трубки равна 23 мм. Диаметры d_1 и d_2 каналов в коленах трубки равны соответственно 2 и 0,4 мм. Плотность ρ жидкости равна 0,8 г/см^3. Определить поверхностное натяжение σ жидкости.

378. Глицерин поднялся в капиллярной трубке на высоту h = 20 мм. Определить поверхностное натяжение σ глицерина, если диаметр d канала трубки равен 1 мм.

379. Покровное стеклышко для микроскопа имеет вид круга диаметром d = 16 мм. На него нанесли воду массой m = 0,1 г и наложили другое такое же стеклышко; в результате оба стеклышка слиплись. С какой силой F, перпендикулярной поверхностям стеклышек, надо растягивать их, чтобы разъединить? Считать, что вода полностью смачивает стекло и поэтому меньший радиус r кривизны боковой поверхности водяного слоя равен половине расстояния d между стеклышками.

380. На сколько давление p воздуха внутри мыльного пузыря больше атмосферного давления p_0, если диаметр пузыря d = 5 мм?

381. Воздушный пузырек диаметром d = 2 мкм находится в воде у самой ее поверхности. Определить плотность ρ воздуха в пузырьке, если воздух над поверхностью воды находится при нормальных условиях.

382. Какую работу A нужно совершить, чтобы, выдувая мыльный пузырь, увеличить его диаметр от d_1 = 1 см до d_2 = 11 см? Считать процесс изотермическим.

383. Масса m 100 капель спирта, вытекающего из капилляра, равна 0,71 г. Определить поверхностное натяжение σ спирта, если диаметр d шейки капли в момент отрыва равен 1 мм.

384. Азот массой 14 г адиабатически расширяется в вакуум от объема 1,2 м^3 до объема 2,4 м^3. Найти понижение температуры азота при этом расширении.

385. Определить давление, при котором должен находиться 1 кмоль азота, чтобы при температуре 300 К он занимал объем 1,2 м^3. Критические параметры для азота: $T_{кр}$ = 127 К, $p_{кр}$ = 3,3 МПа.

386. При какой температуре T 1 кмоль кислорода будет занимать объем 0,80 м^3, если его давление 3 МПа? Критические параметры для кислорода: $T_{кр}$ = 154 К, $p_{кр}$ = 5 МПа.

387. Определить критическую плотность $\rho_{кр}$ гелия, если $T_{кр}$ = 5,2 К, $p_{кр}$ = 0,227 МПа.

388. Определить критические параметры $T_{кр}$, $p_{кр}$, $V_{кр}$ для 1 кмоля углекислого газа.

389. Определить критическую плотность $\rho_{кр}$ воды, если постоянная Ван-дер-Ваальса для воды b = 0,03 м^3/кмоль.

390. Критические параметры для воды имеют следующие значения: $T_{кр}$ = 647 К, $p_{кр}$ = 22 МПа. Используя эти данные, вычислить для воды постоянные Ван-дер-Ваальса *a* и *b*.

391. Найти давление, при котором должен находиться 1 кмоль азота, чтобы при температуре 300 К он занимал объем 1,2 м^3.

392. В баллоне объемом 3 л находится кислород массой 0,48 кг при температуре 300 К. Определить давление кислорода: 1) по уравнению Ван-дер-Ваальса; 2) по уравнению Менделеева – Клапейрона.

393. В баллоне объемом 30 л находится азот массой 0,6 кг. Найти: 1) собственный объем молекул азота; 2) внутреннее давление азота.

394. Определить давление водяного пара массой 1 кг, взятого при температуре 380 К и объеме: 1) 1000 л; 2) 10 л; 3) 2 л.

395. Давление кислорода равно 7 МПа, его плотность – 100 кг/м^3. Найти температуру кислорода.

396. Внутреннюю полость толстостенного стального баллона наполовину заполнили водой при комнатной температуре. После этого баллон герметически закупорили и нагрели до температуры 650 К. Определить давление водяного пара в баллоне при этой температуре.

397. Криптон, содержащий количество вещества 1 моль, находится при температуре 300 К. Определить относительную погрешность $\varepsilon = \Delta p/p$, которая будет допущена при вычислении давления, если вместо уравнения Ван-дер-Ваальса воспользоваться уравнением Менделеева – Клапейрона. Вычисления выполнить для двух значений объема: 1) 2 л; 2) 0,2 л.

398. В сосуде вместимостью 0,3 л находится углекислый газ, содержащий количество вещества 1 моль при температуре 300 К. Определить давление газа: 1) по уравнению Менделеева – Клапейрона; 2) по уравнению Ван-дер-Ваальса.

399. Определить давление, которое будет производить кислород, содержащий количество вещества 1 моль, если он занимает объем 0,5 л при температуре 300 К. Сравнить полученный результат с давлением, вычисленным по уравнению Менделеева – Клапейрона.

400. В сосуде вместимостью 10 л находится азот массой 0,25 кг. Определить: 1) внутреннее давление газа; 2) собственный объем молекул.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет»

Кафедра физики

Контрольная работа № 1
студента 2 курса
учебная группа 04-ПГз
шифр 0460832
геодезического факультета

Александрова Ивана Петровича

г. Витебск, пр. Фрунзе, д. 30, кв. 42
Тел. 22-62-72

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Основные физические постоянные

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	$9{,}81$ м/с^2
Гравитационная постоянная	G	$6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/(кг·с^2)
Постоянная Авогадро	N_A	$6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	R	$8{,}31$ Дж/(К·моль)
Стандартный объем	V_m	$22{,}4\cdot10^{-3}$ м^3/моль
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	e	$1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	c	$2{,}998\cdot10^{8}$ м/с
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4)
Постоянная закона смещения Вина	b	$2{,}89\cdot10^{-3}$ м·К
Постоянная Планка	h $\hbar$	$6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж · с $\hbar$ $=1{,}055\cdot10^{-34}$ Дж ·с
Объем одного моля идеального газа при нормальных условиях ($T_0 = 273{,}15$ К, $p_0 = 101325$ Па)	V_0	$22{,}4\cdot10^{-3}$ м^3/моль

Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6{,}37\cdot10^{6}$ м
Масса Земли	$5{,}98\cdot10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6{,}95\cdot10^{8}$ м
Масса Солнца	$1{,}98\cdot10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1{,}74\cdot10^{6}$ м
Масса Луны	$7{,}33\cdot10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1{,}49\cdot10^{11}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3{,}84\cdot10^{8}$ м

Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, кг/м^3	Твердое тело	Плотность, кг/м^3
Алюминий	$2{,}70 \cdot 10^3$	Медь	$8{,}93 \cdot 10^3$
Барий	$3{,}50 \cdot 10^3$	Никель	$8{,}90 \cdot 10^3$
Ванадий	$6{,}02 \cdot 10^3$	Свинец	$11{,}3 \cdot 10^3$
Висмут	$9{,}80 \cdot 10^3$	Серебро	$10{,}5 \cdot 10^3$
Железо	$7{,}88 \cdot 10^3$	Цезий	$1{,}90 \cdot 10^3$
Литий	$0{,}53 \cdot 10^3$	Цинк	$7{,}15 \cdot 10^3$

Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м^3	Жидкость	Плотность, кг/м^3
Вода (при 4°С)	$1{,}00 \cdot 10^3$	Сероуглерод	$1{,}26 \cdot 10^3$
Глицерин	$1{,}26 \cdot 10^3$	Спирт	$0{,}80 \cdot 10^3$
Ртуть	$13{,}6 \cdot 10^3$		

Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	Плотность, кг/м^3	Газ	Плотность, кг/м^3
Водород	0,09	Гелий	0,18
Воздух	1,29	Кислород	1,43

Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

Жидкость	Коэффициент, мН/м	Жидкость	Коэффициент, мН/м
Вода	72	Ртуть	500
Мыльная пена	40	Спирт	22

Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, м	Газ	Диаметр, м
Азот	$3{,}0 \cdot 10^{-10}$	Гелий	$1{,}9 \cdot 10^{-10}$
Водород	$2{,}3 \cdot 10^{-10}$	Кислород	$2{,}7 \cdot 10^{-10}$

ЛИТЕРАТУРА

1. Аксенович Л.А., Жаврид С.М., Медведев И.Н. Физика: Практические занятия. – Мн., 1993.
2. Варикаш В.М., Цедрик М.С. Руководство по решению задач по общей физике. – Мн., 1995.
3. Ветрова В.Т. Сборник задач по физике. – Мн., 1991.
4. Волохов А.Н., Воробьев А.А., Федоров М.Ф. и др. Задачник по физике. – Петрозаводск, 1963.
5. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.,1985.
6. Иродов И.Е. Задачи по общей физике. – М., 1988.
7. Новодворская Е.М., Дмитриев Э.М. Методика проведения упражнений по физике во втузе. – М., 1981.
8. Рубан И.И., Жаврид С.М., Велишкович Н.Е. и др. Физика: Задания к практическим занятиям. – Мн., 1989.
9. Сенько Е.Е., Вераксы В.И., Ефимчик Г.А. Практические занятия по курсу общей физики. – Мн., 1984.
10. Трофимова Т.И., Павлова Э.Г. Сборник задач по курсу физики с решениями. – М., 2001.
11. Трофимова Т.И. Справочник по физике для студентов и абитуриентов. – М., 2001.
12. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики для втузов. – М., 2003.
13. Физика. Методические указания и контрольные задания / Под ред. А.Г. Чертова. – М.: Высш. шк., 1987.

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

Составители
ГРУЗДЕВ Владимир Алексеевич;
ДУБЧЕНОК Геннадий Аркадьевич;
МАКАРЕНКО Геннадий Макарович

ФИЗИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

ДЛЯ СТУДЕНТОВ-ЗАОЧНИКОВ
ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

В трех частях

ЧАСТЬ 1

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ,
МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ

Редактор Т.В. Булах

Подписано в печать 25.01.06 Формат 60х84/16 Бумага офсетная Гарнитура Таймс
Отпечатано на ризографе Усл.-п. л. 6,5 Уч.-изд. л. 3,9 Тираж 400 Заказ 114

Издатель и полиграфическое исполнение –
Учреждение образования «Полоцкий государственный университет»

ЛИ № 02330/0133020 от 30.04.04 ЛП № 02330/0133128 от 27.05.04
211440 г. Новополоцк, ул. Блохина, 29