

Шароглазова Г.А.
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ ГРАВИМЕТРИИ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОГО ФАКУЛЬТЕТА (весенняя сессия 2013)

Содержание

	стр.
1. Общие указания	1
2. Программа курса	2
3. Рекомендуемая литература.....	4
4. Методические указания к изучению разделов программы.....	5
5. Тренировочные задания к закреплению теоретического материала и подготовке к ответам на контрольные тестовые вопросы для допуска к экзамену.....	9
5.1. Задание 1.....	9
5.2. Контрольные вопросы к заданию 1.....	12
5.3.Задание 2.....	13
5.4. Контрольные вопросы к заданию 2.....	17
6. Приложение: Исходные данные для выполнения вычислений по тренировочным заданиям.....	19

1. Общие указания

В соответствии с учебным планом специальности геодезия гравиметрию на заочном факультете изучают на IV курсе. В конце лабораторно-экзаменационной осенней сессии IV курса студент должен получить учебно—методический комплекс по гравиметрии с методическими указаниями к самостоятельному изучению дисциплины и прослушать установочную лекцию. Самостоятельное изучение курса завершается подготовкой студента к ответам на вопросы по выполнению тренировочных заданий, нацеленных на закрепление теоретических знаний по изучаемой дисциплине.

Во время лабораторно-экзаменационной весенней сессии IV курса студенты прослушивают обзорный цикл лекций и выполняют 4 лабораторные работы. Студенты, успешно ответившие на вопросы по тренировочным заданиям и выполнившие лабораторные работы, допускаются к сдаче экзамена по курсу.

При самостоятельном изучении курса и выполнении тренировочных заданий следует использовать учебник: Л.В.Огородова, Б.П.Шимбирев, А.П.Юзефович, Гравиметрия. –М.; Недра, 1978 и учебно—методический комплекс по гравиметрии Г.А. Шароглазовой – Новополюцк, ПГУ, 2006.

Соответствующие параграфы учебника и УМК даны в методических указаниях по каждому разделу программы.

2. Программа курса

2.1 Введение

Основные положения дисциплины. История гравиметрии. Тенденции и перспективы развития. Связь гравиметрии с геодезией. Роль курса в подготовке специалистов по геодезии

2.2. Гравитационное поле Земли

2. 2.1.Сила тяготения и ее потенциал. Основные виды потенциала силы тяготения и его свойства. Сила тяжести, центробежная сила. Их потенциалы. Вторые производные потенциала силы тяжести. Изменения силы тяжести во времени.

2.2.2. Нормальное гравитационное поле. Способы выбора нормального потенциала силы тяжести. Теорема Клеро. Формулы определения нормальной силы тяжести. Вторые производные нормального потенциала силы тяжести.

2.2.3.Аномальное гравитационное поле. Аномалии силы тяжести и их природа. Косвенная интерполяция аномалий силы тяжести. Характеристики аномального гравитационного поля.

2.3. Определение поверхности и гравитационного поля Земли по измерениям силы тяжести

2.3.1.Исходные данные для определения поверхности и гравитационного поля Земли. Связь возмущающего потенциала с аномалиями силы тяжести, отклонением отвеса и аномалией высоты.

2.3.2.Задача Стокса и задача Молоденского. Формулы Стокса и Венинг - Мейнеса. Современная методика вычисления аномалий высот и отклонений отвеса.

2.4. Измерения силы тяжести и вторых производных ее потенциала

2.4.1.Методы измерения силы тяжести. Результаты современных абсолютных измерений силы тяжести. Относительные маятниковые измерения и их результаты.

2.4.2.Статистический метод определения силы тяжести. Основы теории статических гравиметров и их классификация. Смещение нуля-пункта. Влияние внешней среды на показания гравиметров.

2.4.3.Кварцевые астазированные гравиметры. Исследования.

2.4.4 Вариометрические измерения.

2.5. Гравиметрическая съемка

2.5.1. Мировая опорная гравиметрическая сеть. Государственные опорные сети. Полевые опорные и рядовые гравиметрические сети.

2.5.2. Виды гравиметрических съемок. Требования к проектированию гравиметрической съемки. Топографо - геодезическое обеспечение гравиметрической съемки.

2.5.3. Методика и математическая обработка результатов измерений. Уравнивание опорной сети.

2.5.4. Методика составления и точность построения гравиметрических карт.

2.5.5. Гравиметрическая изученность Земли.

2.6. Применение гравиметрии в решении геодезических задач

2.6.1. Определение сжатия Земли по результатам гравиметрических измерений.

2.6.2. Учет неоднородности гравитационного поля в результатах геодезических измерений.

2.6.3. Учет неоднородностей гравитационного поля в инженерной геодезии.

2.6.4. Дифференциальный метод определения аномалий высот и уклонов отвеса по измерениям силы тяжести и вторых производных потенциала силы тяжести.

2.6.5. Влияние вариаций гравитационного поля на результаты повторных геодезических измерений.

2.6.6 Принципы расчета гравиметрической съемки при решении инженерно-геодезических задач.

2.7. Примерный перечень лабораторных занятий

Темы лабораторных работ по курсу способствуют закреплению теоретических знаний по гравиметрии и углублению понимания связи гравиметрии с решением геодезических задач. Они позволяют приобрести практические навыки работы с гравиметрами при производстве гравиметрической съемки, а также показывают необходимость учета влияния вариаций гравитационного поля Земли в результатах повторных геодезических измерений. Их примерный перечень следующий:

- Знакомство со статическими гравиметрами.
- Исследование уровней гравиметра. Установка гравиметра на минимум чувствительности к наклону.
- Исследование гравиметра на смещение нуля - пункта.
- Проложение и обработка гравиметрического рейса.

- Расчет точности определения координат гравиметрических пунктов.
- Определение аномалий силы тяжести с редуциями в свободном воздухе и Буге. Построение гравиметрической карты.
- Определение уклонов отвеса и высот квазигеоида в нулевом приближении (согласно решению Стокса). Вычисления поправок за уклонения отвеса в результаты геодезических измерений.
- Определение коэффициентов формулы распределения нормальной силы тяжести и сжатия уровенной поверхности по гравиметрическим данным.
- Вычисление поправок в результаты высокоточного нивелирования, вызванные колебаниями уровенных поверхностей вследствие заполнения водохранилища.

3. Рекомендуемая литература

Основная литература

1. Огородова Л. В., Шимбирев В. И., Юзефович А. П. "Гравиметрия", М., Недра, 1978, 324с.
2. Юзефович А. П., Огородова Л. В. "Гравиметрия", М., Недра, 1982, 318 с.
3. Шароглазова Г.А. Учебно- методический комплекс «Гравиметрия» для студентов дневной и заочной форм обучения по специальности «Геодезия», Новополюцк, 2006, 195 с. [\(есть на сайте\)](#)

Дополнительная литература

4. Грушинский Н. П. "Введение в гравиметрию и гравиметрическую разведку", М., МГУ, 1961, 206с.,
5. Грушинский Н. П. "Теория фигуры Земли", М., Недра, 1976 , 512 с.
- Закатов П. С. "Курс высшей геодезии", М., Недра, 1976 , 510с.
6. Веселов К. Е. "Гравиметрическая съемка", М., Недра, 1986, 312с.
7. Бровар В. В. "Гравитационное поле в задачах инженерной геодезии", М., Недра, 1983, 112с.
8. Вольфганг Торге "Гравиметрия", М., "Мир", 1999, 428с.
9. Инструкция по развитию государственной гравиметрической сети СССР (фундаментальной и 1 класса), ГКИНП-04-122-88, М., 1988
10. Инструкция по гравиметрической разведке, М., Недра, 1975
11. Шароглазова Г.А. Применение геодезических методов в геодинатике.- Учебное пособие для вузов, Новополюцк, ПГУ, 162 с., 2002.

Научно - методические материалы

12. Шароглазова Г.А. Методические указания к выполнению лабораторных работ по курсу "Гравиметрия", Новополюцк, НПИ, 1993г., 40с.
13. Шаповалова .В.Г. Методические указания к выполнению лабораторных работ по курсу "Гравиметрия", Новополюцк, НПИ, 1988г., 16с.

14. Методические указания, программа и контрольная работа №1 по курсу "Гравиметрия", (для студентов V курса специальности "Прикладная геодезия"), Москва,

МИИГАиК, 1983г., 40с.

15. Гравиметры ГАГ - 2, ГНУКВ, ГНУКС. Технические паспорта к гравиметрам.

4. Методические указания к изучению разделов программы

ВВЕДЕНИЕ

Гравиметрия - наука об измерении величин, характеризующих поле силы тяжести, об использовании их для изучения гравитационного поля, геологического строения, физических свойств Земли. Теоретической основой гравиметрии является закон всемирного тяготения.

Для геодезистов наиболее важен раздел гравиметрии, связанный с решением основной задачи геодезии: определением поверхности и гравитационного поля Земли и их изменений во времени. В решении этой задачи большую роль играют характеристики аномального гравитационного поля (особенно отклонения отвеса, аномалия высоты), позволяющие привести все геодезические измерения в единую систему геодезических координат. Эти характеристики находят по аномалиям силы тяжести, которые, в свою очередь, вычисляют по измерениям силы тяжести.

Литература: [2], с. 4-6, [3], раздел 1.

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

Цель изучения раздела - знакомство с особенностями гравитационного поля Земли и с величинами, которые непосредственно измеряют. Основное внимание уделите свойствам потенциалов тяготения /притяжения/ трех видов: точечной массы, простого слоя, объемных масс /они понадобятся для геодезического приложения/ и особенно свойствам потенциала силы тяжести. Потенциал силы тяжести - это сумма потенциала тяготения всех масс Земли и потенциала центробежной силы, вызванного суточным вращением Земли. Если известен потенциал, то можно найти любой другой элемент гравитационного поля. Например, дифференцирование потенциала силы тяжести позволяет найти проекцию силы тяжести на любое направление, вторые производные этого потенциала - градиенты силы тяжести и градиенты кривизны уровенной поверхности. Изучите связь вторых производных потенциала с кривизной силовой линии и с кривизной уровенной поверхности.

При изучении гравитационного поля Земли принято выделять из потенциала силы тяжести большую по величине и более правильную часть, которую называют нормальным потенциалом. Разность действительного и

нормального потенциалов, называемая возмущающим потенциалом, представляет аномальную часть гравитационного поля. Нужно знать два способа выбора нормального потенциала /с помощью разложения реального потенциала силы тяжести в ряд с удержанием первых членов разложения и решения проблемы Стокса для эллипсоида вращения/ и преимущества второго способа.

При изучении аномалий силы тяжести можно ограничиться аномалиями в свободном воздухе, аномалиями Буге, Фая и топографическими.

Литература: [1], § 1 - 7, 9, 47, 49, 50, 54, 56;
[2], § 1-3; [3], разделы 2.1.-2.3.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ И ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Этот раздел является одним из самых сложных разделов программы, поэтому ему уделяется значительное время на лекциях во время лабораторно-экзаменационной сессии. При самостоятельном изучении раздела надо понять основы метода определения поверхности и гравитационного поля Земли и то, что исходными данными являются только величины, измеренные на поверхности Земли. Основным элементом аномального поля является возмущающий потенциал. Поэтому в первую очередь его необходимо связать с искомыми величинами (составляющими уклонения отвеса и с аномалией высоты). Далее находят возмущающий потенциал как функцию, обладающую всеми свойствами потенциала тяготения. Чтобы решение было однозначным, составляют краевое /граничное/ условие, которому возмущающий потенциал должен удовлетворять на поверхности Земли. Это условие связывает искомый возмущающий потенциал в любой точке поверхности с величинами, определяемыми из наблюдений, - со смешанными аномалиями силы тяжести.

Изучите составление краевого условия для физической поверхности Земли и для сферической отсчетной поверхности. Затем ознакомьтесь с выводом формулы Стокса для возмущающего потенциала для сферической и для плоской отсчетных поверхностей. Формула Стокса является решением задачи об определении возмущающего потенциала. Усвойте переход от формулы Стокса к формуле для вычисления аномалии высоты и к формулам Венинг-Мейнеса для вычисления составляющих уклонения отвеса по аномалиям силы тяжести.

Определение возмущающего потенциала означает определение и гравитационного поля, и поверхности Земли, т.е. геодезических координат опорных точек.

Литература: [1], § 46, 51-53, 57-60; [3], раздел 3.

ИЗМЕРЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ И ВТОРЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ЕЁ ПОТЕНЦИАЛА

Необходимо изучить методы измерения силы тяжести: динамические /баллистический, маятниковый, струнный/ и статический; современную роль каждого метода. При изучении абсолютных измерений силы тяжести достаточно усвоить принципиальную сложность маятниковых абсолютных измерений, вариант баллистического метода, схему баллистического прибора, источники ошибок, преимущества баллистического метода. Надо четко представлять себе роль современных абсолютных измерений в мировой гравиметрической съёмке: они задают и контролируют масштаб гравиметрической сети, а регулярные измерения на специальных станциях позволяют получать независимые данные об изменениях силы тяжести во времени.

Маятниковый относительный метод в настоящее время применяют, главным образом, для создания опорных сетей 1 и 2 классов и эталонных гравиметрических полигонов. Достаточно изучить основы этого метода, принцип измерения периода и амплитуды колебаний маятника, поправки в период колебаний и источники ошибок, устройство маятникового прибора Агат ЦНИИГАиК, результаты современных маятниковых измерений.

Основное внимание уделите статическому методу: теории и устройству кварцевых астазированных гравиметров, получивших наибольшее распространение, их исследованиям, а также основным источникам ошибок (смещению нуля-пункта, влиянию внешних условий, ошибкам постоянных гравиметра).

При измерениях на море главными источниками ошибок являются: неравномерное движение основания из-за волнения моря (возмущающие ускорения с периодом 4-10 с и амплитудой до 100-200 Гал), наклоны и дополнительное ускорение (эффект Этвеша), зависящее от скорости и азимута движения судна. Влияние вертикальных возмущающих ускорений в морских гравиметрах устраняют частотной фильтрацией, а влияние горизонтальных ускорений и наклонов - установкой прибора на гиростабилизированном основании. Для учета эффекта Этвеша требуется весьма точное для морских условий определение координат судна, при детальной съёмке шельфа широко применяют донные гравиметры, точность которых сопоставима с точностью измерений на суше.

В этом разделе главным является: условия измерений на море, амплитудно-частотный состав помех, принцип сильнодемпфированного гравиметра, поправки в его показания, автоматизация измерений, навигационное обеспечение морской съёмки.

В разделе об измерении вторых производных потенциала силы тяжести основное внимание уделите связи положения крутильных весов с ве-

личинами вторых производных, составу измерений для вычисления горизонтальных градиентов силы тяжести и градиентов кривизны уровенной поверхности, влиянию рельефа.

Литература: [1], § 10-38, 40-45;

[2], § 4-20, 22-23, 26-33, 35, 37, 39-44, 46, 50-52; [3], раздел 4.

ГРАВИМЕТРИЧЕСКАЯ СЪЕМКА

Гравиметрическую съемку разделяют на опорную сеть и на рядовую съемку. Мировая опорная гравиметрическая сеть (МГГС-71) образована и уравнена на основании абсолютных измерений в 8 пунктах и многочисленных (25000) маятниковых и гравиметровых связей. Наряду с системой МГГС-71 применяется и Потсдамская система, в основе которой лежит абсолютное маятниковое определение в Потсдаме (1898-1904). Окончательное значение поправки в Потсдамскую систему получено из анализа относительных и новейших абсолютных измерений на пунктах Мировой сети,

В СССР и в других государствах созданы опорные сети разных классов ([2], § 70) и местные сети.

При изучении раздела "ошибки аномалий силы тяжести" следует отличать ошибки, связанные с дискретностью гравиметрической съемки, от ошибок измерения силы тяжести и ошибок координат.

Литература: [1], § 62-70;

[2], § 68-77; [3], раздел 5.

ПРИМЕНЕНИЕ ГРАВИМЕТРИИ В ГЕОДЕЗИИ

Геодезические приборы на полевых пунктах ориентируют по отвесам и уровням, и потому их вертикальные оси совпадают с направлением отвесной линии. Обработку наблюдений обычно выполняют, полагая, что вертикальные оси приборов на разных пунктах района работ строго параллельны. Если же изменения уклонений отвеса велики, то их необходимо учитывать, особенно в инженерно-геодезических сетях, для которых характерны очень высокие требования к точности и значительные наклоны сторон. Влияние уклонений отвеса на измеряемые величины (редукционная задача) рассматривается в курсе высшей геодезии. Поэтому при изучении настоящего раздела главное внимание уделите методам вычисления уклонений отвеса по гравиметрическим и топографическим данным, расчету гравиметрической съемки, предназначенной для вычисления местных уклонений отвеса.

Литература: [1], с. 295-296, § 72-75:

[2], § 11; [3], раздел 6.

5. Тренировочные задания к закреплению теоретического материала и подготовке к ответам на контрольные тестовые вопросы для допуска к экзамену

Методические указания к освоению тренировочных заданий (исходные данные для выполнения тренировочных заданий даны в приложении 1)

Тренировочные задания составлены по темам первых четырех разделов программы. Поэтому их освоение следует начинать только после тщательной проработки этих разделов.

Результаты вычислений по тренировочным заданиям представлять не надо, но следует глубоко освоить методику вычислений, связав ее с необходимым теоретическим материалом по курсу. В конце каждого задания дан примерный перечень контрольных вопросов, на часть из которых по выбору преподавателя студенту необходимо будет ответить для допуска к экзамену по гравиметрии.

5.1. ЗАДАНИЕ 1

Вычислить аномалии в свободном воздухе и аномалии Буге для точек наблюдений, расположенных: 1) на поверхности Земли в равнинном районе; 2) на поверхности Земли в горном районе; 3) на поверхности моря; 4) на дне моря; 5) над Землей; 6) в скважине.

Цель задания: ознакомиться с методами вычисления аномалий силы тяжести по наблюдениям в различных условиях и получить представление о величине аномалий на Земле.

Указания к выполнению задания

Выполнение задания начинайте с изучения §54 учебника [1] и раздела 2.3.1 УМК.

1. Вычисление аномалий в свободном воздухе.

При вычислении аномалий нужно учитывать местоположение пункта наблюдения. В точках 1 и 2, расположенных на поверхности Земли, аномалию в свободном воздухе вычисляет по формуле:

$$g - \gamma_{св.в} = g - \gamma_0 + \Delta\gamma_H \quad (1.1)$$

Здесь g – измеренное значение силы тяжести, γ_0 – нормальная сила тяжести на поверхности нормального эллипсоида,

$\Delta\gamma_H = 0.3086 * H$ - редукция в свободном воздухе. Значение γ_0 можно вычислить по формуле Гельмерта:

$$\gamma_0 = 978030 \left(1 + 0,005302 \sin^2 B - 0,000007 \sin^2 2B \right), \quad (1.2)$$

где B - широта точки наблюдения.

Поправка получится в миллигалах, если значение H - в метрах.

Для точки 3, расположенной на поверхности моря, поправка за высоту равна нулю, так как в этом случае нормальная высота точки наблюдения равна нулю. Аномалия в свободном воздухе в точке 3 равна:

$$g - \gamma_{св.в} = g - \gamma_0. \quad (1.3)$$

Точка 4, расположена ниже уровня моря, высота её отрицательная. Поправка за высоту в этом случае будет положительная, под высотой H в формуле (1) следует понимать глубину моря. Чтобы получить аномалию на поверхности моря нужно учесть притяжение $\Delta_1 g$ слоя морской воды, находящегося выше точки наблюдения:

$$\Delta_1 g = 0,08387 \delta_{м.в.} h = 0,0864 h / \text{мГал}. \quad (1.4)$$

Глубину h , следует брать в метрах; $\delta_{м.в.} = 1.03 \text{ г/см}^3$ - плотность морской воды.

Аномалия в точке 4 вычисляется по формуле:

$$g - \gamma_{св.в} = g - \gamma_0 + 0,3086 * h + \Delta_1 g. \quad (1.5)$$

Для точки 5 высота складывается из нормальной высоты H^y и высоты самолета над физической поверхностью Земли. При вычислении поправки $\Delta \gamma$ за высоту в формуле (1) в качестве H нужно использовать значение $H^y + h$.

Точка 6 расположена в скважине, высота ее над отсчетной поверхностью равна $H^y - h$, где h - глубина скважины. Это значение и следует использовать при вычислении поправки $\Delta \gamma$ за высоту.

Чтобы получить аномалию не в точке наблюдения, а на физической поверхности Земли, нужно учесть притяжение $\Delta_1 g$ слоя толщиной h , расположенного выше точки наблюдения:

$$\Delta_1 g = 0,08387 \delta \cdot h, \quad (1.6)$$

где δ - плотность горных пород. Аномалию в точке 6 вычисляют по формуле (1.5-1.6).

Таблица 1.1

Пример вычисления аномалий в свободном воздухе

	B	H ^y , м	h, м	H ^y +h, м	g, мГал	γ ₀ , мГал	Δγ _H , мГал	γ, мГал	Δ ₁ g, мГал	(g-γ) _{св.в.} , мГал
1	52 ⁰ 13'	5	0	5	981274,8	981262,6	-1,5	981261,1		+13,7
2	36 48	384	0	384	979851,0	979884,4	-118,5	979765,9		+85,1
3	4 22	0	-3820*	0	978072,8	978059,4	0			+12,9
4	25 45	0	-125	-125	979069,3	979004,6	+38,6	979043,2	+10,7	+36,8
5	67 17	143	500	643	982192,7	982438,8	-196,2	982240,6		-47,9
6	48 50	125	-40	85	980924,7	980961,9	-26,2	980935,7	+9,0**	-2,0

*- 3820 м - глубина моря.

** - Поправка Δ₁g вычислена для плотности 2,67г/см³.

Для закрепления материала рекомендуется выполнить вычисления для любого из вариантов контрольной работы, данных в приложении 1.

2. Вычисление аномалий Буге

При вычислении аномалий Буге следует различать два случая:

а) точка наблюдения расположена на суше; б) точка наблюдения расположена на море. В первом случае для точек 1,2 и 5,6 аномалию Буге вычисляют по формуле:

$$g - \gamma_B = g - \gamma_{св.в} + \Delta_2 g. \quad (1.7)$$

Поправка Δ₂g учитывает притяжение топографических масс, расположенных между уровнем моря и физической поверхностью Земли, принимаемой за плоскость, и называется поправкой за промежуточный слой. Эта поправка равна:

$$\Delta_2 g = -2\pi f \delta H. \quad (1.8)$$

Учитывая, что π=3.14, а гравитационная постоянная $f = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2} = 6,673 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 \text{ г}^{-1} \text{ с}^{-2}$, поправку Δ₂g = -0,0419δ*H.

Если точка расположена на поверхности моря, то при вычислении аномалии Буге учитывается эффект масс, обусловленный тем, что плотность морской воды меньше средней плотности земной коры. Притяжение Δ₂g масс, дополняющих плотность морской воды до средней плотности пород, равно:

$$\Delta_2 g = 0,0419 \cdot 2,67 - 1,03 h = 0,0687h \quad (1.9)$$

Аномалия Буге для точек 3, 4 также вычисляется по формуле (1.7).

Таблица 1.2

Пример вычислений аномалий Буге

	$H'(h)$, м	δ , г/см ³	$(g-\gamma)$ св.в. мГал	Δ_2g , мГал	$(g-\gamma)_B$, мГал
1(равнина)	5	2,67	+13,7	-5,6	+8,1
2(горный)	384		+85,1	-43,0	+42,1
3 (поверх- ность моря)	-3820		+12,9	+262,4	+275,3
4 (на дне моря)	-125		+36,8	+8,6	+45,4
5 (над Зем- лей)	143		-47,9	-16,0	-63,9
6 (под зем- лей)	125		-2,0	-14,0	-16,0

Для закрепления материала рекомендуется выполнить вычисления для любого из вариантов контрольной работы, данных в приложении 1.

5.2. Контрольные вопросы к заданию 1.

1. Понятие аномалий силы тяжести. Виды аномалий силы тяжести.
2. Определение аномалии в свободном воздухе, если точка наблюдения расположена на земной поверхности. Есть ли отличия в методике вычисления аномалии для равнинного и горного районов?
3. Вычислить $(g-\gamma)$ св.возд., если измерения g произведены в скважине для данных, выданных преподавателем.
4. Вычислить $(g-\gamma)$ Буге, если измерения g произведены в скважине для данных, выданных преподавателем.
5. Вычислить $(g-\gamma)$ св.возд., если измерения g произведены на море для данных, выданных преподавателем.
6. Вычислить $(g-\gamma)$ Буге, если измерения g произведены на море для данных, выданных преподавателем.
7. Вычислить нормальную силу тяжести на поверхности Земли по данным, выданным преподавателем.
8. Как вычислить нормальную силу тяжести на поверхности референц-эллипсоида, и будет ли она равна нормальной силе тяжести в проекции этой точки на поверхности Земли?
9. Отличие аномалии силы тяжести в свободном воздухе от аномалии Буге.
10. Как на практике используется первая формула теоремы Клеро?

11. Как связаны вторые производные действительного (или нормального) потенциала силы тяжести с введением поправки за высоту в действительную (или нормальную) силу тяжести?
12. Можно ли определить аномалии силы тяжести без гравиметрических измерений?
13. Характеристики аномального гравитационного поля. Какие из них можно определить по результатам гравиметрических измерений?
14. Дать определение чистой и смешанной аномалии силы тяжести. С какой из этих аномалий мы чаще всего встречаемся на практике и почему?

5.3. ЗАДАНИЕ 2

Определить коэффициенты формулы распределения нормальной силы тяжести и сжатие уровенной поверхности с использованием теоремы Клеро

Цель задания: практическое знакомство с методом определения сжатия уровенной поверхности по измерениям силы тяжести.

Литература: [1], § 47; разделы 2.2.2, 6.1 УМК.

Теорема Клеро состоит из двух формул:

$$1. \quad \gamma_0 = \gamma_e (1 + \beta \sin^2 B - \beta_1 \sin^2 2B), \quad (2.1)$$

$$\text{где } \beta = \frac{\gamma_P - \gamma_e}{\gamma_P}, \quad \beta_1 = \frac{\alpha^2}{8} + \frac{\alpha\beta}{4} \approx 7 \cdot 10^{-6}$$

$$\alpha + \beta = \frac{5}{2}q - \frac{17}{14}\alpha q, \quad \text{где } q = \frac{\omega^2 a}{\gamma_e} \quad (2.2)$$

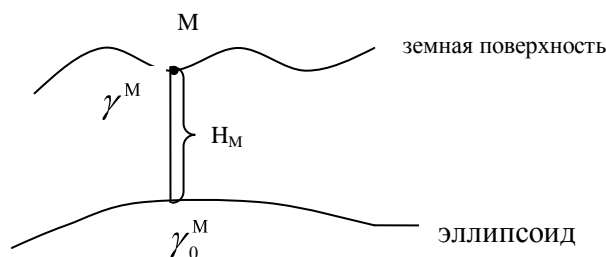
$$\alpha = \frac{5}{2}q - \beta \quad (q = 0.003468 \text{ для } a = 6378.2 \text{ км,}$$

$$\omega^2 = 53,175 \cdot 10^{-10} (\text{рад/с})^2,$$

$$\text{В (2.1) } \gamma_e = ? \quad \beta = ? \quad \text{и в (2.2) } \alpha = ?$$

Схема определения

1) Представление γ_0 через результаты гравиметрических измерений на земной поверхности, т.е. (γ_0 из $(g - \gamma)_{\text{св.в.}}$);



$$(g - \gamma)_{св.в.} = g - (\gamma_0 - 0,3086(-H)) + 4\pi f \delta H;$$

$$(g - \gamma)_{св.в.} = g - (\gamma_0 + 0,3086H) + 4\pi f \delta H \quad (2.3)$$

Обозначим: $0,3086H = \Delta\gamma$, и $4\pi f \delta H = \Delta_1 g$ и перепишем (2.3)

$$\gamma_0 = g - \Delta\gamma - (g - \gamma)_{св.в.} + \Delta_1 g \quad (2.4)$$

2) Составление уравнений погрешностей (из 2.4 и 2.1)

$$g - \Delta\gamma - (g - \gamma)_{св.в.} + \Delta_1 g = \gamma_e (1 + \beta \sin^2 B - \beta_1 \sin^2 2B)$$

$$\gamma_e + \gamma_e \beta \cdot \sin^2 B - (g - \Delta\gamma + \Delta_1 g + \gamma_e \beta_1 \cdot \sin^2 2B) = -(g - \gamma)_{св.в.} \quad (2.5)$$

В (2.5) обозначим:

$$x = \gamma_e - 978000; \quad y = \gamma_e \beta; \quad b = \sin^2 B; \quad v = -(g - \gamma)_{св.в.}$$

$$l = -(g - \Delta\gamma + \Delta_1 g + \gamma_e \beta_1 \cdot \sin^2 2B) + 978000$$

$$x + by + l = v \quad (2.6)$$

3) Составление и решение нормальных уравнений

$$\begin{aligned} n \cdot x + [b]y + [l] &= 0 \\ [b]x + [bb]y + [bl] &= 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

где n — число точек с измеренными значениями силы тяжести.

4) Определение коэффициентов 1-ой формулы теоремы Клеро

$$\gamma_e = x + 978000_{\text{мГал}}, \quad \beta = \frac{y}{\gamma_e}$$

5) Определение сжатия из 2-ой формулы теоремы Клеро

$$\left(\alpha = \frac{5}{2} q - \beta \right)$$

Таблица 2.1

Пример вычислений

№ Гр.пункта	B	g -978000 мГал	$-(\Delta\gamma-\Delta_1g)$, мГал	$\gamma_e\beta_1\sin^2 2B$, мГал	l , мГал	$v=$ $-(g-\mathcal{Y})_{свв}$ мГал	$b=\sin^2 B$
1	52 ⁰ 13'	3 275	+ 2	+ 6	-3283	-13	0,62463
2	36 48	1 851	+ 118	+ 6	-1975	-62	0,35883
3	4 22	73	0	0	-73	+38	0,00580
4	25 45	1 069	- 28	+ 4	-1045	0	0,18874
5	67 17	4 193	+ 193	+ 4	-4395	+30	0,85087
6	48 50	2 925	+ 35	+ 7	-2967	+8	0,56670
				[l]	-13738	[v]	-1
				[bl]	-8377.98		2.59557
							1.59967

Нормальные уравнения

$$6x + 2.59557y - 13738 = 0$$

$$2.59557x + 1.59967y - 8377.98 = 0$$

Составим определитель D системы

$$D = \begin{vmatrix} n & b \\ b & bb \end{vmatrix} = n \cdot bb - b \cdot b .$$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 2,59557 \\ 2,59557 & 1,59967 \end{vmatrix} = 2,86105 .$$

Неизвестные x и y , а также их весовые коэффициенты находят по формулам D_i/D , где D_i - определитель соответствующей величины. Имеем

$$D_x = \begin{vmatrix} -[l] & [b] \\ -[bl] & bb \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 13738 & 2,59557 \\ 8878 & 1,59967 \end{vmatrix}; \quad x = \frac{D_x}{D} = 80,6 \text{ мГал} , ,$$

$$\gamma_e = 978081 \text{ мГал}$$

$$D_y = \begin{vmatrix} n & -[l] \\ b & -[b \cdot l] \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 13738 \\ 2,59557 & 8378 \end{vmatrix}; \quad y = \frac{D_y}{D} = 5106 \text{ мГал} ,$$

$$\beta = y / \gamma_e = 0,005220,$$

$$\alpha = 0,003450, \quad 1:\alpha = 290 .$$

Оценка точности

$$\mu = \sqrt{\frac{v \cdot v}{n - 2}} = 40 \text{ мГал} ,$$

$$D_{p_x} = \begin{vmatrix} 1 & b \\ 0 & bb \end{vmatrix} = bb = 1,59967; \quad \frac{1}{p_x} = \frac{D_{p_x}}{D} = 0,559;$$

$$m_{\gamma_e} = \frac{\mu}{\sqrt{p_x}} = 30 \text{ мГал};$$

$$D_{p_y} = \begin{vmatrix} n & 0 \\ b & 1 \end{vmatrix} = n = 6; \quad \frac{1}{p_y} = \frac{D_{p_y}}{D} = 2,097;$$

$$m_{\gamma_e \beta} = \frac{\mu}{\sqrt{p_y}} = 58 \text{ мГал}; \quad m_{\beta} = \frac{m_{\gamma_e \beta}}{\gamma_e} = 0,000059;$$

$$m_{1/\alpha} = \frac{m_{\beta}}{\alpha^2} = 5.$$

Сводка результатов вычислений

$$\gamma_e = 978081 \pm 30 \text{ мГал};$$

$$\beta = 0,005220 \pm 0,000059,$$

$$1 : \alpha = 290 \pm 5$$

Полученная формула для определения нормальной силы тяжести на поверхности эллипсоида:

$$\gamma_0 = 978081 \cdot (1 + 0,005220 \sin^2 B - 0,000007 \sin^2 2B)$$

Сравните с формулой Гельмерта и сжатием для эллипсоида Красовского.

(для эл—да Красовского $1 : \alpha = 298,3$)

Формула Гельмерта

$$\gamma_0 = 978030 \cdot (1 + 0,005302 \sin^2 B - 0,000007 \sin^2 2B)$$

Почему значения коэффициентов в формулах не совпадают?

5.4. Контрольные вопросы к заданию 2 .

1. Теорема Клеро.
2. Есть ли связь первой формулы теоремы Клеро с формулой Гельмерта и можно ли сказать, что первая формула теоремы Клеро является следствием формулы Гельмерта?
3. Методика определения коэффициентов первой формулы теоремы Клеро и сжатия земного эллипсоида по гравиметрическим данным.
4. Почему известные земные эллипсоиды имеют различные численные значения сжатия, а используемые на практике формулы для определения нормальной силы тяжести – различные значения коэффициентов?
5. Вычислить $(g-\gamma)_{\text{св.возд.}}$ на поверхности Земли с использованием различных формул для определения нормальной силы тяжести по данным, выданным преподавателем. Сравнить и объяснить их различие.
6. Можно ли определить сжатие земного эллипсоида по гравиметрическим данным, не имеющим координатной привязки?
7. Будет ли отличаться значения нормальной силы тяжести на поверхности эллипсоида для точек:
 - А) отличающихся по широте;
 - б) отличающихся по долготе;
 - в) отличающихся по широте и по долготе?
8. Объяснить смысл коэффициентов γ_e и β и как они определены в задании 2?
9. Объяснить составление уравнений погрешностей в задании.
10. Объяснить порядок получения системы нормальных уравнений в задании.
11. Объяснить решение системы нормальных уравнений и определения по результатам этого решения искомых неизвестных.
12. Объяснить, как в задании получено сжатие земного эллипсоида?
13. Объяснить порядок выполнения оценки точности.
14. Почему полученные при выполнении задания γ_e и β отличаются от коэффициентов формулы Гельмерта, а значение α от сжатия для эллипсоида Красовского?
15. Будут ли отличаться аномалии силы тяжести, вычисленные с использованием полученных в задании 2 коэффициентов γ_e и β , от найденных в первом задании (расположение точек наблюдений и измеренные значения силы тяжести совпадают)?
16. Какие формулы для нормальной силы тяжести вы знаете?

6. Приложение 1

Исходные данные для выполнения тренировочных заданий 1 и 2

Вариант		В	Н, м	h, м	g, мГал	Вариант		В	Н, м	h, м	g, мГал
1	1	37°54'	19		980059,5	2	1	50°53'	215		981180,9
	2	44 11	873		980345,2		2	44 10	629		980397,6
	3	67 31	0	385	982428,1		3	67 32	0	3650	982356,7
	4	27 20	0	13	979261,5		4	35 32	0	216	979894,2
	5	42 38	93	100	980421,8		5	42 37	91	100	980426,0
	6	8 58	7	10	978242,1		6	12 08	131	11	978283,3
3	1	67 17	13		982386,8	4	1	70 40	16		982631,7
	2	44 06	643		980380,4		2	44 02	488		980387,3
	3	70 20	0	819	982777,7		3	67 36	0	940	982421,2
	4	35 54	0	10	979823,8		4	35 34	0	27	979823,5
	5	42 35	88	100	980381,6		5	42 34	92	100	980418,8
	6	16 31	3519	12	977467,3		6	0 13	2815	13	977913,4
5	1	52 06	5		981269,0	6	1	52 13	25		981267,6
	2	10 30	1042		978039,8		2	4 38	2592		977405,4
	3	67 37	0	4160	982469,2		3	67 38	0	4091	982483,5
	4	37 49	0	58	979992,4		4	39 17	0	72	980142,8
	5	42 34	86	100	980421,9		5	42 35	86	100	980417,3
	6	43 59	807	14	980269,1		6	43 57	808	15	980345,1
7	1	55 45	44		981558,2	8	1	38 43	76		980089,6
	2	43 56	1610		980007,3		2	1 15	1636		977540,0
	3	67 39	0	891	982548,8		3	64 37	0	5011	982267,2
	4	39 38	0	99	980225,4		4	40 01	0	245	980264,2
	5	42 38	85	100	980313,9		5	42 34	92	100	980320,5
	6	1 23	27	16	978029,1		6	43 54	823	21	980293,3

9	1	69 58	27		982621,5	10	1	59 55	31		981926,7
	2	43 49	829		980219,4		2	4 22	439		977924,6
	3	67 46	0	4076	982495,7		3	67 47	0	4206	982499,9
	4	41 36	0	73	980363,2		4	46 58	0	135	980878,0
	5	42 28	5	100	980409,6		5	42 30	10	100	980419,4
	6	4 22	450	18	977915,2		6	43 46	202	19	980399,3
11	1	48 50	66		980940,6	12	1	52 23	86		981274,1
	2	43 46	876		980285,3		2	43 46	1429		980170,1
	3	67 47	0	1396	982412,2		3	67 47	0	4179	982442,4
	4	50 22	0	125	981189,8		4	4 48	0	45	978094,5
	5	42 31	22	100	980420,4		5	42 33	52	100	980415,3
	6	5 37	10	20	978105,9		6	1 19	19	21	978081,8
13	1	64 08	8		982278,4	14	1	41 54	45		980364,3
	2	43 39	81		980422,9		2	43 34	1470		980105,4
	3	67 48	0	4316	982496,3		3	67 49	0	3730	982465,4
	4	7 48	0	55	978163,8		4	9 20	0	80	978179,7
	5	42 34	135	100	980319,3		5	42 34	75	100	980418,1
	6	6 49	7	22	978132,0		6	35 02	61	23	979722,2
15	1	59 21	45		981846,7	16	1	51 25	9		981195,5
	2	43 32	1213		980177,4		2	43 34	355		980359,8
	3	67 49	0	3970	982544,1		3	67 50	0	3846	982502,3
	4	12 48	0	135	978318,2		4	14 41	0	20	978400,3
	5	42 32	183	100	980271,1		5	43 33	350	150	980360,5
	6	69 58	27	24	982623,7		6	69 26	150	25	982604,5

17	1	50 04	96		981061,4	18	1	60 10	20		981915,3
	2	4 22	450		977926,9		2	43 28	2348		978801,6
	3	67 51	0	4476	982499,4		3	67 55	0	1800	982501,7
	4	16 46	0	33	978461,2		4	17 56	0	120	978556,5
	5	43 36	352	150	980454,8		5	43 34	351	150	980465,4
	6	43 29	253	16	980360,7		6	1 23	11	27	978036,5
19	1	55 55	129		981584,2	20	1	37 41	141		979875,6
	2	43 18	3210		979473,1		2	43 36	502		980369,9
	3	67 59	0	3712	982508,6		3	68 06	0	2629	982481,5
	4	19 09	0	250	978639,4		4	35 59	0	140	979961,8
	5	43 35	351	150	980465,5		5	43 18	76	110	980353,3
	6	6 56	7	28	978098,5		6	8 58	7	30	978241,1
21	1	43 23	7		980509,2	22	1	47 47	35		979978,0
	2	43 17	1577		980067,0		2	43 16	1848		979882,5
	3	68 09	0	4540	982535,1		3	68 09	0	1900	982510,8
	4	27 36	0	100	979161,6		4	22 25	0	18	978861,2
	5	35 15	34	200	979729,2		5	35 13	198	200	979712,5
	6	9 58	3	31	978169,7		6	1 19	19	32	978081,3
23	1	33 53	30		979686,4	24	1	14 24	5		978385,5
	2	43 16	1741		979951,7		2	43 07	911		980165,3
	3	68 12	0	1930	982530,4		3	68 16	0	1710	982513,8
	4	35 13	0	50	979586,1		4	42 06	0	30	980392,7
	5	35 13	258	200	979586,1		5	35 13	378	200	979551,1
	6	69 14	15	33	982577,7		6	6 56	7	34	978140,5

25	1	12 20	23		978314,2	26	1	61 15	48		981940,0
	2	43 16	346		980315,5		2	43 03	1419		980021,7
	3	67 01	0	1840	982523,4		3	68 17	0	3920	982492,3
	4	20 21	0	55	978689,8		4	5 44	0	45	978094,1
	5	43 35	251	250	980470,3		5	35 14	673	200	979609,9
	6	8 30	4	29	978122,2		6	25 55	22	37	979051,3
27	1	1 23	11		978037,6	28	1	34 34	8		979705,3
	2	43 03	633		980232,1		2	43 03	679		980233,5
	3	68 20	0	2430	982519,8		3	68 22	0	1590	982551,5
	4	34 36	0	55	979711,4		4	6 52	0	56	978107,4
	5	35 13	802	200	979408,3		5	35 13	844	200	979467,3
	6	67 42	215	38	982422,5		6	67 40	48	39	982468,1
29	1	38 54	1		980119,4	30	1	22 20	1		978803,9
	2	35 13	1058		979565,7		2	35 12	955		979590,8
	3	68 23	0	1650	982531,5		3	68 33	0	1985	982531,4
	4	8 07	0	20	978174,7		4	9 18	0	49	978242,2
	5	3 18	153	250	980300,4		5	43 00	157	400	980215,7
	6	67 35	175	40	982432,5		6	66 58	150	41	982459,7

Для плотности промежуточного слоя использовать значения: Точки 1-2,5-6 плотность 2,3 г/см³;
Точки 3-4 плотность 2,67 г/см³.