

УДК 528.063

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОЩАДЕЙ ПРИ РАЗЛИЧНОМ НАЗНАЧЕНИИ ВЕСОВ ИЗМЕРЕНИЙ В ПЛАНОВОЙ, ЛИНЕЙНО-УГЛОВОЙ ТРИАНГУЛЯЦИИ И ПОЛИГОНОМЕТРИИ

*М.Г. ГЛЕБКО, канд. техн. наук, доц. Г.Е. ГОЛОВАНЬ
(Полоцкий государственный университет)*

Вопросы оценки точности при определении площадей являются актуальными для геодезического производства. На примерах геодезических сетей триангуляции, трилатерации и полигонометрии анализируются результаты оценки точности площадей с использованием новых программ для ПЭВМ при разных весах измерений. Рассматривается влияние методики вычисления весов результатов измерений на величины среднеквадратической ошибки (СКО) площадей. Исследуется вопрос влияния СКО центрировки теодолита на результаты оценки точности площадей. Среднеквадратическая ошибка измерений определяется по относительной ошибке измерения сторон и по ошибке центрирования совместно. Выполнено сравнение результатов оценки точности при обработке несвободных, свободных и нуль-свободных сетей.

Введение. Общеизвестно, что площадь является функцией измеренных длин линий и углов и определяется по формулам с использованием координат точек, на которые она опирается. Представляет интерес оценка точности определения площадей при различном назначении весов измерений в плановой, линейно-угловой триангуляции и полигонометрии.

Основная часть. Для оценки точности площадей, используя параметрический способ уравнивания и фундаментальную теорему о переносе ошибок, применим алгоритм, опубликованный в [1].

Этот алгоритм позволяет уравнивать нуль-свободные сети, используя псевдообратные матрицы.

В расчетах будем использовать три программы:

- READ 1 – программа ввода исходной информации;

- OZENKA 2 – программа разработана в 1992 году, выполняет оценку точности площадей по алгоритму, опубликованному в [2];

- OZEGLEV 3 – программа разработана в 2002 году профессором В.И. Мицкевичем. Здесь реализован алгоритм, опубликованный в [1, 2]. При работе с этой программой следует предусмотреть следующее:

1) начальный счет выполнять по программе OZENKA 2 для поиска грубых ошибок информации;

2) при уравнивании нуль-свободной сети триангуляции необходимо задавать в информации хотя бы одну базисную сторону.

1. Использование традиционного метода установления весов измерений

Будем выполнять оценку точности площадей на примерах геодезических сетей триангуляции, трилатерации и линейно-угловой триангуляции (рис. 1).

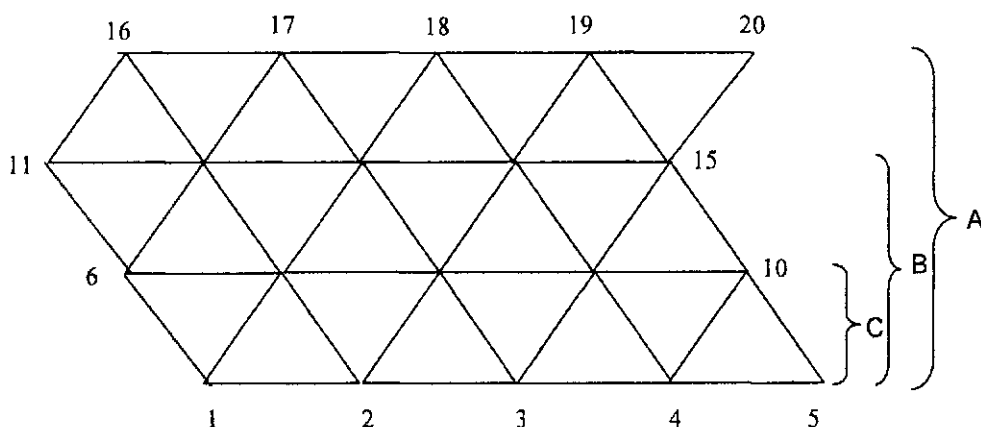


Рис. 1. Сети триангуляции, трилатерации и линейно-угловые

Также выполним обработку сети полигонометрии (рис. 2 и табл. 1).

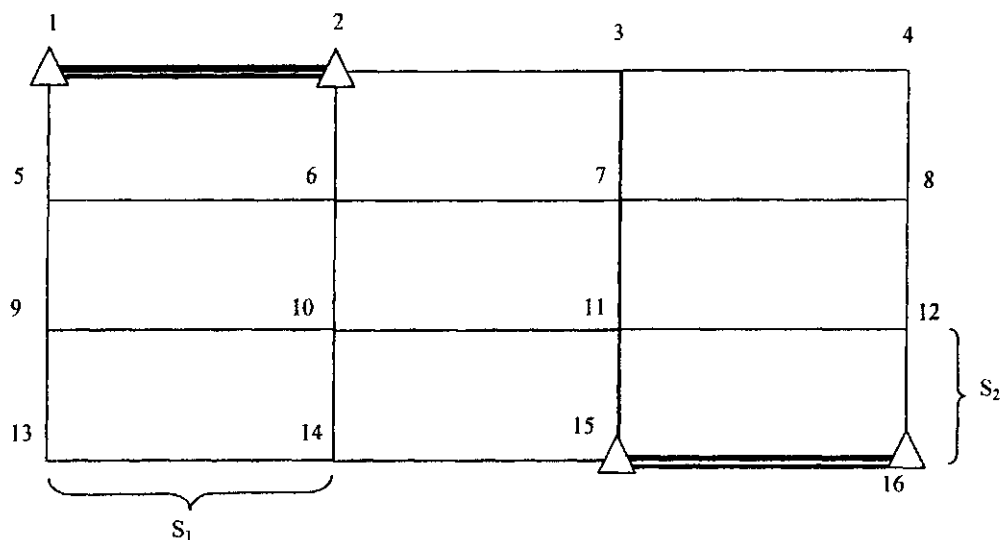


Рис. 2. Сети триангуляции, трилатерации и линейно-угловые

Таблица 1

Длины сторон в полигонометрии

Сеть	Длины сторон	
	S_1 , м	S_2 , м
D	1000	1000
E	1000	500
F	1000	250
G	2000	250
H	3000	250

Будем обрабатывать несвободные (четыре исходных пункта), свободные (два исходных пункта с номерами 1, 2) и нуль-свободные сети (без исходных пунктов). Если несвободные и свободные сети можно уравнивать обычным путем [1], то нуль-свободные сети будем уравнивать по алгоритму, опубликованному в [2], с использованием формул:

$$m_s = \sigma_0 \sqrt{f P^{-1} f^T}; \quad (1)$$

$$f_{i \times N} = \frac{S_\delta - S}{\delta}, \quad (2)$$

где S_δ – возмущенное значение площади, вычисленное по координатам X_δ , найденным при изменении N -го измерения на величину δ ; P – матрица весов результатов измерений.

При этом, если $\delta = 1$, то

$$(X_\delta)_i = (X_{i \times 1})_i + F_{i,j}; \quad (3)$$

$$F_{i \times N} = Q A^T P; \quad (4)$$

$$Q = F P^{-1} F^{-1}; \quad (5)$$

$$F = (A^T P A)^+ A^T P; \quad (6)$$

$$(A^T P A)^+ = (A^T P A + R^T R)^{-1} - R^T (R R^T R R^T)^{-1} R; \quad (7)$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 1 \\ -y_1 & x_1 & -y_2 & x_2 & \dots & -y_k & x_k \\ x_1 & y_1 & x_2 & y_2 & \dots & x_k & y_k \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где $P_i = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_i^2}$ – веса измерений; A – матрица коэффициентов параметрических уравнений поправок; x_i, y_i – координаты пунктов относительно центральной точки сети.

$$x_{cp} = \sum \frac{x_i}{k}; \quad y_{cp} = \sum \frac{y_i}{k}.$$

Будем оценивать площади для сетей A, B, C (см. рис. 1), результаты представим в таблице 2.

Таблица 2

Сеть линейно-угловой триангуляции

Число исходных пунктов	A	B	C
4	309 835	303 048	277 763
2	118 026	111 398	94 708
0	100 047	92 288	73 042

По данным таблицы 2 можно сделать следующие выводы:

- 1) с уменьшением числа исходных пунктов знаменатель Z относительной ошибки определения площади уменьшается;
- 2) поскольку определялась площадь, ограниченная участком, то дополнительные пункты (участки A и B) лишь незначительно повышают Z и без них можно обойтись.

Таблица 3

Сеть полигонометрии (см. рис. 2)

Число исходных пунктов	D	E	F	G	H
4	233 184	220 911	105 112	57 339	43 972
2	67 533	38 418	19 953	19 616	18 838
0	66 306	38 182	19 920	19 608	18 834

По данным таблицы 3 можно сделать следующие выводы:

- 1) с уменьшением числа исходных пунктов знаменатель Z уменьшается;
- 2) для свободной и нуль-свободной геодезической сети Z получились одинаковыми в рамках каждой сети;
- 3) по мере перехода от равносторонней сети D к сетям $EFGH$ с разными длинами сторон знаменатель Z уменьшается.

2. Применение ошибок центрирования теодолита

Величина ошибки центрирования m_c позволяет получить m_p по формуле

$$m_p = \frac{1,4m_c \rho''}{S}. \quad (9)$$

Аналогично разделу 1 выполним обработку линейно-угловой триангуляции (см. табл. 4) и полигонометрии (см. табл. 5)

Таблица 4

Сеть линейно-угловой триангуляции

Число исходных пунктов	A	B	C
4	186 560	183 367	170 112
2	96 330	94 292	82 138
0	87 811	85 711	72 882

По данным таблицы 4 можно сделать следующие выводы:

- 1) выводы 1 и 2 к таблице 2 остались в силе и в этом случае;
- 2) по сравнению с таблицей 2 видим, что все Z стали меньше, что является отрицательным фактором.

Таблица 5

Сеть полигонометрии

Число исходных пунктов	D	E	F	G	H
4	156 930	111 226	53 206	51 181	50 732
2	66 342	37 114	19 062	19 175	19 195
0	65 204	36 893	19 031	19 167	19 191

По данным таблицы 5 можно сделать следующие выводы:

- 1) выводы совпадают с резюме к таблице 3;
- 2) по сравнению с таблицей 2, за исключением сети H , видим, что все Z стали меньше, а это хуже.

3. Применение относительной ошибки измерения стороны

Обрабатываем те же сети линейно-угловой триангуляции и полигонометрии при заданном значении $Z_S = S/m_S$. В этом случае

$$m_S = S/Z_S. \quad (10)$$

В таблице 6 представлены величины Z_p для линейно-угловой триангуляции.

Таблица 6

Сеть линейно-угловой триангуляции

Число исходных пунктов	A	B	C
4	298 661	291 877	266 960
2	95 650	89 380	76 540
0	74 253	66 220	51 496

По данным таблицы 6 можно сделать следующие выводы:

- 1) первые два вывода к таблице 2 уместны и здесь;
- 2) по сравнению с таблицей 4 величины Z_p в таблице 6 стали большими и близкими по значениям с величинами таблицы 2.

В таблице 7 помещены значения Z_p для полигонометрии.

Таблица 7

Сеть полигонометрии

Число исходных пунктов	D	E	F	G	H
4	156 930	111 226	53 206	51 181	50 732
2	66 342	37 114	19 062	19 175	19 195
0	65 204	36 893	19 031	19 167	19 191

По данным таблицы 7 можно сделать следующие выводы:

- 1) выводы 1 и 2 к таблице 5 характерны и в этом случае;
- 2) по сравнению с таблицей 5 величины Z_p в таблице 7 стали большими и близкими по значениям с величинами таблицы 3.

4. Совместное применение ошибок центрирования и относительных ошибок измерения сторон

Обрабатываем линейно-угловую триангуляцию с одновременным применением формул (9) и (10).

В таблице 8 представлены Z_p для линейно-угловой триангуляции.

Таблица 8

Сеть линейно-угловой триангуляции

Число исходных пунктов	A	B	C
4	171 191	167 746	153 959
2	74 702	71 748	61 626
0	65 912	62 679	51 401

Выводы к таблице 8 практически полностью совпадают с выводами к таблице 4.

Таблица 9

Сеть полигонометрии

Число исходных пунктов	D	E	F	G	H
4	136 439	125 018	90 411	92 812	93 236
2	50 260	47 428	38 620	38 119	38 018
0	49 373	46 637	38 179	37 709	37 615

Выводы к таблице 9 практически полностью совпадают с выводами к таблице 5.

По данным таблиц 2 – 9 можно сделать следующие **обобщающие выводы**.

1. С уменьшением числа исходных пунктов знаменатель Z_p относительно ошибки определения площади уменьшается.
2. Геодезические сети вне участка площади практически никакого влияния на Z_p не оказывают.
3. Ошибки центрирования в наших примерах применять не следует, так как с их использованием Z_p всюду уменьшается.
4. С применением Z_S и формулы (10) новых результатов мы не получили по сравнению с традиционным методом заданий весов результатов измерений, исключение составляет полигонометрия с различными длинами сторон, что привело к двукратному увеличению Z_p .

5. Оценка точности при уравнивании несвободной, свободной и нуль-свободной геодезической сети

Программы исследований заключаются в следующем:

Выполнение оценки точности площади (6, 7, 8, 9, 10, 5, 4, 3, 2, 1) для сети триангуляции (см. рис. 1). При этом рассматриваются три варианта (сети А, В, С на рисунке 1). Аналогичные расчёты будем выполнять для сетей полигонометрии и линейно-угловой триангуляции.

В таблицах 10 – 12 приведена оценка точности площади в триангуляции, трилатерации и линейно-угловой триангуляции.

Таблица 10

Обработка триангуляции

Имя сети	4 исходных пункта	2 исходных пункта	Без исходных пунктов
А	291197	60976	17886
В	284941	59742	17822
С	263070	52485	17315

Таблица 11

Обработка трилатерации

Имя сети	4 исходных пункта	2 исходных пункта	Без исходных пунктов
А	88683	74798	72553
В	88673	74761	72465
С	84543	72933	71565

Таблица 12

Обработка линейно-угловой триангуляции

Имя сети	4 исходных пункта	2 исходных пункта	Без исходных пунктов
А	309835	118026	100047
В	303048	111398	92288
С	277763	94708	73042

По данным таблиц 1, 10, 11, 12 можно сделать следующие выводы:

- 1) очевидно, что независимо от метода построения сети чем больше исходных пунктов на границе площади, тем выше точность ее определения;

2) располагая по методу построения наименьшей точностью определения площади, характеризуются линейно-угловая триангуляция, трилатерация, а затем триангуляция;

3) наличие внешних пунктов (для сети А их было 10, для сети В – 5) не оказывает практического влияния на оценку точности площади. Поэтому мы рекомендуем очевидное: не делать лишних пунктов геодезической сети вне определяемой площади;

4) при уравнивании нуль-свободной геодезической сети, т.е. сети, не содержащей исходных пунктов, мы не рекомендуем применять триангуляцию;

5) наличие исходных пунктов слабо влияет на оценку точности площади в сети трилатерации.

Согласно рисунку 2 в таблице 13 приведены результаты оценки точности площади 1, 2, 3, 4, 8, 12, 16, 15, 14, 13, 9, 5, 1.

Таблица 13

Обработка полигонометрии

№ п/п	Имя сети	4 исходных пункта	2 исходных пункта	Без исходных пунктов
1	D	233184	67533	66306
2	E	220911	38418	38182
3	F	105112	19953	19920
4	G	57339	19616	19608
5	H	43972	18838	18834

По данным таблицы 13 можно сделать следующие выводы:

- 1) чем больше исходных пунктов на границе площади, тем меньше ошибка ее определения;
- 2) при обработке свободной (2 свободных пункта) и нуль-свободной (без исходных пунктов) полигонометрии результаты оценки точности площади одинаковы.

Заключение. Если площадь определяется методом полигонометрии, не имеет смысла усложнять программы, обрабатывая нуль-свободные сети.

ЛИТЕРАТУРА

1. Левданский, П.М. Оценка точности определения площадей из обработки нуль-свободных плановых геодезических сетей / П.М. Левданский, В.И. Мицкевич, В.Г. Стержанов / Полоц. гос. ун-т. – Новополоцк, 2002. – 4 с. – Деп. в ОНТИ ЦНИИГАиК 25.11.02, № 788-ГД 2002.
2. Лапина, А.В. Вычисление и предрасчет точности определения площадей / А.В. Лапина, В.И. Мицкевич // Геодезия и картография. – 1993. – № 8. – С. 50.

Поступила 14.04.2008