Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет»

ЗАДАЧИ
ПО ФИЗИКЕ

для самостоятельной
работы студентов
(с примерами решений)

ОПТИКА, КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ, ОСНОВЫ ФИЗИКИ АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

Составители:
В.А. Груздев, Г.А. Дубченок,
Г.М. Макаренко, Л.Н. Марчук

Новополоцк 2006

УДК 53 (075.8)
ББК 22.3 я73
З 15

РЕЦЕНЗЕНТЫ:
С.А. Вабищевич, канд. физ.-мат. наук, доцент;
Н.В. Ощепкова, канд. техн. наук, доцент

Одобрены и рекомендованы к изданию методической комиссией
геодезического факультета

З 15 **Задачи по физике для самостоятельной работы студентов** (с примерами решений). Оптика, квантовая природа излучения, основы физики атома и атомного ядра / Сост. В.А. Груздев, Г.А. Дубченок, Г.М. Макаренко и др. – Новополоцк: УО «ПГУ», 2006. – 128 с.
ISBN 985-418-419-6

Сборник содержит большое количество задач. Каждой теме предшествуют основные уравнения и формулы, приведены примеры решения задач с развернутыми комментариями.

Сборник предназначен для студентов технических специальностей вузов. Может быть полезен преподавателям.

УДК 53 (075.8)
ББК 22.3 я73

ISBN 985-418-419-6

ВВЕДЕНИЕ

Оптика – раздел физики, в котором рассматриваются закономерности излучения, поглощения и распространения света. Оптическое излучение представляет собой электромагнитные волны, поэтому оптика – часть общего учения об электромагнитном поле.

Теория теплового излучения начала свое развитие с 1859 г., когда Кирхгоф открыл основной закон теплового излучения. Он предложил концепцию черного тела и дал его модель. С этого времени и до начала XX в. проблема излучения черного тела рассматривалась как одна из наиболее актуальных в физике, но классическая теория излучения не смогла дать удовлетворительного описания законов теплового излучения, спектров атомов и молекул. Эти проблемы удалось решить в рамках квантовой теории излучения. Основы квантовой теории излучения заложили А. Эйнштейн, Н. Бор, Л. де Бройль и др.

Открытие элементарных частиц явилось закономерным результатом общих успехов в изучении строения вещества, достигнутых физикой к концу XIX в. Представление о фотоне как о частице берет свое начало с работы Планка, выдвинувшего предположение о квантованности энергии электромагнитного излучения черного тела. За годы, прошедшие после открытия электрона, было выявлено огромное число микрочастиц. Мир элементарных частиц оказался очень сложно устроенным, а их свойства – во многих отношениях неожиданными.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Данный сборник составлен в соответствии с программой по общему курсу физики и призван помочь студентам самостоятельно научиться решать задачи по физике.

Физика является одной из тех наук, знание которой необходимо для успешного изучения общенаучных и специальных дисциплин. При изучении курса физики студенты должны прочно усвоить основные законы и теории, овладеть необходимыми приемами умственной деятельности, важным компонентом которой является умение решать задачи по физике.

Известно, что единственный способ научиться решать задачи – пытаться решать их самостоятельно. Знание теории приобретается одновременно с ее использованием для решения задач. Абстрактные поначалу законы, уравнения, определения понятий и физических величин в процессе их практического применения для описания конкретных физических явлений (т.е. при решении физических задач) начинают постепенно наполняться конкретным содержанием, и только тогда приходит понимание теории. Недаром известный итальянский физик Энрико Ферми утверждал, что «знать физику – означает умение решать задачи». Следовательно, уровень подготовки по физике определяется уровнем сложности задач, которые студент может решать.

В сборник включены задачи разной степени сложности. Все задачи объединены в три раздела: «Оптика», «Квантовая природа излучения» и «Основы физики атома и атомного ядра». Внутри разделов задачи расположены по темам. Вначале каждого раздела приведены основные законы, уравнения и формулы, используемые при решении задач, а в конце раздела даны задачи для самостоятельного решения.

Для удобства и экономии времени студентов каждая тема начинается с перечня основных уравнений и формул, относящихся к данному разделу, и кратких пояснений к ним. Затем следуют примеры решения задач и задачи для самостоятельного решения.

Примеры решений не имеют цели научить решению задач: научить нельзя – можно только научиться. Но для этого существует единственный путь – самостоятельное решение большого числа задач. Примеры решения типовых задач выполняют другую роль: показывают последовательность физических рассуждений, применимость того или иного физического закона к данной задаче. Решения задач приводятся в общем виде. Вычисления и проверка единиц измерений ради экономии места в ряде примеров опускаются.

1. ОПТИКА

1.1. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

Закон отражения света

$$\gamma = \alpha,$$

где γ – угол отражения; α – угол падения.

Формула сферического зеркала

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = \frac{2}{R},$$

где d и f – расстояния от зеркала до предмета и изображения; $F = \frac{R}{2}$ – фокусное расстояние зеркала; R – радиус зеркала.

Закон преломления

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{21},$$

где β – угол преломления; n_{21} – относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

Относительный показатель преломления

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2},$$

где n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления первой и второй по ходу луча сред; υ_1 и υ_2 – скорости света в этих средах.

Предельный угол полного отражения света

$$\alpha_{пр} = \arcsin\frac{n_2}{n_1}.$$

Оптическая сила линзы

$$D = \frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2}\right),$$

где F – фокусное расстояние линзы; n – относительный показатель преломления; R_1 и R_2 – радиусы кривизны поверхностей линзы.

Оптическая сила системы двух линз, сложенных вплотную,

$$D = D_1 + D_2.$$

Формула тонкой линзы

$$\pm\frac{1}{d}\pm\frac{1}{f}=\pm\frac{1}{F},$$

где d и f – расстояния от линзы до предмета и до изображения соответственно.

Линейное увеличение линзы

$$Г=\frac{H}{h}=\frac{f}{d},$$

где H и h – линейные размеры изображения и предмета.

Увеличение лупы

$$Г=\frac{d_0}{F},$$

где d_0 – расстояние наилучшего зрения; F – фокусное расстояние лупы.

Линейное увеличение микроскопа

$$Г=Г_{об}\cdot Г_{ок}=\frac{\delta d_0}{F_{об}\cdot F_{ок}},$$

где $Г_{об}$ и $Г_{ок}$ – увеличение объектива и окуляра; $F_{об}$ и $F_{ок}$ – фокусные расстояния объектива и окуляра; δ – расстояние между задним фокусом объектива и передним фокусом окуляра.

Скорость света в среде

$$\upsilon=\frac{c}{n},$$

где c – скорость света в вакууме; n – абсолютный показатель преломления среды.

Оптическая длина пути световой волны

$$L=nl,$$

где l – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n.

Оптическая разность хода двух световых волн

$$\Delta=L_1-L_2.$$

Оптическая разность хода световых волн, отражённых от верхней и нижней поверхностей тонкой плоскопараллельной пластинки или плёнки, находящейся в воздухе,

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2} \text{ или } \Delta = 2dn\cos\gamma + \frac{\lambda}{2},$$

где d – толщина пластинки (плёнки); α – угол падения; γ – угол преломления; λ – длина световой волны в вакууме.

Второе слагаемое в этих формулах учитывает изменение оптической длины пути световой волны на $\frac{\lambda}{2}$ при отражении её от среды оптически более плотной.

В проходящем свете отражение световой волны происходит от среды оптически менее плотной, и дополнительной разности хода световых лучей не возникает.

Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний с оптической разностью хода волн

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda}.$$

Условие максимумов интенсивности света при интерференции

$$\Delta = \pm k\lambda \ (k = 0, 1, 2, 3, \ldots).$$

Условие минимумов интенсивности света при интерференции

$$\Delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}.$$

Радиусы светлых колец Ньютона в отражённом свете (или тёмных в проходящем)

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R\frac{\lambda}{2}},$$

где k – номер кольца (k = 1, 2, 3, …); R – радиус кривизны поверхности линзы, соприкасающейся с плоскопараллельной стеклянной пластинкой.

Радиусы тёмных колец отражённом свете (или светлых в проходящем)

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}.$$

Радиус k-й зоны Френеля:

для сферической волны $\rho_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b}k\lambda}$,

где a – расстояние диафрагмы с круглым отверстием от точечного источника света; b – расстояние диафрагмы от экрана; k – номер зоны Френеля; λ – длина волны;

для плоской волны $\rho_k = \sqrt{bk\lambda}$.

Дифракция света на одной щели при нормальном падении лучей

Условие максимумов интенсивности света:

$$a\sin\varphi = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 1, 2, 3, \ldots,$$

где a – ширина щели; φ – угол дифракции; k – номер минимума; λ – длина волны.

Условие минимумов интенсивности света:

$$a\sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \ldots$$

Дифракция света на дифракционной решётке при нормальном падении лучей

Условие главных максимумов интенсивности:

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, \ldots,$$

где d – период (постоянная) решётки; k – номер главного максимума; φ – угол между нормалью к поверхности решётки и направлением дифрагированных волн.

Разрешающая сила дифракционной решётки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

где $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны раздельно в спектре, полученном посредством данной решётки; N – число штрихов решётки; k – порядковый номер дифракционного максимума.

Угловая дисперсия дифракционной решётки

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{d\cos\varphi}.$$

Линейная дисперсия дифракционной решётки

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta\lambda};$$

для малых углов дифракции

$$D_l \approx F D_\varphi \approx F \frac{k}{d},$$

где F – главное фокусное расстояние линзы, собирающей на экране дифрагирующие волны.

Формула Вульфа – Брэгга

$$2d \sin\Theta = k\lambda,$$

где d – расстояние между атомными плоскостями кристалла; Θ – угол скольжения.

Закон Брюстера

$$tg\alpha_Б = n_{2,1},$$

где $\alpha_Б$ – угол падения, при котором отражённая световая волна полностью поляризована; $n_{2,1}$ – относительный показатель преломления.

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

где I – интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор; I_0 – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор; α – угол между направлением колебаний светового вектора волны, падающей на анализатор, и плоскостью пропускания анализатора.

Степень поляризации света

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}},$$

где I_{max} и I_{min} – максимальная и минимальная интенсивность частично поляризованного света, пропускаемого анализатором.

Угол поворота φ плоскости поляризации оптически активными веществами определяется соотношениями:

– *в твёрдых телах* $\varphi = \alpha d$, где α – постоянная вращения; d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

– *в чистых жидкостях* $\varphi = [\alpha]\rho d$, где $[\alpha]$ – удельное вращение; ρ – плотность жидкости;

– *в растворах* $\varphi = [\alpha]Cd$, где C – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

1.2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1.2.1. Отражение и преломление света

Построение изображения в зеркалах. Построим изображение в плоском зеркале точечного источника *S* (рис. 1). От источника свет идет во все стороны. На зеркало падает пучок света *SAB*, и изображение создаётся всем пучком. Но для построения изображения достаточно взять какие-либо два луча из этого пучка, например *SO* и *SC*.

Луч *SO* падает перпендикулярно поверхности зеркала *AB* (угол падения равен 0), поэтому отраженный луч пойдет в обратном направлении *OS*. Луч *SC* отразится под углом $\gamma = \alpha$. Отраженные лучи *OS* и *CK* расходятся, но если они попадают в глаз человека, то человек увидит изображение S_1, которое представляет собой точку пересечения продолжения отраженных лучей. В плоском зеркале изображение всегда мнимое.

Изображение A_1B_1 (рис.2) предмета *AB* в плоском зеркале всегда мнимое, прямое, тех же размеров, что и предмет, и симметрично относительно зеркала.

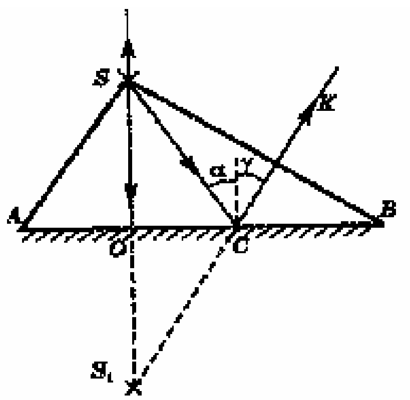

Рис.1

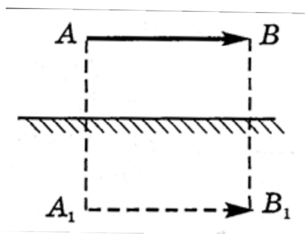

Рис.2

От любой точки предмета, расположенного перед сферическим зеркалом, падает бесконечное множество лучей – расходящийся световой пучок. Для построения изображения этой точки достаточно выбрать только два каких-либо луча, но лучше такие, ход которых после зеркала заранее известен. К таким лучам относятся (рис. 3): 1 – луч, параллельный главной оптической оси. Отраженный луч (или продолжение отраженного луча) проходит через главный фокус; 2 – луч, проходящий через главный фокус (или его продолжение проходит через главный фокус), отраженный луч идет параллельно главной оптической оси; 3 – луч (или его продолжение), проходящий через центр O зеркала. Отраженный луч возвращается в противоположном направлении вдоль той же прямой; 4 – луч, проходящий через полюс, после отражения пойдет симметрично относительно главной оптической оси зеркала.

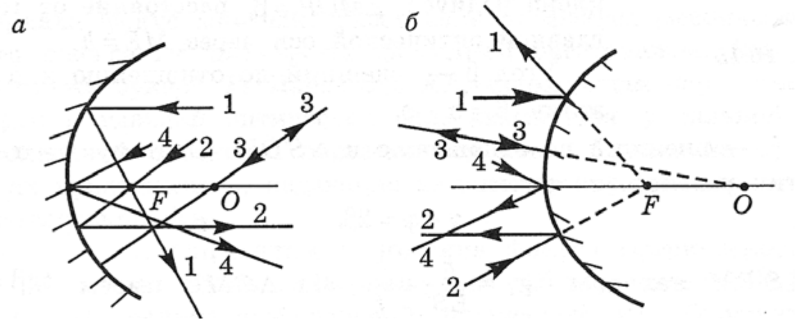

Рис.3

Для построения изображения точечного предмета A (рис. 4), расположенного на главной оптической оси, из этого предмета направляют на зеркало любой луч AM, проводят параллельно этому лучу побочную оптическую ось ON и фокальную плоскость, находят побочный фокус F' (точка пересечения побочной оптической оси с фокальной плоскостью). Отраженный луч пройдет через побочный фокус F' и пересечет главную оптическую ось в точке A_1, которая и является изображением точки A.

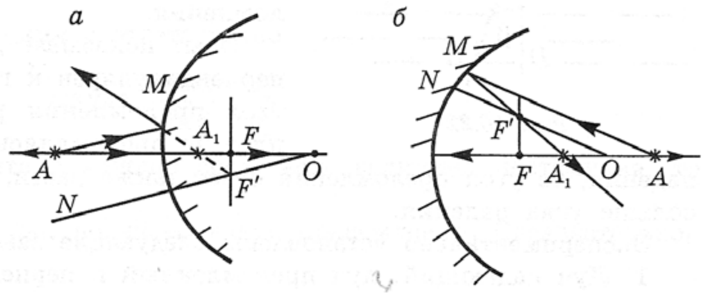

Рис.4.

Задача 1. Человек смотрится в зеркало, висящее на стене с небольшим наклоном. Постройте изображение человека в зеркале. Какую часть своего тела будет видеть человек? При построении можно изобразить человека в виде отрезка AB, расположив глаз в точке C (рис. 5).

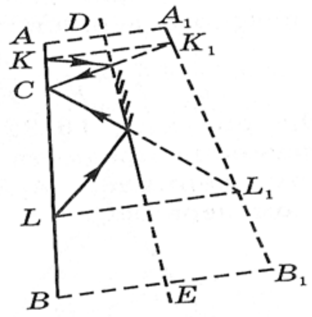

Рис. 5

Решение. Построим изображение крайних точек человека *A* и *B*. Для этого на плоскость зеркала опускаем перпендикуляры *AD* и *BE* и продолжаем их за зеркало на расстояния, равные соответственно $A_1D = AD$ и $B_1E = BE$. A_1B_1 – мнимое изображение человека *AB*. Человек увидит только ту часть тела, лучи от которой после отражения попадут в глаз *C*, т.е. $K_1L_1 = KL$.

Задача 2. На сколько градусов отклонится отраженный от зеркала луч, если зеркало повернуть на 15°?

Дано: $\varphi = 15°$.

Найти: β.

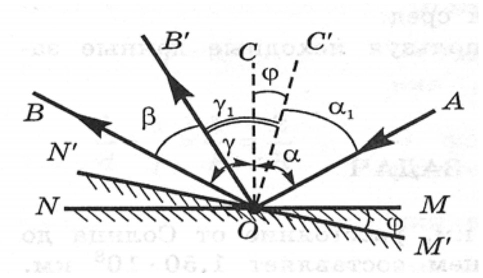

Рис. 6

Решение: Пусть *AO* – падающий луч, *MN* – плоское зеркало (рис. 6). Угол $AOC = \alpha$ – угол падения луча, угол $COB = \gamma$ – угол отражения. По закону отражения $\gamma = \alpha$. Следовательно, $\angle AOB = 2\alpha$.

Повернем зеркало вокруг точки *O* на угол φ. *M'N'* – новое положение зеркала. *OC'* – перпендикуляр к зеркалу. Углы *C'OC* и *MOM'* – углы с соответственно перпендикулярными сторонами. Следовательно, $\angle C'OC = \varphi$. После поворота зеркала $\angle AOC' = \alpha_1$– угол падения, $\angle C'OB' = \gamma_1$– угол отражения, $\alpha_1 = \gamma_1$. Из рисунка видно, что $\alpha_1 = \alpha - \varphi$. Следовательно, $\angle AOB' = 2\alpha_1 = 2(\alpha - \varphi)$. Искомый угол $\beta = \angle B'OB = 2\alpha - 2\alpha_1 = 2\alpha - 2(\alpha - \varphi) = 2\varphi$; $\beta = 30°$.

Задача 3. Каков радиус вогнутого зеркала, находящегося на расстоянии 2,0 м от предмета, если его прямое изображение в полтора раза больше, чем в плоском зеркале, находящемся на том же расстоянии от предмета?

Дано: $d = 2{,}0$ м, $\Gamma_1/\Gamma_2 = 1{,}5$.

Найти: *R*.

Решение. Так как изображение, даваемое вогнутым зеркалом, прямое и увеличенное, то предмет *AB* находится между фокусом и полюсом зеркала. Запишем формулу сферического зеркала:

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = \frac{2}{R}. \qquad (1)$$

На рис. 7 A_1B_1 – изображение предмета в сферическом зеркале, A_2B_2 – в плоском зеркале.

Линейное увеличение сферического зеркала

$$\Gamma_1 = \frac{H}{h} = \frac{f}{d} \qquad (2)$$

Размеры изображения в плоском зеркале всегда равны размерам предмета, т.е. $\Gamma_2 = 1$. Следовательно, $\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} = \Gamma_1 = 1{,}5$.

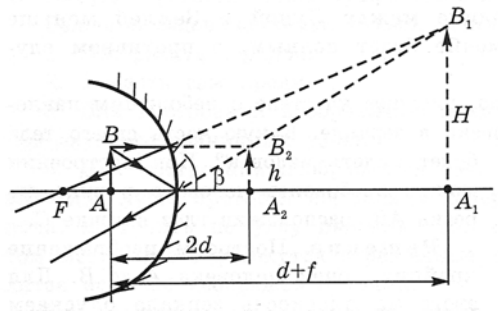

Рис. 7

Тогда $f = \Gamma_1 d$.

Подставив значение f в формулу сферического зеркала, получим $\frac{1}{d} - \frac{1}{\Gamma_1 d} = \frac{2}{R}$. Откуда $R = \frac{2\Gamma_1 d}{\Gamma_1 - 1} = 12$ м.

Задача 4. На нижнюю грань плоскопараллельной стеклянной пластинки нанесена царапина. Наблюдатель, глядя сверху, видит царапину на расстоянии 4 см от верхней грани пластинки (рис. 8). Какова толщина пластинки?

Дано: $h_1 = 0{,}04$ м; $n = 1{,}5$.

Найти: h.

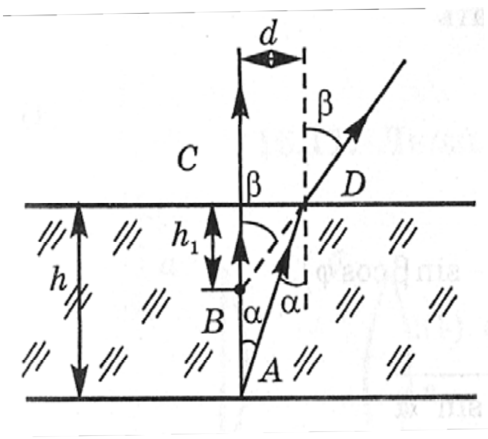

Рис. 8

Решение: Пусть царапина находится в точке A нижней поверхности стеклянной пластинки. Построим изображение точки A, которое видит наблюдатель. Для этого рассмотрим два луча: AC – луч, падающий перпендикулярно на верхнюю поверхность пластинки; AD – луч, падающий на верхнюю поверхность под малым углом α. Из рисунка видно, что точка B будет мнимым изображением точки A.

Рассмотрим $\Delta\, ACD$: $AC = \frac{CD}{\text{tg}\alpha}$, или, поскольку $AC = h$ и $CD = d$, то $h = \frac{d}{\text{tg}\alpha}$. Отрезок d найдем из ΔBCD: $CD = CB\ \text{tg}\ \beta$, или, учитывая, что

$CD = d$ и $CD = h_1$, имеем $d = h_1 \text{tg}\ \beta$. Тогда $h = h_1 \frac{\text{tg}\beta}{\text{tg}\alpha}$. Поскольку углы α и β малы, отношение тангенсов этих углов можно заменить отношением их синусов, т.е. $\dfrac{\text{tg}\beta}{\text{tg}\alpha} \approx \dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}$. Следовательно, $h = h_1 \dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}$. Но по закону преломления $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{n_в}{n_с} = \dfrac{1}{n_с}$, так как абсолютный показатель преломления воздуха $n_в = 1$. Тогда $h = h_1 n_с$; $h = 0{,}06$ м.

Задача 5. Луч света падает на переднюю грань трехгранной призмы с преломляющим углом φ. После преломления он попадает на заднюю грань призмы и выходит в воздух. Определить угол отклонения светового луча δ, если угол падения луча на переднюю грань равен α, а абсолютный показатель преломления материала призмы n.

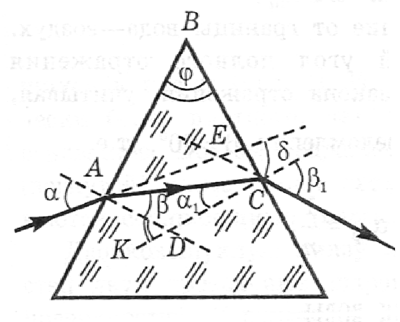

Рис. 9

Дано: φ, α, n.

Найти: δ.

Решение: Ход луча в призме показан на рис. 9. Как внешний угол к ΔAEC, угол отклонения δ равен

$$\delta = (\alpha - \beta) + (\beta_1 - \alpha_1). \qquad (1)$$

Кроме того, $\angle ABC = \angle ADK = \varphi$ как углы, образованные взаимно перпендикулярными сторонами. Угол ADK является внешним углом к ΔADC ,поэтому

$$\varphi = \beta + \alpha_1. \qquad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) получим

$$\Delta = \alpha - \varphi + \beta_1. \qquad (3)$$

Согласно закону преломления можно записать:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n, \qquad \frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta_1} = \frac{1}{n}. \qquad (4)$$

Из уравнения (2) $\alpha_1 = \varphi - \beta$, поэтому

$$\sin\beta_1 = n\sin(\varphi - \beta) = n(\sin\varphi\cos\beta - \sin\beta\cos\varphi).$$

Подставим в эту формулу значение sin β из (4):

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n} \text{ и } \cos\beta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{n^2}}.$$

Тогда

$$\sin\beta_1 = \sin\varphi\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \cos\varphi\sin\alpha. \qquad (5)$$

С учетом уравнений (3) и (5) получаем выражение для угла δ:

$$\delta = \alpha - \varphi + \arcsin(\sin\varphi\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \cos\varphi\sin\alpha).$$

Задача 6. На дне сосуда, заполненного водой до высоты h, находится точечный источник света. На поверхности воды плавает круглый диск так, что его центр находится над источником (рис. 10). При каком минимальном радиусе диска лучи от источника не будут выходить из воды?

Дано: h, n.

Найти: R.

Решение. Лучи от источника не будут выходить из воды, если диск закроет ту часть светового пучка, который мог бы выйти из воды, т.е. часть лучей, угол падения для которых $\alpha < \alpha_{пр}$. Лучи, для которых $\alpha \geq \alpha_{пр}$, испытывают полное отражение от границы вода – воздух. Предельный угол полного отражения найдем из закона отражения, учитывая, что угол преломления $\beta = 90°$,т.е.

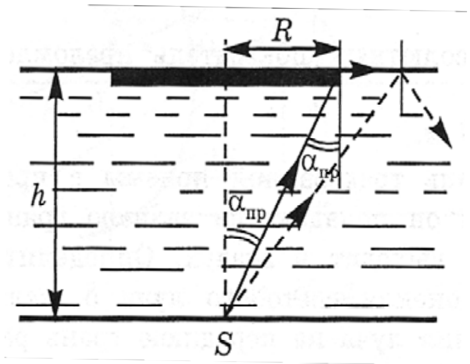

Рис. 10

$$\frac{\sin\alpha_{пр}}{\sin 90°} = \frac{1}{n}.$$

Откуда $\sin\alpha_{пр} = \dfrac{1}{n}$,

где n – абсолютный показатель преломления воды.

Из рисунка видно, что

$$R = h\,\mathrm{tg}\,\alpha_{пр} = h\,\frac{\sin\alpha_{пр}}{\cos\alpha_{пр}} = h\frac{\sin\alpha_{пр}}{\sqrt{1-\sin^2\alpha_{пр}}} = h\frac{1}{n\sqrt{1-\dfrac{1}{n^2}}} = \frac{h}{\sqrt{n^2-1}}.$$

Таким образом, искомый радиус диска

$$R = \frac{h}{\sqrt{n^2-1}}.$$

1.2.2. Линзы. Оптические системы

Построение изображений в линзах. Для построения изображения точки достаточно взять два любых луча, но лучше те, ход которых после преломления заранее известен: 1 – луч, идущий через оптический центр; 2 – луч, параллельный главной оптической оси; 3 – луч, проходящий через передний фокус собирающей линзы (или продолжение луча 3 проходит через задний фокус рассеивающей линзы). Построение изображения S_1 точечного источника света S, расположенного на главной оптической оси, показано на рис. 11.

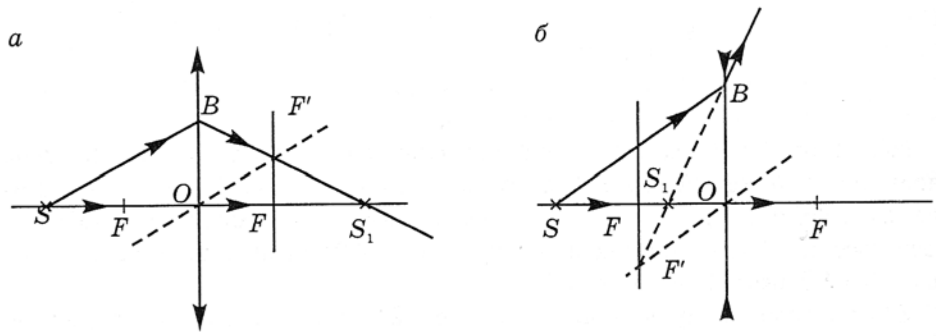

Рис. 11

Чтобы найти, где образуется его изображение S_1 ,проведем из точки S два луча: луч $S0$ вдоль главной оптической оси (он проходит через оптический центр линзы, не преломляясь) и луч SB, падающий на линзу в произвольной точке B. Проведем побочную оптическую ось, параллельную лучу SB (показана штриховой линией). Начертим заднюю фокальную плоскость в случае собирающей линзы (переднюю фокальную плоскость в случае рассеивающей линзы). Побочная ось пересечет фокальную плоскость в побочном фокусе F'. Через этот побочный фокус пройдут все параллельные данной оптической оси лучи после преломления в собирающей линзе (или продолжения преломленных лучей в рассеивающей линзе), следовательно, и луч SB. Преломленный луч (или его продолжение) пересечет главную оптическую ось в точке S_1, которая и является изображением точечного предмета S.

Задача 7. На рис. 12 показан ход луча до и после его преломления в рассеивающей линзе. Найти построением положение главных фокусов линзы.

Решение. Проведем побочную ось $M'M'$, параллельную падающему лучу AB. В рассеивающей линзе все лучи, параллельные данной оси $M'M'$, после преломления пойдут так, что их продолжения пересекутся в одной точке – побочном фокусе F'. Следовательно, если продолжим преломленный луч BC до пересечения с побочной оптической осью $M'M'$, то найдём побочный фокус F'. Проведем через него фокальную плоскость, перпендикулярную главной оптической оси MM, и точка пересечения этой плоскости с главной осью и есть главный передний фокус линзы F, так как все фокусы лежат в фокальной плоскости, а главный фокус – на главной оптической оси.

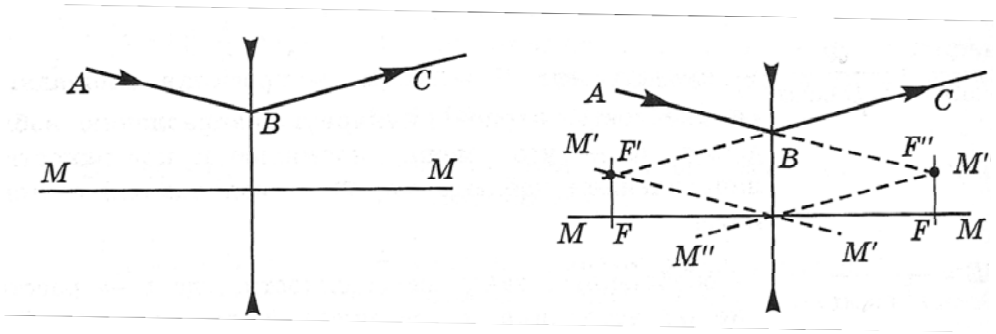

Рис. 12

Для нахождения заднего фокуса проводим побочную ось $M''M''$, параллельную преломленному лучу BC. Продолжим падающий луч AB до пересечения с осью $M''M''$ и находим соответствующий побочный фокус F''. Проводим фокальную плоскость и находим задний побочный фокус F.

Задача 8. Предмет высотой 4 м находится на расстояние 6 м от оптического центра собирающей линзы с фокусным расстоянием 2 м. Определить высоту изображения предмета. Построить ход лучей.

Дано: h = 4 м, d = 6 м, F = 2 м.

Найти: H.

Решение. Построение изображения H предмета h приведено на рис. 13. Формула тонкой линзы $\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}$. Откуда $f=\frac{Fd}{d-F}$, увеличение линзы $\Gamma=\frac{H}{h}$. С другой стороны, $\Gamma=\frac{f}{d}$. Следовательно, $\frac{H}{h}=\frac{f}{d}$. Подставим сюда найденное значение f, получим $\frac{H}{h}=\frac{F}{d-F}$. Откуда $H=\frac{hF}{d-F}$; H = 2 м.

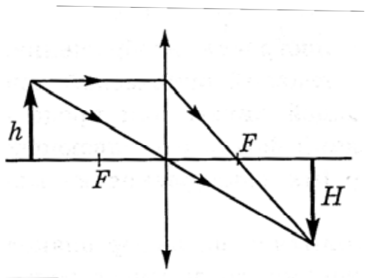

Рис. 13

Задача 9. Предмет находится на расстоянии 10 см от линзы с оптической силой – 5 дптр (рис. 14). На каком расстоянии человек, глядя через эту линзу, увидит изображение предмета и каким оно будет?

Дано: D = – 5 дптр, d = 0,10 м.

Найти: f, Γ.

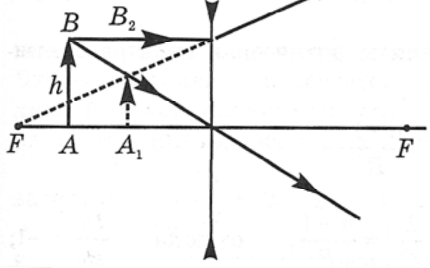

Рис. 14

Решение. Так как $D < 0$, то линза – рассеивающая. Для рассеивающей линзы формула тонкой линзы имеет вид $\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F} = -D$.

Отсюда расстояние от линзы до изображения $f = \frac{d}{1 + dD}$.

Подставив числовые значения, получим $f = 6$ см.

Линейное увеличение $Г = \frac{f}{d}$; $Г = 0{,}6$.

Задача 10. Требуется сфотографировать конькобежца, пробегающего перед аппаратом со скоростью 10 $\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Определить максимально допустимую экспозицию при условии, что размытость изображения не должна превышать 0,2 мм. Фокусное расстояние объектива 10 см, расстояние от конькобежца до аппарата 5 м. В момент фотографирования главная оптическая ось объектива аппарата перпендикулярна траектории движения конькобежца.

Дано: $\upsilon = 10$ $\frac{\text{м}}{\text{с}}$, $H = 0{,}2 \cdot 10^{-3}$ м, $F = 0{,}10$ м, $d = 5$ м.

Найти: t.

Решение. За время экспозиции точка A сместится относительно главной оптической оси на расстояние $h = \upsilon \cdot t$. Тогда изображение A_1 точки A сместится на расстояние H; по условию $H \leq 0{,}2$ мм. Таким образом, H – это изображение h. Увеличение объекта $\frac{H}{h} = \frac{f}{d}$. Поэтому $\frac{H}{\upsilon t} = \frac{f}{d}$. Из формулы линзы $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$ найдем $f = \frac{Fd}{d - F}$.

Тогда $\frac{H}{\upsilon t} = \frac{Fd}{(d - F)d} = \frac{F}{d - F}$. Откуда $t = \frac{H(d - F)}{F\upsilon}$; $t \approx 0{,}001$с.

Рис. 15

Задача 11. Линзы 1 и 2 сделаны из одного сорта стекла (рис. 15). Найти оптическую силу линзы 1, зная, что линза 2 имеет оптическую силу 2,25 дптр.

Дано: $D_2 = 2{,}25$ дптр.

Найти: D_1.

Решение. Из рисунка видно, что вплотную сложены две линзы: 1 – плосковогнутая и 2 – плосковыпуклая с одинаковыми радиусами кривизны сферических поверхностей.

Для плосковогнутой линзы оптическая сила рассчитывается по формуле

$$D_1 = (n-1)\left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{R}\right) = -\frac{n-1}{R}.$$

Для плосковыпуклой $D_2 = (n-1)\left(\frac{1}{\infty} + \frac{1}{R}\right) = \frac{n-1}{R}$, отсюда $\frac{D_1}{D_2} = -1$;

$D_1 = – D_2 = – 2{,}25$ дптр. Задачу можно решить иначе, если учесть, что оптическая сила системы линз $D_{СИСТ} = D_1 + D_2$; так как обе линзы образуют плоскопараллельную пластину с $D_{СИСТ} = 0$, то $D_1 + D_2 = 0$ и $D_1 = – D_2 = – 2{,}25$ дптр.

Задача 12. Поместив на расстоянии 20 см от линзы свечу, получили на экране изображение свечи, увеличенное в 10 раз. Какое будет увеличение, если вплотную к данной линзе приложить линзу с оптической силой 2,5 дптр? – 2,5 дптр?

Дано: $d = 0{,}20$ м; $Г = 10$; $D_1 = 2{,}5$ дптр; $D_2 = – 2{,}5$ дптр.

Найти: $Г_1$, $Г_2$.

Решение. По формуле тонкой линзы $D_0 = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$, где D_0 – оптическая сила первой линзы. Линейное увеличение $Г = \frac{f}{d}$.

Отсюда $f = Г \cdot d$.

Тогда $D_0 = \frac{1}{d} + \frac{1}{Гd}$. Оптическая сила двух собирающих линз $D' = D_0 + D_1$.

Поэтому $D_0 + D_1 = \frac{1}{d} + \frac{1}{Г_1 d}$. Подставим вместо D_0 найденное значение:

$\frac{1}{d} + \frac{1}{Гd} + D_1 = \frac{1}{d} + \frac{1}{Г_1 d}$. Откуда $Г_1 = \frac{1}{d\left(\frac{1}{Гd} + D_1\right)} = \frac{Г}{1 + ГdD_1}$; $Г_1 = 1{,}7$.

Оптическая сила во втором случае $D'' = D_0 – D_2$, где D_2 – модуль оптической силы. Тогда $D'' = \frac{1}{d} + \frac{1}{Г_2 d}$; $D_0 – D_2 = \frac{1}{d} + \frac{1}{Г_2 d}$.

Следовательно, $Г_2 = \frac{Г}{1 + ГdD_1}$; $Г_2 = 2{,}5$.

1.2.3. Волновые свойства света

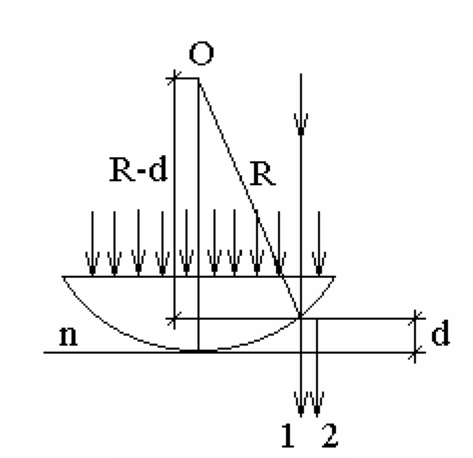

Рис. 16

Задача 13. Установка для наблюдения колец Ньютона (рис. 16) освещается монохроматическим светом с длиной волны λ = 600 нм, падающим нормально. Пространство между линзой и стеклянной пластиной заполнено прозрачной жидкостью с показателем преломления n = 1,48, и наблюдение ведется в проходящем свете. Определить радиус R кривизны линзы, если радиус r второго светлого кольца равен 1,8 мм.

Решение. При нормальном падении параллельного пучка света на плоскую поверхность линзы указанные на рисунке лучи 1 и 2 когерентны и при их наложении возникают кольцевые полосы равной толщины.

При наблюдении колец Ньютона в проходящем свете условие интерференционного максимума

$$2dn\cos\alpha = m\lambda \quad \text{или} \quad 2dn = m\lambda, \qquad (1)$$

где d – толщина клина, где наблюдается светлая полоса, соответствующая номеру m; n – показатель преломления жидкости (в проходящем свете потери полуволны не наблюдается).

Из рисунка следует, что

$$R^2 = (R-d)^2 + r^2,$$

где R – радиус кривизны линзы; r – радиус кривизны окружности, всем точкам которой соответствует одинаковый зазор d. Учитывая, что d мал, получим

$$d = \frac{r^2}{2R}. \qquad (2)$$

Подставив формулу (2) в выражение (1), получаем $\frac{r^2}{R}n = m\lambda$. Откуда искомый радиус кривизны линзы будет равен

$$R = \frac{nr^2}{m\lambda}.$$

Вычисляя, получаем R = 4 м.

Задача 14. В зеркале Ллойда (рис. 17) точечный источник S находится на расстоянии l = 2 м от экрана. На экране образуется система интерференционных полос (когерентными источниками являются первичный источник S и его мнимое изображение S' в зеркале). Ширина интерференционных полос b на экране равна 1,2 мм. Определить длину волны λ света, если после того, как источник света S отодвинули от плоскости зеркала на Δd = 0,5 мм, ширина полос уменьшилась в n = 2 раза.

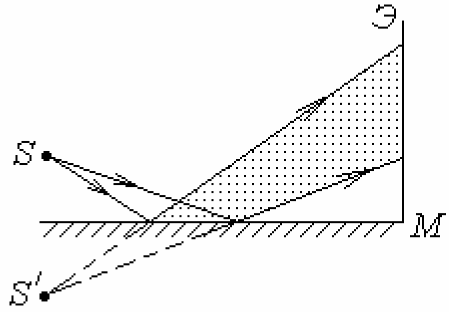

Рис. 17

Решение. Ширина интерференционной полосы (расстояние между двумя соседними максимумами или минимумами) $b = \frac{l}{d}\lambda$ не зависит от порядка интерференции (величины m) и является постоянной для данных l, d и λ, откуда расстояние между источником S и его мнимым изображением S':

$$d = \frac{l\lambda}{b}. \quad (1)$$

После того, как источник S отодвинули от плоскости зеркала на Δd, расстояние между источником и его мнимым изображением стало

$$d + 2\Delta d = \frac{l\lambda}{\frac{b}{n}}, \quad (2)$$

(учли, что ширина полос стала в n раз меньше).

Вычитая выражение (1) из выражения (2), получаем: $2\Delta d = \frac{l\lambda}{b}(n-1)$.

Откуда искомая длина волны равна $\lambda = \frac{2b\Delta d}{(n-1)l}$.

Вычисляя, получаем $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ м.

Задача 15. Какую наименьшую толщину должна иметь мыльная пленка, чтобы отраженные лучи имели красную окраску (λ = 0,63 мкм)? Белый луч падает на пленку под углом 30° (n = 1,33).

Решение. Условие максимума при интерференции $\Delta = k\lambda$,
где Δ – разность хода лучей; k – порядок интерференционного максимума; λ – длина волны.

При интерференции на тонкой пленке толщиной d, обладающей показателем преломления n, в отраженном свете разность хода лучей определяется выражением: $\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \dfrac{\lambda}{2}$.

Приравнивая выражения для Δ, получим: $2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \dfrac{\lambda}{2} = k\lambda$.

Откуда $d = \dfrac{(k - \frac{1}{2})\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$.

Очевидно, что d будет минимальной при $k = 1$:

$$d_{\min} = \frac{0,5 \cdot 6,3 \cdot 10^{-7}}{2\sqrt{1,33^2 - 0,25}} \approx 0,13 \cdot 10^{-6} = 0,13 \text{ мкм.}$$

Задача 16. Для получения колец Ньютона используют плосковыпуклую линзу. Освещая ее монохроматическим светом с длиной волны 0,6 мкм, установили, что расстояние между пятым и шестым светлыми кольцами в отраженном свете равно 0,56 мм. Определить радиус кривизны линзы.

Решение. Расстояние Δr между кольцами есть разность радиусов r_6 и r_5 колец: $\Delta r = r_6 - r_5$.

Радиус светлого кольца в отраженном свете определяется по формуле:

$$r_k = \sqrt{(2k-1)\frac{\lambda}{2}R},$$

где k – номер кольца.

$$\Delta r = \sqrt{(2 \cdot 6 - 1)\frac{\lambda}{2}R} - \sqrt{(2 \cdot 5 - 1)\frac{\lambda}{2}R} = \sqrt{\frac{\lambda R}{2}}(\sqrt{11} - \sqrt{9});$$

$$\Delta r^2 = \frac{\lambda R}{2}(\sqrt{11} - 3)^2.$$

Откуда $R = \dfrac{2 \cdot \Delta r^2}{(\sqrt{11} - 3)^2\lambda} = \dfrac{2 \cdot 5,6^2 \cdot 10^{-8}}{0,32^2 \cdot 6 \cdot 10^{-7}} \approx 10,4$ м.

Задача 17. Найти длину волны света, падающего на установку в опыте Юнга, если при помещении на пути одного из интерферирующих лучей стеклянной пластинки (n = 1,52) толщиной 3 мкм картина интерференции на экране смещается на 3 светлые полосы (рис. 18).

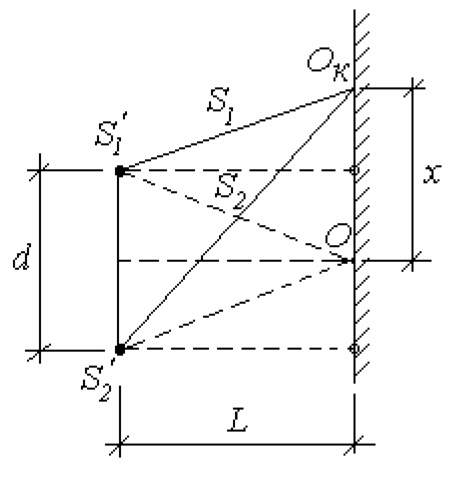

Рис. 18

Решение. При помещении пластинки с показателем преломления n_2 на пути одного из лучей образуется дополнительная разность хода лучей $\Delta = n_2 l - n_1 l$, которая по условию максимумов будет равна $\Delta = k\lambda$. Приравнивая правые части, получим $(n_2 - n_1)l = k\lambda$.

Откуда $\lambda = \dfrac{n_2 - n_1}{k} l = \dfrac{0{,}52 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{3} \approx 0{,}52 \cdot 10^{-6}$ м.

Задача 18. Расстояние между двумя когерентными источниками d = 0,9 мм. Источники посылают монохроматический свет с длиной волны 6400 $\overset{o}{A}$ на экран, расположенный от них на расстоянии 3,5 м. Определить число световых полос на 1 см длины.

Решение. В точке O на экране (рис. 19) будет максимальная освещенность. Так как точка O равноудалена от источников S_1' и S_2', то разность хода волн $S_1'O$ и $S_2'O$ равна нулю. В произвольной точке экрана $O_к$ максимум освещенности будет наблюдаться, если разность хода лучей равна целому числу длин волн:

$$\Delta = S_2 - S_1 = k\lambda. \quad (1)$$

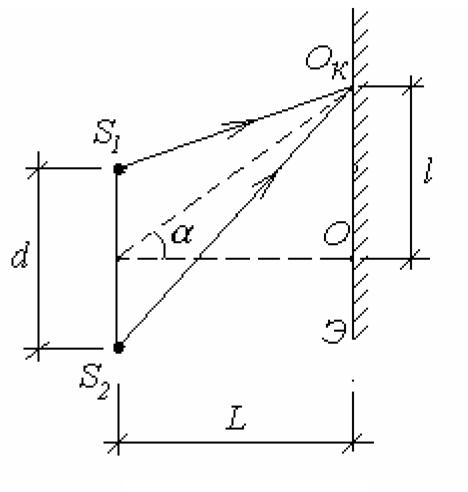

Рис. 19

Разность хода лучей $\Delta = \dfrac{xd}{L}$. Учитывая выражение (1), получим

$$\Delta = \frac{xd}{L} = k\lambda. \quad (2)$$

Из выражения (2) можно определить искомую величину k/x – число светлых интерференционных полос на единицу длины:

$$\frac{k}{x} = \frac{d}{L\lambda} = \frac{9 \cdot 10^{-4}}{3{,}5 \cdot 6{,}4 \cdot 10^{-7}} \approx 401 \text{ м}^{-1} \approx 4 \text{ см}^{-1}.$$

Задача 19. Найти угловое расстояние между соседними светлыми полосами в опыте Юнга, если известно, что экран отстоит от когерентных источников света на 1м, а пятая светлая полоса на экране расположена на расстоянии 1,5 мм от центра интерференционной картины.

Решение. В точке *O* на экране (центр интерференционной картины (см. рис. 19) будет максимальная освещенность, так как точка *O* равноудалена от источников S_1 и S_2 и разность хода волн S_1O и S_2O равна нулю. В произвольной точке экрана $O_к$ максимум освещенности будет наблюдаться, если разность хода лучей равна целому числу длин волн:

$$\Delta = S_1O_к - S_2O_к = k\lambda. \tag{1}$$

Разность хода лучей

$$\Delta = \frac{ld}{L}. \tag{2}$$

Приравняем формулы (1) и (2): $\frac{ld}{L} = k\lambda$. Откуда

$$l = \frac{kL\lambda}{d}. \tag{3}$$

Угловое положение интерференционной полосы на экране определяется углом α. Из рисунка видно, что $\mathrm{tg}\alpha = \frac{l}{L}$, или ввиду малости α

$$\alpha = \frac{l}{L}. \tag{4}$$

Решая (3) и (4), находим $\alpha_{\max} = \frac{k\lambda}{d}$.

Угловое расстояние между соседними светлыми полосами

$$\Delta\alpha_{\max} = k\frac{\lambda}{d} - (k-1)\frac{\lambda}{d} = \frac{\lambda}{d}. \tag{5}$$

Определяя $\frac{\lambda}{d}$ из уравнения (5) и подставляя это соотношение в (3), получаем $\Delta\alpha_{\max} = \frac{l}{kL} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 1} = 3 \cdot 10^{-4}$ рад.

Задача 20. Для устранения отражения света от поверхности линзы на нее наносится тонкая пленка вещества с показателем преломления 1,25, меньшим, чем у стекла (просветление оптики). При какой наименьшей толщине пленки отражение света с длиной волны 0,72 мкм не будет наблюдаться, если угол падения лучей 60°?

Решение. Оптическая разность хода лучей, отраженных от нижней и верхней поверхностей пленки, равна

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}\,. \qquad (1)$$

В выражении (1) учтено, что отражение лучей на обеих поверхностях происходит от оптически более плотной среды, и поэтому потери полуволн в обоих случаях компенсируют друг друга. Условие интерференционного минимума имеет вид:

$$\Delta = \pm\frac{(2m-1)\lambda}{2},\ \ m = 1, 2, ... \qquad (2)$$

Подставляя (1) в (2) и учитывая, что выражение (1) положительно, получим:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = \frac{(2m-1)\lambda}{2}\,. \qquad (3)$$

Из (3) найдем возможные значения толщины пленки:

$$d = \frac{(2m-1)\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}\,. \qquad (4)$$

Наименьшее значение толщины пленки будет при $m = 1$:

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}\,. \qquad (5)$$

Подставляя в (5) числовые значения, получим:

$$d_{\min} = \frac{7{,}2\cdot 10^{-7}}{4\sqrt{1{,}25^2 - \sin^2 60^\circ}} = 2\cdot 10^{-7}(\text{м}) \approx 0{,}2(\text{мкм})\,.$$

Задача 21. На толстую стеклянную пластинку ($n_{ст}$ = 1,5), покрытую очень тонкой пленкой, абсолютный показатель преломления вещества которой равен 1,4, падает параллельный пучок лучей монохроматического света (λ = 0,6 мкм). Определить толщину пленки, при которой отраженный свет максимально ослаблен вследствие интерференции.

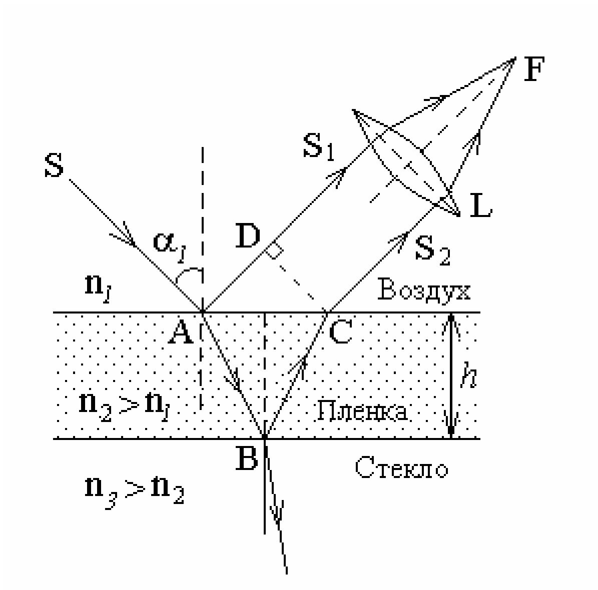

Рис. 20

Решение. Выделим один луч SA. Ход этого луча в случае, когда угол падения $\alpha_1 \neq 0$, показан на рис. 20. В точках A и B падающий луч частично отражается и частично преломляется. Отраженные лучи AS_1 и BCS_2 падают на собирающую линзу L, пересекаются в ее фокусе и интерферируют между собой. Так как $n_1 = 1$; $n_2 = 1{,}4$; $n_3 = 1{,}5$, то в обоих случаях отражение происходит от среды оптически более плотной. Поэтому фаза колебания луча AS_1 при отражении в точке A изменяется на π рад и точно так же на π рад изменяется фаза колебаний луча BCS_2 при отражении в точке B. Следовательно, результат интерференции этих лучей при пересечении в фокусе F линзы будет такой же, как если бы никакого изменения фазы колебаний ни у того, ни у другого луча не было.

Из рисунка видно, что оптическая разность хода лучей $SADS_1$ и $SABCS_2$ $\Delta = (AB + BC)n_2 - AD \cdot n_1$.

Следовательно, условие максимального ослабления света примет вид

$$(AB + BC)n_2 - AD \cdot n_1 = \frac{(2m+1)\lambda}{2}.$$

При $\alpha = 0$ геометрическая разность хода $AB + BC = 2h$ и

$$\Delta = 2hn_2 = \frac{(2m+1)\lambda}{2}.$$

Откуда $h = \dfrac{(2m+1)\lambda}{4n_2}$.

Полагая $m = 0, 1, 2, 3, \ldots$, получим ряд возможных значений толщин пленки:

$$h_0 = \frac{\lambda}{4n_2} = 0{,}11 \text{ мкм}; \; h_1 = \frac{3\lambda}{4n_0} = 3h_0 = 0{,}33 \text{ мкм и т.д.}$$

Задача 22. На стеклянный клин (n = 1,5) с преломляющим углом $\alpha = 40''$ нормально падает монохроматический свет с длиной волны λ = 600 нм. Определить в интерференционной картине расстояние между двумя соседними минимумами.

Решение. Параллельный пучок света, падая нормально к граням клина, отражается от его верхней и нижней граней (рис. 21). Так как угол клина мал, то отраженные лучи когерентны и на поверхности клина будут наблюдаться интерференционные полосы.

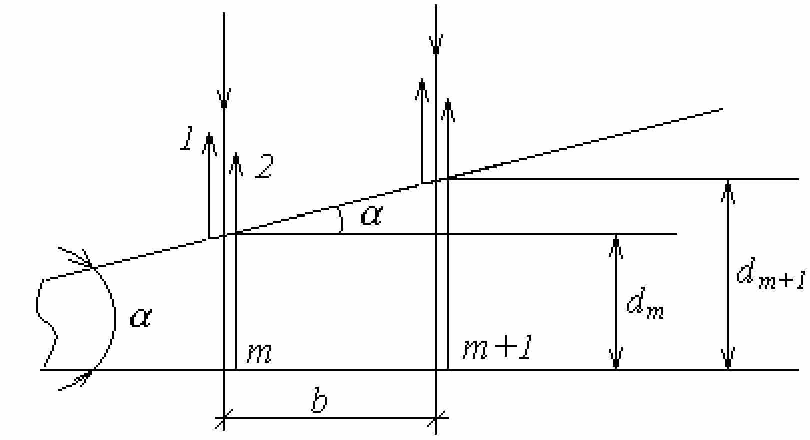

Рис. 21

Условие минимума для клина в общем случае:

$$2dn\cos\gamma + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \ldots, \tag{1}$$

где d – толщина клина в месте темной полосы, соответствующей номеру m; γ – угол преломления; $\frac{\lambda}{2}$ – дополнительная разность хода, обусловленная отражением световой волны 1 от оптически более плотной среды.

Угол падения, согласно условию, равен нулю, следовательно, $\gamma = 0$.

Тогда условие (1) запишется в виде $2dn = m\lambda$. Откуда $d = \frac{m\lambda}{2n}$.

Из рисунка следует, что

$$\sin\alpha = \frac{d_{m+1} - d_m}{b}. \tag{2}$$

Однако из-за малости угла $\sin\alpha \approx \alpha$, поэтому, подставив в формулу (2) толщины d_{m+1} и d_m, получим $\alpha = \frac{(m+1)\lambda - m\lambda}{2bn} = \frac{\lambda}{2bn}$.

Откуда найдем искомое расстояние между двумя соседними минимумами: $b = \dfrac{\lambda}{2n\alpha}$ (α здесь выражается в радианах).

Вычисляя, получаем b = 1,03 мм.

Задача 23. Определить радиус пятой зоны Френеля, если расстояние a от точечного монохроматического источника света (λ = 600 нм) до волновой поверхности равно 2 м, а расстояние b от волновой поверхности до точки наблюдения равно 3 м.

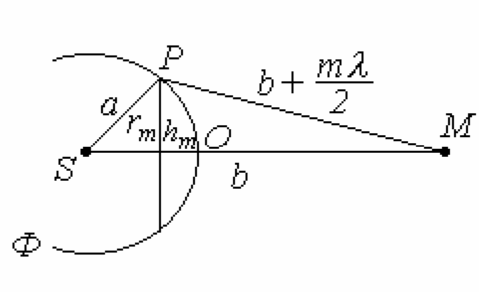

Рис. 22

Решение. На рисунке S – точечный источник монохроматического света, распространяющегося в однородной среде; M – точка наблюдения; Φ – волновая поверхность. Внешняя граница m-ой зоны Френеля радиуса r_m (рис. 22) выделяет на волновой поверхности сферический сегмент высотой h_m. Размеры кольцевых зон Френеля таковы, что разность хода лучей, идущих от соответственных точек каждой соседней зоны до точки наблюдения M, равна $\dfrac{\lambda}{2}$, поэтому, если имеем m зон Френеля, то $PM = b + \dfrac{m\lambda}{2}$ ($b = OM$). Очевидно, что

$$r_m^2 = a^2 - \left(a - h_m\right)^2 = \left(b + \frac{m\lambda}{2}\right)^2 - \left(b + h_m\right)^2. \qquad (1)$$

Поскольку λ мала $\left(\lambda << a, \lambda << b\right)$, членом $\dfrac{m^2\lambda^2}{4}$ пренебрегаем. Тогда

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2\left(a+b\right)}. \qquad (2)$$

Из уравнения (1) следует, что $r_m^2 = 2ah_m - h_m^2$, а при $h_m << a$

$$r_m^2 = 2ah_m \qquad (3)$$

Подставив формулу (2) в выражение (3), найдем искомый радиус зоны Френеля: $r_m = \sqrt{\dfrac{mab\lambda}{a+b}}$.

Вычисляя, получим $r_m = 1{,}9$ мм.

Задача 24. Круглый непрозрачный диск радиусом 2 мм расположен на пути параллельного пучка монохроматического света (λ = 600 нм). Определить ширину зоны Френеля, непосредственно прилегающей к диску, если наблюдение производится в точке, лежащей на линии, соединяющей точку с центром диска и отстоящей от него на расстоянии ℓ = 1,5 м.

Решение. В данном случае закрытый диском участок плоского волнового фронта надо исключить из рассмотрения и зоны Френеля строить, начиная с краев диска (рис. 23). Согласно Френелю колебания от соседних зон проходят до точки наблюдения *M* расстояния, отличающиеся на $\frac{\lambda}{2}$. *CB* = *x* – ширина первой открытой

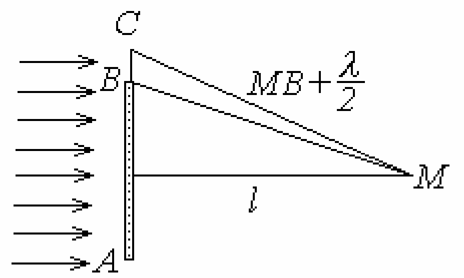

Рис. 23

зоны Френеля. Дифрагирующие лучи *MC* и *MB* имеют разность хода $\frac{\lambda}{2}$. Из рисунка следует, что $(r+x)^2+\ell^2=\left(MB+\frac{\lambda}{2}\right)^2$. $MB=\sqrt{\ell^2+r^2}$. Тогда $(r+x)^2+\ell^2=\left(\sqrt{\ell^2+r^2}+\frac{\lambda}{2}\right)^2$. Откуда $x^2+2xd=\lambda\sqrt{\ell^2+r^2}+\frac{\lambda^2}{4}$, где слагаемыми r^2 и $\frac{\lambda^2}{4}$ можно пренебречь. Следовательно, $x^2+2xd-\ell x=0$.

Решив это уравнение, получим искомую ширину зоны Френеля, непосредственно прилегающую к экрану: $x=-r+\sqrt{r^2+\ell x}$ (учли только положительное решение, имеющее физическое значение).

Вычисляя, получим *x* = 0,214 мм.

Задача 25. На дифракционную решетку с периодом *d* = 10 мкм под углом $\Theta=30^\circ$ к ее поверхности падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda=550$ нм. Определить угол φ дифракции, отвечающий третьему главному максимуму.

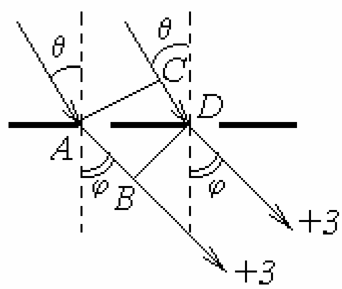

Рис. 24

Решение. Оптическая разность хода двух сходственных лучей (рис. 24) при наклонном падении параллельного пучка монохроматического света на дифракционную решетку (на рис. *АД* – период *d* дифракционной решетки)

$$\Delta = AB - СД = d\sin\varphi - d\sin\Theta, \qquad (1)$$

где φ – угол дифракции, Θ – угол падения пучка света к поверхности дифракционной решетки.

Условие главных максимумов для дифракционной решетки

$$\Delta = \pm m\lambda \ \left(m = 0,1,2,\ldots\right), \qquad (2)$$

где согласно условию задачи $m = 3$.

Приравняв выражения (1) и (2), получим

$$d\sin\varphi - d\sin\Theta = m\lambda$$

или

$$\sin\varphi = \sin\Theta + \frac{m\lambda}{d}.$$

Откуда искомый угол дифракции

$$\varphi = \arcsin\left(\sin\Theta + \frac{m\lambda}{d}\right).$$

Вычисляя, получаем $\varphi = 37{,}6^\circ$.

Задача 26. На щель шириной $a = 0{,}1$ мм параллельно падает пучок света от монохроматического источника ($\lambda = 0{,}6$ мкм). Определить ширину l центрального максимума в дифракционной картине, проецируемой с помощью линзы, находящейся непосредственно за щелью, на экран, отстающий от линзы на расстояние $L = 1$м.

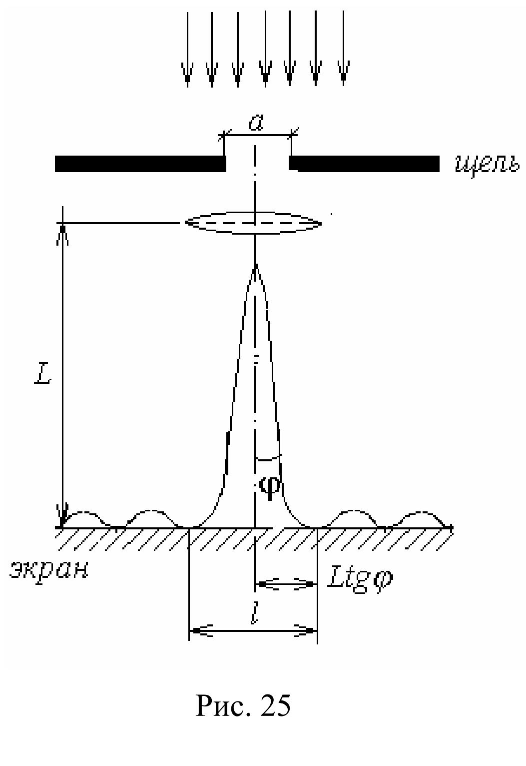

Рис. 25

Решение. Центральный максимум интенсивности света занимает область между ближайшими от него справа и слева минимумами интенсивности. Поэтому ширину центрального максимума интенсивности примем равной расстоянию между этими двумя минимумами интенсивности (рис. 25). Минимумум интенсивности света при дифракции от одной щели наблюдается под углами φ, определяемыми условием

$$a\sin\varphi = \pm m\lambda, \qquad (1)$$

где m – порядок минимума; в нашем случае равен единице.

Расстояние между двумя минимумами на экране определим непосредственно по чертежу: $l = 2Ltd\varphi$. Так как при малых углах $tg\varphi \approx \sin\varphi$, перепишем эту формулу в виде

$$l = 2L\sin\varphi \qquad (2)$$

Выразим $\sin\varphi$ из формулы (1) и подставим его в равенство (2):

$$l = \frac{2Lm\lambda}{a}.$$

После вычисления получим $l = 1,2$ см.

Задача 27. На дифракционную решетку с периодом 2 мкм нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной гелием. Какую разность длин волн может разрешить эта решетка в области красного света ($\lambda_1 = 0,7$ мкм) в спектре второго порядка, если ширина решетки 2,5 см? На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается синяя линия ($\lambda_2 = 0,447$ мкм) спектра третьего порядка?

Решение. Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN, \qquad (1)$$

где N – общее число щелей решетки, m – порядок спектра.

Период решетки $d = \frac{1}{N_0}$, где N_0 – число щелей на 1 м длины.

Зная ширину ℓ дифракционной решетки, находим общее число щелей решетки

$$N = N_0\ell = \frac{\ell}{d}. \qquad (2)$$

Из формулы (1) с учетом (2) находим

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{mN} = \frac{\lambda d}{m\ell}; \ \Delta\lambda = \frac{7\cdot 10^{-7}\cdot 2\cdot 10^{-6}}{2\cdot 2,5\cdot 10^{-2}} = 2,8\cdot 10^{-11} \text{ м}.$$

Направления на главные максимумы дифракционной решетки определяются условием $d\sin\varphi = m\lambda$, где m = 0, 1, 2, … – порядок спектра; φ – угол между направлением на дифракционный максимум и нормалью к решетке. При наложении спектральных линий выполняется условие:

$$d\sin\varphi = m_2\lambda_2;\ d\sin\varphi = m_3\lambda_3 \text{ или } m_2\lambda_2 = m_3\lambda_3, \text{ откуда } \lambda_3 = \frac{m_2\lambda_2}{m_3};$$

$$\lambda_3 = \frac{2\cdot 4{,}47\cdot 10^{-7}}{3} = 2{,}98\cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Задача 28. Дифракционная решетка содержит 200 штрихов на каждый миллиметр. На решетку нормальной падает монохроматический свет с длиной волны 5750 $\mathring{A}$. Определить наибольший порядок спектра и общее число главных максимумов в дифракционной картине.

Решение. Число штрихов на единицу длины N и постоянная дифракционной решетки с связаны обратной пропорциональной зависимостью:

$$c = \frac{1}{N};\quad c = \frac{1}{200} = 5\cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Для дифракционных максимумов, полученных с помощью дифракционной решетки, справедливо соотношение: $c\sin\varphi \approx m\lambda$. Число главных максимумов, даваемых решеткой, m_{max} вычислим, исходя из того, что максимальный угол отклонения лучей не может превышать 90°. Из соотношения $c\sin\varphi \approx m\lambda$ получим $m_{\max} = \dfrac{c\sin\varphi_{\max}}{\lambda}$. Подставляя числовые значения, имеем $m_{\max} = \dfrac{5\cdot 10^{-6}\cdot 1}{5{,}75\cdot 10^{-7}} \approx 8{,}7$. Число m_{max} должно быть целым. Оно не может принять значение, равное 9, так как при этом значении $\sin\varphi$ должен быть больше 1, что невозможно. Следовательно, $m_{max} = 8$.

Определим общее число главных максимумов n. Учитывая, что влево и вправо от центрального максимума будет наблюдаться по одинаковому числу главных максимумов, равному 2 m_{max}, а также центральный нулевой максимум, получим $n = 2\ m_{max} + 1 = 17$.

Задача 29. Свет от монохроматического источника ($\lambda = 0{,}6$ мкм) падает нормально на диафрагму с круглым отверстием r = 0,6 мм. Темным или светлым будет центр дифракционной картины на экране, находящемся на расстоянии b = 0,3 м от диафрагмы?

Решение. Радиусы зон Френеля, на которые следует разбить отверстия, чтобы определить их число, определяются по формуле $r_m = \sqrt{m\lambda b}$, где m – номер зоны, λ – длина волны, b – расстояние от диафрагмы до экрана. Из этой формулы

$$m = \frac{r_m^2}{b\lambda}; \quad m = \frac{36 \cdot 10^{-8}}{0{,}3 \cdot 6 \cdot 10^{-7}} = 2.$$

Число зон четное, следовательно, центр картины на экране будет темным.

Задача 30. Постоянная дифракционной решетки 10 мкм, ее ширина 2 см. В спектре какого порядка эта решетка может разрешить дублет $\lambda_1 = 486$ нм и $\lambda_2 = 486{,}1$ нм?

Решение. Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN, \tag{1}$$

где $\Delta\lambda$ – минимальная разность длин волн двух спектральных линий λ и $\lambda + \Delta\lambda$, разрешаемых решеткой; m – порядок спектра; N – число щелей решетки.

Поскольку постоянная решетки c есть расстояние между серединами соседних щелей, то общее число щелей можно найти как

$$N = \frac{\ell}{c}, \tag{2}$$

где ℓ – ширина решетки.

Из формулы (1) с учетом (2) находим

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{mN} = \frac{c\lambda}{m\ell}. \tag{3}$$

Дублет спектральных линий λ_1 и λ_2 будет разрешен, если

$$\lambda \le \lambda_2 - \lambda_1. \tag{4}$$

Подставляя выражение (3) в (4) и учитывая, что $\lambda = \lambda_1$, получим

$$\frac{c\lambda_1}{m\ell} \le \lambda_2 - \lambda_1. \tag{5}$$

Из выражения (5) следует, что дублет λ_1 и λ_2 будет разрешен во всех спектрах с порядком

$$m \ge \frac{c\lambda_1}{\ell(\lambda_2 - \lambda_1)}.$$

Подставляя числовые данные, получим

$$\frac{c\lambda_1}{\ell(\lambda_2 - \lambda_1)} = \frac{10^{-5} \cdot 4{,}86 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-2}(4{,}861 - 4{,}86) \cdot 10^{-7}} = 2{,}43.$$

Поскольку m – целое число, то, следовательно, $m \ge 3$.

Задача 31. Определить расстояние между атомными плоскостями в кристалле каменной соли, если дифракционный максимум первого порядка наблюдается при падении рентгеновских лучей с длиной волны 0,147 нм под углом $15°12'$ к поверхности кристалла.

Решение. Дифракция рентгеновских лучей на кристаллах – это результат интерференции рентгеновского излучения, зеркально отражающегося от системы параллельных плоскостей, которые проходят через узлы – атомы (например, А, рис. 26) кристаллической решетки.

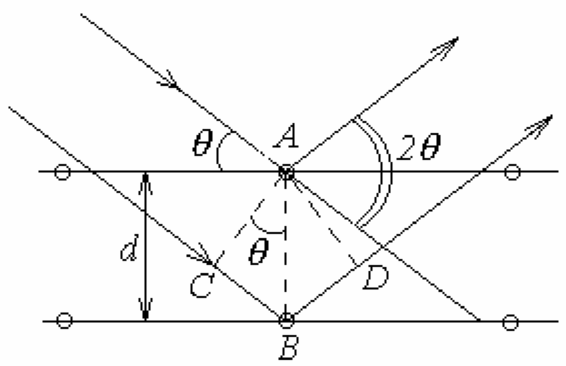

Рис. 26

Эти плоскости называют атомными. Отражение наблюдается лишь в тех направлениях, соответствующих дифракционным максимумам, которым удовлетворяет соотношение $\Delta = |BC| + |BД| = 2d\sin\Theta$, или

$$2d\sin\Theta = m\lambda, \qquad (1)$$

где m = 1, 2, 3, … – порядок дифракционного максимума, Θ – угол скольжения, то есть угол между падающим лучом и плоскостью кристалла, d – расстояние между соседними плоскостями, называемое межплоскостным.

Исходя из условия (1) и учитывая, что m = 1, имеем

$$d = \frac{\lambda}{2\sin\Theta}; \quad d = \frac{1{,}47\cdot10^{-10}}{2\sin15°12'} \approx 2{,}8\cdot10^{-10}\,\text{м} = 0{,}28 \text{ нм.}$$

Задача 32. Определить разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей, если наименьшая толщина кристаллической пластинки в четверть длины волны для λ = 530 нм составляет 13,3 мкм.

Решение. Пластинкой в четверть длины волны называют вырезанную параллельно оптической оси пластинку, для которой оптическая разность хода

$$\Delta = (n_0 - n_e)d = \pm(m + \frac{1}{4})\lambda, \ (m = 0, 1, 2, ...),$$

причем знак «+» соответствует отрицательным кристаллам, а знак « – » – положительным. При нормальном падении на пластинку «λ/4» плоскополяризованного света между обыкновенным и необыкновенным лучами в пластинке (в кристалле лучи пространственно не разделены) возникает оптическая разность хода, равная λ/4.

Минимальная толщина пластинки в четверть длины волны соответствует m = 0. Тогда

$$d_{\min}(n_0 - n_e) = \frac{\lambda}{4}.$$

Откуда искомая разность показателей преломления $n_0 - n_e = \dfrac{\lambda}{4d_{\min}}$.

Вычисляя, получаем $n_0 - n_e = 0{,}01$. Поскольку $n_0 > n_e$, то имеем дело с пластинкой, вырезанной из отрицательного кристалла.

Задача 33. Естественный свет падает на кристалл алмаза под углом полной поляризации (рис. 27). Найти угол преломления света (n = 2,42).

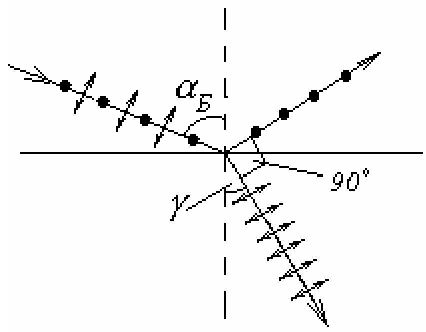

Рис. 27

Решение. При падении естественного света на поверхность под углом $\alpha_Б$ полной поляризации отраженный луч будет полностью поляризован. По закону Брюстера $\mathrm{tg}\alpha_Б = \dfrac{n_2}{n_1}$ равен отношению показателей преломления алмаза и воздуха, и угол между отраженным и преломленным лучами равен 90°. Поэтому $\mathrm{tg}\alpha_Б = 2{,}42$ и $\alpha_Б$ = 67°30′, а из рисунка видно, что угол преломления $\gamma = 180^\circ - 90^\circ - \lambda_< = 22^\circ 30'$.

Задача 34. Интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор, уменьшилась в 2,3 раза. Во сколько раз она уменьшится, если за первым поставить второй такой же поляризатор так, чтобы угол между их главными плоскостями был равен 60°?

Решение. Естественный свет можно представить как наложение двух некогерентных волн, поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях и имеющих одинаковую интенсивность. Идеальный поляризатор пропускает колебания, параллельные его главной плоскости, и полностью задерживает колебания, перпендикулярные этой плоскости. На выходе из первого поляризатора получается плоскополяризованный свет, интенсивность которого I_1 с учетом потерь на отражение и поглощение света поляризатором равна

$$I_1 = \frac{I_0}{2}(1-k). \tag{1}$$

После прохождения второго поляризатора интенсивность света уменьшается как за счет отражения и поглощения света поляризатором, так и из-за несовпадения плоскости поляризации света с главной плоскостью поляризатора. В соответствии с законом Малюса и с учетом потерь на отражение и поглощение света эта интенсивность равна

$$I_2 = I_1(1-k)\cos^2\alpha, \tag{2}$$

где α – угол между плоскостью поляризации света, которая параллельна главной плоскости первого поляризатора, и главной плоскостью второго поляризатора. Найдем, во сколько раз уменьшилась интенсивность света:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-k)^2\cos^2\alpha}. \tag{3}$$

Выразим из (1):

$$1-k = \frac{2I_1}{I_0}. \tag{4}$$

Подставляя (4) в (3), получим: $\dfrac{I_0}{I_2} = \dfrac{1}{2\cos^2\alpha}\left(\dfrac{I_0}{I_1}\right)^2.$

Проверяя вычисления, найдем: $\dfrac{I_0}{I_2} = \dfrac{1}{2\cos^2 60^\circ}2{,}3^2 \approx 10{,}6.$

Задача 35. Плоскопараллельная пластинка из исландского шпата с минимальной толщиной $d_{\min}$ = 1,93 мкм служит пластинкой в полдлины волны для оранжевого света (λ = 656 нм). Определить показатель преломления для необыкновенного луча, если показатель преломления для обыкновенного луча n_0 = 1,655.

Решение. Кристаллическая пластинка в полдлины волны – пластинка, вырезанная параллельно оптической оси, для которой оптическая разность хода

$$\Delta = (n_0 - n_e)d = \pm(m + \frac{1}{2})\lambda, \ (m = 0, 1, 2, ...),$$

причем знак «+» соответствует отрицательным кристаллам, а знак « – » – положительным. При нормальном падении на пластинку «λ/2» плоскополяризованного света между обыкновенным и необыкновенным лучами в пластинке (в кристалле эти лучи пространственно не разделены) возникает оптическая разность хода, равная λ/2.

Рассматриваемый в задаче исландский шпат – отрицательный кристалл ($n_0 > n_e$), поэтому можно записать:

$$(n_0 - n_e)d = (m + \frac{1}{2})\lambda, \ (m = 0, 1, 2, ...).$$

Минимальная толщина пластинки в полдлины волны соответствует $m = 0$. Тогда $d_{\min}(n_0 - n_e) = \frac{\lambda}{2}$.

Откуда искомый показатель преломления для необыкновенного луча $n_e = n_0 - \frac{\lambda}{2d_{\min}}$. Вычисляя, получаем: $n_e = 1{,}485$.

Задача 36. Естественный свет падает на поверхность диэлектрика под углом полной поляризации. Степень поляризации преломленного луча составляет 0,124. Найти коэффициент пропускания света.

Решение. Естественный свет можно представить как наложение двух некогерентных волн, поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях и имеющих одинаковую интенсивность

$$I_{II} = I_{\perp}, \tag{1}$$

где индексы обозначают колебания, параллельные и перпендикулярные плоскости падения света на поверхность диэлектрика, причем интенсивность падающего света

$$I = I_{II} + I_{\perp}. \tag{2}$$

При падении света под углом полной поляризации отражаются только волны, поляризованные в плоскости, перпендикулярной к плоскости падения. В преломленной волне преобладают колебания, параллельные плоскости падения.

Интенсивность преломленной волны можно записать как

$$I'' = I''_{II} + I''_{\perp}. \tag{3}$$

Составляющие I''_{II} и $I''_{\perp}$ интенсивности преломленной волны равны

$$I''_{II} = I''_{\perp} \text{ и } I''_{\perp} = I_{\perp} - I', \tag{4}$$

где I' – интенсивность отраженного света.

Степень поляризации преломленного луча

$$p'' = \frac{I''_{II} - I''_{\perp}}{I''_{II} + I''_{\perp}} = \frac{I''_{II} - I''_{\perp}}{I''}. \tag{5}$$

С учетом равенств (4) и (1) выражение (5) можно представить в виде:

$$p'' = \frac{I'}{I''}. \tag{6}$$

Коэффициент пропускания света определяется как

$$\tau = \frac{I''}{I} = \frac{I''}{I' + I''}, \tag{7}$$

или с учетом выражения (6) $\tau = \dfrac{1}{1 + p''}$.

Проведя вычисления, получим $\tau = \dfrac{1}{1 + 0{,}124} \approx 0{,}89$.

Задача 37. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, прошедшего через два николя, плоскости поляризации которых составляют угол 45°. Каждый николь поглощает 8 % света, падающего на него (рис. 28).

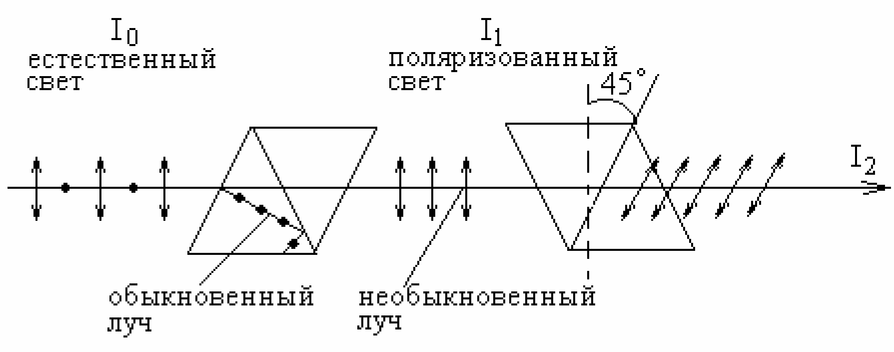

Рис. 28

Решение. В результате двойного лучепреломления естественный луч света, попадая в призму *П* – поляризатор, раздваивается на обыкновенный и необыкновенный лучи. Оба луча поляризованы, но во взаимно перпендикулярных плоскостях. Обыкновенный луч, подчиняясь закону преломления, преломится и, подойдя к слою канадского бальзама в николе, испытает полное отражение и поглотится зачерненной боковой гранью призмы. Необыкновенный луч проходит через призму без отклонения, интенсивность его уменьшается из-за поглощения света призмой на величину kI_0.

Интенсивность света, прошедшего через поляризатор, равна

$$I_1 = 0,5(1-k)I_0, \tag{1}$$

где k = 0,08 – коэффициент поглощения света в призме; I_0 – интенсивность естественного света, падающего на поляризатор.

Поляризованный свет, войдя во второй николь – анализатор *A*, опять поглощается, и интенсивность его уменьшается на величину Ik_0. Кроме того, интенсивность поляризованного света из-за несовпадения плоскостей поляризации поляризатора и анализатора, согласно закону Малюса,

$$I_2 = I_1(1-k)\cos^2\alpha, \tag{2}$$

где α – угол между плоскостями поляризации поляризатора и анализатора; k – коэффициент поглощения; I_1 – интенсивность поляризованного света, падающего на анализатор; I_2 – интенсивность поляризованного света, прошедшего через анализатор.

Подставляя выражение (1) в (2), имеем

$$I_2 = 0,5(1-k)^2 I_0 \cos^2\alpha. \tag{3}$$

Из соотношения (3) следует:

$$\frac{I_2}{I_0} = 0,5(1-k)^2\cos^2\alpha, \text{ а } \frac{I_0}{I_2} = \frac{1}{0,5(1-k)^2\cos^2\alpha}.$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$\frac{I_2}{I_0} = 0,5(1-0,08)^2\cos^2 45^\circ = 0,21, \; \frac{I_0}{I_2} = \frac{1}{0,21} \approx 4,7.$$

Задача 38. Раствор сахара с концентрацией 0,25 г/см^3 толщиной 20 см поворачивает плоскость поляризации монохроматического света на 30°20′. Другой раствор толщиной 15 см поворачивает плоскость поляризации на 20°. Определить концентрацию сахара во втором растворе.

Решение. Угол поворота плоскости поляризации определяется по формуле

$$\varphi = [\alpha] c\ell,$$

где $[\alpha]$ – удельное вращение, $\varphi_1 = [\alpha] c_1 \ell_1$, отсюда $[\alpha] = \frac{\varphi_1}{c_1 \ell_1}$, $\varphi_2 = [\alpha] c_2 \ell_2$,

откуда $c_2 = \frac{\varphi_2}{[\alpha] \ell_2} = \frac{\varphi_2 c_1 \ell_1}{\varphi_1 \ell_2}$; $c = \frac{20 \cdot 0,25 \cdot 20}{30,33 \cdot 15} \approx 0,22$ г/см^3.

Задача 39. Пластинка кварца толщиной d = 4 мм (удельное вращение кварца 15 град/мм), вырезанная перпендикулярно оптической оси, помещена между двумя скрещенными николями. Пренебрегая потерями света в николях, определить, во сколько раз уменьшится интенсивность света, прошедшего эту систему.

Решение. Естественный свет, пройдя через первый николь (рис. 29), вследствие двойного лучепреломления расщепляется на два пучка: обыкновенный (о) и необыкновенный (е).

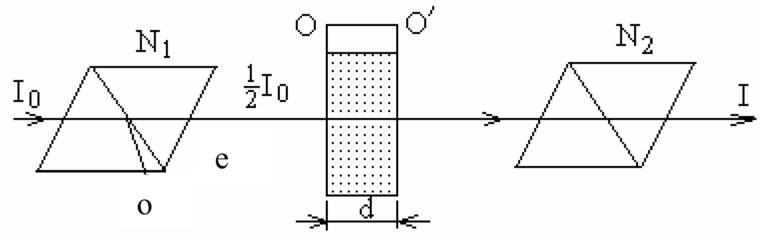

Рис. 29

Оба пучка одинаковы по интенсивности и поляризованы полностью, но во взаимно перпендикулярных плоскостях. Из первого николя выходит необыкновенный (е) луч света с интенсивностью $\frac{I_0}{2}$ (обыкновенный (о) луч претерпевает полное внутреннее отражение).

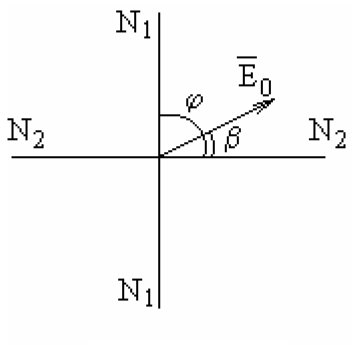

Рис. 30

В кварцевой пластинке наблюдается вращение плоскости поляризации необыкновенного луча на угол $\varphi = \alpha d = 60^\circ$. Электрический вектор $\vec{E}_0$ луча, падающего на николь N_2, после прохождения пластинки (рис. 30) составляет с его направлением пропускания угол $\beta = 90^\circ - \varphi = 30^\circ$. Согласно закону Малюса интенсивность прошедшего через николь N_2 света $I = \frac{1}{2} I_0 \cos^2\beta$. Следовательно, $\frac{I_0}{I} = \frac{2}{\cos^2\beta}$. Вычисляя, получаем $\frac{I_0}{I} = 2{,}67$.

Задача 40. Показатель преломления сероуглерода для света с длинами волн 509, 534 и 589 нм равен соответственно 1,647; 1,640 и 1,630. Вычислить фазовую и групповую скорость света вблизи длины волны 534 нм.

Решение. Групповая скорость U связана с фазовой скоростью υ света в среде соотношением:

$$U = \upsilon - \lambda \frac{d\upsilon}{d\lambda}. \qquad (1)$$

Учитывая, что $\upsilon = \frac{c}{n}$, из (1) получаем $U = \upsilon\left[1 + \frac{\lambda dn}{n d\lambda}\right]$. Для средней дисперсии вещества имеем:

$$U = \upsilon\left(1 + \frac{\lambda}{n}\frac{\Delta n}{\Delta\lambda}\right). \qquad (2)$$

Для $\lambda = 534$ нм и n = 1,640 находим относительную дисперсию $\frac{\lambda}{n}\frac{\Delta n}{\Delta\lambda} = \frac{535(1{,}647 - 1{,}630)}{1{,}640(509 - 589)} \approx -0{,}069$. Из соотношения (2) определяем

$$\frac{U}{\upsilon} = \left(1 + \frac{\lambda}{n}\frac{\Delta n}{\Delta\lambda}\right) = (1 - 0{,}069) = 0{,}931,$$

$$U = 0{,}931\upsilon. \qquad (3)$$

Учитывая, что фазовая скорость $\upsilon = \frac{c}{n}$, находим ее значение вблизи $\lambda = 534$ нм.

$$\upsilon = \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}640} \approx 1{,}83 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

По формуле (3) вычисляем групповую скорость:

$$U = 0{,}931 \cdot 1{,}83 \cdot 10^8 \approx 1{,}70 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Задача 41. В черенковском счетчике из каменной соли релятивистские протоны излучают в конусе с раствором 82°. Определить кинетическую энергию протонов. Показатель преломления каменной соли 1,54.

Решение. Излучение Вавилова – Черенкова возникает, когда скорость движения υ заряженной частицы в среде больше фазовой скорости света $\frac{c}{n}$ в этой среде (c – скорость света в вакууме, n – показатель преломления среды).

Излучение направлено вдоль образующих конуса, ось которого совпадает с направлением движения частицы. Угол Θ между направлением излучения и направлением движения частицы определяется формулой

$$\cos\Theta = \frac{c}{n\upsilon}. \tag{1}$$

Кинетическая энергия релятивистской частицы определяется как

$$T = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2}} - 1\right), \tag{2}$$

где $E_0 = mc^2$ – энергия покоя частицы, m – масса.

Для протонов E_0 = 938,28 МэВ. Отношение $\frac{\upsilon}{c}$ определим из (1):

$$\frac{\upsilon}{c} = \frac{1}{n\cos\Theta}. \tag{3}$$

Подставляя (3) в (2), получим

$$T = E_0\left(\frac{n\cos\Theta}{\sqrt{n^2\cos^2\Theta - 1}} - 1\right).$$

Проведя вычисления, найдем:

$$T = 938{,}28\left(\frac{1{,}54\cos 41^\circ}{\sqrt{\left(1{,}54\cos 41^\circ\right)^2 - 1}} - 1\right) \approx 902{,}9 \text{ МэВ}.$$

1.3. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1.1. Солнечный луч составляет с поверхностью Земли угол $\alpha = 30°$. Под каким углом к горизонту следует расположить плоское зеркало, чтобы этот луч после отражения от зеркала попал на дно глубокого колодца?

1.2. Человек ростом $H = 1{,}8$ м, стоящий на берегу озера, видит луну в небе по направлению, составляющему угол $\alpha = 60°$ с горизонтом. На каком расстоянии от себя человек видит отражение луны в озере?

1.3. Сколько изображений даст светящаяся точка, находящаяся на биссектрисе двугранного угла $\alpha = 45°$, образованного двумя плоскими зеркалами?

1.4. Какого наименьшего размера l должно быть плоское зеркало, чтобы, встав перед ним, человек ростом $h = 170$ см увидел себя в полный рост?

1.5. В комнате длиной $l = 5$ м и высотой $h = 3$ м висит на стене плоское зеркало. Человек смотрит в него, находясь на расстоянии $a = 2$ м от той стены, на которой оно висит. Какова должна быть наименьшая высота зеркала, чтобы человек мог видеть стену, находящуюся у него за спиной, во всю высоту?

1.6. Размер заднего окна автомобиля $a \times b = 120 \times 45$ см². Каковы должны быть минимальные размеры плоского зеркала заднего вида, висящего на расстоянии $l_0 = 50$ см перед водителем, чтобы водитель имел наилучшей обзор дорожной обстановки за автомобилем? Водитель сидит на расстоянии $l = 2$ м от заднего окна.

1.7. Посередине между двумя плоскими зеркалами, параллельными друг другу, помещен точечный источник света. С какими одинаковыми скоростями должны двигаться оба зеркала, оставаясь параллельными друг другу, чтобы первые мнимые изображения источника в зеркалах сближались со скоростью $\upsilon = 5$ м/с?

1.8. Плоское круглое зеркальце может вращаться вокруг своего вертикального диаметра. На расстоянии $l = 1{,}2$ м от зеркала на стене висит плоский экран, параллельный плоскости зеркальца. Горизонтальный луч света падает в центр зеркальца под углом $\alpha = 12°$ и отражается на экранах. На какое расстояние переместится световой «зайчик» на экране при повороте зеркальца на угол $\beta = 15°$?

1.9. Маленькое плоское зеркальце вращается с постоянной частотой n = 0,5 об/с. С какой скоростью будет перемещаться «зайчик» по сферическому экрану радиусом R = 10 м, если зеркальце находится в центре кривизны сферы?

1.10. На расстоянии d = 1,5 м от выпуклого сферического зеркала с радиусом кривизны R = 72 см на его главной оптической оси расположена светящаяся точка. На каком расстоянии от зеркала находится изображение этой точки?

1.11. На поверхности озера глубиной h = 2 м находится круглый плот радиусом R = 8 м. Определить радиус тени от плота на дне озера при освещении водоёма рассеянным светом. Показатель преломления воды n = 1,33.

1.12. На двухслойную прозрачную плоскопараллельную пластинку по нормали к ней падает луч света. Показатели преломления материалов пластинки равны n_1 = 2,42 и n_2 = 1,5. Каким должно быть отношение толщин этих веществ, чтобы время распространения света в них было одинаковым?

1.13. Водолаз видит отраженными от поверхности воды те части горизонтального дна, которые расположены от него на расстоянии l = 15 м и больше. Рост водолаза h = 1,8 м, показатель преломления воды n = 1,33. На какой глубине находится водолаз?

1.14. Два плоских зеркала расположены под некоторым углом друг к другу. Источник света и его первые изображения в зеркале находятся в вершинах равностороннего треугольника. Каков угол между зеркалами?

1.15. На стене висит зеркало высотой 1 м. Человек стоит на расстоянии 2 м от зеркала. Какова высота участка противоположной стены комнаты, который может увидеть в зеркале человек, не изменяя положения головы? Стена находится на расстоянии 4 м от зеркала.

1.16. Луч света переходит из стекла в воду. Угол падения луча на границе раздела этих двух сред 40°. Определить угол преломления и предельный угол полного отражения.

1.17. На стеклянную пластинку с показателем преломления 1,5 падает луч света. Каков угол падения луча, если угол между отраженным и преломленным лучами равен 90°?

1.18. Пучок параллельных лучей падает на поверхность воды под углом 60°. Ширина пучка в воздухе 10 см. Определить ширину пучка в воде.

1.19. Найти предельный угол полного отражения кедрового масла на границе с воздухом, если свет в кедровом масле распространяется со скоростью $2 \cdot 10^8$ м/с.

1.20. Какова истинная глубина реки, если при определении на глаз по вертикальному направлению глубина ее кажется равной 2 м?

1.21. Вычислить смещение луча, прошедшего сквозь стеклянную пластинку толщиной h с показателем преломления n, если угол падения луча в воздухе равен углу полного отражения для стекла, из которого изготовлена пластинка.

1.22. Наблюдатель смотрит по вертикали вниз на предмет, накрытый стеклянной пластинкой, поверх которой налита вода. Толщина пластинки 5 см, слоя воды – 10 см. Показатель преломления стекла 1,6, воды – 1,33. На каком расстоянии от поверхности воды он увидит изображение предмета?

1.23. Расстояние в воздухе от лампы до поверхности воды 2,2 м. На глубине 60 см в воде под лампой находится наблюдатель. На каком расстоянии от себя он будет видеть эту лампу?

1.24. В сосуд налиты две несмешивающиеся жидкости с показателями преломления 1,3 и 1,5. Сверху находится жидкость с показателем преломления 1,3. Толщина её слоя 3 см. Толщина слоя второй жидкости 5 см. На каком расстоянии от поверхности жидкости будет казаться расположенным дно сосуда, если смотреть на него сверху через обе жидкости?

1.25. На дне сосуда, заполненного водой, находится точечный источник света. На поверхности воды плавает круглый диск радиусом R так, что его центр находится над источником. На какой глубине находится источник света, если лучи от него не выходят из воды?

1.26. На трехгранную призму с преломляющим углом 30° падает луч света под углом 45°. После отражения от второй посеребренной грани луч света возвращается по тому же направлению. Определить показатель преломления призмы.

1.27. Луч света падает на боковую поверхность равнобедренной призмы и после преломления идет параллельно основанию призмы, причём при выходе из нее он откланяется на угол δ от первоначального направления. Вычислить показатель преломления призмы, если угол при ее вершине равен φ.

1.28. На преломляющую грань трехгранной призмы с показателем преломления 1,6 падает луч света под углом 50°. Преломляющий угол призмы равен 60°. Под каким углом преломления луч выйдет из призмы?

1.29. Небольшой предмет расположен между двумя плоскими зеркалами, поставленными под углом 30° на расстоянии 8 см от линии пересечения зеркал. На каком расстоянии друг от друга находятся первые мнимые изображения предмета в зеркале?

1.30. Какова должна быть наименьшая высота вертикального зеркала, чтобы человек мог в нем видеть свое изображение во весь рост, не меняя положения головы?

1.31. Сколько изображений получится от светящейся точки, находящейся между двумя плоскими зеркалами, расположенными под углом 90° друг от друга? Построить эти изображения.

1.32. Человек движется по направлению к вертикальному плоскому зеркалу со скоростью 1,5 м/с. С какой скоростью он приближается к своему изображению?

1.33. Луч переходит из воды в стекло. Угол падения на границу между этими средами $\alpha = 30°$. Найти угол преломления γ. Насколько скорость света в воде больше, чем в стекле? Показатели преломления воды $n_1 = 1{,}33$, стекла $n_2 = 1{,}6$.

1.34. Найти показатель преломления стекла, если на пути $l = 8$ мкм в стекле укладывается $N = 30$ длин волн монохроматического света, у которого длина волны в вакууме $\lambda_1 = 0{,}5$ мкм.

1.35. Показатель преломления стекла относительно воздуха $n_1 = 1{,}5$, показатель преломления воды относительно воздуха $n_2 = 1{,}33$. Найти показатель преломления воды относительно стекла $n_{отн1}$ и показатель преломления стекла относительно воды $n_{отн2}$.

1.36. На границу алмаз – спирт падает луч света под углом α. Определить угол φ между отраженным и преломленным лучами. Абсолютный показатель преломления алмаза n_1, спирта n_2.

1.37. При переходе из стекла в воздух луч отклоняется от первоначального направления на угол $\varphi = 10°$. Показатель преломления стекла $n = 1{,}6$. Найти угол падения луча α.

1.38. Высота Солнца над горизонтом $\varphi = 30°$, показатель преломления воды $n = 1{,}33$. Чему равен угол преломления γ лучей в воде?

1.39. Угол преломления луча в воде $\gamma_1 = 30°$. Чему равен угол преломления γ_2 луча в стекле? Показатель преломления воды $n_1 = 1{,}33$, стекла $n_2 = 1{,}5$. Угол падения α луча на воду и стекло одинаков.

1.40. При повороте плоского зеркала на некоторый угол вокруг оси, проходящей через точку падения луча перпендикулярно плоскости, в которой проходят падающий и отраженный лучи, угол между падающим и отраженным лучами увеличился на 40°. На какой угол было повернуто зеркало?

1.41. Свеча находится на расстоянии 15 см от зеркала. На каком расстоянии от свечи окажется ее изображение, если отодвинуть свечу на 10 см от зеркала?

1.42. Перед зеркалом поставлена настольная лампа. Как изменится расстояние между лампой и ее изображением, если зеркало переместить в то место, где было изображение?

1.43. Лучи Солнца, падающие на Землю, составляют с ее поверхностью угол 50°. Под каким углом к горизонту надо поставить плоское зеркало, чтобы лучи, отразившись от него, пошли горизонтальным параллельным пучком?

1.44. На главной оптической оси вогнутого сферического зеркала с радиусом кривизны R = 1,6 м помещен точечный источник света. Его мнимое изображение получилось за зеркалом на расстоянии f = 70 см от него. На каком расстоянии от зеркала находится источник света?

1.45. На вогнутое сферическое зеркало падает сходящийся конический пучок световых лучей. На каком расстоянии от фокуса пересекутся отраженные лучи, если радиус зеркала R = 80 см, а продолжения лучей пересекают главную оптическую ось зеркала на расстоянии a = 40 см от зеркала?

1.46. В днище судна сделан стеклянный иллюминатор диаметром d = 40 см, много большим толщины стекла. Определить площадь обзора у такого иллюминатора. Показатель преломления воды n = 1,4, расстояние до дна h = 5 м.

1.47. Пучок сходящихся лучей падает на выпуклое сферическое зеркало с радиусом кривизны R = 56 см так, что отраженные лучи пересекаются на главной оптической оси зеркала. Расстояние от точки пересечения этих лучей до зеркала равно f = 20 см. Где пересекутся лучи, если убрать зеркало?

1.48. На дне водоема глубиной h находится точечный источник света. На поверхности воды плавает круглый диск так, что его центр находится над источником. При каком минимальном диаметре диска лучи от источника не будут выходить из воды? Показатель преломления воды равен n.

1.49. Луч света падает на боковую поверхность равнобедренной трехгранной призмы из кварцевого стекла под углом α = 36°. Преломляющий угол призмы θ = 40°. Показатель преломления стекла n = 1,54. Под каким углом γ луч выйдет из призмы?

1.50. Линза с фокусным расстоянием $F = 20$ см дает уменьшенное в 4 раза мнимое изображение. Чему равно расстояние d от предмета до линзы и расстояние f от линзы до изображения?

1.51. Расстояние от предмета до одной линзы $d_1 = 20$ см, ее фокусное расстояние $F_1 = 6$ см. Чему равно фокусное расстояние F_2 другой линзы, если при расстоянии между ней и предметом $d_2 = 15$ см расстояние f от нее до изображения такое же, как и у первой линзы?

1.52. На каком расстоянии d от собирающей линзы надо поместить предмет, чтобы расстояние L между ним и его действительным изображением было минимальным? Фокусное расстояние линзы $F = 10$ см.

1.53. Точечный источник света S находится на главной оптической оси линзы на расстоянии $d = 25$ см от нее. Фокусное расстояние линзы $F = 10$ см, ее радиус $r = 5$ см. По другую сторону линзы ставят экран так, что на нем получается четкое изображение источника. Затем экран перемещают вдоль главной оптической оси линзы на расстояние $l = 5$ см. Найти радиус R светлого круга на экране.

1.54. Двояковыпуклая линза с радиусом кривизны $R = 170$ см изготовлена из стекла с показателем преломления $n = 1{,}5$. Линза находится на границе раздела двух сред с показателями преломления $n_1 = 1{,}33$ и $n_2 = 1{,}4$. Определить расстояние между главными фокусами линзы.

1.55. Определить оптическую силу двояковыпуклой линзы из каменной соли с радиусом кривизны $R = 40$ см, находящейся в сероуглероде. Показатель преломления каменной соли $n_1 = 1{,}54$, сероуглерода – $n_2 = 1{,}63$.

1.56. Определить фокусное расстояние плосковогнутой линзы с радиусом кривизны $R = 25$ см, изготовленной из сильвина и находящейся в ацетоне. Показатель преломления сильвина $n_1 =1{,}49$, ацетона $n_2 = 1{,}36$.

1.57. Определить оптическую силу двояковогнутой линзы с одинаковыми радиусами кривизны поверхностей $R = 25$ см, изготовленной из стекла с показателем преломления $n = 1{,}6$.

1.58. Свечу отодвинули на $l = 2$ м от стены и между ними на расстоянии $d = 40$ см от свечи поместили собирающую линзу. При этом на стене получилось отчетливое изображение свечи. Определить увеличение и оптическую силу линзы.

1.59. На каком расстоянии от собирающей линзы нужно поместить предмет, чтобы его мнимое изображение было в $Г = 3$ раза больше самого предмета? Фокусное расстояние линзы $F = 9$ см.

1.60. Тонкая рассеивающая линза с фокусным расстоянием $F = 12$ см расположена между двумя точечными источниками света так, что к одному из них она находится вдвое ближе, чем к другому. Источники находятся на главной оптической оси линзы. При этом расстояние между изображениями источников равно $l = 7{,}8$ см. Найти расстояние между источниками.

1.61. Предмет находится на расстоянии $d = 10$ см от собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 20$ см. Во сколько раз изменится величина изображения, если на место собирающей линзы поставить рассеивающую с тем же по модулю фокусным расстоянием?

1.62. Свеча находится на расстоянии a от экрана. Между ними помещают собирающую линзу, которая дает на экране четкое изображение свечи при двух положениях линзы. Найти расстояние между положениями линзы, если фокусное расстояние линзы равно F.

1.63. Расстояние между точечными источниками света, находящимися на главной оптической оси линзы, равно $l = 24$ см. Где между ними нужно поместить тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием $F = 9$ см, чтобы изображения обоих источников оказались в одной и той же точке?

1.64. Точка лежит на главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 15$ см на расстоянии $d = 40$ см от линзы. Точку переместили на расстояние $l = 5$ см в плоскости, перпендикулярной оптической оси. На какое расстояние нужно передвинуть линзу, чтобы изображение точки переместилось в первоначальное положение?

1.65. Точка лежит на главной оптической оси рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $F = 25$ см. Расстояние от линзы до изображения этой точки $f = 15$ см. На какое расстояние переместится изображение точки, если линзу передвинуть на расстояние $l = 2$ см в направлении, перпендикулярном главной оптической оси?

1.66. Экран расположен на расстоянии $l = 21$ см от отверстия, в которое вставлена тонкая линза радиусом $R = 5$ см. На линзу падает сходящийся пучок лучей, в результате чего на экране образуется светлое пятно радиусом $r = 3$ см. Оказалось, что если линзу убрать, радиус пятна не изменится. Найти фокусное расстояние линзы.

1.67. Какое время экспозиции надо выбрать, фотографируя погружение спортсмена в воду при прыжке с высоты $H = 8$ м, если допустимая размытость изображения на пленке не должна превышать $h = 0{,}4$ мм? Фотоаппарат установлен на расстоянии $d = 10$ м от места погружения, фокусное расстояние объектива $F = 10$ см.

1.68. Точечный источник света расположен на расстоянии a = 30 см от собирающей линзы, оптическая сила которой D = 5 дптр. На какое расстояние сместится изображение источника, если между линзой и источником поместить толстую стеклянную пластинку толщиной d = 15 см с показателем преломления n = 1,5?

1.69. Фотограф с лодки снимает морскую звезду, лежащую на дне прямо под ним на глубине h = 2 м. Во сколько раз изображение на пленке будет меньше предмета, если фокусное расстояние объектива F = 10 см, а расстояние от объектива до поверхности воды l = 50 см? Показатель преломления воды n = 1,33.

1.70. Линзу с оптической силой D = 50 дптр используют в качестве лупы. Какое линейное увеличение она может дать, если глаз аккомодирован на расстояние наилучшего зрения? Расстояние наилучшего зрения d_0 = 25 см.

1.71. Лупа с фокусным расстоянием F = 12 см «отодвигает» рассматриваемый предмет на расстояние l = 12 см. Во сколько раз она его при этом увеличивает?

1.72. Увеличение микроскопа Γ = 600. Определить оптическую силу объектива, если фокусное расстояние окуляра F_1 = 4 см, а длина тубуса l = 24 см. Расстояние наилучшего зрения d_0 = 25 см.

1.73. Зрительная труба настроена для наблюдения Луны. На какое расстояние и в какую сторону нужно передвинуть окуляр, чтобы можно было рассматривать предметы, удаленные от трубы на d = 100 м? Фокусное расстояние объектива F = 60 см.

1.74. Определить увеличение телескопа, у которого объектив имеет фокусное расстояние F_1 = 20 м, а окуляр дает пятикратное увеличение.

1.75. Тонкие линзы с оптическими силами D_1 = 4 дптр и D_2 = 5 дптр находятся на расстоянии l = 0,9 м друг от друга. Где находится изображение предмета, расположенного на расстоянии d = 0,5 м перед первой линзой? Оптические оси линз совпадают.

1.76. Источник света находится на расстоянии d_1 = 30 см от собирающей линзы с фокусным расстоянием F_1 = 20 см. По другую сторону от линзы на расстоянии l = 40 см расположена рассеивающая линза с фокусным расстоянием F_2 = 12 см. Где находится изображение источника? Оптические оси совпадают.

1.77. На расстоянии d =30 см от тонкой собирающей линзы на ее главной оптической оси помещен точечный источник света. На расстоянии $l = 3/4 \cdot d$ за линзой расположено плоское зеркало. Изображение источника в данной оптической системе находится на середине отрезка, соединяющего источник с центром линзы. Чему равно фокусное расстояние линзы?

1.78. Сходящийся пучок лучей падает на рассеивающую линзу с фокусным расстоянием F = 9 см и собирается в точку в главном фокусе линзы. На каком расстоянии от линзы соберется этот же пучок лучей, если рассеивающую линзу заменить собирающей с таким же фокусным расстоянием?

1.79. Каковы радиусы кривизны стеклянной вогнуто-выпуклой линзы с оптической силой 2,5 дптр, если один из них больше другого в 1,6 раза?

1.80. Найти фокусное расстояние двояковыпуклой линзы с радиусами кривизны 30 см, изготовленной из стекла с показателем преломления 1,6. Чему равна оптическая сила линзы?

1.81. Из стекла с показателем преломления 1,61 изготовили двояковыпуклую линзу с одинаковыми радиусами кривизны обеих поверхностей. Оптическая сила линзы в воде 1,6 дптр. Найти радиусы кривизны поверхностей линзы.

1.82. На каком расстоянии от собирающей линзы (F = 12 см) следует поставить предмет, чтобы его изображение было втрое больше самого предмета? Рассмотреть случаи действительного и мнимого изображений.

1.83. Определить оптическую силу рассеивающей линзы, если известно, что предмет, помещенный перед ней на расстоянии 40 см, дает мнимое изображение, уменьшенное в 4 раза.

1.84. Расстояние вдоль оси между предметом и его прямым изображением равно 0,05 м. Линейное увеличение 0,5. Найти фокусное расстояние линзы. Какая это линза?

1.85. Предмет в виде отрезка l расположен вдоль оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием F. Середина отрезка расположена на расстоянии d от линзы, а линза дает действительное изображение всех точек предмета. Определить продольное увеличение предмета. Каким будет увеличение, когда $l \ll F$?

1.86. Собирающая линза дает на экране изображение лампы, увеличенное в 2 раза. Если линзу подвинуть на 36 см ближе к экрану, то она дает изображение, вдвое уменьшенное. Найти фокусное расстояние линзы.

1.87. На экране, отстоящем на 4 м от объектива оптической силы 5 дптр, получено четкое изображение диапозитива. Экран отодвигают на 20 см. На сколько надо переместить диапозитив, чтобы восстановить четкое изображение при неизменном положении объектива?

1.88. Объектив проекционного аппарата имеет фокусное расстояние 15 см. На каком расстоянии нужно поместить диапозитив размером 9×12 см^2 от объектива, чтобы получить на экране изображение размером 45×60 см^2?

1.89. Какое увеличение можно получить с помощью проекционного аппарата, объектив которого имеет главное фокусное расстояние 20 см, если экран находится на расстоянии 6 м от объектива?

1.90. Рисунок в книге имеет высоту 5 см, а на экране 0,95 м. Определить фокусное расстояние объектива эпидиаскопа, если расстояние от объектива до экрана 4 м.

1.91. Фотоаппаратом с фокусным расстоянием объектива 5 см фотографировали далекие предметы, а затем предметы на расстоянии 65 см. Насколько при этом пришлось выдвинуть вперед объектив?

1.92. Расстояние от предмета до экрана 2 м. Определить фокусное расстояние линзы, помещенной между предметом и экраном, если резкое изображение предмета получается при двух положениях линзы, расстояние между которыми равно 1,2 м.

1.93. Предмет находится на расстоянии 18 см от объектива фотоаппарата с фокусным расстоянием 15 см. Определить фокусное расстояние линзы, которую нужно приложить вплотную к объективу, чтобы получить четкое изображение предмета при растяжении фотоаппарата, равном 30 см.

1.94. Для ликвидации недостатка зрения человек пользуется очками оптической силы 2,75 дптр. Каков ближний предел аккомодации глаза этого человека?

1.95. Определить оптическую силу очков дальнозоркого человека, для которого расстояние наилучшего зрения 1 м.

1.96. Лупа дает 8-кратное увеличение при аккомодации глаза на расстояние наилучшего зрения. Найти фокусное расстояние лупы и ее оптическую силу.

1.97. Определить оптическую силу лупы, дающей двукратное увеличение при аккомодации глаза на бесконечность.

1.98. Как надо расположить рассеивающую и собирающую линзы, чтобы параллельные лучи, пройдя обе линзы, остались параллельными? Как расположить для этого две собирающие линзы?

1.99. Тонкая собирающая линза с оптической силой 2,5 дптр сложена вплотную с тонкой рассеивающей линзой, оптическая сила которой 2 дптр, так, что оси их совпадают. Определить местоположение предмета, если его изображение находится на расстоянии 0,5 м от линз.

1.100. Две собирающие линзы с фокусными расстояниями 8 см и 4 см расположены на расстоянии 10 см одна от другой так, что их главные оптические оси совпадают. На первую линзу падают лучи, параллельные главной оптической оси. Где получится изображение?

1.101. Слева от линзы с оптической силой 2 дптр на расстоянии 25 см от нее находится светящаяся точка. Справа на таком же расстоянии поставили плоское зеркало перпендикулярно оси линзы. На каком расстоянии от линзы соберет лучи полученная система?

1.102. Изображение, даваемое объективом микроскопа, находится на расстоянии 180 мм от его заднего фокуса. Фокусное расстояние объектива 4 мм. Фокусное расстояние окуляра 31,25 мм. Чему равно увеличение микроскопа для нормального глаза?

1.103. Точечный предмет движется по окружности со скоростью $\upsilon_1 = 3$ см/с вокруг главной оптической оси собирающей линзы в плоскости, перпендикулярной оси и отстоящей от линзы на расстояние $d = 1{,}5F$, где F – фокусное расстояние линзы. В каком направлении и с какой скоростью υ_2 движется изображение предмета?

1.104. Тонкая собирающая линза с оптической силой $D_1 = 3$ дптр сложена вплотную с тонкой рассеивающей линзой с оптической силой $D_2 = – 1$ дптр так, что их главные оптические оси совпадают. Расстояние от предмета до системы этих линз $d = 80$ см. Найти высоту изображения H, если высота предмета $h = 10$ см.

1.105. Ученик привык читать книгу, держа ее на расстоянии $d = 20$ см от глаза. Какой должна быть оптическая сила очков $D_{очк}$, которые должен носить ученик, чтобы читать книгу, держа ее на расстоянии наилучшего зрения $d_0 = 25$ см?

1.106. Две собирающие линзы с фокусными расстояниями $F_1 = 2$ см и $F_2 = 20$ см расположены на расстоянии $l = 24$ см друг от друга. Предмет находится на расстоянии $d_1 = 3$ см от первой линзы. Найти увеличение $Г$, даваемое этой системой линз.

1.107. На расстоянии d_1 = 0,5 м перед собирающей линзой с фокусным расстоянием F_1 = 30 см помещен предмет высотой h = 1,5 см. Вторая линза с фокусным расстоянием F_2 = 20 см расположена на расстоянии l = 45 см от первой. Найти расстояние f_2 от изображения, даваемого этой системой, до второй линзы.

1.108. Три линзы – собирающая с фокусным расстоянием F_1 = 10 см, рассеивающая с фокусным расстоянием, равным по модулю F_2 = 15 см, и собирающая с фокусным расстоянием F_3 = 20 см сложены вплотную. Чему равно фокусное расстояние F этой системы линз?

1.109. Двояковыпуклая линза изготовлена из стекла с показателем преломления n_1, помещена в воду с показателем преломления n_2 =1,33. Чему равна оптическая сила D линзы в воде? Радиус кривизны поверхностей линзы одинаков: R = 10 см.

1.110. Фокусное расстояние окуляра микроскопа $F_{ок}$ = 2 см, длина его тубуса (расстояние между окуляром и объективом) l = 20 см, оптическая сила объектива $D_{об}$ = 250 дптр. Чему равно увеличение микроскопа?

1.111. При одном положении линзы между неподвижными предметом и экраном изображение получается увеличенным в 2 раза ($Г_1$ = 2), а при другом положении линзы оно получается уменьшенным в 2 раза ($Г_2$ = 1/2). Расстояние между предметом и экраном L = 80 см. На какое расстояние l передвинули линзу относительно ее первого положения?

1.112. Предмет расположен на расстоянии L от экрана. Передвигая между ними линзу с фокусным расстоянием F, получаем на экране два четких изображения предмета, одно увеличенное, другое уменьшенное. Найти отношение линейных размеров этих изображений H_1/H_2.

1.113. В опыте Юнга щели освещаются монохроматическим светом с длиной волны λ = 550 нм, расстояние d между щелями равно 0,5 мм и расстояние l от щелей до экрана 1 м. Определить положение второй световой полосы; положение четвертой темной полосы.

1.114. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны λ = 500 нм, падающим нормально. Определить толщину d воздушного зазора, образованного плоскопараллельной пластинкой и соприкасающейся с ней плосковыпуклой линзой в том месте, где наблюдается третье темное кольцо в отраженном свете.

1.115. На линзу с показателем преломления n_c =1,59 нормально падает монохроматический свет с диной волны λ = 0,60 мкм. Для устранения потерь света в результате отражения на линзу наносится тонкая пленка. Определить оптимальный показатель преломления пленки и минимальную оптическую толщину пленки.

1.116. Найти все длины волн видимого света (от 0,76 до 0,38 мкм), которые в результате интерференции при разности хода интерферирующих лучей 1,8 мкм будут: 1) максимально усилены; 2) максимально ослаблены.

1.117. В опыте Юнга источниками света служат две узкие щели S_1 и S_2, расположенные на расстоянии 1 мм друг от друга. На расстоянии 3 м от источников расположен экран. Длина волны света, излучаемого источником, 0,6 мкм. Определить положение на экране трех первых световых полос.

1.118. На пути луча, идущего в воздухе, поставили стеклянную пластинку толщиной 1 мм. Как изменится оптическая длина пути луча, если луч будет падать на пластинку: а) нормально, б) под углом 30°?

1.119. Определить радиус 4-го темного кольца Ньютона в отраженном свете, если между линзой с радиусом кривизны 5 м и плоской поверхностью, к которой она прижата, находится вода. Свет с длиной волны 0,589 мкм падает нормально.

1.120. Монохроматический свет с длиной волны 0,5 мкм падает на мыльную пленку n = 1,3 толщиной 0,1 мкм, находящуюся в воздухе. Найти наименьший угол падения, при котором пленка в проходящем свете кажется темной.

1.121. На пленку из глицерина n = 1,47 толщиной 0,1 мкм падает белый свет. Каким будет казаться цвет пленки в отраженном свете, если угол падения луча 45°?

1.122. Радиус кривизны плосковыпуклой линзы 12,1 м. Диаметр второго светового кольца Ньютона в отраженном свете равен 6,6 мм. Найти длину волны падающего света, если он падает нормально.

1.123. Расстояние между двумя когерентными источниками (опыт Юнга) 0,55 мм. Источники испускают свет с длиной волны 550 нм. Каково расстояние от щелей до экрана, если расстояние между соседними темными полосами на нем 1 мм?

1.124. Найти расстояние между третьим и пятым минимумами на экране, если расстояние двух когерентных источников λ = 0,6 мкм от экрана 1 м, расстояние между источниками 0,2 мм.

1.125. Два когерентных источника, расстояние между которыми 0,2 мм, расположены на расстоянии 1,5 м от экрана. Найти длину световой волны, если 3-й интерференционный минимум расположен на расстоянии 12,6 мм от центра картины.

1.126. В опыте Юнга расстояние L от щелей до экрана равно 3 м. Определить угловое расстояние между соседними световыми полосами, если третья светлая полоса на экране отстает от центра интерференционной, которая находится на расстоянии 4,5 мм.

1.127. На плоскопараллельную пленку с показателем преломления $n = 1{,}33$ под углом $\alpha = 45°$ падает параллельный пучок белого света. Определить, при какой наименьшей толщине пленки зеркально отраженный свет наиболее сильно окрасится в желтый свет, $\lambda = 0{,}6$ мкм.

1.128. На экране наблюдается интерференционная картина в результате наложения лучей от двух когерентных источников ($\lambda = 500$ нм). На пути одного из лучей перпендикулярно ему поместили стеклянную пластинку ($n = 1{,}6$) толщиной $d = 5$ мкм. Определить, на сколько полос сместится при этом интерференционная картина.

1.129. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0{,}6$ мкм, падающим нормально. Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью, и наблюдение ведется в проходящем свете. Радиус кривизны линзы $R = 4$ м. Определить показатель преломления жидкости, если радиус второго светлого кольца $r = 1{,}8$ мм.

1.130. Для уменьшения потерь света из-за отражения от поверхности стекла осуществляют «просветление оптики»: на свободную поверхность линз наносят тонкую пленку с показателем преломления $n = \sqrt{n_c}$. В этом случае амплитуды отраженных лучей от обеих поверхностей такой пленки одинаковы. Определить толщину d слоя, при которой отражение для света с длиной волны λ от стекла в направлении нормали равно нулю.

1.131. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга $d = 0{,}5$ мм ($\lambda = 0{,}6$ мкм). Определить расстояние L от щелей до экрана, если ширина интерференционных полос равна 1,2 мм.

1.132. На стеклянный клин $n = 1{,}5$ нормально падает монохроматический свет ($\lambda = 698$ нм). Определить угол между поверхностями клина, если расстояние l между двумя соседними интерференционными минимумами в отраженном свете равно 2 мм.

1.133. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим нормально. При заполнении пространства между линзой и стеклянной пластинкой прозрачной жидкостью радиусы темных колец в отраженном свете уменьшились в 1,21 раза. Определить показатель преломления жидкости.

1.134. Для измерения показателя преломления аммиака в одно из плеч интерферометра Майкельсона помещена закрытая с обеих сторон откаченная до высокого вакуума стеклянная трубка длиной l = 15 см. При заполнении трубки аммиаком интерференционная картина для длины волны λ = 589 нм сместилась на 192 полосы. Определить показатель преломления аммиака.

1.135. На пути лучей интерференционного рефрактора помещаются трубки длиной l = 2 см с плоскопараллельными стеклянными основаниями, наполненные воздухом (n_0 = 1,000277). Одну трубку заполнили хлором, при этом интерференционная картина сместилась на m = 20 полос. Определить показатель преломления хлора, если наблюдение производится в монохроматическом свете с длиной волны λ = 589 нм.

1.136. На плоскопараллельную стеклянную пластинку положена выпуклой стороной плосковыпуклая линза с радиусом кривизны R = 12 м. На плоскую поверхность линзы параллельно ее главой оптической оси падает пучок монохроматического света с длиной волны λ = 600 нм. При этом в отраженном свете на линзе видны чередующиеся темные и светлые кольца, а в центре линзы – темное пятно. Определить радиус третьего темного кольца.

1.137. Определить диаметр второго светлого кольца Ньютона, наблюдаемого в отраженном свете с длиной волны λ = 640 нм, если радиус кривизны плосковыпуклой линзы, лежащей выпуклой стороной на плоской стеклянной пластине, равен R = 6,4 м, а лучи параллельны главной оптической оси линзы.

1.138. Плосковыпуклая линза выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Определить толщину d слоя воздуха там, где в отраженном свете (λ = 0,6 мкм) видно первое кольцо Ньютона.

1.139. На стеклянный клин нормально к его грани падает монохроматический свет с длиной волны λ = 0,6 мкм. В возникшей при этом интерференционной картине на отрезке длиной l = 1 см наблюдается 10 полос. Определить преломляющий угол α клина.

1.140. На тонкий стеклянный клин (n = 1,55) падает нормально монохроматический свет. Двугранный угол φ между поверхностями клина равен 2′. Определить длину световой волны λ, если расстояние l между смежными интерференционными максимумами в отраженном свете равно 0,3 мм.

1.141. Поверхности стеклянного клина образуют между собой угол φ = 0,2′. На клин нормально к его поверхности падает пучок лучей монохроматического света с длиной волны λ = 0,55 мкм. Определить ширину l интерференционной полосы.

1.142. На тонкий стеклянный клин в направлении нормали к его поверхности падает монохроматический свет (λ = 600 нм). Определить угол φ между поверхностями клина, если расстояние l между смежными интерференционными минимумами в отраженном свете равно 4 мм.

1.143. Между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинками положили очень тонкую проволочку, расположенную параллельно линии соприкосновения пластинок и находящуюся на расстоянии l = 75 мм от нее. В отраженном свете λ = 0,5 мкм на верхней пластинке видны интерференционные полосы. Определить диаметр d поперечного сечения проволочки, если на протяжении a = 30 мм насчитывается m = 16 светлых полос.

1.144. Расстояние $\Delta r_{2\text{-}1}$ между вторым и первым темным кольцами Ньютона в отраженном свете равно 1 мм. Определить расстояние $\Delta r_{10\text{-}9}$ между десятым и девятым кольцами.

1.145. Плосковыпуклая линза (n = 1,6) выпуклой стороной прижата к стеклянной пластинке. Расстояние между первыми двумя кольцами Ньютона, наблюдаемыми в отраженном свете, равно 0,5 мм. Определить оптическую силу линзы, если освещение производится монохроматическим светом с λ = 550 нм, падающим нормально.

1.146. Плосковыпуклая линза радиусом кривизны 4 м выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Определить длину волны падающего монохроматического света, если радиус пятого светлого кольца в отраженном свете равен 3 мм.

1.147. Расстояния от бипризмы Френеля до узкой щели и экрана соответственно равны a = 30 см и b = 1,5 м. Бипризма стеклянная (n = 1,5) с преломляющим углом φ = 20′. Определить длину волны света, если ширина интерференционных полос Δx = 0,65 мм.

1.148. Определить, во сколько раз изменится ширина интерференционных полос на экране в опыте с зеркалом Френеля, если фиолетовый светофильтр (0,4 мкм) заменить красным (0,7 мкм).

1.149. Если в опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей поместить перпендикулярно этому лучу тонкую стеклянную пластину (n = 1,5), то центральная светлая полоса смещается в положение, первоначально занимаемое пятой светлой полосой. Длина волны λ = 0,5 мкм. Определить толщину пластины.

1.150. В опыте с зеркалами Френеля расстояние d между мнимыми изображениями источника света равно 0,5 мм, расстояние от них до экрана равно 5 м. В желтом свете ширина интерференционных полос равна 6 мм. Определить длину волны желтого света.

1.151. В опыте Юнга расстояние между щелями d = 1 мм, а расстояние L от щелей до экрана равно 3 м. Определить: 1) положение первой светлой полосы; 2) положение третьей темной полосы, если щели освещать монохроматическим светом с длиной волны λ = 0,5 мкм.

1.152. Два параллельных световых пучка, отстоящих друг от друга на расстояние d = 5 см, падают на кварцевую призму (n = 1,49) с преломляющим углом α = 25°. Определить оптическую разность хода Δ этих пучков на выходе их из призмы.

1.153. Определить длину отрезка l_1, на котором укладывается столько же длин волн монохроматического света в вакууме, сколько их укладывается на отрезке l_2 = 5 мм в стекле. Показатель преломления стекла n = 1,5.

1.154. Диаметры d_i и d_k двух светлых колец Ньютона соответственно равны 4,0 и 4,8 мм. Порядковые номера колец не определялись, но известно, что между двумя измеренными кольцами расположено три светлых кольца. Кольца наблюдались в отраженном свете (λ = 500 нм). Найти радиус кривизны плосковыпуклой линзы, взятой для опыта.

1.155. Между стеклянной пластиной и лежащей на ней плосковыпуклой стеклянной линзой налита жидкость, показатель преломления которой меньше показателя преломления стекла. Радиус r_8 восьмого темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете (λ = 700 нм) равен 2 мм. Радиус R кривизны выпуклой поверхности линзы равен 1 м. Найти показатель преломления n жидкости.

1.156. Оптическая разность хода Δ двух интерферирующих волн монохроматического света равна 0,3 λ. Определить разность фаз Δφ.

1.157. В опыте Юнга расстояние d между щелями равно 0,8 мм, длина волны λ = 640 нм. На каком расстоянии L от щелей следует расположить экран, чтобы ширина в интерференционной полосе оказалась равной 2 мм?

1.158. Плоскопараллельная стеклянная пластинка толщиной d = 1,2 мкм с показателем преломления n = 1,5 помещена между двумя средами с показателями преломления n_1 и n_2. Свет с длиной волны λ = 0,6 мкм падает нормально на пластину. Определить оптическую разность хода Δ волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей пластинки, и указать, усиление или ослабление интенсивности света происходит при интерференции в следующих случаях: 1) $n_1<n<n_2$; 2) $n_1>n>n_2$; 3) $n_1<n>n_2$; 4) $n_1>n<n_2$.

1.159. На пути одного из интерферирующих лучей в опыте Юнга помещают тонкую стеклянную (n = 1,52) пластинку толщиной 2,6 мкм. Луч света падает на пластинку перпендикулярно. На сколько светлых полос смещается интерференционная картина на экране, если длина световой волны 0,676 мкм?

1.160. При какой наименьшей толщине пленки из бензола (n = 1,5) при освещении белым светом под углом 30° пленка кажется желтой (λ = 0,59 мкм) в отраженном свете?

1.161. На тонкий стеклянный клин (n = 1,5) нормально падает монохроматический свет с длиной волны 668 нм. Определить преломляющий угол клина, если линейное расстояние между темными полосами 1,4 мм.

1.162. В просветленной оптике для устранения отражения света на поверхность линзы наносится тонкая пленка вещества с показателем преломления 1,26, меньшим, чем у стекла. При какой толщине пленки отражение света от линзы не будет наблюдаться? Длина волны падающего света 0,55 мкм, угол падения 30°.

1.163. Постоянная дифракционной решётки 2,5 мкм. Определить наибольший порядок спектра, общее число главных максимумов в дифракционной картине и угол дифракции в спектре 2-го порядка при нормальном падении монохроматического света с длиной волны 0,62 мкм.

1.164. Какую разность длин волн $\Delta\lambda$ может разрешить дифракционная решётка с периодом 2,5 мкм шириной 1,5 см в спектре 3-го порядка для зелёных лучей (λ = 0,5 мкм)?

1.165. Дифракционная решётка шириной 12 мм содержит 4800 штрихов. Определить число главных максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решётки для длины волны 0,55 мкм.

1.166. На дифракционную решётку с периодом 4,8 мкм падает нормально естественный свет. Какие спектральные линии, соответствующие длинам волн в видимой области спектра, будут совпадать в направлении под углом 30°?

1.167. Период дифракционной решётки 0,005 мм. Определить число наблюдаемых главных максимумов в спектре для длины волны 0,445 мкм.

1.168. На дифракционную решётку нормально падает монохроматический свет с длиной волны 0,65 мкм. На экране, расположенном параллельно решётке и отстоящем от неё на расстояние 0,5 м, наблюдается дифракционная картина. Расстояние между дифракционными максимумами первого порядка равно 10 см. Определить постоянную дифракционной решётки и общее число главных максимумов, получаемых с помощью этой решётки.

1.169. Расстояние между атомными плоскостями кристалла кальция равно 0,3 нм. Определить, при какой длине волны рентгеновского излучения второй дифракционный максимум будет наблюдаться при отражении лучей под углом 30° к поверхности кристалла.

1.170. Точечный источник света (λ = 550 нм) расположен перед диафрагмой с круглым отверстием радиусом r = 2 мм. Определить расстояние b от диафрагмы до точки наблюдения, если на открытой части волновой поверхности в плоскости отверстия умещается шесть зон Френеля, а расстояние a от источника до диафрагмы равно 2,1 м.

1.171. На экран с круглым отверстием радиусом r = 2 мм нормально падает параллельный пучок монохроматического света (λ = 500 нм). Определить число зон Френеля, открываемых отверстием, если расстояние от экрана до точки наблюдения, расположенной на оси отверстия, составляет 2 м. Темное или светлое пятно наблюдается в центре дифракционной картины, если в месте наблюдения помещён экран?

1.172. Дифракция наблюдается на расстоянии l от точечного источника монохроматического света (λ = 600 нм). Посередине между источником света и экраном помещён непрозрачный круглый диск диаметром 3 мм. Определить расстояние l, если диск закрывает три зоны Френеля.

1.173. На узкую щель падает нормально монохроматический свет. Определить его направление на третий дифракционный максимум, если на ширине щели 120 длин волн.

1.174. На узкую щель шириной a = 0,02 мм падает нормально монохроматический свет (λ = 500 нм). Определить направление света на второй дифракционный максимум (по отношению к первоначальному направлению света).

1.175. На щель падает нормально монохроматический свет с длиной волны λ = 0,5 мкм. Дифракционная картина проецируется на экран, параллельный плоскости щели, с помощью линзы, расположенной вблизи щели. Определить ширину a щели, если расстояние l щели от экрана составляет 1 м, а ширина b центрального дифракционного максимума равна 1 см.

1.176. Монохроматический свет с длиной волны λ = 0,6 мкм падает на длинную прямоугольную щель под углом φ_0 = 30° к её нормали. Определить ширину a щели, если направление φ на первый минимум от центрального фраунгоферова максимума составляет 34°.

1.177. На дифракционную решётку нормально к её поверхности падает монохроматический свет с длиной волны λ = 600 нм. Определить постоянную d дифракционной решётки, если наибольший порядок спектра, получаемый с помощью этой решётки, $m_{\max}$ = 5.

1.178. На дифракционную решётку нормально к её поверхности падает монохроматический свет с длиной волны λ = 0,5 мкм. Определить число штрихов на 1 см дифракционной решётки, если углу φ = 30° соответствует дифракционный максимум пятого порядка.

1.179. На дифракционную решётку длиной l = 20 мм, содержащую N = 3500 штрихов, нормально к её поверхности падает монохроматический свет с длиной волны λ = 590 нм. Определить: общее число максимумов, наблюдаемых в дифракционном спектре; угол дифракции, соответствующий последнему максимуму.

1.180. На дифракционную решётку, содержащую 100 штрихов на 1 мм, нормально к её поверхности падает монохроматический свет. Вблизи решётки помещена собирающая линза, в фокальной плоскости которой расположен экран, на который проецируется дифракционная картина. Определить длину волны падающего света, если расстояние L экрана от линзы составляет 1 м, а первый главный максимум наблюдается на расстоянии b = 5 см от центрального.

1.181. Определить максимальную разрешающую способность (для линии с λ = 670 нм) двух дифракционных решёток, имеющих одинаковую длину l = 5 мм, но разные периоды, d_1 = 3 мкм и d_2 = 6 мкм.

1.182. На каком максимальном расстоянии от диафрагмы с круглым отверстием радиусом 0,6 мм надо поместить экран, чтобы при освещении отверстия плоской световой волной (λ = 0,6 мкм) в центре дифракционной картины на экране ещё наблюдалось тёмное пятно? Под каким углом при этом видно отверстие из точки наблюдения?

1.183. На щель шириной 12 λ падает нормально монохроматический свет. Найти угол между направлениями на второй и третий максимумы интенсивности света.

1.184. На дифракционную решётку, имеющую 500 штрихов на 1мм, падает свет с длиной волны 600 нм. Определить наибольший порядок спектра, который можно получить данной решёткой.

1.185. Угол между спектрами вторых порядков равен 36°. Определить длину волны света, падающего на дифракционную решётку с d = 4 мкм.

1.186. На диафрагму с круглым отверстием радиусом r = 1 мм падает нормально параллельный пучок света с длиной волны λ = 0,5 мкм. На пути лучей, прошедших через отверстие, помещают экран. Определить максимальное расстояние $b_{\max}$ от центра отверстия до экрана, при котором в центре дифракционной картины ещё будет наблюдаться тёмное пятно.

1.187. На дифракционную решётку нормально к её поверхности падает параллельный пучок света с длиной волны λ = 0,5 мкм. Помещённая вблизи решётки линза проецирует дифракционную картину на плоский экран, удалённый от линзы на L = 1 м. Расстояние l между двумя максимумами интенсивности первого порядка, наблюдаемыми на экране, равно 20,2 см. Определить: 1) постоянную d дифракционной решётки; 2) число n штрихов на 1 см; 3) число максимумов, которое при этом даёт дифракционная решётка; 4) максимальный угол $\varphi_{\max}$ отклонения лучей, соответствующих последнему дифракционному максимуму.

1.188. Точечный источник света (λ = 0,5 мкм) расположен на расстоянии a = 1 м перед диафрагмой с круглым отверстием диаметром d = 2 мм. Определить расстояние b от диафрагмы до точки наблюдения, если отверстие открывает три зоны Френеля.

1.189. Определить радиус третьей зоны Френеля для случая плоской волны. Расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения равно 1,5 м. Длина волны λ = 0,6 мкм.

1.190. Определить радиус четвёртой зоны Френеля, если радиус второй зоны Френеля для плоского волнового фронта равен 2 мм.

1.191. Дифракция наблюдается на расстоянии 1 м от точечного источника монохроматического света (λ = 0,5 мкм). Посередине между источником света и экраном находится диафрагма с круглым отверстием. Определить радиус отверстия, при котором центр дифракционных колец на экране является наиболее темным.

1.192. Дифракция наблюдается на расстоянии от точечного источника монохроматического света (λ = 0,5 мкм). Посередине между источником света и экраном находится непрозрачный диск диаметром 5 мм. Определить расстояние l, если диск закрывает только центральную зону Френеля.

1.193. На узкую щель падает нормальный монохроматический свет. Его направление на четвёртую тёмную дифракционную полосу составляет 2°12′. Определить, сколько длин волн укладывается на ширине щели.

1.194. На щель шириной a = 0,1 мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны λ = 0,5 мкм. Дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном параллельно щели. Определить расстояние l от щели до экрана, если ширина центрального дифракционного максимума b = 1 см.

1.195. Монохроматический свет с длиной волны λ = 0,6 мкм падает на длинную прямоугольную щель шириной a = 12 мкм под углом α_0 = 45° к её нормали. Определить угловое положение первых минимумов, расположенных по обе стороны центрального фраунгоферова максимума.

1.196. На дифракционную решётку длиной l = 15 мм, содержащую N = 3000 штрихов, падает нормально монохроматический свет с длиной волны λ = 550 нм. Определить: 1) число максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решётки; 2) угол, соответствующий последнему максимуму.

1.197. Определить число штрихов на 1 мм дифракционной решётки, если углу φ = 30° соответствует максимум четвёртого порядка для монохроматического света с длиной волны λ = 0,5 мкм.

1.198. На дифракционную решётку нормально падает монохроматический свет с длиной волны λ = 0,5 мкм. На экран, находящийся от решётки на расстоянии L = 1 м, с помощью линзы, расположенной вблизи решётки, проецируется дифракционная картина, причём первый главный максимум наблюдается на расстоянии l = 15 см от центрального. Определить число штрихов на 1 см дифракционной решётки.

1.199. Монохроматический свет нормально падает на дифракционную решётку. Определить угол дифракции, соответствующий максимуму четвёртого порядка, если максимум третьего порядка отклонён на φ_1 = 18°.

1.200. Определить длину волны монохроматического света, падающего нормально на дифракционную решётку, имеющую 300 штрихов на 1 мм, если угол между направлениями на максимумы первого и второго порядка составляет 12°.

1.201. На дифракционную решётку с постоянной $d = 5$ мкм под углом $\Theta = 30°$ падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0{,}5$ мкм. Определить угол φ дифракции для главного максимума третьего порядка.

1.202. На дифракционную решётку нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0{,}6$ мкм. Угол дифракции для пятого максимума равен 30°, а минимальная разрешенная решёткой разность длин волн составляет $\delta\lambda = 0{,}2$ нм. Определить: 1) постоянную дифракционной решётки; 2) длину дифракционной решётки.

1.203. Сравнить наибольшую разрешающую способность для красной линии кадмия ($\lambda = 644$ нм) двух дифракционных решёток одинаковой длины ($l = 5$ мм), но разных периодов ($d_1 = 4$ мкм, $d_2 = 8$ мкм).

1.204. Определить постоянную дифракционной решётки, если она в первом порядке разрешает две спектральные линии калия ($\lambda_1 = 578$ нм и $\lambda_2 = 580$ нм). Длина решётки $l = 1$ см.

1.205. Постоянная d дифракционной решётки длиной $l = 2{,}5$ см равна 5 мкм. Определить разность длин волн, разрешаемую этой решёткой, для света с длиной волны $\lambda = 0{,}5$ мкм в спектре второго порядка.

1.206. Дифракционная решётка имеет $N = 1000$ штрихов и постоянную $d = 10$ мкм. Определить угловую дисперсию для угла дифракции $\varphi = 30°$ в спектре третьего порядка. Найти разрешающую способность дифракционной решётки в спектре пятого порядка.

1.207. Угловая дисперсия дифракционной решётки для $\lambda = 500$ нм в спектре второго порядка равна $4{,}08 \cdot 10^5 \dfrac{\text{рад}}{\text{м}}$. Определить постоянную дифракционной решётки.

1.208. Дифракционная решётка длиной $l = 5$ мм может разрешить в первом порядке две спектральные линии натрия ($\lambda_1 = 589{,}0$ нм и $\lambda_2 = 589{,}6$ нм). Определить, под каким углом в спектре третьего порядка будет наблюдаться свет с $\lambda_3 = 600$ нм, падающий на решётку нормально.

1.209. Дифракционная решётка, на каждом миллиметре которой нанесено $N = 75$ штрихов, освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 500$ нм. На экране, отстоящем от решётки на расстояние l, видны светлые полосы на равных расстояниях друг от друга. Расстояние от центральной светлой полосы на экране до второй полосы равно $h = 11{,}25$ см. Определить расстояние l.

1.210. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы свет, отражённый от поверхности воды, был максимально поляризован ($n_в$ = 1,33)?

1.211. Какой угол образуют плоскости поляризации двух николей, если свет, вышедший из второго николя, был ослаблен в 5 раз? Учесть, что поляризатор поглощает 10, а анализатор 8 % падающего на них света.

1.212. Угол между плоскостями поляризации двух поляроидов 70°. Как изменится интенсивность прошедшего через них света, если этот угол уменьшить в 5 раз?

1.213. Луч света, проходя слой льда, падает на алмазную пластинку, частично отражается, частично преломляется. Определить, каким должен быть угол падения, чтобы отражённый луч был максимально поляризован.

1.214. При каких значениях кинетической энергии протона будет наблюдаться черенковское излучение, если протон движется с постоянной скоростью в среде с показателем преломления 1,6?

1.215. Найти коэффициент поглощения света в поляроидах, если при угле 45° между их плоскостями поляризации через систему проходит 16 % падающего света.

1.216. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы поляризация солнечного света, отраженного от поверхности воды, была максимальной?

1.217. Во сколько раз изменится интенсивность света, проходящего через два николя, угол между главными направлениями которых составляет 60°, если между ними поместить пластинку левовращающегося кварца толщиной 3 мм, вырезанную перпендикулярно оптической оси? Такая же пластинка, но толщиной 1,5 мм, поворачивает плоскость поляризации на 25°. Потерями света в николях и кварце пренебречь.

1.218. Найти угол полной поляризации при отражении от чёрного зеркала. Показатель преломления его n = 1,327.

1.219. Определить показатель преломления стекла, если при отражении света от стекла отражённый свет будет полностью поляризован при угле преломления 30°.

1.220. Во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света при прохождении его через два николя, плоскости поляризации которых составляют 60°?

1.221. На систему, состоящую из поляризатора и анализатора, у которых угол α между главными плоскостями составляет 45°, падает естественный свет. Пренебрегая потерями на отражение света, определить, во сколько раз ослабится интенсивность света, прошедшего эту систему, если и в поляризаторе, и анализаторе теряется 10 % интенсивности падающего на них света.

1.222. Пучок естественного света падает на стекло с показателем преломления n = 1,73. Определить, при каком угле преломления отражённый от стекла пучок света будет полностью поляризован.

1.223. Угол Брюстера при отражении света от поверхности некоторого вещества равен 56,3°. Определить скорость распространения света в этом веществе.

1.224. Луч света проходит через жидкость, налитую в стеклянный сосуд (n = 1,5), и отражается от дна. Отражённый луч плоскополяризован при падении его на дно сосуда под углом α = 43°. Определить: показатель преломления n_1 жидкости; предельный угол падения луча света на дно сосуда, чтобы наблюдалось полное отражение.

1.225. Пучок плоскополяризованного света падает на пластинку исландского шпата толщиной 100 мкм, вырезанную параллельно оптической оси. Принимая показатели преломления исландского шпата для обыкновенного и необыкновенного лучей соответственно n_0 = 1,66 и n_e = 1,49, определить оптическую разность хода этих лучей, прошедших сквозь пластинку.

1.226. Определить разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей, если наименьшая толщина кристаллической пластинки в четверть длины волны для λ = 530 нм составляет 13,3 мкм.

1.227. Плоскополяризованный свет, длина волны которого в вакууме λ = 600 нм, падает на пластинку исландского шпата перпендикулярно его оптической оси. Принимая показатели преломления исландского шпата для обыкновенного и необыкновенного лучей соответственно n_0 = 1,66 и n_e = 1,49, определить длины волн этих лучей в кристалле.

1.228. Определить минимальную толщину пластинки кварца, вырезанной параллельно оптической оси, чтобы падающий на неё нормально плоскополяризованный свет выходил циркулярно поляризованным. Показатели преломления для обыкновенного и необыкновенного лучей n_0 = 1,550 и n_e = 1,541, длина световой волны λ = 687 нм.

1.229. Плоскопараллельная пластинка из исландского шпата с минимальной толщиной $d_{\min}$ = 1,93 мкм (служит пластинкой в полдлины волны для оранжевого света λ = 656 нм). Определить показатель преломления для обыкновенного луча.

1.230. Плоскополяризованный свет падает нормально на кристаллическую пластинку из отрицательного кристалла в полдлины волны. Плоскость колебаний падающего света составляет угол $\alpha = 45°$ с оптической осью кристалла. Определить поляризацию света, прошедшего через пластинку.

1.231. Определить степень поляризации P света, представляющего собой смесь естественного света с плоскополяризованным, если отношение интенсивности поляризованного света к интенсивности естественного равно 10.

1.232. Частично поляризованный свет проходит сквозь николь. При повороте николя на угол $\varphi = \pi/3$ от положения, соответствующего максимальному пропусканию света, интенсивность прошедшего пучка уменьшилась в $n = 2$ раза. Пренебрегая поглощением света в николе, определить: отношение интенсивности поляризованного и естественного света; степень поляризации падающего света.

1.233. Кристаллическая пластинка из исландского шпата в целую длину волны помещена между поляризатором и анализатором, главные плоскости которых параллельны. Плоскость колебаний падающего света составляет угол $\alpha = 45°$ с оптической осью кристалла. Доказать, что в данном случае наблюдается интерференция, а на выходе системы – интерференционный максимум.

1.234. Пластинка кварца толщиной $d = 4$ мм (удельное вращение кварца 15 град/мм), вырезанная перпендикулярно оптической оси, помещена между двумя скрещенными николями. Пренебрегая потерями света в николях, определить, во сколько раз уменьшится интенсивность света, прошедшего эту систему.

1.235. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отражённый от пластины пучок света составляет угол $\varphi = 97°$ с падающим пучком. Определить показатель преломления n жидкости, если отражённый свет полностью поляризован.

1.236. Два николя N_1 и N_2 расположены так, что угол α между их плоскостями пропускания равен 60°. Определить: 1) во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через один николь (N_1); 2) во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через оба николя? При прохождении каждого из николей потери на отражение и поглощение света составляют 5 %.

1.237. Пучок частично поляризованного света рассматривается через поляроид. Первоначально поляроид установлен так, что его плоскость пропускания параллельна плоскости линейно поляризованного света. При повороте поляроида на угол $\varphi = 60°$ интенсивность пропускаемого им света уменьшилась в $k = 2$ раза. Определить отношение I_e/I_n интенсивностей естественного и линейно поляризованного света, составляющих данный частично поляризованный свет, а также степень поляризации P пучка света.

1.238. Определить степень поляризации P света, который представляет собой смесь естественного света с плоскополяризованным, если интенсивность поляризованного света равна интенсивности естественного.

1.239. Определить, во сколько раз ослабится интенсивность света, прошедшего через два николя, расположенных так, что угол между их главными плоскостями $\alpha = 60°$, а в каждом из николей теряется 8 % интенсивности падающего на него света.

1.240. Предельный угол полного отражения для пучка света на границе кристалла каменной соли с воздухом равен 40,5°. Определить угол Брюстера при падении света из воздуха на поверхность этого кристалла.

1.241. Определить наименьшую толщину кристаллической пластинки в четверть длины волны для $\lambda = 530$ нм, если для данной длины волны разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей $n_0 - n_e = 0{,}01$.

1.242. Пластинка кварца толщиной $d_1 = 2$ мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси кристалла, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света определённой длины волны на угол $\varphi = 30°$. Определить толщину d_2 кварцевой пластинки, помещённой между параллельными николями, чтобы данный монохроматический свет гасился полностью.

1.243. Степень поляризации частично поляризованного света составляет 0,75. Определить отношение максимальной интенсивности света, пропускаемого анализатором, к минимальной.

1.244. Угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора составляет 30°. Определить изменение интенсивности прошедшего через них света, если угол между главными плоскостями равен 45°.

1.245. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, прошедшего через два николя, главные плоскости которых образуют угол в 60°, если каждый из николей как поглощает, так и отражает 5 % падающего на них света.

1.246. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, угол между главными плоскостями которых равен α. Поляризатор и анализатор как поглощают, так и отражают 10 % падающего на них света. Определить угол α, если интенсивность света, вышедшего из анализатора, равна 12 % интенсивности света, падающего на поляризатор.

1.247. Пучок естественного света падает на стеклянную призму с углом $\alpha = 30°$. Определить показатель преломления стекла, если отражённый луч является плоскополяризованным.

1.248. Естественный свет интенсивностью I_0 проходит через поляризатор и анализатор, угол между главными плоскостями которых составляет α. После прохождения света через эту систему он падает на зеркало и, отразившись, проходит вновь через неё. Пренебрегая поглощением света, определить интенсивность I света после его обратного прохождения.

1.249. Плоскополяризованный монохроматический свет, прошедший через поляроид, оказывается полностью погашенным. Если же на пути света поместить кварцевую пластинку, то интенсивность прошедшего через поляроид света уменьшится в 3 раза (по сравнению с интенсивностью света, падающего на поляроид). Принимая удельное вращение в кварце $[\alpha] = 0{,}52$ рад/мм и пренебрегая потерями света, определить минимальную толщину кварцевой пластинки.

1.250. Пучок естественного света падает на стеклянную ($n = 1{,}6$) призму. Определить двугранный угол φ призмы, если отражённый пучок максимально поляризован.

1.251. Пучок света, идущий в стеклянном сосуде с глицерином, отражается от дна сосуда. При каком угле падения α отражённый пучок света максимально поляризован?

1.252. Пучок света переходит из жидкости в стекло, угол падения α пучка равен $60°$, угол преломления $\gamma = 50°$. При каком угле падения $\alpha_Б$ пучок света, отраженный от границы раздела этих сред, будет максимально поляризован?

1.253. Пучок света падает на плоскопараллельную стеклянную пластину, нижняя поверхность которой находится в воде. При каком угле падения $\alpha_Б$ свет, отраженный от границы стекло – вода, будет максимально поляризован?

1.254. Параллельный пучок света приходит из глицерина в стекло так, что пучок, отражённый от границы раздела этих сред, оказывается максимально поляризованным. Определить угол φ между падающим и преломлённым пучками.

1.255. Кварцевую пластинку поместили между скрещёнными николями. При какой наименьшей толщине $d_{\min}$ кварцевой пластины поле зрения между николями будет максимально просветлено? Постоянная вращения кварца α равна 27 рад/мм.

2. КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ

2.1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ФОРМУЛЫ

Закон Стефана – Больцмана:

$$R = \sigma T^4,$$

где R – энергетическая светимость чёрного тела; T – термодинамическая температура тела; σ – постоянная Стефана-Больцмана.

Закон смещения Вина:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T},$$

где $\lambda_{\max}$ – длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения чёрного тела; b – постоянная Вина.

Энергия фотона

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda},$$

где h – постоянная Планка; ν – частота света.

Давление света при нормальном падении на поверхность

$$P = \frac{E}{c}\left(1+\rho\right) = \omega\left(1+\rho\right),$$

где E – энергетическая освещённость (интенсивность света); ρ – коэффициент отражения; ω – объёмная плотность энергии излучения.

Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$E = A + E_{k_{\max}},$$

где A – работа выхода электронов из металла; $E_{k_{\max}}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

Комптоновская длина волны частицы

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = \frac{hc}{E_0},$$

где m_0 – масса покоящейся частицы; E_0 – энергия покоя частицы.

Изменение длины волны излучения при эффекте Комптона

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c\left(1-\cos\Theta\right) = 2\lambda_c \sin^2\frac{\Theta}{2},$$

где λ и λ' – длина волны падающего и рассеянного излучения; Θ – угол рассеяния.

Энергетическая светимость серого тела

$$R_Э = \alpha_T \sigma T^4,$$

где α_T – коэффициент теплового излучения (степень черноты) серого тела.

Формула Планка

$$r^*_{\lambda,T} = \frac{4\pi^2\hbar c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left(\dfrac{2\pi\hbar c}{kT\lambda}\right) - 1};$$

$$r^*_{\omega,T} = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \cdot \frac{1}{\exp\left(\dfrac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1},$$

где $r^*_{\lambda,T}, r^*_{\omega,T}$ – спектральные плотности энергетической светимости черного тела; λ – длина волны; ω – циклическая частота; c – скорость света в вакууме; k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура; $\hbar$ – постоянная Планка ($\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с).

Зависимость максимальной спектральной плотности энергетической светимости от температуры:

$$(r^*_{\lambda,T})_{\max} = CT^5,$$

где C – постоянная (C = 1,30$\cdot$10^{-5} Вт/(м$^3\cdot$К^5)).

Связь энергетической светимости $R_Э$ абсолютно черного тела с равновесной объемной плотностью и энергией излучения:

$$R_Э = \frac{c}{4}\omega,$$

где c – скорость света в вакууме.

Энергия фотона

$$\varepsilon = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda}; \qquad \varepsilon = \hbar\omega,$$

где $\hbar$ – постоянная Планка; ω – циклическая частота; λ – длина волны.

Масса и импульс фотона:

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{2\pi\hbar}{c\lambda};$$

$$p = mc = \frac{2\pi\hbar}{c\lambda} = \frac{\hbar\omega}{c}.$$

Комптоновская длина волны

$$\lambda_c = \frac{2\pi\hbar}{m_0 c}$$

(при рассеянии фотона на электроне λ_c = 2,43 нм).

2.2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Абсолютно чёрное тело было нагрето от температуры 100 °С до 300 °С. Найти, во сколько раз изменилась мощность суммарного излучения при этом.

Решение. Мощность N излучения тела определяется выражением

$$N = R_э S,$$

где $R_э$ – энергетическая светимость тела; S – площадь его поверхности.

В соответствии с законом Стефана – Больцмана $R = \sigma T^4$. Из этих выражений получаем:

$$N_2/N_1 = \sigma T_2^4 S / \sigma T_1^4;$$

$$N_2/N_1 = (T_2/T_1)^4 = (573/373)^4 \approx 5{,}6.$$

Мощность излучения возрастает в 5,6 раза.

Задача 2. Максимум энергии излучения абсолютно чёрного тела приходится на длину волны 450 нм. Определить температуру и энергетическую светимость тела.

Решение. Длина волны λ_{max}, на которую приходится максимум энергии излучения чёрного тела, по закону Вина равна

$$\lambda_{max} = b/T,$$

отсюда

$$T = b/\lambda_{max};\; T = (2{,}89 \cdot 10^{-3})/(4{,}5 \cdot 10^{-7}) \approx 6422(\text{К}).$$

В соответствии с законом Стефана – Больцмана энергетическая светимость R абсолютно чёрного тела равна

$$R_э = \sigma T^4; \qquad R_э = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 6{,}422^4 \cdot 10^{12} \approx 9{,}6 \cdot 10^7\ (\text{Вт/м}^2).$$

Задача 3. Температура абсолютно чёрного тела понизилась с 1000 К до 850 К. Определить, как и насколько при этом изменилась длина волны, отвечающая максимуму распределения энергии.

Решение. В соответствии с законом смещения Вина длина волны λ_{max}, на которую приходится максимум распределения энергии, выражается формулой $\lambda_{max} = b/T$. Исходя из этого, запишем

$$\lambda_{1max} = b/T_1;\; \lambda_{2max} = b/T_2;$$

$$\Delta\lambda_{max} = b/T_2 - b/T_1 = b((T_1 - T_2)/T_2 T_1);$$

$$\Delta\lambda_{max} = 2{,}89 \cdot 10^{-3}((1000 - 850)/1000 \cdot 850) = 0{,}51 \cdot 10^{-6}\ (\text{м});$$

$$\lambda_{1max} = (2{,}89 \cdot 10^{-3})/1000 = 2{,}89 \cdot 10^{-6}\ (\text{м});$$

$$\lambda_{2max} = (2{,}89 \cdot 10^{-3})/850 = 3{,}4 \cdot 10^{-6}\ (\text{м}).$$

Следовательно, длина волны возросла на 0,51 мкм.

Задача 4. Во сколько раз увеличится мощность излучения чёрного тела, если максимум энергии излучения сместится от красной границы видимого спектра к его фиолетовой границе?

Решение. Длина волны λ_{max}, на которую приходится максимум энергии излучения чёрного тела, согласно закону смещения Вина равна

$$\lambda_{max} = b/T. \qquad (1)$$

Из формулы (1) определяем температуру, при которой максимум энергии излучения приходится на красную $\lambda_к$ и фиолетовую $\lambda_ф$ границы видимого спектра:

$$T_к = b/\lambda_к; \qquad T_ф = b/\lambda_ф. \qquad (2)$$

Мощность излучения равна

$$N=RS. \qquad (3)$$

В соответствии с законом Стефана – Больцмана

$$R_э = \sigma T^4. \qquad (4)$$

Для температур $T_к$ и $T_ф$ имеем:

$$N_к = \sigma T_к^{\,4} S \quad \text{и} \quad N_ф = \sigma T_ф^{\,4} S. \qquad (5)$$

Из формул (5) находим

$$N_ф/N_к = (T_ф/T_к)^4. \qquad (6)$$

Или с учётом (2) имеем:

$$N_ф/N_к = (\lambda_к/\lambda_ф)^4. \qquad (7)$$

Подставляя в (7) числовые значения, получим

$$N_ф/N_к = (0,76/0,38)^4 = 16.$$

Задача 5. Исследование спектра излучения Солнца показывает, что максимум спектральной плотности энергетической светимости соответствует длине волны λ = 500 нм. Принимая Солнце за чёрное тело, определить: 1) энергетическую светимость $R_э$ Солнца; 2) поток энергии $Ф_e$, излучаемый Солнцем; 3) массу m электромагнитных волн (всех длин), излучаемых Солнцем за 1с.

Решение. 1. Энергетическая светимость $R_э$ чёрного тела выражается формулой Стефана – Больцмана: $R_э = \sigma T^4$. Температура излучающей поверхности может быть определена из закона смещения Вина: $\lambda_m = b/T$. Выразив отсюда температуру T и подставив её в формулу Стефана – Больцмана, получим: $R_Э = \sigma(b/\lambda)^4$. Произведя вычисления, получим:

$$R_Э = 6{,}4 \cdot 10^7 \text{ (Вт/м}^2\text{)}.$$

2. Поток энергии Φ_e, излучаемый Солнцем, равен произведению энергетической светимости Солнца на площадь S его поверхности:

$$\Phi_e = R_Э S \quad \text{или} \quad \Phi_e = 4\pi r^2 R_Э,$$

где r – радиус Солнца.

Подставив в формулу значения π, r и $R_Э$ и произведя вычисления, получим

$$\Phi_e = 3{,}9 \cdot 10^{26} \text{ (Вт)}.$$

3. Массу электромагнитных волн (всех длин), излучаемых Солнцем за время t = 1с, определим, применив закон пропорциональности массы и энергии: $E = mc^2$. Энергия электромагнитных волн, излучаемых за время t, равна произведению потока энергии Φ (мощности излучения) на время:

$$E = \Phi_e t.$$

Следовательно,

$$\Phi_e t = mc^2,$$

откуда

$$m = \frac{\Phi_e t}{c^2}.$$

Произведя вычисления по этой формуле, найдём

$$m = 4{,}3 \cdot 10^9 \text{ (кг)}.$$

Задача 6. Длина волны λ_m, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения черного тела, равна 580 нм. Определить максимальную спектральную плотность энергетической светимости $(R_{\lambda,T})_{\max}$, рассчитанную на интервал длины волны $\Delta\lambda$ = 1 нм, вблизи λ_m.

Решение. Максимальная спектральная плотность энергетической светимости пропорциональна пятой степени температуры Кельвина и выражается формулой

$$(R_{\lambda,T})_{\max} = CT^5. \qquad (1)$$

Температуру T выразим из закона смещения Вина:

$$\lambda_m = \frac{b}{T},$$

откуда

$$T = \frac{b}{\lambda_m}.$$

Подставив полученное выражение температуры в формулу (1), найдем

$$(R_{\lambda,T})_{\max} = C\left(\frac{b}{\lambda_m}\right)^5. \qquad (2)$$

В таблице значение C дано в единицах СИ, в которых единичный интервал длин волн λ_m = 1 м. По условию же задачи требуется вычислить спектральную плотность энергетической светимости, рассчитанную на интервал длин волн 1 Нм, поэтому взамен значения C в единицах СИ пересчитаем его на заданный интервал длин волн:

$$C = 1{,}30\cdot10^{-5}\ \text{Вт/(м}^3\cdot\text{К}^5) = 1{,}30\cdot10^{-5}\ \text{Вт/(м}^2\cdot\text{м}\cdot\text{К}^5) = 1{,}30\cdot10^{-14}\ \text{Вт/(м}^2\cdot\text{нм}\cdot\text{К}^5).$$

Вычисление по формуле (2) дает:

$$(R_{\lambda,T})_{\max} = 40{,}6\ \text{КВт /(м}^2\cdot\text{нм)}.$$

Задача 7. На зачерненную поверхность нормально падает монохроматический свет с длиной волны 0,65 мкм, производя давление $5\cdot10^{-6}$ Па. Определить концентрацию фотонов вблизи поверхности и число фотонов, падающих на площадь 1 $м^2$ за 1 с.

Решение. Давление света при нормальном падении на поверхность с коэффициентом отражения ρ вычисляется по формуле

$$p = \omega(1+\rho), \qquad (1)$$

или

$$p = \frac{E_e}{c}(1+\rho), \qquad (2)$$

где ω – объемная плотность энергии; E_e – энергетическая освещенность; c – скорость света в вакууме, ρ – коэффициент отражения поверхности, в данном случае ρ = 0.

Объемная плотность энергии равна произведению концентрации фотонов (число фотонов в единицу объема) на энергию одного фотона:

$$\omega = n_0 \frac{hc}{\lambda}, \tag{3}$$

откуда

$$n_0 = \frac{\omega\lambda}{hc}. \tag{4}$$

Определяя объемную плотность энергии из (1) и подставляя в (4), имеем:

$$n_0 = \frac{\rho\lambda}{hc}, \tag{5}$$

$$n_0 = \frac{5\cdot10^{-6}\cdot6{,}5\cdot10^{-7}}{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}} \approx 1{,}6\cdot10^{13}\ (\text{м}^{-3}).$$

Число фотонов, падающих на площадь 1 м^2 за 1 с, численно равно отношению энергетической освещенности к энергии одного фотона:

$$n = \frac{E_e}{\frac{hc}{\lambda}} = \frac{E_e\lambda}{hc}. \tag{6}$$

Энергетическую освещенность определяем из выражения (2) и, подставляя в (6), получаем:

$$n = \frac{pc\lambda}{hc} = \frac{p\lambda}{h}. \tag{7}$$

С учетом (5) выражение (7) примет вид: $n = n_0c$. Подставляя числовые значения, получаем:

$$n = 1{,}6\cdot10^{13}\cdot3\cdot10^{8} = 4{,}8\cdot10^{21}\ (\text{с}^{-1}\text{м}^{-2}).$$

Задача 8. Пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 663$ нм падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток энергии Φ_e = 0,6 Вт. Определить силу давления F, испытываемую этой поверхностью, а также число N фотонов, падающих на нее за время $\Delta t = 5$ с.

Решение. Сила светового давления на поверхность равна произведению светового давления p на площадь S поверхности:

$$F = p\cdot S. \tag{1}$$

Световое давление может быть найдено по формуле:

$$p = \frac{E_e}{c}(1+\rho). \tag{2}$$

Подставляя выражение (2) давления света в формулу (1), получим:

$$p = \frac{E_e S}{c}(1+\rho). \qquad (3)$$

Так как произведение облученности E_e на площадь S поверхности равно потоку Φ_e энергии излучения, падающего на поверхность, то соотношение (3) можно записать в виде:

$$F = \frac{\Phi_e}{c}(1+\rho).$$

После подстановки значений Φ_e и с учетом того, что $\rho = 1$ (поверхность зеркальная), получим $F = 4\cdot10^{-9}$ Н. Число N фотонов, падающих за время Δt на поверхность, определяется по формуле

$$N = \frac{\Delta W}{\varepsilon} = \frac{\Phi_e \Delta t}{\varepsilon},$$

где ΔW – энергия излучения, получаемая поверхностью за время Δt.

Выразив в этой формуле энергию фотона через длину волны $\varepsilon = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda}$, получим:

$$N = \frac{\Phi_e \lambda \Delta t}{2\pi\hbar c}.$$

Подставив в этой формуле числовые значения величины, найдем $N = 10^{19}$ фотонов.

Задача 9. Параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 500$ Нм падает нормально на зачерненную поверхность, производя давление p = 10 мкПа. Определить: 1) концентрацию n фотонов в пучке; 2) число n_1 фотонов, падающих на поверхность площадью 1м^2 за время 1 с.

Решение. 1. Концентрация n фотонов в пучке может быть найдена как частное от деления объемной плотности энергии ω на энергию ε одного фотона:

$$n = \frac{\omega}{\varepsilon}. \qquad (1)$$

Из формулы $p = \omega(1 + \rho)$, определяющей давление света, где ρ – коэффициент отражения, найдем:

$$\omega = \frac{p}{1+\rho}. \qquad (2)$$

Подставив выражение для ω из уравнения (2) в формулу (1), получим:

$$n = \frac{p}{(1+\rho)\varepsilon}. \tag{3}$$

Энергия фотона зависит от длины волны излучения λ:

$$\varepsilon = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda}.$$

Подставив выражение для энергии фотона в формулу (3), определим искомую концентрацию фотонов:

$$n = \frac{p\lambda}{(1+\rho)2\pi\hbar c}. \tag{4}$$

Коэффициент отражения ρ для зачерненной поверхности принимаем равным нулю.

Подставив числовые значения в формулу (4), получим:

$$n = 2{,}52\cdot10^{13}\ (\text{м}^{-3}).$$

2. Число N_1 фотонов, падающих на поверхность единичной площади в единицу времени, выражается соотношением: $N_1 = n\cdot c$. Подставив сюда значения n и c, получим:

$$N_1 = 7{,}56\cdot10^{21}\ (\text{м}^{-2}\text{с}^{-1}).$$

Задача 10. Определить максимальную скорость υ_{max} фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра: 1) ультрафиолетовым излучением с длиной волны λ = 155 нм; 2) γ- излучением с длиной волны λ_2 = 2,47 пм.

Решение. Максимальную скорость фотоэлектронов определим из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта:

$$\varepsilon = A + E_{k_{\max}}. \tag{1}$$

Энергия фотона вычисляется по формуле:

$$\varepsilon = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda}.$$

Работу выхода A возьмем из таблицы; для серебра A = 4,7 эВ. Кинетическая энергия фотоэлектрона в зависимости от того, какая скорость ему сообщается, может быть выражена или по классической формуле

$$E_k = \frac{m_0\upsilon^2}{2}, \tag{2}$$

или по релятивистской:

$$E_k = (m - m_0)c^2 . \qquad (3)$$

Скорость фотоэлектрона зависит от энергии фотона, вызывающего фотоэффект: если энергия фотона ε много меньше энергии покоя электрона E_0, то может быть применена формула (2); если же ε сравнима по размеру с E_0, то вычисление по формуле (2) приводит к грубой ошибке, в этом случае кинетическую энергию фотоэлектрона необходимо выражать по формуле (3).

1. В формулу энергии фотона $\varepsilon = \dfrac{2\pi\hbar c}{\lambda}$ подставим значения величин $\hbar$, c и λ и, производя вычисления для ультрафиолетового излучения, получим:

$$\varepsilon_1 = 1{,}28 \cdot 10^{-18} \text{ (Дж)} = 8 \text{ (эВ)}.$$

Это значение энергии фотона много меньше энергии покоя электрона (0,51 МэВ). Следовательно, для данного случая максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона в формуле (1) может быть выражена по классической формуле (2):

$$\varepsilon_1 = A + \frac{m_0 \upsilon_{\max}^2}{2},$$

откуда

$$\upsilon_{\max} = \sqrt{\frac{2(\varepsilon_1 - A)}{m_0}} . \qquad (4)$$

Выпишем величины, входящие в формулу (4):

$\varepsilon_1 = 1{,}28 \cdot 10^{-18}$ Дж (вычислено выше);

$m_0 = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг (взято из таблицы);

$A = 4{,}7$ эВ $= 4{,}7 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{19}$ Дж $= 0{,}75 \cdot 10^{-18}$ Дж.

Подставив числовые значения в формулу (4), найдем максимальную скорость:

$$\upsilon_{\max} = 1{,}08 \cdot 10^{6} \text{ (м/с)}.$$

2. Вычислим теперь энергию фотона γ-излучения:

$$\varepsilon_2 = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda_2} = 8{,}04 \cdot 10^{-15} \text{ Дж} = 0{,}502 \text{ МэВ}.$$

Работа выхода электрона ($A = 4{,}7$ эВ) пренебрежимо мала по сравнению с энергией γ-фотона, поэтому можно принять, что максимальная кинетическая энергия электрона равна энергии фотона:

$$E_{k_{\max}} = \varepsilon_2 = 0{,}502 \text{ МэВ}.$$

Так как в данном случае кинетическая энергия электрона сравнима с его энергией покоя, то для вычисления скорости электрона следует взять релятивистскую формулу кинетической энергии:

$$E_{k_{\max}} = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right),$$

где $E_0 = m_0c^2$. Выполнив преобразования, найдем:

$$\beta = \frac{\sqrt{(2E_0 + E_{k_{\max}})E_{k_{\max}}}}{E_0 + E_{k_{\max}}}.$$

Сделав вычисления, получим β = 0,755. Следовательно, максимальная скорость фотоэлектронов, вызываемых γ-излучением,

$$\upsilon_{\max} = c\cdot\beta = 226\cdot10^6 \text{ (м/с)}.$$

Задача 11. Определить красную границу λ_0 фотоэффекта для цезия, если при облучении его поверхности фиолетовым светом с длиной волны λ = 400 нм максимальная скорость $\upsilon_{\max}$ фотоэлектронов равна $0{,}65\cdot10^6$ м/с.

Решение. При облучении светом, длина волны λ_0 которого соответствует красной границе фотоэффекта, скорость, а, следовательно, кинетическая энергия фотоэлектронов равна нулю. Поэтому уравнение Эйнштейна для фотоэффекта $\varepsilon = A + E_{k_{\max}}$ в случае красной границы запишется в виде:

$$\varepsilon = A \qquad \text{или} \qquad \frac{2\pi\hbar c}{\lambda_0} = A,$$

отсюда

$$\lambda_0 = \frac{2\pi\hbar c}{A}. \qquad (1)$$

Работу выхода для цезия определим с помощью уравнения Эйнштейна:

$$A = \varepsilon - E_{k_{\max}} = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda} - \frac{m\upsilon_{\max}^2}{2}. \qquad (2)$$

Выпишем числовые значения величин, выразив их в единицах СИ:

$\hbar = 1{,}05\cdot10^{-34}$ Дж;

$c = 3\cdot10^8$ м/с;

$\lambda = 400$ нм $= 4\cdot10^{-7}$ м;
$m = 9{,}11\cdot10^{-31}$ кг;
$\upsilon_{max} = 6{,}5\cdot10^{5}$м/с.

Подставив эти значения величин в формулу (2) и вычислив, получим:

$$A = 3{,}05\cdot10^{-19}\ \text{Дж}.$$

Для определения красной границы фотоэффекта подставим значения A, $\hbar$ и c в формулу (1) и вычислим:

$$\lambda_0 = 651\ \text{нм}.$$

Задача 12. В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол $\theta = 90°$. Энергия ε' рассеянного фотона равна 0,4 МэВ. Определить энергию ε фотона до рассеяния.

Решение. Для определения первичного фотона воспользуемся формулой Комптона в виде:

$$\lambda' - \lambda = \frac{2\cdot 2\pi\hbar}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2}. \qquad (1)$$

Формулу (1) преобразуем следующим образом:

1) выразим длины волн λ' и λ через энергии ε' и ε соответствующих фотонов, воспользовавшись соотношением $\varepsilon = \dfrac{2\pi\hbar c}{\lambda}$;

2) умножим числитель и знаменатель правой части формулы на c.

Тогда получим:

$$\frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon'} - \frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon} = \frac{2\pi\hbar c}{m_0 c^2}2\sin^2\frac{\theta}{2}.$$

Сократив на $2\pi\hbar c$, выразим из этой формулы искомую энергию:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon' m_0 c^2}{m_0 c^2 - \varepsilon' 2\sin^2\frac{\theta}{2}} = \frac{\varepsilon' E_0}{E_0 - 2\varepsilon'\sin^2\frac{\theta}{2}}, \qquad (2)$$

где $E_0 = m_0 c^2$ – энергия покоя электрона.

Вычисления по формуле (2) удобнее вести во внесистемных единицах. Взяв из таблицы значение энергии покоя электрона в мегаэлектровольтах ($E_0 = 0{,}511$ МэВ) и подставив числовые данные, получим:

$$\varepsilon = 1{,}84\ \text{МэВ}.$$

Задача 13. Фотон с энергией ε = 0,75 МэВ рассеялся на свободном электроне под углом θ = 60°. Принимая, что кинетическая энергия и импульс электрона до соударения с фотоном были пренебрежимо малы, определить: 1) энергию рассеянного фотона; 2) кинетическую энергию $E_к$ электрона отдачи; 3) направление его движения.

Решение. 1. Энергию рассеянного фотона найдем, воспользовавшись формулой Комптона:

$$\lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_0 c}(1-\cos\theta).$$

Выразив длины волн λ' и λ через энергии ε' и ε соответствующих фотонов, получим:

$$\frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon'} - \frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon} = \frac{2\pi\hbar}{m_0 c^2}(1-\cos\theta).$$

Разделим обе части этого равенства на $2\pi\hbar c$:

$$\frac{1}{\varepsilon'} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1-\cos\theta}{m_0 c^2}.$$

Отсюда, обозначив для краткости энергию покоя электрона m_0c^2 через E_0, найдем:

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{1+\dfrac{\varepsilon}{E_0}(1-\cos\theta)}. \qquad (1)$$

Подставив числовые значения величин, получим:

$$\varepsilon' = 0{,}43 \text{ МэВ}.$$

2. Кинетическая энергия электрона отдачи, как это следует из закона сохранения энергии, равна разности между энергией ε падающего фотона и энергией ε' рассеянного фотона: $E_k = \varepsilon - \varepsilon' =$ 0,32 МэВ.

3. Направление движения электрона отдачи найдем, применив закон сохранения импульса, согласно которому импульс падающего фотона $\vec{p}$ равен векторной сумме импульсов рассеянного фотона $\vec{p}\,'$ и электрона отдачи $m_0\vec{\upsilon}$:

$$\vec{p} = \vec{p}\,' + m\vec{\upsilon}_0.$$

Векторная диаграмма импульсов изображена на рис. 31.

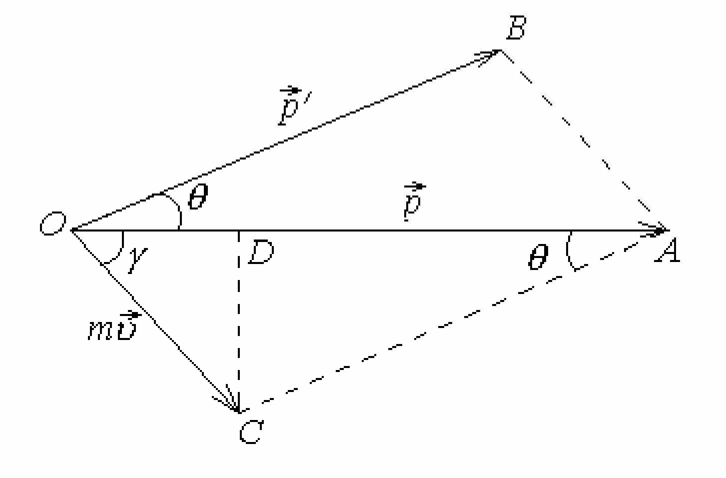

Рис. 31

Все векторы проведены из точки O, где находился электрон в момент соударения с фотоном. Угол γ определяет направление движения электрона отдачи. Из треугольника $ОСД$ находим:

$$tg\gamma = \frac{|CD|}{|OD|} = \frac{|CA|\sin\theta}{|OA| - |CA|\cos\theta}$$

или

$$tg\gamma = \frac{p'\sin\theta}{p - p'\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{\dfrac{p}{p'} - \cos\theta}.$$

Так как $p = \dfrac{\varepsilon}{c}$ и $p' = \dfrac{\varepsilon'}{c}$, то

$$tg\gamma = \frac{\sin\theta}{\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon'} - \cos\theta}. \qquad (2)$$

Преобразуем формулу (2) так, чтобы угол γ выражался непосредственно через величины ε и θ, заданные в условии задачи. Из формулы (1) следует:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = \frac{\varepsilon}{E_0}(1 - \cos\theta) + 1. \qquad (3)$$

Заменив в формуле (2) соотношение $\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon'}$ по формуле (3), получим:

$$tg\gamma = \frac{\sin\theta}{(1 + \dfrac{\varepsilon}{E_0})(1 - \cos\theta)}.$$

Учитывая, что $\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$ и $1-\cos\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}$, после соответствующих преобразований получим:

$$tg\gamma = \frac{ctg\frac{\theta}{2}}{1+\frac{\varepsilon}{E_0}}. \qquad (4)$$

После вычисления по формуле (4) найдем: $tg\gamma = 0{,}701$, откуда $\gamma = 35°$.

Задача 14. Фотон с энергией 0,51 МэВ в результате комптоновского рассеяния отклонился на угол 180°. Определить долю энергии в процентах, оставшуюся у рассеянного фотона.

Решение. По закону сохранения энергии

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 + E_э,$$

где ε_1 – энергия налетающего фотона; ε_2 – энергия рассеянного фотона; $E_э$ – энергия электрона;

$$\varepsilon_1 = \frac{hc}{\lambda_1}, \qquad \lambda_1 = \frac{hc}{\varepsilon_1},$$

где λ_1 – длина волны налетающего фотона; h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме;

$$\varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda_2},$$

где λ_2 – длина волны рассеянного фотона.

Изменение длины волны $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ фотона при комптоновском рассеянии равно

$$\Delta\lambda = \lambda_c\,(1 - \cos\theta),$$

где $\lambda_c = 2{,}43\cdot10^{-12}$ м – комптоновская длина волны электрона; θ – угол рассеяния.

Тогда

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda = \lambda_1 + 2\lambda_c$$

и энергия

$$\varepsilon_2 = hc/\lambda_1 + 2\lambda_c,$$

а отношение

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{hc}{\varepsilon_1(\frac{hc}{\varepsilon_1} + 2\lambda_c)} = \frac{hc}{hc + \varepsilon_1\cdot 2\lambda_c};$$

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8} + 0{,}51\cdot1{,}6\cdot10^{-13}\cdot2\cdot2{,}43\cdot10^{-12}} = 0{,}33 = 33\ \%.$$

2.3. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

2.1. Какую энергию теряет за 1 с раскаленная поверхность площадью 0,2 см^2 при температуре 2000 К? Поглощательная способность поверхности 0,5.

2.2. Определить длину волны, отвечающую максимуму испускательной способности черного тела при температуре 37 °С, и энергетическую светимость тела.

2.3. Максимум испускательной способности Солнца приходится на длину волны 0,5 мм. Считая, что Солнце излучает как черное тело, определить температуру его поверхности и мощность излучения.

2.4. Считая, что Солнце излучает как черное тело, определить интенсивность солнечного излучения вблизи Земли. Температуру поверхности Солнца принять равной 5780 К.

2.5. Определить, во сколько раз необходимо уменьшить термодинамическую температуру черного тела, чтобы его энергетическая светимость $R_э$ ослабилась в 16 раз.

2.6. Температура внутренней поверхности муфельной печи при открытом отверстии площадью 30 см^2 равна 1,3 кК. Принимая, что отверстие печи излучает как черное тело, определить, какая часть мощности рассеивается стеклами, если потребляемая печью мощность составляет 1,5 кВт.

2.7. Энергетическая светимость черного тела $R_э$ = 10 кВт/м^2. Определить длину волны, соответствующую максимуму спектральной плотности энергетической светимости этого тела.

2.8. Определить, как и во сколько раз изменится мощность излучения черного тела, если длина волны, соответствующая максимуму его спектральной плотности энергетической светимости, сместилась с λ_1 = 720 Нм до λ_2 = 400 Нм.

2.9. Черное тело находится при температуре T_1 = 3 кК. При остывании тела длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta\lambda$ = 8 мкм. Определить температуру T_2, до которой тело охладилось.

2.10. Черное тело нагрели от температуры T_1 = 600 К до T_2 = 2400 К. Определить: 1) во сколько раз увеличилась эго энергетическая светимость; 2) как изменилась длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости.

2.11. Площадь, ограниченная графиком спектральной плотности энергетической светимости $R_{\lambda T}$ черного тела, при переходе от термодинамической температуры T_1 к температуре T_2 увеличилась в 5 раз. Определить, как изменится при этом длина волны λ_{max}, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости черного тела.

2.12. Определить, какая длина волны соответствует максимальной спектральной плотности энергетической светимости $(R_{\lambda T})_{max}$, равной $1{,}3 \cdot 10^{11}$ Вт/м^3.

2.13. В результате нагревания черного тела длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, сместилась с λ_1 = 2,7 мкм до λ_2 = 0,9 мкм. Определить, во сколько раз увеличилась: 1) энергетическая светимость тела; 2) максимальная спектральная плотность энергетической светимости тела. Максимальная спектральная плотность энергетической светимости черного тела возрастает по закону $(R_{\lambda T})_{max} = CT^5$, где $C = 1{,}3 \cdot 10^{-5}$ Вт/(м^{3}К^5).

2.14. Принимая Солнце за черное тело и учитывая, что его максимальной спектральной плотности энергетической светимости соответствует длина волны 500 Нм, определить: 1) температуру поверхности Солнца; 2) энергию, излучаемую Солнцем в виде электромагнитных волн за 10 мин; 3) массу, теряемую Солнцем за это время за счет излучения.

2.15. Считая никель черным телом, определить мощность, необходимую для поддержания температуры расплавленного никеля 1453 °С неизменной, если площадь его поверхности равна 0,5 см^2. Потерями энергии пренебречь.

2.16. Металлическая поверхность площадью S = 15 см^2, нагретая до температуры T = 3 кК, излучает в одну минуту 100 кДж. Определить: 1) энергию, излучаемую этой поверхностью, считая ее черной; 2) отношение энергетических светимостей этой поверхности и черного тела при данной температуре.

2.17. Определить температуру тела, при которой оно при температуре окружающей среды t_0 = 27 °С излучало бы энергии в 10 раз больше, чем поглощало.

2.18. Используя формулу Планка, определить спектральную плотность потока излучения единицы поверхности черного тела, приходящейся на узкий интервал длин волн $\Delta\lambda$ = 5 Нм около максимума спектральной плотности энергетической светимости, если температура черного тела T = 2500 К.

2.19. Считая, что тепловые потери обусловлены только излучением, определить, какую мощность необходимо подводить к медному шарику диаметром d = 2 см, чтобы при температуре окружающей среды t_0 = – 13 °С поддерживать его температуру равной t = 17 °С. Принять поглощательную способность меди A_m = 0,6.

2.20. Принимая, что Солнце излучает как абсолютно черное тело, вычислить его энергетическую светимость $R_Э$ и температуру T его поверхности. Солнечный диск виден с Земли под углом θ = 32'. Солнечная постоянная C = 1,4 кДж/(м^2 ·с).

2.21. Определить установившуюся температуру T зачерненной металлической пластины, расположенной перпендикулярно солнечным лучам вне земной атмосферы на среднем расстоянии от Земли до Солнца. Солнечная постоянная C = 1,4 кДж/(м^2 ·с).

2.22. Принимая коэффициент теплового излучения α_T угля при температуре T = 600 К равным 0,8, определить: 1) энергетическую светимость $R_Э$ угля; 2) энергию W, излучаемую с поверхности угля площадью S = 5 см^2 за время t = 10 мин.

2.23. С поверхности сажи площадью S = 2 см^2 при температуре T = 400 К за время t = 5 мин излучается энергия W = 83 Дж. Определить коэффициент теплового излучения $\alpha_т$ сажи.

2.24. Вследствие изменения температуры черного тела максимум спектральной плотности $(R_{\lambda T})_{max}$ сместился с λ_1 = 2,4 мкм на λ_2 = 0,8 мкм. Как и во сколько раз изменились энергетическая светимость $R_Э$ тела и максимальная спектральная плотность энергетической светимости?

2.25. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения черного тела, λ_0 = 0,58 мкм. Определить энергетическую светимость (излучаемость) $R_э$ поверхности тела.

2.26. Черное тело имеет температуру T_1 = 500 К. Какова будет температура T_2 тела, если в результате нагревания поток излучения увеличится в n = 5 раз?

2.27. Температура абсолютно черного тела T = 2 кК. Определить длину волны λ_m, на которую приходится максимум энергии излучения, и спектральную плотность энергетической светимости (излучательности) $(R_{\lambda T})_{max}$ для этой длины волны.

2.28. Определить температуру T и энергетическую светимость (излучательность) $R_э$ абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения приходится на длину волны λ_m, = 600 Нм.

2.29. Из смотрового окошечка печи излучается поток Φ_e = 4 кДж/мин. Определить температуру T печи, если площадь окошечка S = 8 см^2.

2.30. Поток излучения абсолютно черного тела Φ_e = 10 кВт. Максимум энергии излучения приходится на длину волны λ_m, = 0,8 мкм. Определить площадь S излучающей поверхности.

2.31. Как и во сколько раз изменится поток излучения абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения переместится с красной границы видимого спектра (λ_{m_1} = 780 нм) на фиолетовую (λ_{m_2} = 390 нм)?

2.32. Определить поглощательную способность $\alpha_т$ серого тела, для которого температура, измеренная радиационным пирометром, $T_{рад}$ = 1,4 кК, тогда как истинная температура T тела равна 3,2 кК.

2.33. Муфельная печь, потребляющая мощность P = 1 кВт, имеет отверстие площадью S = 100 см^2. Определить долю η мощности, рассеиваемой стенками печи, если температура ее внутренней поверхности равна 1 кК.

2.34. Средняя энергетическая светимость R поверхности Земли равна 0,54 Дж/см^2 ·мин). Какова должна быть температура T поверхности Земли, если условно считать, что она излучает как серое тело с коэффициентом черноты α_T = 0,25?

2.35. Максимальная спектральная плотность энергетической светимости $(R_{\lambda,T})_{\max}$ абсолютно черного тела равна $4{,}16 \cdot 10^{11}$ Вт/м^2. На какую длину волны λ_m она приходится?

2.36. На какую длину волны λ_m приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости $(R_{\lambda,T})_{\max}$ абсолютно черного тела при температуре t = 0 °С?

2.37. Максимум спектральной плотности энергетической светимости $(R_{\lambda,T})_{\max}$ яркой звезды Арктур приходится на длину волны λ_m = 580 нм. Принимая, что звезда излучает как абсолютно черное тело, определить температуру T поверхности звезды.

2.38. Эталон единицы силы света – кандела – представляет собой полный (излучающий волны всех длин) излучатель, поверхность которого площадью S = 0,5305 мм^2 имеет температуру T затвердевания платины, равную 1063 °С. Определить мощность P излучателя, принимая его за абсолютно черное тело.

2.39. Можно условно принять, что Земля излучает как серое тело, находящееся при температуре T = 280 К. Определить коэффициент теплового излучения $\alpha_т$ Земли, если энергетическая светимость $R_Э$ ее поверхности равна 325 кДж/(м^2·ч).

2.40. Поток энергии Φ_e, излучаемый из смотрового окошка плавильной печи, равен 34 Вт. Принимая, что печь излучает как абсолютно черное тело, определить температуру T печи, если площадь отверстия S = 6 см^2.

2.41. Определить энергию W, излучаемую за время t = 1 мин из смотрового окошка площадью S = 8 см^2 плавильной печи, если ее температура T = 1200 К.

2.42. Температура T верхних слоев звезды Сириус равна 10^4 К. Определить поток энергии Φ_e, излучаемый с поверхности площадью S = 1 км^2 этой звезды.

2.43. Определить относительное увеличение $\Delta R_Э / R_Э$ энергетической светимости абсолютно черного тела при увеличении его температуры на 1 %.

2.44. Во сколько раз надо увеличить термодинамическую температуру абсолютно черного тела, чтобы его энергетическая светимость $R_Э$ возросла в два раза?

2.45. Мощность P излучения шара радиусом R = 10 см при некоторой постоянной температуре T равна 1 кВт. Найти эту температуру, считая шар серым телом с коэффициентом теплового излучения $\alpha_т$ = 0,25.

2.46. Определить массу, импульс и энергию фотона с длиной волны $\lambda = 5\cdot10^{-7}$ м.

2.47. Найти массу фотона, импульс которого равен импульсу молекулы водорода (молярная масса водорода $\mu = 2\cdot10^{-3}$ кг/моль) при температуре t = 20 °С. Скорость молекулы считать равной среднеквадратичной скорости.

2.48. С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его кинетическая энергия была равна энергии фотона с длиной волны λ = 520 нм? Считать скорость электрона много меньшей скорости света. Масса электрона $m = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг.

2.49. Найти энергию и импульс фотона, если соответствующая ему длина волны равна $1{,}6\cdot10^{-12}$ м.

2.50. Электрон, пройдя разность потенциалов 4,9 В, сталкивается с атомом ртути и переводит его в первое возбужденное состояние. Какую длину волны имеет фотон, соответствующий переходу атома ртути в нормальное состояние?

2.51. Определить давление солнечных лучей, нормально падающих на зеркальную поверхность. Интенсивность солнечного излучения принять равной 1,37 кВт/м^2.

2.52. Свет с длиной волны 0,5 мкм нормально падает на зеркальную поверхность и производит на нее давление 4 мкПа. Определить число фотонов, ежесекундно падающих на 1 см^2 этой поверхности.

2.53. Пучок параллельных лучей света падает нормально на плоскую зеркальную поверхность. Определить силу давления, испытываемую этой поверхностью, если ее площадь 2 см^2, а энергетическая освещенность поверхности 0,6 Вт/м^2.

2.54. Определить давление, оказываемое светом с длиной волны 0,4 мкм на черную поверхность, если ежесекундно на 1 см^2 поверхности нормально падает $6 \cdot 10^{16}$ фотонов.

2.55. Световое давление, испытываемое зеркальной поверхностью площадью 1 см^2, равно 10^{-6} Па. Найти длину света, если на поверхность ежесекундно падает $5 \cdot 10^{16}$ фотонов.

2.56. Давление света на зеркальную поверхность, расположенную на расстоянии 2 м от лампочки, нормально падающим лучом равно 10^{-8} Па. Определить мощность, расходуемую на излучение.

2.57. Давление света с длиной волны 0,55 мкм, нормально падающего на зеркальную поверхность, равно 9 мкПа. Определить концентрацию фотонов вблизи поверхности.

2.58. Определить давление P солнечного излучения на зачерненную пластинку, расположенную перпендикулярно солнечным лучам и находящуюся вне земной атмосферы на среднем расстоянии от Земли до Солнца. Солнечная постоянная C = 1,4 кДж/(м$^2 \cdot$с).

2.59. Определить поверхностную плотность J потока энергии излучения, падающего на зеркальную поверхность, если световое давление P при перпендикулярном падении лучей равно 10 мкПа.

2.60. Поток энергии Φ_e, излучаемый электрической лампочкой, равен 600 Вт. На расстоянии R = 1 м от лампы перпендикулярно падающим лучам расположено круглое плоское зеркальце диаметром d = 2 см. Принимая, что излучение лампы одинаково во всех направлениях и что зеркальце полностью отражает падающий на него свет, определить силу F светового давления на зеркальце.

2.61. На зеркальце с идеально отражающей поверхностью площадью S = 1,5 см^2 падает нормально свет от электрической дуги. Определить импульс P, полученный зеркальцем, если поверхностная плотность потока излучения φ, падающего на зеркальце, равна 0,1 МВт/м^2. Продолжительность облучения $t = 1$ с.

2.62. Спутник в форме шара движется вокруг Земли на такой высоте, что поглощением солнечного света в атмосфере можно пренебречь. Диаметр спутника $d = 40$ м. Зная солнечную постоянную ($C = 1{,}4$ кДж/(м$^2 \cdot$с) и принимая, что поверхность спутника полностью отражает свет, определить силу давления F солнечного света на спутник.

2.63. Определить энергию ε, массу m и импульс p фотона, которому соответствует длина волны $\lambda = 380$ нм (фиолетовая граница видимого спектра).

2.64. Определить длину волны λ, массу m и импульс p фотона с энергией $\varepsilon = 1$ МэВ. Сравнить массу этого фотона с массой покоящегося электрона.

2.65. Определить длину волны λ фотона, импульс которого равен импульсу электрона, обладающего скоростью $\upsilon = 10^7$ м/с.

2.66. Определить длину волны λ фотона, масса которого равна массе покоя: 1) электрона; 2) протона.

2.67. Давление P монохроматического света ($\lambda = 600$ нм) на черную поверхность, расположенную перпендикулярно падающим лучам, равно 0,1 мкПа. Определить число N фотонов, падающих за время $t = 1$ с на поверхность площадью $S = 1$ см^2.

2.68. Монохроматическое излучение с длиной волны $\lambda = 500$ нм падает нормально на плоскую зеркальную поверхность и давит на нее с силой $F = 10^{-8}$ Н. Определить число N_1 фотонов, ежесекундно падающих на эту поверхность.

2.69. Давление монохроматического света с длиной волны $\lambda = 500$ нм на зеркальную поверхность, расположенную перпендикулярно падающим лучам, равно 0,12 мкПа. Определить число фотонов, падающих ежесекундно на 1 м^2 поверхности.

2.70. На идеально отражающую поверхность площадью $S = 5$ см^2 за время $t = 3$ мин нормально падает монохроматический свет, энергия которого $W = 9$ Дж. Определить: 1) облученность поверхности; 2) световое давление, оказываемое на поверхность.

2.71. Определить давление света на стенки 150-ваттной лампочки, принимая, что вся потребляемая мощность идет на излучение, и стенки лампочки отражают 15 % падающего на них света. Считать лампочку сферическим сосудом радиусом 4 см.

2.72. Давление монохроматического света с длиной волны $\lambda = 500$ нм на зачерненную поверхность, расположенную перпендикулярно падающему излучению, равно 0,15 мкПа. Определить число фотонов, падающих на поверхность площадью 40 см^2 за одну секунду.

2.73. Давление P монохроматического света с длиной волны $\lambda = 600$ нм на зачерненную поверхность, расположенную перпендикулярно падающему излучению, составляет 0,1 мкПа. Определить: 1) концентрацию n протонов в световом пучке; 2) число N фотонов, падающих ежесекундно на 1 м^2.

2.74. На идеально отражающую поверхность нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0{,}55$ мкм. Поток излучения Φ_e составляет 0,45 Вт. Определить: 1) число фотонов N, падающих на поверхность за время $t = 3$ с; 2) силу давления, испытываемую этой поверхностью.

2.75. Определить энергетическую освещенность (облученность) E_e зеркальной поверхности, если давление P, производимое излучением, равно 40 мкПа. Излучение падает нормально к поверхности.

2.76. Давление P света с длиной волны $\lambda = 40$ нм, падающего нормально на черную поверхность, равно 2 нПа. Определить число N фотонов, падающих за время $t = 10$ с на площадь $S = 1$ мм^2 этой поверхности.

2.77. Определить коэффициент отражения ρ поверхности, если при энергетической освещенности $E_e = 120$ Вт/м^2 давление p света на нее оказалась равным 0,5 мкПа.

2.78. Давление света, производимое на зеркальную поверхность, $p =$ 5 мПа. Определить концентрацию n_0 фотонов вблизи поверхности, если длина волны света, падающего на поверхность, $\lambda = 0{,}5$ мкм.

2.79. На расстоянии $r = 5$ м от точечного монохроматического ($\lambda =$ 0,5 мкм) изотропного источника расположена площадка ($S = 8$ мм^2) перпендикулярно падающим пучкам. Определить число N фотонов, ежесекундно падающих на площадку. Мощность излучения $P = 100$ Вт.

2.80. На зеркальную поверхность под углом $\alpha = 60°$ к нормали падает пучок монохроматического света ($\lambda = 590$ нм). Плотность потока энергии светового пучка $\varphi = 1$ кВт/м^2. Определить давление p, производимое светом на зеркальную поверхность.

2.81. Свет падает нормально на зеркальную поверхность, находящуюся на расстоянии $r = 10$ см от точечного изотропного излучателя. При какой мощности P излучателя давление p на зеркальную поверхность будет равным 1 мПа?

2.82. Свет с длиной волны λ = 600 нм нормально падает на зеркальную поверхность и производит на нее давление p = 4 мкПа. Определить число N фотонов, падающих за время t = 10 с на площадь S = 1 мм^2 этой поверхности.

2.83. На зеркальную поверхность площадью S = 6 см^2 падает нормально поток излучения Φ_e = 0,8 Вт. Определить давление p и силу давления F света на эту поверхность.

2.84. Точечный источник монохроматического (λ = 1 нм) излучения находится в центре сферической зачерненной колбы радиусом R = 10 см. Определить световое давление p, производимое на внутреннюю поверхность колбы, если мощность источника P = 1кВт.

2.85. Короткий импульс света с энергией E = 10 Дж в виде узкого параллельного монохроматического пучка фотонов падает на пластинку под углом падения α = 60°. При этом K = 30 % фотонов поглощается пластинкой, а остальные зеркально отражаются. С какой силой действует этот импульс на пластинку, если его длительность $\Delta t = 5 \cdot 10^{-12}$ с?

2.86. Существует проект запуска космических аппаратов с помощью наземного лазера. Запускаемый аппарат при этом снабжается зеркалом, полностью отражающим лазерное излучение. Какова должна быть минимальная мощность лазера, обеспечивающего запуск по этой схеме аппарата массой m = 100 кг?

2.87. Параллельный пучок света с интенсивностью I = 0,2 Вт/см^2 падает под углом α = 60° на плоское зеркало с коэффициентом отражения ρ = 0,9. Определить давление света на поверхность зеркала.

2.88. Луч лазера мощностью P = 50 Вт падает нормально на пластинку, которая отражает K = 50 % и пропускает n = 30 % энергии излучения. Остальная энергия поглощается пластинкой. Определить силу светового давления луча лазера на эту пластинку.

2.89. Монохроматический пучок света с длиной волны 490 нм, падая нормально на зеркальную площадку, производит на нее давление $9{,}8 \cdot 10^{-7}$ Па. Какое количество фотонов падает на поверхность площадью 2 мм^2 за время, равное 10 с?

2.90. Давление света на абсолютную поверхность, расположенную перпендикулярно лучам с длиной волны λ = 5000А, равно p = 10 мкПа. Найти число фотонов N, падающих за t = 10 с на S = 1 см^2 этой поверхности.

2.91. Световые волны с длиной волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м падают нормально на абсолютно черную поверхность и давят на нее с силой F = 0,01 мкн. Найти число фотонов N, падающих за t = 1 с на эту поверхность.

2.92. На зачерненную поверхность нормально падает монохроматический свет с длиной волны 0,65 мкм, производя давление $0,5 \cdot 10^{-5}$ Па. Определить:1) концентрацию фотонов вблизи поверхности; 2) число фотонов, падающих на площадь 1 м^2 в 1 с.

2.93. Определить давление на черную поверхность, создаваемое светом с длиной волны 0,4 мкм, если ежесекундно на 1 см^2 поверхности падает $6 \cdot 10^{16}$ фотонов.

2.94. На зачерненную поверхность нормально падает монохроматический свет с длиной волны 0,45 мкм. Найти число фотонов, падающих на площадку 1 м^2 в 1 с, если давление, производимое этим светом, равно 10^{-5} Па.

2.95. Давление света на зеркальную поверхность, расположенную на расстоянии 2 м от лампочки нормально к падающим лучам, равно $0,5 \cdot 10^{-8}$ Па. Определить мощность лампочки, расходуемую на излучение.

2.96. Принимая спектр Солнца за спектр абсолютно черного тела, определить давление солнечных лучей на земную поверхность при условии, что максимальная испускательная способность соответствует длине волны 0,48 мкм. Радиус Солнца считать равным $6,5 \cdot 10^{5}$ км. Коэффициент отражения солнечных лучей равен нулю. Расстояние от Земли до Солнца $1,5 \cdot 10^{8}$ км.

2.97. Красная граница фотоэффекта для никеля равна 0,257 мкм. Найти длину света, падающего на никелевый электрод, если фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов, равной 1,5 В.

2.98. Для фотокатода, выполненного из вольфрама, работа вольфрама равна 4,5 эВ. Определить, при какой максимальной длине волны происходит фотоэффект.

2.99. Фотон с длиной волны 0,2 мкм вырывает с поверхности фотокатода электрон, кинетическая энергия которого 2 эВ. Определить работу выхода и красную границу фотоэффекта.

2.100. Какую часть энергии фотона составляет энергия, которая пошла на совершение работы выхода электронов из фотокатода, если красная граница для материала фотокатода равна 0,54 мкм, кинетическая энергия фотоэлектронов 0,5 эВ?

2.101. Кинетическая энергия электронов, выбитых из цезиевого катода, равна 3 эВ. Определить, при какой максимальной длине волны света выбиваются электроны. Работа выхода из цезия 1,8 эВ.

2.102. Облучение литиевого фотокатода производится фиолетовыми лучами, длина волны которых равна 0,4 мкм. Определить скорость фотоэлектронов, если длина волны красной границы фотоэффекта для лития равна 0,52 мкм.

2.103. Определить максимальную скорость электрона, вырванного с поверхности металла γ-квантом с энергией 1,53 МэВ.

2.104. На цинковую пластинку падает пучок ультрафиолетовых лучей с длиной волны 0,2 мкм. Определить максимальную кинетическую энергию и максимальную скорость фотоэлектронов. Работа выхода для цинка 4 эВ.

2.105. На пластинку падает монохроматический свет с длиной волны 0,42 мкм. Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов 0,95 В. Определить работу выхода электронов с поверхности пластины.

2.106. Гамма-фотон с длиной волны 1,2 пМ в результате комптоновского рассеяния на свободном электроне отклонился от первоначального направления на угол 60°. Определить кинетическую энергию и импульс электрона отдачи. До столкновения электрон покоился.

2.107. Угол рассеяния фотона с энергией 1,2 МэВ на свободном электроне 60°. Найти длину волны рассеянного фотона, энергию и импульс электрона отдачи (кинетической энергией электрона до соударения пренебречь).

2.108. Фотон с импульсом $5{,}44 \cdot 10^{-22}$ кгм/с был рассеян на свободном электроне на угол 30° в результате эффекта Комптона. Определить импульс рассеянного фотона.

2.109. В результате комптоновского эффекта электрон приобрел энергию 0,5 МэВ. Определить энергию падающего фотона, если длина волны рассеянного фотона $2{,}5 \cdot 10^{-12}$ м.

2.110. В результате комптоновского рассеяния на свободном покоящемся электроне длина волны γ-фотона увеличилась вдвое. Найти кинетическую энергию и импульс электронной отдачи, если угол рассеяния равен 60°.

2.111. Первоначально покоившийся электрон приобрел кинетическую энергию 0,06 МэВ в результате комптоновского рассеяния на нем γ-фотона с энергией 0,51 МэВ. Чему равен угол рассеяния фотона?

2.112. Красная граница для некоторого металла 0,6 мкм. Металл освещается светом, длина волны которого 0,4 мкм. Определить максимальную скорость электронов, выбиваемых светом из металла.

2.113. Найти частоту света, падающего на пластинку никеля, если скорость фотоэлектронов $2{,}8 \cdot 10^6$ м/с. Работа выхода электронов из никеля 4,8 эВ.

2.114. При освещении поверхности некоторого металла светом с длиной волны 0,22 мкм задерживающий потенциал равен 1,14 В. Найти работу выхода электронов из этого металла.

2.115. Определить импульс фотона, энергия которого равна 10 кэВ.

2.116. Давление монохроматического света с длиной волны 0,5 мкм на поверхность с коэффициентом отражения 0,8 равно 1,43 Па. Определить концентрацию фотонов вблизи поверхности.

2.117. Фотон с энергией 0,500 МэВ рассеялся на свободном электроне под углом 60°. Найти энергию рассеянного фотона, кинетическую энергию и импульс отдачи. Считать, что кинетической энергией электрона до соударения можно пренебречь.

2.118. Определить максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности металла, если фототок прекращается при приложении задерживающего напряжения $U_з = 3{,}7$ В.

2.119. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна 500 нм. Определить минимальное значение энергии фотона, вызывающего фотоэффект.

2.120. Фотоэлектроны, вырываемые с поверхности металла, полностью задерживаются при приложении обратного напряжения $U_0 = 3$ В. Фотоэффект для этого металла начинается при частоте падающего монохроматического света $\nu_0 = 6 \cdot 10^{14}$ с$^{-1}$. Определить: 1) работу выхода электронов из этого металла; 2) частоту применяемого излучения.

2.121. Калий освещается монохроматическим светом с длиной волны 400 нм. Определить наименьшее задерживающее напряжение, при котором фототок прекратится. Работа выхода электронов из калия равна 2,2 эВ.

2.122. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна 500 нм. Определить: 1) работу выхода электронов из этого металла; 2) максимальную скорость электронов, вырываемых из этого металла светом с длиной волны 400 нм.

2.123. Определить импульс p_e электрона отдачи, если фотон с энергией ε_1 = 1,53 МэВ в результате рассеяния на свободном электроне потерял 1/3 своей энергии.

2.124. Фотон с энергией ε_1 = 0,51 МэВ при рассеянии на свободном электроне потерял половину своей энергии. Определить угол рассеяния θ.

2.125. Определить угол θ, на который был рассеян квант с энергией ε_1 = 1,53 МэВ при эффекте Комптона, если кинетическая энергия электрона отдачи $E_к$ = 0,51 МэВ.

2.126. В результате эффекта Комптона фотон с энергией ε_1 = 1,02 МэВ рассеян на свободных электронах на угол θ = 150°. Определить энергию ε_2 рассеянного фотона.

2.127. Фотон с энергией ε_1 = 0,51 МэВ был рассеян при эффекте Комптона на свободном электроне на угол θ = 180°. Определить кинетическую энергию $E_к$ электрона отдачи.

2.128. Фотон с длиной волны λ_1 = 15 пм рассеялся на свободном электроне. Длина волны рассеянного фотона λ_2 = 16 пм. Определить угол θ рассеяния.

2.129. Какая доля энергии фотона приходится при эффекте Комптона на электрон отдачи, если рассеяние фотона происходит на угол $\theta = \pi/2$. Энергия фотона до рассеяния ε_1 = 0,51МэВ.

2.130. Фотон с длиной волны λ = 5 пм испытал комптоновское рассеяние под углом θ = 90° на первоначально покоившемся свободном электроне. Определить: 1) изменение длины волны при рассеянии; 2) энергию электрона отдачи; 3) импульс электрона отдачи.

2.131. Фотон с энергией ε = 0,25 МэВ рассеялся на первоначально покоившемся свободном электроне. Определить кинетическую энергию электрона отдачи, если длина волны рассеянного фотона изменилась на 20 %.

2.132. Фотон с энергией 100 кэВ в результате комптоновского эффекта рассеялся при соударении со свободным электроном на угол $\theta = \pi/2$. Определить энергию фотона после рассеяния.

2.133. Фотон с энергией $\varepsilon = 0{,}25$ МэВ рассеялся под углом $\theta = 120°$ на первоначально покоившемся электроне. Определить кинетическую энергию электрона отдачи.

2.134. Узкий поток монохроматического рентгеновского излучения падает на рассеивающее вещество. Оказывается, что длины волн рассеянного под углом $\theta_1 = 60°$ и $\theta_2 = 120°$ излучения отличаются в 1,5 раза. Определить длину волны падающего излучения, предполагая, что рассеяние происходит на свободных электронах.

2.135. Фотон с энергией $\varepsilon = 1{,}025$ МэВ рассеялся на первоначально покоившемся свободном электроне. Определить угол рассеяния фотона, если длина волны рассеянного фотона оказалась равной комптоновской длине волны $\lambda_c = 2{,}43$ пм.

2.136. Определить максимальную скорость υ_{max} фотоэлектронов, вырываемых с поверхности цинка (работа выхода $A = 4$ эВ), при облучении γ-излучением с длиной волны $\lambda = 2{,}47$ пм.

2.137. При освещении катода вакуумного фотоэлемента монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 310$ нм фототок прекращается при некотором задерживающем напряжении. При увеличении длины волны на 25 % задерживающее напряжение оказывается меньше на 0,8 В. Определить по этим данным постоянную Планка.

2.138. Фотоны с энергией $\varepsilon = 5$ эВ вырывают фотоэлектроны из металла с работой выхода $A = 4{,}7$ эВ. Определить максимальный импульс, передаваемый поверхности этого металла при вылете электрона.

2.139. Плоский серебряный электрод освещается монохроматическим излучением с длиной волны $\lambda = 83$ нм. Определить, на какое максимальное расстояние от поверхности электрода может удалиться фотоэлектрон, если вне электрода имеется задерживающее электрическое поле напряженностью $E = 10$ В/см. Красная граница фотоэффекта для серебра $\lambda = 264$ нм.

2.140. Задерживающее напряжение для платиновой пластинки (работа выхода 6,3 эВ) составляет 3,7 В. При тех же условиях для другой пластинки задерживающее напряжение равно 5,3 В. Определить работу выхода электронов из этой пластинки.

2.141. Определить, до какого потенциала зарядится уединенный серебряный шарик при облучении его ультрафиолетовым светом с длиной волны $\lambda = 208$ нм. Работа выхода электронов из серебра $A = 4{,}7$ эВ.

3. ОСНОВЫ ФИЗИКИ АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

3.1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ФОРМУЛЫ

Длина волны де Брайля:

$$\lambda = h/p,$$

где h – постоянная Планка; p – импульс частицы.

Соотношение неопределенностей Гейзенберга:

- для координаты и импульса

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar\,;$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi},$$

где Δx – неопределенность координаты частицы; Δp_x – неопределенность проекции импульса частицы на соответствующую координатную ось;

- для энергии и времени

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi} = \hbar\,,$$

где ΔE – неопределенность энергии частицы в некотором состоянии; Δt – время нахождения частицы в этом состоянии.

Плотность вероятности нахождения частицы в соответствующем месте пространства:

$$\omega = |\psi|^2,$$

где ψ – волновая функция частицы.

Волновая функция, описывающая состояние частицы в бесконечно глубокой однополярной потенциальной яме:

$$\psi_n \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\frac{n\pi x}{l},$$

где l – ширина ямы; x – координата частицы в яме ($0 < x < l$); n – квантовое число (n = 1, 2, 3,…).

Энергия частицы в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме:

$$E_n = \frac{\hbar^2}{8ml^2} n^2,$$

где m – масса частицы.

Сериальные формулы спектра водородоподобных атомов:

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right),$$

где λ – длина волны спектральной линии; R – постоянная Ридберга; Z – порядковый номер элемента; $n = 1, 2, 3,\ldots$; $k = n + 1, n + 2,\ldots$

Спектральные линии характеристического рентгеновского излучения:

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z - a)^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right),$$

где a – постоянная экранированная.

Дефект массы ядра:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я,$$

где m_p – масса протона; m_n – масса нейтрона; $m_я$ – масса ядра; Z и A – зарядовое и массовое числа.

Энергия связи ядра

$$E_{св} = c^2\Delta m,$$

где c – скорость света в вакууме.

Удельная энергия связи

$$\varepsilon_{св} = \frac{E_{св}}{A}.$$

Закон радиоактивного распада:

$$N = N_0 exp(-\lambda t),$$

где N_0 – начальное число радиоактивных ядер в момент времени $t = 0$; N – число нераспавшихся радиоактивных ядер в момент времени t; λ – постоянная радиоактивного распада.

Активность радиоактивного вещества:

$$a = \frac{dN}{dt} = \lambda N.$$

Энергия ядерной реакции:

$$Q = \Delta mc^2 = (m_1 + m_2 - \sum m_i)c^2,$$

где m_1 и m_2 – массы покоя частиц, вступающих в реакцию; Σm_i – сумма масс покоя частиц, образовавшихся в результате реакции.

Закон поглощения излучения веществом:

$$I = I_0 exp(- \mu x),$$

где I_0 – интенсивность излучения на входе в поглощающий слой вещества; I – интенсивность излучения после прохождения поглощающего слоя вещества толщиной x; μ – линейный коэффициент поглощения.

Момент импульса электрона в водородоподобном атоме, находящемся в стационарном состоянии:

$$L_n = m\upsilon r = n\hbar \ (n = 1, 2, 3,\ldots),$$

где m – масса электрона; υ – его скорость на орбите радиуса r; n – главное квантовое число.

Энергия электрона в водородоподобном атоме:

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0\hbar^2}\left(\frac{Z}{n}\right)^2,$$

где e – элементарный заряд; ε_0 – электрическая постоянная; Z – атомный номер (зарядовое число).

Радиус электронной орбиты в водородоподобном атоме:

$$R_n = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}\left(\frac{n^2}{Z}\right).$$

Радиус первой боровской орбиты в атоме водорода:

$$a = R_1 = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2} = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}.$$

Коротковолновая граница $\lambda_{\min}$ сплошного рентгеновского спектра:

$$\lambda_{\min} = \frac{2\pi\hbar c}{|e|U},$$

где e – заряд электрона; U – разность потенциалов, приложенная к рентгеновской трубке.

Радиус ядра

$$R = R_0 A^{1/3},$$

где R_0 – коэффициент пропорциональности, который можно считать для всех ядер постоянным, равным $1,3 \cdot 10^{-15}$ м; A – массовое число (число нуклонов в ядре).

3.2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Определить первый Боровский радиус орбиты в атоме водорода и скорость движения электрона по этой орбите.

Найти: r_1, υ.

Решение. Радиус n-й орбиты в водородоподобном атоме, заряд ядра которого равен ($Z \cdot e$), определяется по формуле

$$r_n = \frac{\hbar^2 4\pi\varepsilon_0}{mZe^2} n^2 = \frac{h\varepsilon_0}{\pi m Z e^2} n^2,$$

где n – номер орбиты, m – масса электрона.

При $n = 1$ и $Z = 1$

$$r_n = \frac{h\varepsilon_0}{\pi m e^2} = \frac{6,63^2 \cdot 10^{-68} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6^2 \cdot 10^{-38}} \cong 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ (м)}.$$

По второму постулату Бора момент импульса электрона на n-й орбите равен $m\upsilon r_n = n\frac{h}{2}$.

Тогда $\upsilon = n\frac{h}{2\pi m r_n}$ и при $n = 1$ значение $\upsilon = \frac{h}{2\pi m r_n}$.

$$\upsilon = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 0,53 \cdot 10^{-10}} \cong 2,2 \cdot 10^6 \text{ (м/с)}.$$

Задача 2. Определить наибольшие и наименьшие длины волн фотонов, излучаемых при переходе электронов в сериях Лаймана, Бальмера и Пашена.

Найти: λ_{1max}, λ_{1min}, λ_{2max}, λ_{2min}, λ_{3max}, λ_{3min}.

Решение. Обобщенная формула Бальмера позволяет определять длину волны λ при всевозможных переходах электрона в атоме водорода:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

или

$$\lambda = \frac{1}{R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)}.$$

В серии Лаймана переход осуществляется на первую орбиту со всех остальных, т.е. $m = 1$, $n = 2, 3, 4, \ldots \infty$. Следовательно,

$$\lambda_{1_{\max}} = \frac{1}{R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)} = \frac{1}{1{,}097 \cdot 10^7 (1 - 0{,}25)} \cong 0{,}122 \text{ (мкм)};$$

$$\lambda_{1_{\min}} = \frac{1}{R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty}\right)} = \frac{1}{R} \cong 0{,}091 \text{ (мкм)}.$$

В серии Бальмера переход осуществляется на вторую орбиту со всех вышележащих, т.е. $m = 2$; $n = 3, 4, 5, \ldots \infty$.

$$\lambda_{2_{\max}} = \frac{1}{R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)} = \frac{1}{1{,}097 \cdot 10^7 (0{,}25 - 0{,}11)} \cong 0{,}656 \text{ (мкм)};$$

$$\lambda_{2_{\min}} = \frac{1}{R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty}\right)} = \frac{1}{1{,}097 \cdot 10^7 \cdot 0{,}25} \cong 0{,}365 \text{ (мкм)}.$$

В серии Пашена переход осуществляется на третью орбиту со всех вышележащих, т.е. $m = 3$; $n = 4, 5, 6 \ldots \infty$.

$$\lambda_{3_{\max}} = \frac{1}{R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2}\right)} = \frac{1}{1{,}097 \cdot 10^7 (\frac{1}{9} - \frac{1}{16})} \cong 1{,}88 \text{ (мкм)};$$

$$\lambda_{3_{\min}} = \frac{1}{R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty}\right)} = \frac{1}{1{,}097 \cdot 10^7 \cdot 0{,}11} \cong 0{,}82 \text{ (мкм)}.$$

Задача 3. Кинетическая энергия электрона равна 1,02 МэВ. Вычислить длину волны де Бройля этого электрона. Найти: λ.

Решение. Длина волны де Бройля определяется по формуле

$$\lambda = \frac{h}{p}, \tag{1}$$

где λ – длина волны, соответствующая частице с импульсом p; h – постоянная Планка.

По условию задачи кинетическая энергия электрона больше его энергии покоя:

$$E_к = 2E_0. \tag{2}$$

Следовательно, движущийся электрон является релятивистской частицей. Импульс релятивистских частиц $p = \frac{1}{c}\sqrt{E_k(E_k + 2E_0)}$ или, учитывая соотношение (2),

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{E_k(E_k + 2E_0)} = \frac{E_k}{c}\sqrt{2}\,. \tag{3}$$

Подставляя (3) в (1), получаем:

$$\lambda = \frac{hc}{E_k\sqrt{2}} = \frac{6,62\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{16,2\cdot 10^{-14}\cdot\sqrt{2}}\frac{Дж\cdot c\cdot м/c}{Дж} = 0,87\cdot 10^{-12}\ (\text{м}).$$

Задача 4. Кинетическая энергия электрона в атоме водорода порядка 10 эВ. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные линейные размеры атома. Найти: r.

Решение. Соотношение неопределенностей Гейзенберга:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar,$$

где Δx – неопределенность координаты; Δp_x – неопределенность импульса; $\hbar$ – постоянная Планка.

Предполагая, что $\Delta x \cong r$ – линейному размеру атома, получим $r \cong \hbar/\Delta p$. Импульс электрона, обладающего кинетической энергией E, равен

$$p = \sqrt{2mE}\,.$$

Предполагая, что по порядку величина $\Delta p \cong p$, оценим r:

$$r = \frac{\hbar}{\sqrt{2mE}} = \frac{1,05\cdot 10^{-34}}{\sqrt{2\cdot 9,1\cdot 10^{-31}\cdot 1,6\cdot 10^{-18}}} = 0,62\cdot 10^{-10}\ (\text{м}).$$

Задача 5. Используя соотношение неопределенностей Гейзенберга, показать, что ядра атомов не могут содержать электронов. Считать радиус ядра равным 10^{-13} см.

Решение. Соотношение неопределенностей Гейзенберга:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar = \frac{h}{2\pi},$$

где Δx – неопределенность координаты; Δp_x – неопределенность импульса; h – постоянная Планка.

Если неопределенность координаты принять равной радиусу ядра, т.е. $\Delta x = R_я$, то неопределенность импульса электрона $\Delta p_x = \frac{\hbar}{\Delta x}$.

Так как $\Delta p_x = m\Delta \upsilon_x$, то

$$m\Delta\upsilon_x = \frac{h}{2\pi\Delta x} \qquad \text{и} \qquad \Delta\upsilon_x = \frac{h}{2\pi\Delta x m}.$$

Неопределенность скорости электрона

$$\Delta\upsilon_x = \frac{6,62\cdot 10^{-34}}{9,1\cdot 10^{-31}\cdot 10^{-15}\cdot 6,28} 1,158\cdot 10^{11} \text{ (м/с).}$$

Сравнивая полученное значение $\Delta\upsilon_x$ со скоростью света в вакууме $c = 3{\cdot}10^8$ м/с, видим, что $\Delta\upsilon_x > c$, а это невозможно, следовательно, ядра не содержат электрон.

Задача 6. Среднее время жизни возбужденных состояний атома составляет 10 Нс. Вычислить естественную ширину спектральной линии (λ = 0,7 мкм), соответствующую переходу между возбужденными уровнями атома. Найти: $\Delta\lambda_{\min}$.

Решение. При переходе электрона из одного стационарного состояния в другое излучается (или поглощается) энергия, равная

$$\frac{hc}{\lambda} = E_n - E_m. \tag{1}$$

Из (1) следует, что неопределенность длины волны $\Delta\lambda$ излучения связана с неопределенностью энергии уровней ΔE_n и ΔE_m атома соотношением

$$\frac{hc}{\lambda^2}\Delta\lambda = \Delta E_n - \Delta E_m. \tag{2}$$

Согласно соотношению неопределенностей Гейзенберга

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}, \tag{3}$$

где Δt – неопределенность времени перехода атома из одного стационарного состояния в другое.

Поскольку Δt не превышает среднее время жизни τ возбужденного состояния атома, то минимальная неопределенность энергии возбужденных уровней, согласно (3), равна

$$\Delta E_{\min} = \frac{h}{2\pi\tau}. \tag{4}$$

Из (2) с учетом (4) найдем минимальную неопределенность длины волны излучения, которая называется естественной шириной спектральной линии:

$$\Delta\lambda_{\min} = \frac{\lambda^2}{2\pi c}\left(\frac{1}{\tau_n} + \frac{1}{\tau_m}\right). \tag{5}$$

Если одно из состояний, между которыми совершается переход, является основным, то

$$\Delta\lambda_{\min} = \frac{\lambda^2}{2\pi c}. \tag{6}$$

Поскольку для основного состояния $\tau = \infty$, для возбужденных состояний с одинаковым временем жизни $\tau_n = \tau_к = \tau$ имеем $\Delta\lambda_{\min} = \dfrac{\lambda^2}{2\pi c\tau}$.

$$\Delta\lambda_{\min} = \frac{(7\cdot 10^{-7})^2}{2\cdot 3{,}14\cdot 3\cdot 10^8\cdot 10^{-8}} \cong 5{,}2\cdot 10^{-14} \text{ (м)}.$$

Задача 7. Электрон находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной 1 нм в возбужденном состоянии. Определить: 1) минимальное значение энергии электрона; 2) вероятность нахождения электрона в интервале $0 < x < l/3$ второго энергетического уровня.

Найти: $E_{\min}$; ω_2.

Решение. В квантовой механике информацию о движении частиц получают из волновой функции (ψ-функция), которая отражает распределение частиц или систем по квантовым состояниям. Эти частицы характеризуются дискретными значениями энергии, импульса, момента импульса, т.е. ψ-функция является функцией состояния частиц в микромире. Решая уравнение Шредингера, получаем, что для рассматриваемого случая собственная функция имеет вид

$$\Psi(x)=\sqrt{\frac{2}{l}}\sin\frac{\pi n x}{l}, \tag{1}$$

где $n = 1, 2, 3,\ldots$; x – координата частицы; l – ширина ямы.

Согласно соотношению де Бройля, двум отличающимся знаком проекциям импульса соответствуют две плоские монохроматические волны де Бройля, распространяющиеся в противоположных направлениях вдоль оси x. В результате их интерференции возникают стоячие волны де Бройля, характеризующиеся стационарным распределением вдоль оси x амплитуды колебаний. Эта амплитуда и есть волновая функция $\psi(x)$, квадрат которой определяет плотность вероятности пребывания электрона в точке с координатой x.

Для значения $n = 1$ на ширине ямы l укладывается половина длины стоячей волны де Бройля, для $n = 2$ – целая длина стоячей волны де Бройля и т.д., т.е. в потенциальной яме могут быть лишь волны де Бройля, длина которых удовлетворяет условию

$$l=\frac{n\lambda}{2} \quad (n = 1, 2, 3,\ldots).$$

Таким образом, на ширине l ямы должно укладываться целое число полуволн:

$$\lambda=\frac{2l}{n}. \tag{2}$$

Полная энергия частицы в потенциальной яме зависит от ее ширины l и определяется по формуле

$$E=\frac{h^2n^2}{8ml^2}, \tag{3}$$

где m – масса частицы; $n = 1, 2, 3\ldots$

Минимальное значение энергии электрон будет иметь при минимальном значении n, т.е. при $n = 1$. Следовательно,

$$E_{\min}=\frac{h^2 1^2}{8ml^2}=\frac{6,62^2\cdot 10^{-68}}{8\cdot 9,1\cdot 10^{-31}\cdot 10^{-18}}=0,6\cdot 10^{-19}\ (\text{Дж}).$$

Вероятность того, что электрон будет обнаружен в интервале от x до $x + dx$, равна

$$\omega = \int_{x}^{x+dx} \left|\Psi(x)\right|^2 dx .$$

Искомую вероятность находим интегрированием в пределах от 0 до $l/3$:

$$\omega = \int_0^{l/3} \left|\sqrt{\frac{2}{l}} \sin\frac{\pi n x}{l}\right|^2 dx = \frac{2}{l}\int_0^{l/3} \sin^2\frac{\pi n x}{l} dx .$$

Используя соотношение $\sin^2\alpha = \frac{1}{2}(1 - 2\cos 2\alpha)$, вычисляем интеграл при условии, что электрон находится на втором энергетическом уровне:

$$\omega_2 = \frac{2}{l}\int_0^{l/3} \sin^2\frac{\pi n x}{l} dx = \frac{1}{l}\left|\int_0^{l/3} dx - \int_0^{l/3} \cos\frac{4\pi x}{l} dx\right| =$$

$$= \frac{1}{l}\left|\frac{l}{3} - \frac{l}{4}\pi \sin\frac{4\pi}{3}\right| = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\pi \sin\frac{4\pi}{3} = 0,4 .$$

Задача 8. Частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l на втором энергетическом уровне. В каких точках ямы плотность вероятности обнаружения частицы совпадает с классической плотностью вероятности? Найти: x.

Решение. Волновая функция ψ, описывающая состояние частицы в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l, имеет вид

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\frac{\pi n x}{l}.$$

Согласно физическому смыслу волновой функции,

$$|\psi|^2 = \omega,$$

где ω – плотность вероятности обнаружения частицы в точке с координатой x.

Если частица находится на втором энергетическом уровне ($n = 2$), то

$$\omega_2 = \frac{2}{l}\sin^2\frac{2\pi x}{l}.$$

В соответствии с принципом соответствия Бора выражение для классической плотности вероятности получается при $n \to \infty$: $\omega_\infty = \frac{1}{l}$.

Приравнивая по условию задачи два последних выражения, получим

$$\sin^2\frac{2\pi x}{l}=\frac{1}{2}.$$

Решая полученное уравнение, найдем $x=\left(K\pm\frac{1}{4}\right)\frac{l}{2}$, $K = 0, \pm1, \pm2,\ldots$

В пределах ямы ($0\le x\le l$) таких точек будет четыре:

$$x = (l/8,\ 3l/8,\ 5l/8,\ 7l/8).$$

Задача 9. Определить ширину одномерной потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками, если при переходе электрона с третьего энергетического уровня на второй излучается энергия 1 эВ. Найти: l.

Решение. Энергия электрона, находящегося в потенциальной яме шириной l на n-ом энергетическом уровне, определяется по формуле

$$E=\frac{h^2n^2}{8ml^2}.$$

Разность энергий электрона ΔE на n-м и i-м уровнях

$$\Delta E=E_i-E_n=\frac{h^2}{8ml^2(i^2-n^2)},$$

откуда

$$l=h\sqrt{\frac{i^2-n^2}{8m\Delta E}}=6{,}63\cdot10^{-34}\sqrt{\frac{9-4}{8\cdot9{,}1\cdot10^{-31}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}}}\cong1{,}37\cdot10^{-9}\ (\text{м}).$$

Задача 10. Длина волны линии L_α у вольфрама равна 0,148 нм. Найти постоянную экранирования.

Решение. В соответствии с законом Мозли

$$\frac{1}{\lambda}=R(Z-a)^2\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}\right). \qquad (1)$$

Для вольфрама $Z = 74$; для L-серии $n = 2$; для L_α-линии $m = 3$. Из (1) находим

$$a = Z - \left(\lambda R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Подставляя числовые данные, получаем

$$a = 74 - \left(1{,}48 \cdot 10^{-10} \cdot 1{,}097 \cdot 10^{7}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right)\right)^{-\frac{1}{2}} \cong 7{,}4\,.$$

Задача 11. Граничная длина волны *k*-серии характеристического рентгеновского излучения некоторого элемента равна 0,1284 нм. Определить этот элемент.

Решение. Длина волны λ рентгеновского излучения определяется законом Мозли:

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z - a)^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right),$$

где n и m – энергетические уровни, между которыми осуществляется переход электрона. Фотон с граничной длиной волны в *k*-серии излучается при переходе с уровня $m = \infty$ на уровень $n = 1$. Тогда

$$(Z - a)^2 = \frac{1}{\lambda R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)} = \frac{1}{\lambda R};$$

$$Z - a = \sqrt{\frac{1}{\lambda R}}; \qquad Z = \sqrt{\frac{1}{\lambda R}} + a;$$

$$Z = \sqrt{\frac{1}{1{,}097 \cdot 10^{7} \cdot 1{,}28 \cdot 10^{-10}}} + 1 \approx 26{,}6 + 1 \approx 27\,.$$

Этим элементом является кобальт (*Co*).

Задача 12. Через кварцевую пластинку толщиной 5 см пропускаются инфракрасные лучи. Угол падения равен нулю. Известно, что для инфракрасных лучей с длиной волны λ_1 = 2,72 мкм коэффициент линейного ослабления k_1 = 0,2 см$^{-1}$, а для лучей с λ_2 = 4,50 мкм k_2 = 7,3 см$^{-1}$. Определить слои половинного ослабления x_1 и x_2 соответственно для λ_1 и λ_2 и относительное измерение интенсивности этих лучей после прохождения ими кварцевой пластинки.

Решение. Поглощение лучей света в среде определяется законом Бугера, который строго выполняется только для монохроматических лучей:

$$I = I_0 e^{-kx},$$

где I_0 – сила света, входящего в вещество; I – сила света, прошедшего слой вещества; x – толщина слоя поглощающего вещества; k – коэффициент линейного ослабления.

При слое половинного ослабления $I = \frac{1}{2} I_0$, формула закона Бугера примет вид

$$\frac{1}{2} I_0 = I_0 e^{-kx}.$$

Отсюда $e^{kx} = 2$ или $kx = ln2$.

Для лучей с длиной волны λ_1 слой половинного ослабления равен

$$x_1 = \frac{\ln 2}{k_1} = \frac{0,693}{0,2} \cong 3,47 \text{ (см)}.$$

Для лучей с длиной λ_2 слой половинного ослабления равен

$$x_2 = \frac{\ln 2}{k_2} = \frac{0,693}{7,3} \cong 0,0949 \text{ (см)} \cong 0,95 \text{ (мм)}.$$

Таким образом, слой половинного ослабления с длиной волны λ_2 в 3,67 раза меньше, чем для λ_1. Относительное изменение силы света после прохождения слоя x для лучей λ_1 и λ_2 получим из выражения $\frac{I_0}{I} = e^{kx}$. Для лучей с λ_1

$$\frac{I_0}{I} = e^{k_1 x} = e^{0,2 \cdot 5} = e^1 = 2,72,$$

для лучей с λ_2

$$\frac{I_0}{I} = e^{k_2 x} = e^{7,3 \cdot 5} = e^{36,5} \cong 10^{14}.$$

Для лучей с длиной волны λ_2 = 4,50 мкм слой кварца толщиной 5 см практически непрозрачен, в то время как лучи с длиной волны λ_1 = 2,72 мкм, проходя слой кварца в 5 см, ослабляются в 2,72 раза.

Задача 13. Вычислить дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра ${}^{16}_{8}O$.

Решение. Дефект массы Δm ядра определяется по формуле

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я . \qquad (1)$$

Формулу (1) можно также записать в виде

$$\Delta m = Zm_{{}^1_1H} + (A - Z)m_n - m_a , \qquad (2)$$

где m_a – масса атома, дефект массы ядра которого определяется.

Подставляя в (2) числовые данные, получим

$$\Delta m = 0{,}13708 \text{ а.е.м.}$$

Энергия связи ядра $E_{св}$ определяется по формуле

$$E_{св} = c^2\Delta m. \qquad (3)$$

Если дефект массы Δm выражать в а.е.м., а энергию связи $E_{св}$ в Мэв, то формула (3) примет вид

$$E_{св} = 931\cdot\Delta m. \qquad (4)$$

Подставляя в (4) числовые значения, получим

$$E_{св} = 931\cdot 0{,}13708 \cong 128 \text{ (МэВ)}.$$

Удельная энергия связи $\varepsilon_{св}$ вычисляется по формуле

$$\varepsilon_{св} = E_{св} / A.$$

Производя вычисления, получим

$$\varepsilon_{св} = 128/16 = 8 \text{ (МэВ)}.$$

Задача 14. Ядро, состоящее из 92 протонов и 143 нейтронов, выбросило α-частицу. Какое ядро образовалось при α-распаде? Определить дефект массы и энергию связи образовавшегося ядра.

Решение. Реакция α-распада имеет вид ${}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{231}_{90}X$, т.е. образовалось ядро тория ${}^{231}_{90}Th$;

$$m_{Th} = 231{,}02944 \text{ а.е.м.}$$

Дефект массы

$$\Delta m = Zm_{{}^1_1H} + (A - Z)m_n - m_{Th};$$

$\Delta m = 90\cdot 1{,}00783 + 141\cdot 1{,}00867 - 231{,}02944 \cong 1{,}898$ (а.е.м.) $= 3{,}14\cdot 10^{-27}$ (кг).

Здесь $m_{{}^1_1H}$, m_n – массы водорода и нейтрона.

Энергия связи ядра тория

$E_{св} = \Delta mc^2 = 3{,}15\cdot 10^{-27}\cdot 9\cdot 10^{16} \approx 2{,}84\cdot 10^{-10}$ (Дж) $= 1775$ (МэВ).

Задача 15. Сколько ядер, содержащихся в 1 г трития ${}^{3}_{1}H$, распадается за среднее время жизни этого изотопа?

Решение. Согласно закону радиоактивного распада,

$$N = N_0 exp(-\lambda t). \tag{1}$$

Среднее время жизни τ радиоактивного изотопа есть величина постоянная, обратная постоянной распада:

$$\tau = 1/\lambda. \tag{2}$$

По условию задачи $t = \tau$. Подставляя в (1) вместо t значение τ из (2), получим

$$N = N_0/e. \tag{3}$$

Число распавшихся атомов за время $t = \tau$ равно

$$N' = N_0 - N = N_0(1 - \frac{1}{e}). \tag{4}$$

Найдем число атомов N_0, содержащихся в массе $m = 1$ г изотопа ${}^{3}_{1}H$:

$$N_0 = \frac{m}{M} N_A, \tag{5}$$

где $M = 3 \cdot 10^{-3}$кг/моль – молярная масса изотопа ${}^{3}_{1}H$; N_A – число Авагадро.

С учетом (5) выражение (4) примет вид

$$N' = \frac{m}{M} N_A (1 - \frac{1}{e}). \tag{6}$$

Подставляя в (6) числовые значения, получим:

$$N' = \frac{10^{-3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{3 \cdot 10^{-3}} \left(1 - \frac{1}{2,72}\right) \cong 1,27 \cdot 10^{23}.$$

Задача 16. Период полураспада радиоактивного аргона ${}^{41}_{18}Ar$ равен 110 мин. Определить время, в течение которого распадается 25 % начального количества ядер.

Решение. Закон радиоактивного распада $N = N_0 e^{-\lambda t}$. Из условия задачи $N/N_0 = 0,75$. Учитывая, что $\lambda = \ln 2/T$, получаем:

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t};$$

$$\ln\frac{N}{N_0} = -\lambda t = \ln\frac{2}{T}\cdot t,$$

откуда

$$t = -\frac{T\ln\frac{N}{N_0}}{\ln 2} = -\frac{110\cdot(-0,288)}{0,693} \cong 46 \text{ (мин).}$$

Задача 17. Вычислить энергию ядерной реакции ${}_2^4He + {}_2^4He \to P + {}_3^7Li$. Выделяется или поглощается энергия при этой реакции?

Решение. Энергия ядерной реакции определяется по формуле

$$Q = c^2(m_1 + m_2 - \sum m_i), \quad (1)$$

где m_1 и m_2 – массы частиц, вступающих в реакцию; $\sum m_i$ – сумма масс частиц, образовавшихся в результате реакции.

Если массу частиц выражать в а.е.м., а энергию реакции в МэВ, то формула (1) примет вид

$$Q = 931(m_1 + m_2 - \sum m_i). \quad (2)$$

При вычислении энергии ядерной реакции можно использовать массы атомов вместо масс их ядер. Из справочных данных находим:

$m\,{}_2^4He$ = 4,00260 а.е.м.;

$m\,{}_1^1H$ = 1,00783 а.е.м.;

$m\,{}_3^7Li$ = 7,01601 а.е.м.

Дефект массы реакции равен

$$2m\,{}_2^4He - m\,{}_1^1H - m\,{}_3^7Li = -0{,}01864 \text{ а.е.м.}$$

Подставляя значение дефекта массы реакции в (2), получим

$$Q = 931\cdot(-0{,}01864) \cong -17{,}4 \text{ (МэВ).}$$

Поскольку $Q < 0$, то энергия в результате реакции поглощается.

3.3. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

3.1. Атом водорода испустил фотон с длиной волны $4{,}86 \cdot 10^{-7}$ м. Насколько изменилась энергия электрона в атоме?

3.2. Определить длину волны спектральной линии, соответствующей переходу электрона в атоме водорода с шестой орбиты на вторую.

3.3. Сколько линий спектра атома водорода попадает в видимую область ($\lambda = 0{,}4 \div 0{,}76$ мкм)? Вычислить длины волн этих линий. Каким цветам они соответствуют?

3.4. Определить длины волн де Бройля электрона и протона, прошедших одинаковую ускоряющую разность потенциалов 400 В.

3.5. Кинетическая энергия протона равна его энергии покоя. Вычислить длину волны де Бройля для такого протона.

3.6. Какой кинетической энергией должен обладать электрон, чтобы дебройлевская длина волны электрона была равна его комптоновской длине волны?

3.7. Сравнить длины волн де Бройля электрона, прошедшего разность потенциалов 1000 В, атома водорода, движущегося со скоростью, равной средней квадратичной скорости при температуре 27 °С, и шарика массой 1 г, движущегося со скоростью 0,1 м/с.

3.8. Кинетическая энергия протона в 4 раза меньше его энергии покоя. Вычислить дебройлевскую длину волны протона.

3.9. Вычислить длину волны де Бройля электрона, движущегося со скоростью $\upsilon = 0{,}75\,c$ (где c – скорость света в вакууме).

3.10. Кинетическая энергия протона равна его энергии покоя. Вычислить длину волны де Бройля для такого протона.

3.11. Определить кинетическую энергию протона и электрона, для которых длина волны де Бройля равна 0,06 нм.

3.12. Протон обладает кинетической энергией, равной энергии покоя. Во сколько раз изменится длина волны де Бройля протона, если его кинетическая энергия увеличится в 2 раза?

3.13. Какой кинетической энергией должен обладать протон, чтобы длина волны де Бройля протона равнялась его комптоновской длине волны?

3.14. Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов U. Найти длину волны де Бройля для случаев: $U = 51$ В; $U = 510$ кВ.

3.15. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии равно 12 нс. Вычислить минимальную неопределенность длины волны $\lambda = 12$ мкм излучения при переходе атома в основное состояние.

3.16. Среднее время жизни π-мезона равно $1{,}9 \cdot 10^{-16}$ с. Какова должна быть энергетическая разрешающая способность прибора, с помощью которого можно зарегистрировать π-мезон?

3.17. Атом испустил фотон с длиной волны 0,55 мкм. Продолжительность излучения 10 Нс. Определить наименьшую погрешность, с которой может быть измерена длина волны излучения.

3.18. Электрон находится в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками, ширина которой $1{,}4 \cdot 10^{-9}$ м. Определить энергию, излучаемую при переходе электрона с третьего энергетического уровня на второй.

3.19. Электрон находится в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы $l = 1$ нм. Определить наименьшую разность энергетических уровней электрона.

3.20. Определить, при какой ширине одномерной потенциальной ямы дискретность энергии электрона становится сравнимой с энергией теплового движения при температуре 300 К.

3.21. Определить, при какой температуре дискретность энергии электрона, находящегося в одномерной потенциальной яме шириной $2 \cdot 10^{-9}$м, становится сравнимой с энергией теплового движения.

3.22. Частица в потенциальной яме шириной l находится в возбужденном состоянии. Определить вероятность нахождения частицы в интервале $0 < x < l/2$ на третьем энергетическом уровне.

3.23. Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Определить, во сколько раз изменяется отношение разности соседних энергетических уровней $\Delta E_{n+1,n}/E_n$ частицы при переходе от $n_1 = 3$ к $n_2 = 8$. Объяснить физическую сущность полученного результата.

3.24. Определить, при какой ширине одномерной прямоугольной потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками дискретность энергетического спектра электрона сравнима с его средней кинетической энергией при температуре T.

3.25. Длина волны λ излучаемого атомом фотона составляет 0,6 мкм. Принимая время жизни возбужденного состояния $\Delta t = 10^{-8}$ с, определить отношение естественной ширины энергетического уровня, на который был возбужден электрон, к энергии, излученной атомом.

3.26. Используя соотношение неопределенностей в форме $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$, оценить минимально возможную полную энергию электрона в атоме водорода. Принять неопределенность координаты равной радиусу атома.

3.27. Электрон движется в атоме водорода по первой боровской орбите. Принимая, что допускаемая неопределенность скорости составляет 10 % от ее числового значения, определить неопределенность координаты электрона.

3.28. Определить отношение неопределенностей скорости электрона, если его координата установлена с точностью до 10^{-5} м, и пылинки массой $m = 10^{-12}$ кг, если ее координата установлена с такой же точностью.

3.29. Электронный пучок ускоряется разностью потенциалов $U = 1$ кВ. Известно, что неопределенность скорости составляет 0,1 % от ее числового значения. Определить неопределенность координаты электрона.

3.30. Пучок нейтронов падает на кристалл с периодом $d = 0{,}15$ нм. Определить скорость нейтронов, если брэгговское отражение первого порядка наблюдается, когда угол скольжения $\theta = 30°$.

3.31. Определить, как изменится длина волны де Бройля электрона в атоме водорода при переходе его с четвертой боровской орбиты на вторую.

3.32. Кинетическая энергия электрона равна 0,6 МэВ. Определить длину волны де Бройля.

3.33. Кинетическая энергия электрона равна 1 КэВ. Определить длину волны де Бройля.

3.34. Определить длину волны де Бройля для нейтрона, движущегося со средней квадратичной скоростью при $T = 290$ К.

3.35. Определить, какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти протон, чтобы длина волны де Бройля λ для него была равна 1 нм.

3.36. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов U = 500 В, имеет длину волны де Бройля λ = 1,282 Пм. Принимая заряд этой частицы равным заряду электрона, определить ее массу.

3.37. Определить длину волны де Бройля для электрона, находящегося в атоме водорода на третьей боровской орбите.

3.38. Электрон выбит из атома водорода, находящегося в основном состоянии, фотоном, энергия которого ε = 17,7 эВ. Определить скорость υ электрона за пределами атома.

3.39. Фотон с энергией ε = 12,12 эВ, поглощенный атомом водорода, находящимся в основном состоянии, переводит атом в возбужденное состояние. Определить главное квантовое число этого состояния.

3.40. Основываясь на том, что энергия ионизации атома водорода E_i = 13,6 эВ, определить в электрон-вольтах энергию фотона, соответствующую самой длинноволновой линии серии Бальмера.

3.41. Основываясь на том, что первый потенциал возбуждения атома водорода U_1 = 10,2 В, определить в электрон-вольтах энергию фотона, соответствующую второй линии серии Бальмера.

3.42. Основываясь на том, что энергия ионизации атома водорода E_i = 13,6 эВ, определить первый потенциал возбуждения U_1 этого атома.

3.43. Определить частоту света, излучаемого атомом водорода при переходе электрона на уровень с главным квантовым числом $n = 2$, если радиус орбиты электрона изменился в $K = 9$ раз.

3.44. Используя теорию Бора, определить орбитальный магнитный момент электрона, движущегося по третьей орбите атома водорода.

3.45. Определить скорость υ электрона на третьей орбите атома водорода.

3.46. Определить частоту ν вращения электрона на третьей орбите атома водорода в теории Бора.

3.47. Определить потенциал ионизации атома водорода.

3.48. Определить минимальную длину волны тормозного рентгеновского излучения, если к рентгеновской трубке приложены напряжения 30 кВ, 75 кВ.

3.49. Найти граничную длину волны *K*-серии рентгеновского излучения от платинового антикатода.

3.50. При каком наименьшем напряжении на рентгеновской трубке с железным антикатодом появляются линии *K*-серии?

3.51. Какую наименьшую разность нужно приложить к рентгеновской трубке с вольфрамовым антикатодом, чтобы в спектре излучения были все линии *K*-серии?

3.52. На поверхность воды падает γ-излучение с длиной волны 0,414 пм. На какой глубине интенсивность излучения уменьшится в 2 раза?

3.53. На железный экран падает пучок γ-лучей, длина волны которых $0{,}124 \cdot 10^{-2}$ нм. Найти толщину слоя половинного ослабления γ-излучения в железе.

3.54. Определить, как изменится интенсивность узкого пучка лучей при прохождении через экран, состоящий из двух плит: алюминиевой толщиной 10 см и железной – 5 см. Коэффициент линейного ослабления для Al $\mu_1 = 0{,}1$ см$^{-1}$, для Fe $\mu_2 = 0{,}3$ см$^{-1}$.

3.55. Какова энергия γ-лучей, если при прохождении через слой железа толщиной 3,15 см интенсивность излучения ослабляется в 4 раза?

3.56. Рассчитать толщину защитного водяного слоя, который ослабляет интенсивность излучения с энергией 1,6 МэВ в 5 раз.

3.57. Как изменится степень ослабления γ-лучей при прохождении через свинцовый экран, если длина волны этих лучей $4{,}1 \cdot 10^{-13}$ м и $8{,}2 \cdot 10^{-13}$ м, толщина экрана 1 см?

3.58. Вычислить дефект массы, энергию связи ядра и удельную энергию связи для элемента $^{108}_{47}Ag$.

3.59. Вычислить дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи для ядра элемента $^{24}_{12}Mg$.

3.60. В какой элемент превращается $^{238}_{92}U$ после трех α-распадов и двух β-распадов?

3.61. Период полураспада $^{60}_{27}Co$ равен примерно 5,3 года. Определить постоянную распада и среднюю продолжительность жизни атомов этого изотопа.

3.62. За год распалось 60 % некоторого исходного радиоактивного элемента. Определить период полураспада этого элемента.

3.63. Период полураспада $^{60}_{27}Co$ равен 5,3 года. Определить, какая доля первоначального количества ядер этого изотопа распадается через 5 лет.

3.64. Определить постоянную распада и число атомов радона, распавшихся в течение суток, если первоначальная масса радона 10 г. Период полураспада $^{222}_{86}Rn$ равен 3,82 суток.

3.65. Вычислить энергию термоядерной реакции $^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n$.

3.66. Вычислить энергию ядерной реакции $^{2}_{1}H + ^{7}_{3}Li \rightarrow 2\,^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n$.

3.67. Какое количество энергии освобождается при соединении одного протона и двух нейтронов в одно ядро?

3.68. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра $^{14}_{7}N$.

3.69. Вычислить энергию связи ядра $^{7}_{3}Li$.

3.70. Вычислить энергетический эффект реакции $^{3}_{2}He + n \rightarrow ^{3}_{1}H + p$.

3.71. Вычислить энергетический эффект реакции $^{2}_{1}H + ^{7}_{3}Li \rightarrow ^{8}_{4}Be + ^{1}_{0}n$.

3.72. Наибольшая длина волны K_α-серии рентгеновского излучения 0,21 нм. Из какого материала сделан антикатод?

3.73. Какую наименьшую разность потенциалов надо приложить к рентгеновской трубке с медным антикатодом, чтобы в спектре излучения меди были видны все линии K_{α}-серии?

3.74. Пластина толщиной 1 см ослабляет интенсивность γ-излучения в два раза. Во сколько раз уменьшится интенсивность γ-излучения при прохождении его через 10 пластин?

3.75. Период полураспада радиоактивного вещества равен 5,3 года. Определить, в течение какого времени масса этого вещества уменьшится в 10 раз.

3.76. Постоянная распада радиоактивного элемента ${}^{26}_{13}Al$ равна $\lambda = 2{,}97\cdot10^{-14}$ с$^{-1}$. Определить продолжительность жизни и период полураспада этого элемента.

3.77. Ядро нептуния ${}^{234}_{93}Np$ захватило электрон из *K*-оболочки атома (*K*-захват) и испустило α-частицу. Ядро какого элемента получилось в результате этих превращений?

3.78. Определить массу изотопа ${}^{15}_{7}N$, если изменение массы при образовании ядра ${}^{15}_{7}N$ составляет $0{,}2058\cdot10^{-27}$ кг.

3.79. При отрыве нейтрона от ядра гелия ${}^{4}_{2}He$ образуется ядро ${}^{3}_{2}He$. Определить энергию связи, которую необходимо для этого затратить. Масса нейтральных атомов ${}^{4}_{2}He$ и ${}^{3}_{2}He$ соответственно равна $6{,}6467\cdot10^{-27}$ кг и $5{,}0084\cdot10^{-27}$ кг.

3.80. Энергия связи $E_{св}$ ядра, состоящего из трех протонов и четырех нейтронов, равна 39,3 МэВ. Определить массу m нейтрального атома, обладающего этим ядром.

3.81. Определить период полураспада радиоактивного изотопа, если 5/8 начального количества ядер этого изотопа распалось за время $t = 849$ с.

3.82. Постоянная радиоактивного распада изотопа ${}^{210}_{82}Pb$ равна 10^{-9} с$^{-1}$. Определить время, в течение которого распадается 2/5 начального количества ядер этого радиоактивного изотопа.

3.83. Первоначальная масса радиоактивного изотопа йода ${}^{131}_{53}J$ (период полураспада $T_{1/2} = 8$ суток) равна 1 г. Определить: 1) начальную активность изотопа; 2) его активность через 3 суток.

3.84. Начальная активность 1 г изотопа радия $^{226}_{88}Ra$ равна 1 Ки. Определить период полураспада $T_{1/2}$ этого изотопа.

3.85. Пользуясь таблицей Менделеева и правилами смещения, определить, в какой элемент превращается $^{238}_{92}U$ после трех α- и двух β-распадов.

3.86. Покоившееся ядро полония $^{200}_{84}Po$ испускает α-частицу с кинетической энергией $T_\alpha = 5{,}77$ МэВ. Определить: 1) скорость отдачи дочернего ядра; 2) какую долю кинетической энергии α-частицы составляет энергия отдачи дочернего ядра.

3.87. Определить энергию, выделяющуюся в результате реакции $^{23}_{12}Mg \to ^{23}_{11}Na + ^{0}_{1}L + ^{0}_{0}\upsilon$. Массы нейтральных атомов магния и натрия соответственно равны $3{,}2184 \cdot 10^{-26}$ кг и $3{,}8177 \cdot 10^{-26}$ кг.

3.88. Свободное покоившееся ядро $^{191}_{77}Jr$ ($m = 317{,}10953 \cdot 10^{-27}$ кг) с энергией возбуждения $E = 129$ кэВ перешло в основное состояние, испустив γ-квант. Определить изменение энергии γ-кванта, возникающее в результате отдачи ядра.

3.89. Определить зарядовое число Z и массовое число A частицы, обозначенной буквой X, в символической записи реакции: 1) $^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \to ^{17}_{8}O + X$; 2) $^{9}_{4}Be + ^{4}_{2}He \to ^{12}_{6}C + X$; 3) $^{6}_{3}Li + X \to ^{3}_{1}H + ^{4}_{2}He$.

3.90. В ядерной реакции $^{2}_{1}H + ^{2}_{1}H \to ^{3}_{2}He + ^{1}_{0}n$ выделяется энергия $\Delta E = 3{,}27$ МэВ. Определить массу атома $^{3}_{2}He$, если масса атома $^{2}_{1}H$ равна $3{,}34461 \cdot 10^{-27}$ кг.

3.91. Определить кинетическую энергию $E_к$ и скорость υ теплового нейтрона при температуре окружающей среды, равной 17 °С.

3.92. Определить период полураспада $T_{1/2}$ некоторого радиоактивного изотопа, если его активность за 5 суток уменьшилась в 2,2 раза.

3.93. Определить, во сколько раз начальное количество ядер радиоактивного изотопа уменьшится за три года, если за один год оно уменьшилось в 4 раза.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Числовое значение
Элементарный заряд	(e)	$1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	(m_e)	$9{,}1\cdot10^{-31}$ кг
Скорость света в вакууме	(c)	$3\cdot10^{8}$ м/с
Постоянная Стефана – Больцмана	(σ)	$5{,}67\cdot10^{-8}$ ВТ/(м$^2\cdot$К^4)
Постоянная Вина в первом законе (смещения)	(b_1)	$2{,}89\cdot10^{-3}$ (м$\cdot$К)
Постоянная Вина во втором законе	(b_2)	$1{,}3\cdot10^{-5}$ ВТ/(м$^2\cdot$К^5)
Постоянная Планка	(h)	$6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж$\cdot$с
	($\hbar$)	$1{,}05\cdot10^{-34}$ Дж$\cdot$с
Постоянная Ридберга	(R')	$1{,}097\cdot10^{7}$ м$^{-1}$
Боровский радиус	(a)	$0{,}529\cdot10^{-10}$ м
Комптоновская длина волны электрона	(λ_c)	$2{,}43\cdot10^{-12}$ м
Энергия ионизации атома водорода	(E_i)	$2{,}18\cdot10^{-18}$ Дж = 13,6 эВ
Атомная единица массы	(а.е.м.)	$1{,}66\cdot10^{-27}$ кг
Энергия, соответствующая 1 а.е.м.		931,50 МэВ
Масса покоя протона	(m_{0p})	$1{,}67\cdot10^{-27}$ кг
Магнетон Бора	($\mu_Б$)	$9{,}27\cdot10^{-24}$ Дж/Тл
Ядерный магнетон	(μ)	$5{,}05\cdot10^{-27}$ Дж/Тл

2. Показатель преломления

алмаз	2,42	кварц	1,55
вода	1,33	сероуглерод	1,63
глицерин	1,47	скипидар	1,48
каменная соль	1,54	стекло	1,52

3. Интервалы длин волн, соответствующие различным цветам спектра, нм

фиолетовый	400 – 450	желтый	560 – 590
синий	450 – 480	оранжевый	590 – 620
голубой	480 – 500	красный	620 – 760
зеленый	500 – 560		

4. Масса m и энергия E_0 покоя некоторых частиц и легких ядер

Частицы	m		E_0	
	а.е.м.	10^{27}, кг	МэВ	10^{10}, Дж
электрон	$5{,}486\cdot10^{-4}$	0,00091	0,511	0,00082
протон	1,00728	1,6726	938,28	1,50
нейтрон	1,00867	1,675	939,57	1,51
дейтрон	2,01355	3,3325	1876,5	3,00
α-частица	4,0015	6,6444	3726,2	5,96

5. Работа выхода электронов из металла, эВ

алюминий	3,7	николь	4,8
вольфрам	4,5	платина	6,3
калий	2,2	серебро	4,7
литий	2,3	цезий	1,8
медь	4,4	цинк	4,0
натрий	2,5		

6. Периоды полураспада некоторых радиоактивных элементов

$^{45}_{20}Ca$	164 сут.	$^{235}_{92}U$	$7{,}1\cdot10^{8}$ лет
$^{90}_{38}Sr$	27 лет	$^{238}_{92}U$	$4{,}5\cdot10^{9}$ лет
$^{210}_{84}Po$	138 сут.	$^{226}_{86}Ra$	1590 лет
$^{222}_{86}Rn$	3,82 сут.	$^{3}_{1}H$	12 лет

ЛИТЕРАТУРА

1. Ветрова В.Т. Сборник задач по физике. – Мн.: Выш. шк., 1991. – 386 с.
2. Демков В.П., Третьякова О.Н. Физика. – М.: Высш. шк., 2001. – 669 с.
3. Дмитриева В.П., Прокофьев В.Л. Основы физики. – М.: Высш. шк., 2001. – 527 с.
4. Новодворская Е.М., Дмитриев Э.М. Методика проведения упражнений по физике во втузе. – М.: Высш. шк., 1981. – 318 с.
5. Трофимова Т.И., Фирсов А.В. Курс физики. Колебания и волны. – М.: Изд. центр «Академия», 2003. – 256 с.
6. Трофимова Т.И., Павлова З.Г. Сборник задач по курсу физики. – М.: Высш. шк., 2001. – 591 с.
7. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Сборник задач по физике. – М.: Физматлит, 2003. – 640 с.
8. Физика. Методические указания и контрольные задания. / Под ред. А.Г. Чертова. – М.: Высш. шк., 1987. – 208 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

ЗАДАЧИ
ПО ФИЗИКЕ
для самостоятельной
работы студентов
(с примерами решений)

ОПТИКА.
КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ.
ОСНОВЫ ФИЗИКИ АТОМА
И АТОМНОГО ЯДРА

Составители:

ГРУЗДЕВ Владимир Алексеевич;

ДУБЧЕНОК Геннадий Аркадьевич;

МАКАРЕНКО Геннадий Макарович;

МАРЧУК Лариса Николаевна

Редактор Т.В. Булах

Подписано в печать 17.04.06 Формат 60x84/16 Бумага офсетная Гарнитура Таймс
Отпечатано на ризографе Усл.-печ. л. 7,43 Уч.-изд. л. 7,4 Тираж 125 Заказ 499

Издатель и полиграфическое исполнение –
Учреждение образования «Полоцкий государственный университет»

ЛИ № 02330/0133020 от 30.04.04 ЛП № 02330/0133128 от 27.05.04
211440 г. Новополоцк, ул. Блохина, 29